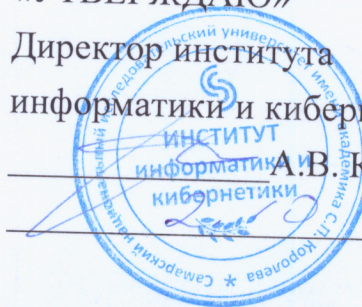


«УТВЕРЖДАЮ»

Директор института
информатики и кибернетики
А.В. Куприянов

2023 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
В МАГИСТРАТУРУ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ
03.04.01 ПРИКЛАДНЫЕ МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА
В 2024 ГОДУ**

1. Математика

1. Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши для числовой последовательности.
2. Два определения предела функции одной и нескольких переменных: с помощью окрестностей и через пределы последовательностей.
3. Свойства функций непрерывных на ограниченных замкнутых множествах в \mathbf{R}^n .
4. Производные и дифференциалы функции одной и нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Теорема Лагранжа о среднем (формула конечных приращений).
5. Исследование функции одного переменного с помощью производных: возрастание или убывание, экстремумы, выпуклость или вогнутость, точки перегиба. Асимптоты.
6. Экстремум функции многих переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
7. Определенный интеграл и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Несобственные интегралы. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости.
9. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости (Лейбница, Вейерштрасса, Дирихле, Даламбера, признаки сравнения).
10. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Пеано и в интегральной форме.
11. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).
12. Криволинейные интегралы. Формула Грина.

13. Поверхностные интегралы. Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция векторного поля.
14. Формула Стокса. Ротор векторного поля.
15. Степенные ряды в действительной и комплексной областях. Теоремы Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора.
16. Тригонометрический ряд Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость ряда Фурье.
17. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля, сходимость ряда Фурье в среднем и квадратичном.
18. Различные способы задания прямой и плоскости. Углы между прямыми и плоскостями. Формулы расстояния от точки до прямой и плоскости.
19. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола и их свойства.
20. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы алгебраических уравнений.
21. Линейное отображение в конечномерных пространствах, его матрица. Собственные векторы и собственные значения линейных преобразований, их свойства. Ортогональные преобразования.
22. Евклидово пространство. Самосопряженные преобразования, свойства их собственных векторов и собственных значений.
23. Билинейные формы. Квадратичные формы, их приведение к каноническому виду.
24. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
25. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений, определитель Вронского, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных.
26. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и системы таких уравнений. Методы их решения, использование матричных формул.
27. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы.
28. Аналитические функции комплекснозначного переменного. Условия Коши-Римана. Сопряженные гармонические функции.
29. Теорема Коши, интегральная формула Коши для аналитических функций. Разложение в ряды Тейлора.
30. Изолированные особые точки и их типы. Ряды Лорана.

31. Вычет функции в изолированной особой точке и его вычисление. Теорема о вычетах и ее применение к вычислению контурных интегралов.
32. Вероятностное пространство. Независимые события. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Полная система событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
33. Случайная величина и ее функция распределения. Совместное распределение случайных величин. Распределение суммы независимых случайных величин.
34. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, их свойства.
35. Испытания Бернулли. Неравенство Чебышева и закон больших чисел.
36. Предельная теорема Пуассона и Муавра-Лапласа для испытаний Бернулли.

2. Физика

37. Законы Ньютона. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.
38. Принципы относительности Галилея и Эйнштейна. Инвариантность интервала между событиями.
39. Преобразование Лоренца. Относительность электрического и магнитного полей.
40. Законы сохранения энергии и импульса. Упругие и неупругие столкновения.
41. Уравнение движения материальной точки в релятивистской механике. Импульс и энергия материальной точки.
42. Закон всемирного тяготения и законы Кеплера. Движение тел в поле тяготения.
43. Закон сохранения момента импульса. Уравнение моментов. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.
44. Течение идеальной жидкости. Уравнение непрерывности. Уравнение Бернулли.
45. Вязкое движение жидкости. Формула Пуазейля. Число Рейнольдса, его физический смысл.
46. Упругие деформации. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Энергия упругой деформации.
47. Уравнение состояния идеального газа. Его интерпретация на основе молекулярно-кинетической теории. Уравнение Ван-дер-Ваальса.
48. Квазистатические процессы. Первое начало термодинамики. Теплота, работа и внутренняя энергия.
49. Второе начало термодинамики. Цикл Карно. Энтропия. Закон возрастания энтропии.
50. Статистический смысл энтропии. Энтропия идеального газа. Флуктуации.
51. Термодинамические потенциалы. Условие равновесия систем.
52. Распределения Максвелла и Больцмана.

53. Фазовые переходы. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Диаграммы состояний.
54. Явления переноса: диффузия, теплопроводность, вязкость. Коэффициенты переноса в газах.
55. Закон Кулона. Теорема Гаусса. Теорема о циркуляции для электростатического поля. Потенциал. Уравнение Пуассона.
56. Электростатическое поле в веществе. Вектор поляризации, электрическая индукция. Граничные условия.
57. Магнитное поле постоянных токов в вакууме. Основные уравнения магнитостатики в вакууме. Закон Био-Савара. Силы Ампера и Лоренца.
58. Магнитное поле в веществе. Основные уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия.
59. Электромагнитная индукция в движущихся и неподвижных проводниках. Э.Д.С. индукции. Само- и взаимоиנדукция.
60. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.
61. Закон сохранения энергии для электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля.
62. Электромагнитные волны. Волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца.
63. Интерференция волн. Временная и пространственная когерентность. Соотношение неопределенностей.
64. Принцип Гюйгенса-Френеля. Число Френеля, его физический смысл. Дифракция Френеля и Фраунгофера. Границы применимости геометрической оптики.
65. Дифракционный предел разрешения оптических и спектральных приборов. Критерий Рэля.
66. Поляризация света. Угол Брюстера. Оптические явления в одноосных кристаллах.
67. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа-Брэгга. Показатель преломления для рентгеновских лучей.
68. Квантовая природа света. Внешний фотоэффект. Уравнение Эйнштейна. Эффект Комптона.
69. Корпускулярно-волновой дуализм. Волны де Бройля. Опыты по дифракции электронов.
70. Волновая функция, ее смысл. Средние значения. Соотношение неопределенностей. Уравнение Шредингера.
71. Постулаты и принцип соответствия Бора. Энергетический спектр водородоподобных атомов. Радиус Бора.
72. Туннелирование частицы сквозь прямоугольный потенциальный барьер. Качественная теория альфа-распада.

73. Опыты Штерна и Герлаха. Спин электрона, орбитальный и спиновый магнитный момент электрона.
74. Бозоны и фермионы. Принцип Паули. Периодическая система элементов Менделеева.
75. Атом в магнитном поле. Эффект Зеемана.
76. Фотонный газ. Основные законы равновесного излучения.
77. Гармонический осциллятор. Примеры. Свободные колебания. Параметры колебаний.
78. Нелинейные колебания. Метод Линштедта–Пуанкаре. Метод фазовой плоскости.
79. Нелинейный осциллятор с диссипацией. Генератор Ван дер Поля. Автоколебания.
80. Точечные отображения. Диаграмма Ламерея.
81. Вынужденные колебания гармонического осциллятора. Гармоническая внешняя сила. Резонанс. Резонансные кривые.
82. Уравнение Матье. Параметрический резонанс.
83. Медленное изменение параметров ($\Omega \ll \omega_0$). Адиабатический инвариант. Быстроосциллирующие поля ($\Omega \gg \omega_0$).
84. Связанные колебания в консервативных системах с 2-мя степенями свободы.
85. Уравнение Клейна-Гордона. Группы волн. Дисперсия. Фазовая и групповая скорости. Энергия волны.
86. Стоячие акустические волны в прямоугольном резонаторе.
87. Слабые ударные волны. Уравнение Бюргерса.
88. Фазовая автоволна переключения. Триггерная автоволна переключения.