

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»

УТВЕРЖДЕНА

Решением научно-технического совета
протокол № 1 от «24» января 2022 г.

Председатель НТС, первый проректор -
проректор по научно-исследовательской
работе _____

А.Б. Прокофьев

Ученый секретарь НТС _____

Л.В. Родионов



**ПРОГРАММА
КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА**

по научной специальности

**1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика**

Алгебра

1. Теоремы Силова о конечных группах. [6, "Группы", §9], [1, Глава 1, §8], [7, Глава 7, §4], [3, Глава 10, §4].
2. Простота знакопеременной группы A_n , $n \geq 5$, и группы $SO(3, \mathbf{R})$ вращений трёхмерного пространства $\mathbf{R}^3$. [8, Глава 1, §9], [3, Глава 10, §5], [1, Глава 1, §S11], [7, Глава 7, §3.3].
3. Конечно порождённые абелевы группы. [6, "Группы", §8], [7, Глава 7, §5].
4. Свободные группы. Теорема о подгруппах свободной группы. Определяющие соотношения группы диэдра D_n и группы кватернионов Q_8 . [6, "Группы", §8], [7, Глава 7, §5].
5. Простота полного матричного кольца над телом. Тензорное произведение алгебр, простота тензорного произведения. [5, Глава 8, §7].
6. Структурная теорема о простых алгебрах. [5, Глава 8, §7].
7. Группа Брауэра поля. Теорема Фробениуса о конечномерных телах над полем $\mathbf{R}$. [9, §12.5], [5, Глава 8, §9], [3, Глава 11, §6], [10].
8. Теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта об универсальных обвёртывающих алгебрах конечномерных алгебр Ли. [11, §17].
9. Нётеровы кольца и модули: теорема Гильберта о базисе. [2, §115].
10. Теорема делимости в кольцах. Евклидовы кольца. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных. [7, Глава 5, §3, Глава 9, §2].
11. Нормальная форма линейного оператора в конечномерном комплексном пространстве. [4, Глава 3], [7, Дополнение], [3, Глава 6, §4].
12. Канонический вид матрицы симметрической и кососимметрической билинейной формы, унитарного, ортогонального, симметрического и кососимметрического линейного оператора. [4, Глава 2], [3, Глава 5, §3].
13. Основы теории линейных представлений групп. Теорема Машке. Лемма Шура о гомоморфизмах неприводимых модулей. Соотношения ортогональности для характеров. Одномерные представления конечных групп. [12, Chapter 3], [7, Глава 8, §п.1, 2, 4, 5].
14. Индуцированные представления. Закон взаимности Фробениуса. [12, Chapter 4, §п.4.8-4.10].
15. Алгебраические расширения полей: теорема о примитивном элементе, существование и единственность поля разложения многочлена. [6, "Поля", §п.2-5].
16. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы. Коммутативность конечных тел. [6, "Поля", §п.4, 6], [7, Глава 9, §1, § 3], [5, Глава 8, §9].

Математическая логика и дискретная математика

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу и по Маркову, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча. [17, гл.5, §§1-3]; [16, §§1-4,11,12]; [15, §35-37].
2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы. [17, гл.5, §3,4]; [16, §§5-6,12]
3. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства. [16, §13]
4. Логика высказываний, представимость булевых функций её формулами. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. [15, §§1-6]; [18, гл.1]
5. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость. [17, гл.1, §4]; [18, гл.II, §3-10]
6. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предваренной нормальной форме. Нормальная форма Сколема. [15, §15,16,20]; [17, гл.2, §10]; [18, гл.III, §§1-3,9, гл.IV, §14]
7. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции. [15, §18,22]; [17, гл.2, §§1-4]; [18, гл.IV, §§1-8]
8. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности. [17, гл.2, §5]; [18, гл.IV, §16]
9. Теорема Эрбрана. [15, §33]; [14, гл.III, §3,4]
10. Элементарные теории классов алгебраических систем, аксиоматизируемые классы. Критерий аксиоматизируемости. [15, §24,25]
11. Категоричные в данной мощности теории, теорема о полноте теории, категоричной в бесконечной мощности. [15, §29]
12. Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка. [17, гл.2, §12]
13. Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике. [16, гл.3, §§1-3]
14. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. [17, гл.3, §4,5]
15. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов. [17, гл.3, §6]; [15, §37,38]

16. Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора, континуум-гипотеза. [17, гл.4]

Теория чисел

1. Квадратичный закон взаимности. [2, гл.5, §1,2]
2. Первообразные корни и индексы. [20, гл.6]
3. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. [19, гл.1, §1,2]
4. Теорема Вейля о равномерном распределении. [21, гл.1, §2]
5. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм. [22, гл.7, §§1-3]
6. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами. [22, гл.7, §§4-6]
7. Разложимые формы. Полные модули и их кольца множителей. [19, гл.2, §1,2]
8. Теорема Дирихле о единицах. [19, гл.2, §3,4]
9. Представление рациональных полей разложимыми формами. [19, гл.1, §5]
10. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$. [23, гл.1, §4]
11. Дзета-функция Римана и её свойства. [23, гл.2, §1,2]; [21, гл.4]
12. Характеры Дирихле и их свойства. [20, гл.7]; [21, гл.8, §1]
13. Проблема Варинга. [21, гл.6, §1, гл.11]
14. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел. [23, гл.4, §2,3]
15. Трансцендентность чисел e и π . [23, гл.4, §4,5]

2. Литература:

1. Богопольский О.В. Введение в теорию групп. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
2. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра, Лань, 2012.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал Пресс, 2001.
4. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: МЦНМО, Добросвет, КДУ, 2009.

5. Зуланке Р., Онищик А.Л. Алгебра и геометрия. В 3-х томах. Том 2. Модули и алгебры. М.: МЦНМО, 2008.
6. Клячко А.А. Теория Галуа. Куйбышев: КуГУ, 1982.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру, Часть 3. Основные структуры алгебры, Физико-математическая литература, 2001.
8. Курош А.Г. Теория групп. М.: Лань, 2005.
9. Пирс Р. Ассоциативные алгебры. М.: Мир, 1986.
10. Серр Ж.-П. Алгебраические приложения когомологий групп. II. Теория простых алгебр. // Серр Ж.-П. Собрание сочинений, 2002
11. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений. М.: МЦНМО, 2003.
12. Etingof P. et al. Introduction to representation theory, arXiv: math.RT/0901.0827v1 (2009).
13. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970.
14. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Теория доказательств. М.: Наука, 1982.
15. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика, Физматлит, 2011.
16. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1965.
17. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Изд. 3-е. М.: Наука, 1984.
18. Новиков П.С. Элементы математической логики. Изд. 2-е. М.: Наука, 1973.
19. Борович З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. М.: Наука, 1985.
20. Виноградов И.М. Основы теории чисел. Лань, 2009.
21. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. УРСС, 2004.
22. Серр Ж. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.
23. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. Изд-во МГУ, 1984.
24. Ленг С. Алгебра. М.: Мир, 1968.
25. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М.: Мир, 1974.
26. Дэвенпорт Г., Высшая арифметика. Введение в теорию чисел, ФМН, Математика, 2010
27. Белоусов А.И., Ткачев С.Б., Дискретная математика, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015