МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»

УТВЕРЖДЕНА

Решением научно-технического совета протокол № 1 от «24» января 2022 г. Председатель НТС, первый проректор - проректор по научно-исследовательской работе _______ А.Б. Прокофьев Ученый секретарь НТС _______ Л.В. Родионов

ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА

по научной специальности
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

1. Дифференциальные уравнения

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения

Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Задача Штурма - Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.

Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона – Якоби.

Основные понятия о численных методах решения начальных и краевых задач для дифференциальных уравнений.

Асимптотические методы. Понятие регулярно и сингулярно возмущенных задач. Теорема Тихонова. Метод пограничных функций Васильевой.

2. Математическая физика

Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши-Ковалевской.

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных второго порядка. Классификация линейных уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду на плоскости. Характеристики.

Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.).

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.).

Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)

Интегральные уравнения. Теоремы Фредгольма.

Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.

Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Обобщенные собственные функции.

Краевые задачи для нелинейных гиперболических уравнений. Метод компактности.

Монотонные нелинейные эллиптические операторы.

Монотонные нелинейные параболические операторы.

Основная литература

- 1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.
 - 2. Ильин, А.М. Уравнения математической физики. Москва: Физматлит, 2009.
- 3. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.
- 4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 2004.
- 5. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 2006.
- 6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2004 (и последующие издания).
- 7. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
- 8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).
 - 9. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Изд-во иностр.лит., 2005.
 - 10. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2003.
- 11. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Физматлит, 2007.

Дополнительная литература

- 1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
- 2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Изд-во МГТУ, 1996.
- 3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
- 4. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.: Наука, 1978.