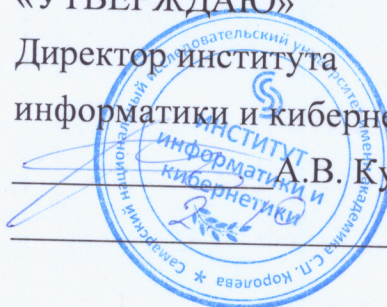


«УТВЕРЖДАЮ»

Директор института
информатики и кибернетики
А.В. Куприянов

2023 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
В МАГИСТРАТУРУ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ
01.04.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
В 2024 ГОДУ**

Раздел I: «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

«Математический анализ, линейная алгебра и численные методы»

1. Исследование функции с помощью производной. Достаточные условия локального минимума, локального максимума, а также отсутствия экстремума (в терминах 2-го дифференциала).
2. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно. Частные производные и производные по направлению. Дифференцирование сложной функции. Правила дифференцирования.
3. Первообразная и неопределенный интеграл. Правила интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Ранг и базис системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Ранг транспонированной матрицы.
5. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теорема Кронекера-Капелли (критерий совместности систем линейных уравнений). Общее и частное решения СЛАУ.
6. Операции с матрицами: определения суммы и произведения двух матриц, умножение матрицы на число. Единичная матрица и ее свойства.
7. Определение обратной матрицы. Единственность обратной матрицы. Критерий существования обратной матрицы. Алгоритмы нахождения обратной матрицы.
8. Операции над комплексными числами в алгебраической форме записи. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
9. Линейные операторы в конечномерных пространствах. Матричная запись линейных операторов. Операции над операторами и их матрицами.
10. Собственные векторы и собственные значения оператора. Метод нахождения собственных векторов и собственных значений.
11. Евклидовы пространства. Свойства нормы и скалярного произведения (неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника, теорема Пифагора). Ортогонализация базиса.

12. Обусловленность вычислительной задачи. Обусловленность матриц и СЛАУ.
13. Решение СЛАУ методом исключения Гаусса. LU – разложение.
14. Ортогональные методы решения СЛАУ. Теорема о QR – разложении.
15. Каноническая форма итерационных методов для решения СЛАУ (стационарные и нестационарные, явные и неявные методы, условие сходимости).
16. Теорема о разложении Холецкого. Алгоритм метода Холецкого, его вычислительная сложность.
17. Источники и классификация погрешностей численных методов. Абсолютная и относительная погрешности. Понятие о погрешностях машинной арифметики.
18. Вычислительные методы. Корректность вычислительных алгоритмов. Обусловленность вычислительных алгоритмов.
19. Теорема сходимости метода Ньютона. Решение нелинейных уравнений.
20. Полиномиальная интерполяция. Многочлен Лагранжа. Многочлен Чебышева. Интерполяционный многочлен Ньютона.
21. Общие квадратурные формулы приближенного вычисления интегралов.
22. Простейшие формулы численного дифференцирования. Обусловленность формул. Простейшие квадратурные формулы и их погрешности.
23. Способ Рунге Кутта построения одношаговых методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Рунге-Кутта первого- четвертого порядка точности.
24. Решение линейных граничных задач. Метод сеток. Устойчивость конечно-разностной схемы решения краевой задачи.
25. Решение интегральных уравнений. Интегральные уравнения Фредгольма.

«Дискретная математика»

26. Множества. Операции над ними (объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность).
27. Отношения. Их свойства (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, связность).
28. Булевы функции. Способы задания. Теорема о числе различных булевых функций. Булевы функции двух переменных.
29. Булевы формулы. Решение задач по теории множеств с помощью булевых функций.
30. Конечные автоматы. Автомат Мили. Автомат Мура.
31. Машина Тьюринга. Кодировка машин Тьюринга.
32. Основные понятия комбинаторики. Соединения и их виды. Бином Ньютона.
33. Предмет математической логики. Высказывание. Логические операции над высказываниями.
34. Графы. Основные понятия теории графов. Изоморфизм, связность. Деревья и их свойства. Корневые деревья и оценка их числа. Геометрическая реализация графов.

35. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в ориентированной сети. Алгоритм Беллмана – Мура.

«Теория вероятностей и математическая статистика»

36. Определение случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
37. Дискретные случайные величины и их законы распределения.
38. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятностей и ее свойства.
39. Основные числовые характеристики случайных величин. Примеры.
40. Случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства.
41. Дискретные случайные векторы и их законы распределения.
42. Непрерывные случайные векторы. Плотность вероятностей случайного вектора и ее свойства.
43. Основные числовые характеристики случайных векторов. Корреляционная матрица и ее свойства.
44. Независимость случайных величин. Условия независимости.
45. Некоррелированность случайных величин и ее связь с независимостью. Пример.
46. Понятие о законе больших чисел. Закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин.
47. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.
48. Характеристические функции случайных величин. Примеры вычисления характеристических функций для распределений (биномиальное, Пуассона, гауссовское).
49. Случайные выборки. Статистические оценки неизвестных параметров: несмещенные, эффективные, состоятельные, асимптотически нормальные.
50. Простая линейная регрессия. Метод наименьших квадратов (вывод формул для МНК оценок коэффициентов регрессионной прямой).
51. Проверка статистических гипотез. Статистические критерии. Ошибки первого и второго рода.
52. Теорема Колмогорова. Критерий согласия Колмогорова (алгоритм проверки гипотезы).
53. Критерий согласия "хи-квадрат" для простой гипотезы (алгоритм проверки гипотезы).
54. Отношение правдоподобия, Лемма Неймана-Пирсона.
55. Применение критерия Неймана - Пирсона для проверки гипотезы о параметрах гауссовского распределения (случай равных дисперсий и неравных математических ожиданий).

«Теория обработки сигналов»

56. Общие принципы цифровой обработки сигналов. Одномерные и двумерные последовательности и их классификация.

57. Дискретные ЛИС-системы. Импульсная характеристика. Свёртка. Физическая реализуемость ЛИС-систем.
58. Частотная характеристика ЛИС-системы. Спектры сигналов. Преобразование Фурье. Свойства спектров последовательностей.
59. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Обратное ДПФ. Алгоритм быстрого преобразования Фурье.
60. Соотношение между спектрами аналоговых и дискретных сигналов Теорема отсчётов (теорема Котельникова).
61. Стационарные случайные последовательности. Моментные и энергетические характеристики, свойства числовых характеристик.
62. Восстановление дискретных сигналов ЛИС системы. Постановка задачи. Модели: наблюдения, восстановления.
63. Линейная модель наблюдения. Фильтр Винера. Частные случаи фильтра Винера. Анализ среднеквадратичной погрешности восстановления.
64. Уравнение Винера-Хопфа для квазиоптимального фильтра. Оценка погрешности восстановления. Лемма об ортогональном проецировании.
65. Оптимальное восстановление. Расчёт погрешности восстановления.

Раздел II: «ИНФОРМАТИКА»

«Основы программирования»

66. Стандартные типы данных. Представление целых чисел в памяти компьютера. Целочисленные типы данных. Представление вещественных чисел в двоичной системе счисления. (на примере конкретного алгоритмического языка).
67. Понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Вычислительная сложность алгоритма и её оценка. Асимптотическая нотация для вычислительной сложности.
68. Язык программирования. Основные понятия. Составные части языка программирования.
69. Структура программы. Внутренние и внешние процедуры (функции). Элементы модульного программирования. Работа с библиотеками программ (модулей) (на примере конкретного алгоритмического языка).
70. Базовые элементы структурного программирования – операторы перехода, циклы, условные операторы, операторы выбора (на примере конкретного алгоритмического языка).
71. Массив как структура данных. Хранение массива в памяти компьютера. Объявление и инициализация массивов. Доступ к элементам массива (на примере конкретного алгоритмического языка).
72. Тип данных Указатель. Операции над указателями. Применение указателей. Арифметика указателей.
73. Хранение символов в памяти компьютера. Кодировки символов. Представление строк (на примере конкретного алгоритмического языка).

74. Ввод и вывод строк. Операции со строками: доступ к элементам, конкатенация. (на примере конкретного алгоритмического языка).
75. Двоичные и текстовые файлы. Основные процедуры для работы с файлами: открытие/закрытие, чтение/запись, перемещение указателя, анализ на исчерпание данных (на примере конкретного алгоритмического языка).
76. Статическое и динамическое распределение памяти. Управление динамически распределяемой памятью в языках высокого уровня. Указатели. (на примере конкретного алгоритмического языка)
77. Рекурсия. Рекурсивные определения, алгоритмы и функции. База рекурсии. Простая и сложная рекурсия.
78. Понятие динамических структур данных.
79. Линейные структуры данных. Список. Основные операции. Виды списков. Стек и очередь (на примере конкретного алгоритмического языка).
80. Иерархические структуры данных. Деревья. Бинарные деревья. Двоичные деревья поиска (на примере конкретного алгоритмического языка).
81. Кортежи. Списки. Словари. Множества. Срезы (на примере языка программирования Python).
82. Объектно-ориентированное программирование. Основные понятия. Описание классов. Модификаторы класса. Модификаторы доступа элементов класса.
83. Описание полей классов. Модификаторы полей. Описание методов классов. Модификаторы методов. Особенности методов, допустимые действия в методах. Конструкторы в классах.
84. Наследование, его аспекты и разновидности. Множественное наследование. Абстрактные и завершённые классы. Полиморфизм (на примере конкретного алгоритмического языка).
85. Стандартная библиотека шаблонов. Контейнеры. Итераторы.

«Разработка приложений»

86. Классификация архитектур вычислительных систем. Основные архитектуры параллельных компьютеров. Модели систем.
87. Модели параллельного программирования. Основные свойства параллельных алгоритмов. Виды декомпозиции. Виды коммуникаций.
88. Характеристика библиотеки MPI. Базовые функции MPI (минимальный набор). Библиотека MPI. Организация приёма/передачи данных между отдельными процессами.
89. Технология OpenMP. Стратегия подхода. Определение параллельной области. Распределение вычислений по потокам. Синхронизация.
90. Аппаратная архитектура GPU и модель выполнения SIMT.
91. Основы программирования с использованием CUDA.
92. Понятие распределённого приложения, причины их создания. Принципы построения распределённых систем. Основные парадигмы распределённого программирования.

93. Модели распределённых систем. Модели архитектуры распределённых систем. Тонкие клиенты.
94. Операционные системы. Определение, классификация, основные свойства систем.
95. Определение процесса. Модель процесса. Многозадачный режим работы. Категории процессов. Типы состояний процесса и переходы.
96. Потоки. Пример многопоточного сервера. Преимущества потоков. Реализация в пространстве пользователя, в пространстве ядра. Гибридный вариант.
97. Файловые системы. Требования к хранилищу информации. Структура, типы, атрибуты файлов
98. Управление памятью. Типы распределения памяти (фиксированными и динамическими разделами). Свопинг. Виртуальная память.
99. Многоядерные микропроцессоры. Графические процессоры. Способы организации мультипроцессорных ОС. Симметричные мультипроцессоры. Синхронизация мультипроцессоров.
100. Виртуализация. Требования. Гипервизор. Гипервизоры первого и второго типа. Технологии эффективной виртуализации.

Раздел III: «ПРОГРАММИРОВАНИЕ»

Реализация алгоритма на языке программирования на выбор:

101. Найти произведение кубов всех положительных элементов массива
102. Найти произведение квадратов всех отрицательных элементов массива
103. Найти произведение кубов всех отрицательных элементов массива
104. Реализация динамической структуры данных – Список (добавление элемента, удаление элемента, поиск заданного элемента).
105. Реализация динамической структуры данных – Очередь (добавление элемента, удаление элемента, поиск заданного элемента).
106. Реализация динамической структуры данных – Стек (добавление элемента, удаление элемента, поиск заданного элемента).
107. Реализация динамической структуры данных – Бинарное дерево (добавление элемента, удаление элемента, поиск заданного элемента).
108. Реализовать функцию, принимающую в качестве входного параметра строку и делающую все первые буквы после точек заглавными.
109. Реализовать функцию, принимающую в качестве входного параметра строку и подсчитывающую число слов в ней (слова разделяются одним или несколькими пробелами).
110. Реализовать функцию, выполняющую слияние двух отсортированных по возрастанию числовых векторов.