

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Исполнительный директор



М.Е. Федина
2023г.

ПРОГРАММА КОМПЛЕКСНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
для поступающих в магистратуру

Направление подготовки 01.04.01 Математика

Форма обучения
Очная

Самара 2023

Аннотация программы

Программа включает в себя основные вопросы базовых математических дисциплин. В каждой из них выделены основные понятия и методы, которые являются важными для освоения курсов, предусмотренных федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования. Ключевые вопросы в каждом блоке вопросов предполагают владение теоретическим материалом и должны сопровождаться практическими примерами и иллюстрироваться задачами на основе излагаемой теории.

*

*

*

Тема 1. Теория определителей

Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителя. Формулы Крамера. Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы и следствия из нее. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Понятие фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений общего вида в векторной форме. Обращение матрицы (единственность и существование). Методы построения обратной матрицы.

Тема 2. Кольца и поля

Понятие кольца и поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме записи. Извлечение квадратных корней и корней n -ой степени из комплексных чисел.

Тема 3. Алгебра многочленов

Наибольший делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых множителей.

Тема 4. Теория линейных операторов

Линейные (векторные) пространства, подпространства. Понятие базиса и размерности. Сопряженное (двойственное) линейное пространство. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Критерий диагонализации оператора. Теорема о жордановой форме матрицы.

Тема 5. Производная и интеграл

Предельная точка последовательности и множества. Замкнутые и открытые множества. Критерий Коши сходимости последовательности. Предел функции. Критерий Коши существования предела функции. Непрерывные функции и их свойства. Определение производной. Формула Тейлора и ее приложения.

Понятие первообразной. Определенный интеграл Римана: условия интегрируемости, основные свойства, формула Ньютона-Лейбница.

Тема 6. Числовые и функциональные ряды

Числовые ряды. Виды сходимости. Признаки сходимости. Виды сходимости функциональных рядов. Признаки равномерной сходимости. Степенные ряды. Круг сходимости. Основные свойства степенных рядов. Тригонометрический ряд Фурье. Полнота тригонометрической системы.

Тема 7. Функции нескольких переменных

Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных. Кратные интегралы Римана. Сведение кратных интегралов к повторным. Криволинейный интеграл 1-го рода. Криволинейный интеграл 2-го рода. Формула Грина. Выражение площади через криволинейный интеграл. Поверхностный интеграл 1-го рода. Ориентация поверхностей. Поверхностный интеграл 2-го рода. Теорема Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.

Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка. Формулировка аналогичной теоремы для системы из n уравнений.

Системы однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Вид общего решения.

Тема 9. Уравнения с частными производными

Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Постановка основных краевых задач математической физики. Корректность краевых задач. Основные свойства гармонических функций.

Тема 10. Теория вероятностей и математическая статистика

Случайные величины и их числовые характеристики. Законы больших чисел. Центральная предельная теорема. Случайный процесс, определение, виды случайных процессов. Выборка, гистограмма, полигон. Выборочная случайная величина, эмпирическая функция распределения. Выборочные характеристики, свойства. Точечные оценки и их свойства. Построение оценок методом моментов. Построение оценок методом максимального правдоподобия. Построение доверительных интервалов.

Тема 11. Математическая логика и дискретная математика

Высказывания, связки, формулы. Исчисление высказываний. Операции с множествами. Мощность множества. Основные формулы комбинаторики. Делимость и делители. Сравнения и классы вычетов.

Тема 12. Функциональный анализ и теория функций

Мера и интеграл Лебега в евклидовом пространстве. Нормированные и банаховы пространства. Норма оператора. Линейные непрерывные и ограниченные операторы, свойства. Компактные множества в нормированных пространствах. Линейные вполне непрерывные операторы. Операторы в метрических и нормированных пространствах. Принцип сжимающих отображений и его применения. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве.

Тема 13. Функции комплексного переменного

Голоморфные функции. Условия Коши-Римана. Элементарные функции. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Ряд Лорана голоморфной функции в окрестности изолированной особой точки. Изолированные особые точки. Вычеты, теорема о вычетах. Классификация особых точек.

Вопросы к собеседованию

1. Предельная точка последовательности и множества. Замкнутые и открытые множества.
2. Критерий Коши сходимости последовательности. Предел функции. Критерий Коши существования предела функции.
3. Непрерывные функции и их свойства.
4. Числовые ряды. Виды сходимости. Признаки сходимости.
5. Формула Тейлора и ее приложения.
6. Определенный интеграл Римана; условия интегрируемости; основные свойства; формула Ньютона-Лейбница.
7. Виды сходимости функциональных рядов. Признаки равномерной сходимости.
8. Степенные ряды. Круг сходимости. Основные свойства степенных рядов.
9. Тригонометрический ряд Фурье. Полнота тригонометрической системы.
10. Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных.
11. Кратные интегралы Римана. Сведение кратных интегралов к повторным.
12. Криволинейный интеграл 1-го рода.
13. Криволинейный интеграл 2-го рода.
14. Формула Грина. Выражение площади через криволинейный интеграл.
15. Поверхностный интеграл 1-го рода.
16. Ориентация поверхностей. Поверхностный интеграл 2-го рода.
17. Теорема Гаусса-Остроградского.
18. Формула Стокса.
19. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка. Формулировка аналогичной теоремы для системы из n

уравнений. Системы однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Вид общего решения.

20. Классификация квазилинейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Постановка основных краевых задач математической физики. Корректность краевых задач.

21. Основные свойства гармонических функций.

22. Нормированные и банаховы пространства. Непрерывные линейные функционалы. Сопряженное пространство.

23. Линейные операторы. Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы.

24. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве.

25. Голоморфные функции. Условия Коши-Римана. Элементарные функции.

26. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

27. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля.

28. Ряд Лорана голоморфной функции в окрестности изолированной особой точки.

29. Изолированные особые точки. Вычеты, теорема о вычетах. Классификация особых точек.

30. Основные алгебраические структуры (группы, кольца, поля). Определения и примеры.

31. Кольцо многочленов. Разложение в произведение неприводимых многочленов.

32. Линейные пространства (размерность суммы и пересечения подпространств).

33. Линейные операторы. Канонический вид линейного оператора простой структуры.

34. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

35. Билинейные и квадратичные формы; приведение к каноническому виду.

36. Евклидовы пространства. Построение ортонормированного базиса.

37. Типы кривых 2-го порядка. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду.

38. Случайные величины и их числовые характеристики.

39. Законы больших чисел.

40. Центральная предельная теорема.

41. Случайный процесс, определение, виды случайных процессов.

42. Выборка, гистограмма, полигон.

43. Выборочная случайная величина, эмпирическая функция распределения. Выборочные характеристики, свойства.

44. Точечные оценки и их свойства. Построение оценок методом моментов.

45. Построение оценок методом максимального правдоподобия.

46. Построение доверительных интервалов.

47. Высказывания, связки, формулы. Исчисление высказываний.
48. Операции с множествами. Мощность множества. Основные формулы комбинаторики. Делимость и делители. Сравнения и классы вычетов.

Список рекомендуемой литературы

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Тт. 1, 2. М.: Физматлит, 2002.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1, 2. М.: МЦНМО, 2002.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. Лань, 2008.
4. Тихонов А.Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
5. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Лань, 2011.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009.
7. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2008.
8. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Физматлит, 2005.
10. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Физматлит, 2010.
11. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2009.
12. Кострикин А.И. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2009.
13. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Лань, 2008.
14. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2004.
15. Мальцев И. А. Дискретная математика. М.: Лань, 2011.
16. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. -2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573с.
17. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: [Электронный ресурс] учеб. пособие /Е.Н. Гусева. -5-е изд., стер. – М.: ФЛИНТА, 2011. -210с. URL:<http://www.biblioclub.ru>
18. Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Компьютерно-ориентированный курс: [Электронный ресурс] учеб. пособие для вузов /В.Н. Калинина. – М.: Дрофа, 2008. -471с. URL:<http://www.biblioclub.ru>