

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЁВА»**



**УТВЕРЖДАЮ:**

Первый проректор – проректор  
по научно-исследовательской работе  
Прокофьев А.Б.

**Программа вступительного испытания в аспирантуру  
по специальной дисциплине**

- Группа научных специальностей 1.1 Математика и механика:
- 1.1.1 Вещественный комплексный и функциональный анализ;
  - 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика;
  - 1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика;
  - 1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин;
  - 1.1.8 Механика деформируемого твердого тела;
  - 1.1.9 Механика жидкости, газа и плазмы.

Программа вступительного испытания в аспирантуру специальной дисциплине разработана в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования уровней специалист, магистр.

Разработчики программы:

Асташкин С.В., заведующий кафедрой функционального анализа и теории функций, доктор физико-математических наук, профессор.

Соболев В.А., профессор кафедры дифференциальных уравнений и теории управления, доктор физико-математических наук, профессор.


Панов А.Н., заведующий кафедрой алгебры и геометрии, доктор физико-математических наук, профессор.

Макарьянц Г.М., профессор кафедры автоматических систем энергетических установок, доктор технических наук, доцент.

Степанова Л.В., заведующая кафедрой математического моделирования в механике, доктор физико-математических наук, доцент.

Завершинский И. П., заведующий кафедрой физики, доктор физико-математических наук, профессор.

Директор естественнонаучного института  
д.ф.-м.н., профессор

 И.П. Завершинский

Директор института двигателей  
и энергетических установок  
д.т.н., профессор

 В.Г. Смелов

## Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине «Вещественный комплексный и функциональный анализ»

1. Понятие числа. Рациональные, иррациональные и действительные числа. Точная верхняя и нижняя грань ограниченного числового множества. Предельные точки числового множества.

2. Числовые последовательности. Понятие предела числовой последовательности. Критерии и признаки сходимости числовой последовательности. Сравнение бесконечно малых последовательностей. Замечательные пределы.

3. Числовые ряды. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости числовых рядов: признак Даламбера, признак Коши, признак Абеля--Дирихле, признак Раабе, признак Гаусса. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда. Умножение рядов. Повторные ряды. Суммирование повторных рядов.

4. Понятие функции. Предел функции. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Равномерно непрерывные функции.

5. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Высшие производные и дифференциалы.

6. Формула Тейлора. Различные формы остаточного члена: форма Пеано, форма Лагранжа, форма Шлемильха и Роша.

7. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

8. Интеграл Римана. Основные теоремы интегрального исчисления. Первообразная функции и ее неопределенный интеграл. Формула Ньютона--Лейбница. Техника неопределенного интегрирования. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Гамма-функция и бета--функция Эйлера. Формула Стирлинга.

9. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Дифференцирование и интегрирование равномерно сходящихся рядов.

10. Кривая, касательная и нормаль к кривой. Кривизна и кручение кривой. Криволинейные интегралы.

11. Кратные интегралы на плоскости и в пространстве. Вычисление кратных интегралов. Замена переменных в кратном интеграле.

12. Поверхность в трехмерном пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Главные кривизны к поверхности. Гауссова кривизна поверхности.

13. Поверхностные интегралы. Вычисление поверхностных интегралов.

14. Теорема Гаусса--Остроградского.

15. Теорема Стокса.

16. Несобственные кратные интегралы. Признаки сходимости.

17. Аппроксимации в функциональных пространствах. Ортогональные системы функций. Метод ортогонализации Шмидта. Полные системы. Понятие о рядах Фурье. Вычисление коэффициентов Фурье. Равенство Парсеваля--Стеклова. Неравенство Бесселя.

18. Сходимость ряда Фурье в точке и на множестве. Основные признаки сходимости ряда Фурье. Обобщенное суммирование рядов Фурье.

19. Порядок убывания коэффициентов Фурье и гладкость функции.

20. Интеграл Фурье. Интегральное преобразование Фурье и его обращение.

21. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств.

22. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип Бэра-Хаусдорфа.

23. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Интеграл Лебега и его свойства. Сходимость по мере и почти всюду. Предельный переход под знаком интеграла.

24. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стилтеса.

25. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
26. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Банаха об открытом отображении и обратном операторе, принцип равномерной ограниченности, теорема Хана-Банаха).
27. Ограниченные линейные функционалы и операторы, сопряженные пространства.
28. Самосопряженные, компактные операторы, проекторы.
29. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
29. Спектр и резольвента линейного оператора в нормированном пространстве.
30. Преобразование Фурье в пространствах  $L_1$  и  $L_2$ . Теорема Планшереля.
32. Определение и примеры банаховых идеальных пространств (БИП) и примеры.
33. Двойственность. Интегральное представление функционалов. Критерий рефлексивности БИП.
34. Пространства  $L_p(T, \Sigma, \mu)$  ( $1 \leq p < \infty$ ).
35. Симметричные пространства (СП). Равноизмеримые функции. Перестановка измеримой функции. Индексы растяжения функций. Вогнутые функции на полуоси
36. Определение и примеры СП: пространства Орлича, Лоренца, Марцинкевича. Основные свойства СП на отрезке и полуоси. Двойственность.
37. Теоремы вложения СП. Полугруппа операторов, ограниченных в пространствах  $L_1$  и  $L_\infty$ . Оператор Харди - Литтльвуда и его сопряженный.
38. Оператор растяжения и индексы Бойда.
39. Независимые функции. Система Радемахера и неравенство Хинчина.
40. Полные и минимальные системы в банаховом пространстве. Базисы и их примеры. Критерий базисности.
41. Безусловные базисы в банаховом пространстве. Критерий безусловной базиса.
42. Функция Лебега функциональной системы. Функция Лебега для тригонометрической системы.
43. Интерполяция операторов. Интерполяционная теорема Рисса-Торина и ее приложения.
44. Операторы слабого типа. Интерполяционная теорема Марцинкевича.
45. Элементы гармонического анализа. Обобщенные функции или распределения на единичной окружности  $T$ .
46. Свертка обобщенных функций и ее свойства.
47. Общий вид операторов, инвариантных относительно сдвига. Собственные векторы и собственные числа операторов, инвариантных относительно сдвига.
48. Свертка и корреляционная функция на вещественной прямой. Преобразование Фурье и свертка.
49. Формула суммирования Пуассона.
50. Преобразование Фурье обобщенных функций.
51. Кратномасштабный анализ. Вейвлеты (всплески) Хаара.

### Основная литература

1. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. 2-е изд. Москва-Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая механика", 2011.
2. Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1,2. 2-е изд. РХД, Москва-Ижевск, 2006.
3. Дьяченко М. И., Ульянов П. Л. Мера и интеграл. – М.: «Факториал Пресс», 2002.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981
5. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: ДРОФА, 2004.
6. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. – М.: МЦНМО, 2004.

## Дополнительная литература

1. Асташкин С.В. Система Радемахера в функциональных пространствах. – М., Физматлит, 2017.
2. Берг Й., Лефстрем Й. Интерполяционные пространства. Введение. – М.: Мир, 1980.
3. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ –М.: Наука, 1984.
4. Кашин Б.С., Саакян А.А. Ортогональные ряды. – М.: АФЦ, 1999.
5. Крейн С.Г., Петунин Ю.И., Семенов Е.М. Интерполяция линейных операторов. – М.: Наука, 1978.
6. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении. Т. 2. – М.: Мир, 1985.
7. Lindenstrauss J., Tzafriri L. Classical Banach Spaces II, Berlin, Springer-Verlag, 1979.

**Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине  
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»**

**Перечень вопросов общей части**

1. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
2. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
3. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
4. Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронеккера-Капелли.
5. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.
6. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения.
7. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
8. Зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров. Продолжимость решения.
9. Общая теория линейных уравнений (существование решения, фундаментальная система решений, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации произвольных постоянных).
10. Общая теория линейных систем (существование решения, фундаментальная матрица, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации произвольных постоянных).
11. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению. Устойчивость многочленов.
12. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции.
13. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.
14. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.
15. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

**Перечень вопросов специальной части**

1. Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.
2. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману.
3. Тригонометрические ряды Фурье, их сходимость.
4. Преобразование Фурье в пространствах  $L_1$  и  $L_2$ . Теорема Планшереля.
5. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура фундаментальной матрицы.
8. Линейные системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Теорема Флоке. Мультипликаторы и характеристические показатели. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами.
9. Метод малого параметра.

10. Метод функции Ляпунова.
11. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация.
12. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения.
13. Постановка основных начально-краевых задач для уравнения теплопроводности.
14. Постановка основных начально-краевых задач для уравнения Лапласа.

### **Основная литература**

1. Александров, П.С. Лекции по аналитической геометрии - М.: Наука, 1985.
2. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения - Ижевск РХД, 2000.
3. Владимиров В. С., Жаринов, В.В. Уравнения математической физики - М.: Физматлит, 2003.
4. Ильин, А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие / А.М. Ильин. - Москва: Физматлит, 2009. - 192 с.
5. Колмогоров, А. Н., Фомин, С.В. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
6. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. - М: Высшая школа, 1985.
7. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры - М: Лань, 2007.
8. Мальцев, А. И. Основы линейной алгебры - М: Лань, 2009.
9. Маркушевич, А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М: Наука, 1978.
10. Никольский, С. М. Курс математического анализа. В 2 т. - М.: Физматлит, 2001.
11. Петровский, И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям - М.: Наука, 1984.
12. Петровский, И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными - М.: Наука, 1970.
13. Понтрягин, Л. С Обыкновенные дифференциальные уравнения - М.: Наука, 1974.
14. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного - М.: Лань, 2009.
15. Рашевский, П. К. Дифференциальная геометрия - М.: URSS, 2008.
16. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики: учебник / К.Б. Сабитов. - Москва: Физматлит, 2013. - 352 с.

### **Дополнительная литература**

1. Колмогоров А.Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Физматлит, 2006.
2. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В 2 т. - М.: Наука, 1978.
3. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях - М.: Мир, 1997.

**Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине  
«Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика»**

1. Линейные пространства и подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Теорема о ранге матрицы и следствия из нее. Методы вычисления ранга матрицы.
3. Обратная матрица. Критерий существования и единственность.
4. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции вещественных квадратичных форм.
5. Линейные операторы в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
6. Минимальный многочлен матрицы.
7. Матричная экспонента и ее свойства.
8. Неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры многочленов.
9. Тензорное произведение линейных пространств. Базис и размерность.
10. Внешняя степень линейного пространства. Базис и размерность.
11. Основная теорема теории симметрических многочленов.
12. Понятие дискриминант многочлена и формула для вычисления.
13. Понятие результата двух многочленов и формула для вычисления.
14. Кольца и поля. Конструкция факторкольца по идеалу. Кольца и поля вычетов.
15. Группа. Подгруппа. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.
16. . Классы сопряженных элементов. Центр и коммутант группы. Разрешимые группы.
17. Задание групп образующими элементами и определяющими соотношениями. Образующие элементы симметрической группы.
18. Представления групп. Лемма Шура. Теорема Машке.
19. Характеры представлений конечных групп. Определяемость представления своим характером. Таблица неприводимых характеров.
20. Конечно порожденные модули над кольцом главных идеалов. Приложения к конечно порожденным абелевым группам и теории жордановой нормальной формы матрицы.
21. Поля алгебраических чисел.
22. Конечные поля.
23. Нетеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе.
24. Алгоритм Евклида. Теорема о разложении целых чисел в произведение простых сомножителей.
25. Сравнения и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.
26. Решение сравнений первой степени.
27. Сравнения второй степени. Квадратичный закон взаимности.
28. Первообразные корни и индексы.
29. Теорема о структуре простых расширений полей.
30. Конечные расширения. Теорема о мультипликативности степени. Алгебраичность конечного расширения.
31. Нормальные расширения. Теорема о нормальности поля разложения многочлена.
32. Сепарабельные и несепарабельные расширения полей. Теорема о примитивном элементе.
33. Группа Галуа. Основная теорема теории Галуа.
34. Неразрешимость алгебраического уравнения степени больше или равного пяти в радикалах.
35. Понятие алгебры Ли. Подалгебры Ли. Идеалы в алгебрах Ли. Примеры матричных алгебр Ли
36. Понятие группы Ли. Касательная алгебра к группе Ли. Примеры (полная матричная группа Ли, ортогональная группа Ли, симплектическая группа Ли).
37. Соответствие между подгруппами Ли (соответственно нормальными делителями) и подалгебрами Ли (соответственно идеалами в алгебре Ли).



38. Соответствие между гомоморфизмами групп и алгебр Ли.
39. Теорема о классификации групп Ли с заданной алгеброй Ли. Классификация групп Ли малой размерности.
40. Экспоненциальное отображение на алгебре Ли.

### **Основная литература**

1. Кострикин А.И., Введение в алгебру. В трёх книгах. М.: Физматлит, 2004.
2. Винберг Э.Б., Курс алгебры. М.: Факториал Пресс, 2002.
3. Виноградов И.М., Основы теории чисел, Лань, 2003.

### **Дополнительная литература**

1. Курош А.Г., Курс высшей алгебры, Лань, 2022
2. Ленг С., Алгебра, Мир, 1968
3. Хамфрис Дж., Введение в теорию алгебр Ли и их представлений, М., МЦНМО, 2003
4. Фаддеев Д.К., Лекции по алгебре, Лань, 2007.
5. Манин Ю.И., Панчишкин А.А., Введение в теорию чисел, Итоги науки и техники, Серия «Соврем. проблемы математики. Фундаментальные направления», 1990, том. 49.

## Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине «Теоретическая механика, динамика машин»

### Теоретическая механика

1. Принцип Даламбера-Лагранжа для механической системы, стесненной идеальными связями. Общее уравнение динамики. Основные теоремы динамики для абсолютного и относительного движения, вытекающие из принципа Даламбера-Лагранжа. Первые интегралы уравнений движения. Обобщение интеграла площадей.

2. Голономные системы. Уравнения Лагранжа для абсолютного и относительного движения. Их первые интегралы. Определение реакций с помощью уравнений Лагранжа, Уравнения Рауса, Канонические уравнения Гамильтона.

3. Принцип наименьшего принуждения Гаусса. Принцип наименьшей кривизны Герца. Видоизменение принципа Гаусса Четаевым. Принцип Гамильтона. Кинетические фокусы. Принцип наименьшего действия в формах Лагранжа и Якоби.

4. Неголономные системы. Возможные перемещения в случае неголономных связей. Уравнения движения в форме Рауса, Аппеля, Чаплыгина. Теорема о приводящем множителе. Движение тел по абсолютно шероховатой плоскости.

5. Динамика твердого тела. Постановка задачи о движении тяжелого твердого тела. Первые интегралы. Случай Эйлера-Пуансо. Лагранжа-Пуассона, Ковалевской. Частные случаи интегрируемости Гесса, Бобылева-Стеклова. Регулярные прецессии. Перманентные вращения и их устойчивость.

6. Задача двух тел, ее решение. Уравнение Кеплера. Элементы эллиптического движения. Задача трех тел и ее первые интегралы. Ограниченная круговая задача трех тел. Точки либрации и их устойчивость. Дифференциальные уравнения возмущенного движения в оскулирующих элементах.

7. Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Два метода исследования устойчивости. Теоремы второго метода Ляпунова; теоремы об устойчивости и асимптотической устойчивости, теорема Четаева о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению, Теорема Гурвица. Понятие о критических случаях. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обращение. Устойчивость гамильтоновых систем. Характеристические показатели гамильтоновых систем.

8. Колебания механической системы около положения равновесия. Нормальные координаты. Влияние на устойчивость гироскопических и диссипативных сил (теоремы Кельвина-Четаева). Влияние новой связи на периоды колебаний. Вынужденные колебания. Резонанс. Параметрический резонанс. Автоколебания. Метод фазовой плоскости. Понятие о предельном цикле. Метод малого параметра Пуанкаре. Метод усреднения. Теорема об обосновании метода усреднения.

9. Понятие об управляемых движениях. Принцип максимума Понтрягина и его применение для различных задач оптимального управления. Линейные управляемые системы. Принцип максимума и вариационное исчисление. Понятие о методе динамического программирования Беллмана. Связь принципа максимума с методом Беллмана. Проблема оптимальной стабилизации управляемых движений. Теорема Н. Н. Красовского.

10. Движение систем с переменной массой. Общая постановка задачи. Законы расхода массы и их физическая интерпретация. Уравнение Мещерского. Движение ракеты вне поля сил и формула Циолковского. Движение ракеты в поле сил тяжести.

11. Движение механических систем с упругими и упруго присоединенными элементами. Собственные формы и частоты колебаний. Приведенные массы, силы и моменты. Уравнения движения механических систем с учетом действия упругих элементов. Примеры систем с упругими элементами, используемыми в ракетно-космической технике и подходы к моделированию их движения.

12. Задачи синтеза механических систем с заданными свойствами. Параметрический синтез. Многокритериальная оптимизация. Многокритериальная оптимизация и параметрический синтез при проектировании ракетно-космической техники.

## Динамика и усталость материалов

1. Тензоры напряжений и деформаций. Уравнения равновесия. Определение перемещений по деформациям. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Полная система уравнений теории упругости. Постановка основных задач теории упругости. Прямой, обратный и полуобратный методы решения задач теории упругости. Принцип Сен-Венана. Вариационные принципы теории упругости. Принцип Лагранжа. Теорема Клайперона. Теорема Бетти. Принцип Кастильяно. Основные задачи теории упругости. Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Функция напряжений.

2. Геометрические характеристики плоских сечений, статические моменты инерции, моменты инерции, положение центра тяжести, графическое представление моментов инерции. Напряжения и деформации при растяжении-сжатии, расчеты на прочность, понятие о концентрации напряжений, механические характеристики материалов, влияние различных факторов на механические характеристики материалов. Критерии прочности. Чистый сдвиг, условия прочности и жесткости, кручение стержней некруглого поперечного сечения, кручение тонкостенных стержней. Изгиб, нормальные и касательные напряжения при изгибе, расчет на прочность при изгибе, концентрация напряжений при изгибе. Общие теоремы об упругих системах, общая формула для определения перемещений, метод Мора, способ Верещагина, свободные гармонические колебания упругой системы с одной степенью свободы, вынужденные колебания упругих систем, рассеяние энергии при колебаниях и их учет в вынужденных колебаниях. Сопротивление материалов действию повторно-переменных напряжений, явление усталости материалов, методы определения предела выносливости, диаграмма усталости, влияние конструктивно-технологических факторов на предел выносливости, расчет на прочность при повторно-переменных напряжениях, малоцикловая усталость материалов.

3. Допущения классической теории пластин и оболочек и связанная с ними погрешность. Основные уравнения изгиба пластин. Граничные условия. Изгиб пластин, имеющих в плане форму прямоугольника, круга, кругового кольца.

4. Криволинейные координаты на срединной поверхности оболочки. Уравнения теории упругих оболочек. Внутренние усилия и моменты. Соотношения упругости. Потенциальная энергия деформации. Граничные условия.

5. Безмоментная теория оболочек. Область применения. Осесимметричный изгиб оболочек вращения. Асимптотическое интегрирование уравнений. Теория цилиндрических оболочек. Интегрирование уравнений в одианарных и двойных рядах. Уравнения теории пологих оболочек и область их применения.

6. Модели упруго-пластического тела. Критерии текучести. Поверхность текучести. Ассоциированный закон течения. Теория течения в случае изотропного и анизотропного упрочнения. Деформационная теория. Сравнение теорий пластичности.

7. Постановка задач в теории упруго-пластического материала без упрочнения. Остаточные напряжения. Предельное состояние и предельная нагрузка. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки. Приспособляемость. Простейшие задачи теории пластичности.

8. Гипотезы старения, упрочнения и наследственности в теории ползучести. Постановка и методы решения задач теории ползучести. Установившаяся ползучесть при изгибе. Ползучесть вращающихся дисков.

9. Теория линейной вязкоупругости. Математическое описание вязкоупругих свойств полимеров. Дифференциальная и интегральная формы соотношений между напряжениями и деформациями. Вязкоупругие функции, связь между ними. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Принцип соответствия Вольтерра.

10. Теория квазихрупкого разрушения. Напряжения вблизи трещины в упругом теле. Энергетический и силовой подходы к механике разрушения. Условия устойчивости трещин. Критический коэффициент интенсивности напряжений. Учет пластических деформаций в конце трещины. Влияние температуры на сопротивление хрупкому разрушению. Закономерности роста усталостных трещин. Понятие о коррозионной усталости и коррозионном растрескивании.

11. Задачи статистической динамики. Линейные системы и методы их анализа. Прохождение стационарного случайного процесса через стационарную линейную систему. Понятие о нелинейных задачах статистической динамики. Случайные колебания в линейных и нелинейных системах.

12. Проблема надежности и ресурса в машиностроении. Основные понятия теории надежности. Надежность составных систем. Резервирование. Оценки для вероятности редких выбросов и для функции надежности. Правило суммирования повреждений и его применение для оценки показателей надежности и ресурса. Применение теории случайных функций к расчету показателей надежности и долговечности машин, приборов и аппаратуры.

13. Численные методы решения задач динамики и прочности. Разностные методы. Численная реализация вариационных методов. Метод конечных элементов. Метод граничных элементов. Интегрирование уравнений динамики на ЭВМ. Вычислительный эксперимент в задачах динамики и прочности. Статистическое моделирование на ЭВМ как средство оценки показателей надежности и ресурса. Применение ЭВМ для решения оптимизационных задач. Понятие о системах автоматизированного проектирования.

14. Назначение и основные типы механических испытаний. Испытательные машины и установки. Метод тензометрии. Поляризационно-оптический метод. Применение фотоупругих и лаковых покрытий.

15. Виброметрические измерения. Типы измерительных устройств и датчиков для измерения динамических процессов. Обработка результатов вибрационных и динамических испытаний. Спектральный анализ виброграмм.

### **Динамика гидро- и пневмосистем**

1. Свойства и характеристики рабочих сред. Модули объёмной упругости газов. Модули объёмной упругости жидкостей. Влияние на модуль объёмной упругости жидкости присутствия нерастворённого воздуха.

2. Неустановившееся движение рабочих сред. Гидромеханические задачи динамики гидро- и пневмосистем. Границы устойчивости ламинарного неустановившегося движения рабочих сред. Замкнутая система уравнений неустановившегося движения рабочей среды. Линеаризованные уравнения неустановившегося движения рабочей среды в трубе. Передаточная функция касательного напряжения на стенке трубы при неустановившемся ламинарном движении. Касательные напряжения на стенке и распределение местных скоростей при колебаниях ламинарного потока в трубе. Гидравлическое сопротивление трубы при ламинарном неустановившемся движении среды. Приближённая модель турбулентного неустановившегося потока в трубе. Неустановившееся движение рабочих сред в щелях и на участках труб с местными сопротивлениями.

3. Динамические характеристики гидравлических и пневматических линий. Простые и однородные линии. Переходные процессы в линии с сосредоточенными параметрами при ламинарном движении среды. Переходные процессы в линии с сосредоточенными параметрами при турбулентном движении среды. Передаточная функция и частотные характеристики простой линии с сосредоточенными параметрами. Коэффициент распространения и волновое сопротивление. Передаточные функции и частотные характеристики линии с распределёнными параметрами при согласованной нагрузке. Частотные характеристики линии с распределёнными параметрами при несогласованной нагрузке. Переходные процессы в линии с распределёнными параметрами при согласованной нагрузке. Переходные процессы в линии с распределёнными параметрами при несогласованной нагрузке. Влияние нестационарного распределения температур в потоке на динамические характеристики линии.

4. Местные гидравлические сопротивления. Внезапное расширение русла. Постепенное расширение русла. Сужение русла. Поворот русла. Местные сопротивления при ламинарном течении.

5. Неустановившееся движение жидкости в трубах. Неустановившееся движение жидкости в жёстких трубах. Гидравлический удар.

6. Взаимодействие потока с ограничивающими его стенками. Силы действия потока на стенки канала. Сила действия струи на стенку.

7. Принципы построения и возможные структуры гасителей колебаний рабочей среды. Методы устранения колебаний рабочей среды в гидравлических цепях.

8. Динамические характеристики гидравлических цепей и гасителей колебаний. Частотные характеристики цилиндрического трубопровода. Частотные характеристики элементов с сосредоточенными параметрами. Применение электрических аналогий к расчёту гасителей колебаний. Расчёт характеристик гасителей колебаний. Математические модели краевых условий.

9. Эффективность действия гасителей колебаний. Критерии и методы оценки эффективности действия гасителей колебаний. Эффективность действия гасителей на входном участке. Место расположения реактивных гасителей в трубопроводной цепи. Эффективность действия гасителей на выходном участке. Сравнение методов оценки эффективности действия гасителей на выходном участке. Эффективность действия гасителей с активным волновым сопротивлением. Эффективность действия резонансных контуров. Эффективность действия резонансных контуров при полигармоническом законе колебаний жидкости.

### Основная литература

1. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики [Текст]: [учеб. для вузов по техн. специальностям]. - М.: КНОРУС, 2011. - 603 с.

2. Васько, Н. Г. Теоретическая механика [Текст]: [учеб. для вузов]. - Ростов н/Д.: Феникс, 2012. - 302 с.

3. Липовцев, Юрий Васильевич. Прикладная теория упругости [Текст] : [учеб. пособие] / Ю. В. Липовцев, М. Ю. Русин. - М. : Дрофа, 2008. 320 с. - 60 экз.

4. Голушко, Сергей Кузьмич. Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения [Текст] / С. К. Голушко, Ю. В. Немировский. - М. : Физматлит, 2008. - 430 с. - 3 экз.

5. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Текст] / В.И. Феодосьев - М.: Изд-во МГТУ, 2007. - 591 с. 443 экз.

6. Александров, А.В. Сопротивление материалов [Текст] / А.в. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин - М.: Высш. шк., 2007. - 560 с. 31 экз.

7. Сопротивление материалов: пособие по решению задач [Текст] / И.Н. Миролубов, Ф.З. Алмаметов, Н.А. Курицин и др. - СПб.: Лань, 2007. 508 с. 3 экз.

8. Сопротивление материалов в вопросах-ответах и сборник задач для самостоятельной работы с примерами их решения [Текст] / А.Г. Схиртладзе, В.В. Волков, В.С. Николаев. – Старый Оскол: ТНТ, 2014. – 324 с. – ISBN 978-5-94178-422-6. Б-ц – 95 экз.

9. Гидромеханика : учеб. пособие / Попов Д. Н., Панайотти С. С., Рябинин М. В. ; ред. Попов Д. Н.; МГТУ им. Н. Э. Баумана. - 3-е изд., испр. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. - 317 с.

10. Динамика и прочность трубопроводных систем с пульсирующим потоком жидкости / Прокофьев А.Б., Шахматов Е.В., Миронова Т. Б.; Москва: Машиностроение, 2014. 165с.

11. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы: учебник для машиностроительных вузов / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М.: «Издательский дом Альянс», 2010. – 423 с.

### Дополнительная литература

1. Бухгольц, Н.Н. Основной курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие / Н. Н. Бухгольц. - 10-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. Ч. 1 : Кинематика, статика, динамика материальной точки. - 2009. - 467 с.

2. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие / Н. Н. Бухгольц. - 7-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. Ч. 2 : Динамика системы материальных точек. - 2009. - 332 с.

3. Журавлев, В.Ф. Основы теоретической механики [Текст] : [учеб. для вузов в обл. прикладных математики и физики] / В. Ф. Журавлев ; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). - Изд. 3-е, перераб. - М. : Физматлит, 2008. - 304 с.
4. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре [Текст] : учебник / А. Г. Курош. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2007. - 555 с.
5. Асланов, В. С. Пространственное движение тела при спуске в атмосфере [Текст] / В. С. Асланов. - М. : Физматлит, 2004. - 160 с.
6. Асланов, В.С. Динамика системы соосных тел [Текст] : [учеб. пособие для вузов по направлениям и специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика", "Механика"] / В. С. Асланов, А. В. Дорошин ; Федер. агентство по образованию, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Самара : Изд-во СГАУ, 2008. - 77 с.
7. Асланов, В.С. Элементы аналитической механики, примеры и приложения [Текст] : [учеб. пособие для вузов по направлениям и специальностям: "Математика", "Прикладная математика и информатика", "Механика"] / В. С. Асланов, А. С. Ледков ; Федер. агентство по образованию, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева. - Самара : Изд-во СГАУ, 2008. - 108 с.
8. Асланов, В.С. Нелинейная динамика и математическое моделирование пространственного движения космических аппаратов [Электронный ресурс] : разработ. вычисл. практикума / В. С. Асланов, А. В. Дорошин ; Федер. агентство по образованию, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева, Нац. исслед. ун-т. - Электрон. текстовые дан. - Самара : [б. и.], 2009. - 1 эл. опт. диск (CD-RW). - (Программа развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева" на 2009-2018 годы).
9. Асланов, В.С. Нелинейная динамика [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / В. С. Асланов, А. С. Ледков ; М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые дан. - Самара : [б. и.], 2010. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (УМКД. Нелинейная динамика). - Загл. с контейнера. - 0.00 Параллельные издания: Электронный аналог : Асланов В. С. Нелинейная динамика : электрон. учеб. пособие / В. С. Асланов, А. С. Ледков. - Самара, 2010.
10. Асланов, В.С. Динамика систем твердых тел переменной структуры [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / В. С. Асланов, В. В. Юдинцев ; М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые дан. - Самара : [б. и.], 2010.
11. Асланов, В.С. Концепции математического моделирования механических систем и процессов [Электронный ресурс] : электрон. метод. рекомендации к практ. занятиям / В. С. Асланов, А. В. Алексеев ; М-во образования и науки РФ, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые дан. - Самара : [б. и.], 2010. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - (УМКД. Концепции математического моделирования механических систем и процессов). - Загл. с контейнера. - 0.00
12. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972.
13. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984 г.
14. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1979.
15. Вибрации в технике. Справочник. М.: Машиностроение. Т.1. Колебания линейных систем, 1978. Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов, 1980. Т.5. Измерения и испытания, 1981. т.6, Защита от вибраций и ударов, 1981.
16. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в технике.- М.: Высшая школа. 1985.- 391 с.
17. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. М.: Машиностроение, 1985.
18. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.[Судостроение, 1962.
19. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
20. Соппротивление материалов / Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитко и др - Киев: Вища школа, 1986.- 775 с.

21. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.- М.: МГТУ им. Баумана, 2001.-512 с.
22. Гафаров Р.Х., Жернаков В.С. Что нужно знать о сопротивлении материалов. - М.: Машиностроение, 2001. - 276 с.
23. Кочетов в.т., Кочетов М.В.. Павленко А.Д. Сопротивление материалов. - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. - 544 с.
24. Строительная механика летательных аппаратов jИ. Ф. Образцов, Л.А.
25. Бульчѐв и др.; под ред. И.Ф. Образцова. -М: Машиностроение, 1986. -535 с.
26. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. - М.: Высшая школа, 1985. - 392 с.
27. Бояршинов С. В. Основы строительной механики машин. - М.: Машиностроение, 1973,-456 с.
28. Каи С.Н., Пановко Я.Г. Элементы строительной механики тонкостенных конструкций. - М.: Оборонгиз, 1952. -163 с.
29. Механика гидро- и пневмоприводов : учебник для вузов / Попов Д. Н. - 2-е изд., стер. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. - 319 с..
30. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем / Попов Д. Н. - 2-е изд., - М. : Изд-во Машиностроение, 1987. - 464 с.
31. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах / Шорин В.П. – М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.

## Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине «Механика деформируемого твердого тела»

1. Матрицы и определители. Алгебраические операции над матрицами. Ранг матрицы и его вычисление. Обратная матрица. Основные свойства определителей. Алгебраические дополнения и миноры. Линейные системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Формулы Крамера.

2. Определение линейного векторного пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Размерность и базис векторного пространства. Операторы в линейных пространствах. Сумма и произведение линейных операторов. Представление линейного оператора матрицей. Преобразование матрицы линейного оператора матрицей. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Обратный оператор и его матрица.

3. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.

4. Понятие числа. Рациональные, иррациональные и действительные числа. Точная верхняя и точная нижняя грань ограниченного числового множества. Предельные точки числового множества. Числовые последовательности. Понятие предела числовой последовательности. Критерий и признаки сходимости числовой последовательности. Сравнение бесконечно малых последовательностей. Замечательные пределы. Числовые ряды. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов.

5. Понятие функции. Предел функции. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Формула Тейлора. Степенные ряды.

6. Основные теоремы интегрального исчисления. Первообразная функции и ее неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Техника неопределенного интегрирования. Криволинейные интегралы. Кратные интегралы на плоскости и в пространстве. Вычисление кратных интегралов. Замена переменных в кратном интеграле. Поверхностные интегралы. Теорема Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса.

7. Дифференциальное уравнение первого порядка. Поле направлений, изоклины и интегральные кривые. Простейшие методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

8. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы нелинейных дифференциальных уравнений. Линейные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай простых и кратных корней характеристического уравнения.

9. Неоднородные линейные уравнения. Поиск частного решения по виду правой части. Метод вариации постоянных. Нормальная линейная система уравнений с периодическими коэффициентами.

10. Теорема Ляпунова. Фазовое пространство автономной системы дифференциальных уравнений. Фазовые траектории и фазовый поток. Положения равновесия и замкнутые траектории. Периоды. Изменения фазового объема (формула Лиувилля). Понятие об устойчивости по Ляпунову решения решений системы дифференциальных уравнений. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Исследование устойчивости по линейному приближению. Критические случаи. Автономная нелинейная система на плоскости. Особые точки. Классификация особых точек. Поведение фазовых траекторий в окрестности особых точек. Предельный цикл двумерной автономной системы.

11. Понятие о системе нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Порядок системы. Линейные и квазилинейные системы. Нормальная система



уравнений в частных производных. Постановка задачи Коши для нормальной системы. Характеристические направления и характеристики нелинейной системы уравнений в частных производных. Инвариантность характеристик при замене координат.

12. Классификация нелинейных систем уравнений в частных производных: гиперболические, эллиптические и параболические системы. Уравнения первого порядка. Интегральная поверхность. Конус Монжа. Характеристики уравнения первого порядка. Уравнения второго порядка, их классификация и характеристики. Канонические формы гиперболического, эллиптического и параболического линейного уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными.

13. Уравнения гиперболического типа. Волновое уравнение. Характеристики волнового уравнения. Формулировка основных задач для волнового уравнения. Одномерное волновое уравнение. Интеграл Даламбера. Решение краевых задач для волнового уравнения методом отражений.

14. Уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона. Теорема о максимуме. Постановка краевых задач для уравнения Пуассона. Задача Дирихле и Неймана. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формула Грина для оператора Лапласа. Представление дважды непрерывной дифференцируемой функции в виде суммы потенциалов. Потенциалы объема, простого и двойного слоя. Функция Грина. Решение краевых задач с помощью функции Грина. Функция Грина для шара и полупространства. Интеграл Пуассона. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле и Неймана для канонических областей. Гармонические функции. Теорема о среднем арифметическом и принцип максимума гармонических функций. Аналитичность гармонической функции.

15. Уравнения параболического типа. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле и его характеристики. Принцип максимума. Краевые задачи для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных и его применение к решению гиперболических, эллиптических и параболических уравнений.

16. Задача о собственных значениях и собственных функциях. Разделение переменных в уравнении Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Анализ размерностей и группы преобразований. Автомодельные переменные и автомодельные решения. Применение анализа размерностей к построению частных точных решений уравнений математической физики.

17. Математические модели и численные методы. Аппроксимация функций. Численное дифференцирование. Численное интегрирование. Численное решение систем уравнений (линейные системы, системы нелинейных уравнений). Алгебраическая проблема собственных значений. Поиск минимума. Минимум функций многих переменных. Минимизация функционала.

18. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Методы численного решения (метод малого параметра, метод Адамса, методы семейства Рунге-Кутты). Краевые задачи (метод стрельбы, уравнения высокого порядка, разностный метод – линейные и нелинейные задачи). Задачи на собственные значения.

19. Уравнения в частных производных Аппроксимация. Сетка и шаблон. Явные и неявные схемы. Невязка. Методы составления схем. Аппроксимация и ее порядок. Устойчивость. Неустойчивость. Основные понятия. Принцип максимума. Метод разделения переменных. Метод энергетических неравенств. Сходимость. Основная теорема. Оценка точности. Сравнение схем на тестах.

20. Уравнение переноса. Линейное уравнение. Квазилинейное уравнение. Параболические уравнения. Одномерное уравнение. Постановка задач. Семейство неявных схем. Асимптотическая устойчивость неявной схемы. Монотонность. Явные схемы. Наилучшая схема. Криволинейные координаты. Квазилинейное уравнение. Многомерное уравнение. Экономичные схемы. Продольно-поперечная схема. Локально-одномерный метод. Метод Монте - Карло.

21. Эллиптические уравнения. Стационарные решения эволюционных задач. Оптимальный шаг. Вариационные и вариационно-разностные методы. Гиперболические

уравнения. Волновое уравнение. Схема «крест». Неявная схема. Двухслойная акустическая схема. Инварианты. Явная многомерная схема. Одномерные уравнения газовой динамики. Интегральные уравнения. Корректно поставленные задачи. Разностный метод. Метод последовательных приближений. Метод Галеркина. Некорректные задачи. Регуляризация. Вариационный метод регуляризации. Уравнение Эйлера.

22. Статистическая обработка эксперимента. Ошибки эксперимента. Величина и доверительный интервал. Сравнение величин. Нахождение стохастической зависимости.

23. Метод конечных элементов. Концепция метода конечных элементов. Преимущества и недостатки. Дискретизация области. Разбиение области на элементы. Нумерация узлов. Линейные интерполяционные элементы. Одномерный симплекс-элемент. Двумерный симплекс-элемент. Трехмерный симплекс-элемент. Интерполирование векторных величин. Интерполяционные полиномы для дискретизированной области. Рассмотрение некоторых краевых задач с помощью метода конечного элемента. Простой пример: перенос тепла в стержне. Уравнения метода конечных элементов: задачи теории поля. Уравнения метода конечного элемента: теория упругости.

24. Понятие комплексного числа. Модуль и фаза комплексного числа. Функции комплексного переменного. Основные свойства элементарных функций. Производная функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана. Основные свойства элементарных функций. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

25. Понятие об аналитической функции комплексного переменного. Аналитическое продолжение. Однозначные и многозначные аналитические функции. Ветви аналитической функции. Изолированные особые точки аналитической функции. Ряды Лорана. Полюсы и существенно точки. Понятие о вычетах. Вычет относительно бесконечно удаленной точки. Теоремы о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Разложение на простейшие дроби с помощью вычетов. Суммирование рядов с помощью вычетов. Логарифмический вычет.

26. Конформное отображение. Круговое свойство и свойство сохранения углов. Основная задача теории конформных отображений. Отображения, осуществляемые основными элементарными функциями. Принцип сохранения области. Принцип сохранения границ при конформном отображении. Принцип симметрии Римана-Шварца. Отображение многоугольников (интеграл Кристоффеля-Шварца). Интегральное преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Формула обращения. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля. Смешанная задача для полуплоскости. Формула Келдыша – Седова.

27. Понятие функции и функционала. Экстремумы функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация функционала. Вычисление первой вариации интегрального функционала. Экстремали интегрального функционала. Уравнения Эйлера. Инвариантность уравнений Эйлера. Необходимые условия экстремума функционала. Вторая вариация функционала. Вычисление второй вариации интегрального функционала. Необходимое условие неотрицательности второй вариации (условие Лежандра). Достаточные условия экстремума функционала. Теория Гамильтона – Якоби полей экстремалей. Каноническая форма уравнений Эйлера.

28. Изопериметрические вариационные задачи и задачи с неголономными ограничениями. Множители Лагранжа. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности. Вариационные задачи с частными производными. Вариация интегрального функционала в случае фиксированной и переменной области. Инвариантность функционала относительно группы преобразований. Теорема Нетер.

29. Элементарная теория вероятностей. Вероятностная модель эксперимента со случайными исходами. Операции над событиями и операции над множествами. Классическое определение вероятности. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей. Формула полной вероятности. Формула и теорема Байеса. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности. Схемам Бернулли. Полиномиальная схема. Предельные теоремы для схемы Бернулли: теоремы Пуассона и Прохорова. Локальная теорема Муавра – Лапласа и оценка на скорость сходимости. Приложения к комбинаторике.

30. Случайная величина. Распределение случайной величины. Свойства функций распределения. Дискретное, непрерывное и абсолютно непрерывное распределения. Свойства. Примеры вероятностных распределений. Совместные распределения. Совместное распределение независимых случайных величин (вероятности, функции распределения и плотности). Свертки мер. Свертки мер, имеющих плотность. Распределение суммы независимых случайных величин. Независимость функций от независимых случайных величин.

31. Математическое ожидание. Свойства математических ожиданий. Медиана. Дисперсия. Свойства дисперсии. Неравенство Чебышёва. Математическое ожидание и дисперсия для равномерного и нормального распределений. Приложения к комбинаторике. Ковариация. Связь с независимостью. Коэффициент корреляции. Приложения к теории чисел.

Различные виды сходимости последовательности случайных величин. Связь между сходимостями. Закон больших чисел и усиленный закон больших чисел. Следствия. Метод Монте-Карло.

32. Производящие функции для целозначных случайных величин. Математическое ожидание для комплекснозначных случайных величин. Ковариация. Характеристическая функция случайной величины. Свойства. Характеристическая функция нормального распределения. Теоремы о связи между математическим ожиданием и характеристической функцией. Формула обращения. Следствия формулы обращения. Сумма независимых нормальных случайных величин.

33. Равносильность сходимости по распределению, сходимости характеристических функций и сходимости математических ожиданий функций от случайных величин. Равномерная сходимость к непрерывной функции распределения.

34. Различные варианты центральной предельной теоремы. Центральная предельная теорема в форме Леви. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Центральная предельная теорема в форме Линденберга. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова. Оценки на скорость сходимости.

35. Математическая постановка задач статистики. Два определения выборки; эмпирическое распределение. Выборочные характеристики как оценки генеральных: моменты, значение функции распределения в точке, квантили. Выборка из нормального распределения: лемма Фишера.

36. Оценивание параметров. Требования, предъявляемые к оценкам: состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность, эффективность. Метод моментов; состоятельность и асимптотическая нормальность оценок метода моментов. Метод максимального правдоподобия; асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия. Неравенство Рао-Крамера. Достаточные статистики, полные статистики, теорема Рао-Блекуэлла-Колмогорова.

37. Доверительные интервалы: определение, построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения. Построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. Асимптотические доверительные интервалы.

39. Таблицы истинности, логика, доказательства. Высказывания и логические связи. Условные высказывания. Эквивалентные высказывания. Аксиоматические системы: умозаключения и доказательства. Полнота в логике высказываний. Карты Карно. Коммутационные схемы.

40. Теория множеств. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Венна. Булевы алгебры. Отношения. Частично упорядоченные множества. Отношения эквивалентности. Логика, целые числа и доказательства. Целые числа и доказательства. Основные положения теории доказательства и теории целых чисел. Математическая индукция. Делимость. Простые числа. Сравнения. Функции и матрицы. Функции. Специальные функции. Матрицы. Мощность. Алгоритмы и рекурсия. Циклы и алгоритмы для матриц. Рекурсивные функции и алгоритмы. Сложность алгоритмов. Алгоритмы сортировки.

41. Графы, ориентированные графы и деревья. Графы. Ориентированные графы. Деревья. Пути и циклы Эйлера. Матрицы инцидентности и смежности. Задача о кратчайшей цепи в графе с ребрами единичной длины. Задача о кратчайшей цепи в графе с ребрами произвольной длины.

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших путей в орграфе. Потоки в сетях. Нахождение максимального потока.

42. Теория чисел. Решето Эратосфена. Метод выделения множителей Ферма. Алгоритмы деления и алгоритм Евклида. Цепные дроби. Подходящие дроби.

43. Комбинаторика и вероятность. Основные комбинаторные принципы. Комбинаторный принцип сложения. Перестановки и сочетания. Формирование перестановок и сочетаний. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки с повторениями. Перестановки без повторений. Основные правила комбинаторики. Главная теорема комбинаторики (Теорема о включениях и исключениях). Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Введение вероятности. Обобщенные перестановки и сочетания. Перестановки сочетания с повторением. Принцип клеток. Теорема Байеса. Цепи Маркова.

44. Некоторые специальные вопросы теории рекурсии. Однородные линейные рекуррентные отношения. Неоднородные линейные рекуррентные отношения. Конечные разности. Факториальные многочлены. Суммирование разностей.

45. Системы отсчета и геометрические характеристики движения (классическая кинематика). Основные понятия и предположения классической механики. Основные задачи и методы классической механики. Основные теоремы и законы механики (количество движения, момент количества движения, кинетическая энергия системы). Движение материальной точки в центральном поле (пример использования законов сохранения). Применение основных теорем механики в неинерциальных системах отсчета. Применение основных теорем механики к движению систем переменной массы.

46. Ковариантная форма уравнений движения (уравнения Лагранжа). Вывод уравнений Лагранжа. Исследование уравнений Лагранжа. Использование уравнений Лагранжа для описания движения систем с механическими связями (классификация механических связей, возможные и виртуальные перемещения и скорости, число степеней свободы и обобщенные координаты, идеальные связи, использование уравнений Лагранжа для систем, содержащих механические голономные связи).

47. Динамика твердого тела. Равновесие и движение вблизи положения равновесия. Линейное приближение уравнений, описывающих движение вблизи положения равновесия. Устойчивость равновесия. Общие понятия об устойчивости. Суждение об асимптотической устойчивости по первому приближению. Критерии асимптотической устойчивости линейного приближения. Устойчивость равновесия консервативной системы. Потенциальные ямы и барьеры. Устойчивость равновесия диссипативной системы. Функция Ляпунова. Движение консервативной системы в малой окрестности положения равновесия (в линейном приближении). Действие внешней силы, зависящей явно от времени, на произвольную стационарную систему при ее движении вблизи положения устойчивого равновесия (в линейном приближении).

48. Движение в потенциальных полях. Канонические уравнения Гамильтона. Первые интегралы движения. Скобки Пуассона. Циклические координаты. Элементы вариационного исчисления. Действие по Гамильтону. Вариация действия. Вариационный принцип Гамильтона. Связь законов сохранения (первых интегралов) со свойствами пространства и времени. Теорема Эммы Нетер. Интегральные инварианты (интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов. Инвариантность фазового объема. Теорема Лиувилля. Классификация интегральных инвариантов. Теорема Ли Хаужуна). Канонические преобразования. Уравнения Гамильтона-Якоби. Движения в стационарном потенциальном поле (консервативные и обобщенно-консервативные системы).

49. Криволинейные координаты. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Понятие о тензоре. Метрический тензор и связанные с ним соотношения. Дискриминантный тензор. Алгебра тензоров. Простейшие свойства тензоров. Дифференцирование координатных тензоров. Символы Кристоффеля. Ковариантное дифференцирование. Свойства ковариантного дифференцирования. Основные интегральные и дифференциальные операции. Ортогональные координаты. Физические компоненты тензоров. Симметричный тензор второго ранга. Главные направления, главные значения и инварианты.

50. Общие соотношения механики сплошных сред. Пространственные и материальные координаты. Закон движения сплошной среды. Поле вектора скорости и поле вектора ускорения сплошной среды. Описание движения сплошной среды методом Лагранжа и методом Эйлера. Эквивалентность обоих подходов. Движение частицы сплошной среды.

51. Тензоры деформации. Инварианты деформации. Главные значения и главные оси деформации. Условия совместности (сплошности) деформации. Геометрически линейная механика (теория деформаций). Мгновенное состояние движения сплошной среды. Тензор скорости деформаций. Распределение скоростей в жидкой частице.

52. Объемные и поверхностные силы. Вектор и тензор напряжений. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Уравнение движения сплошной среды. Закон изменения количества движения и закон изменения момента количества движения. Теорема о кинетической энергии. Понятие об определяющих уравнениях. Простейшие классические среды.

53. Теория упругости. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного однородного тела. Упругие постоянные и связь между ними. Формула Клайперона и формула Кастильяно. Формула Бетти. Основные уравнения и задачи теории упругости. Основные уравнения статики упругого тела. Прямая и обратная задача теории упругости.

54. Уравнения упругого равновесия в перемещениях. Общее решение уравнений в перемещениях. Основные уравнения теории упругости в напряжениях. Полуобратный метод Сен-Венана. Принцип Сен-Венана. Простейшие задачи теории упругости. Метод суперпозиции.

55. Общие теоремы и вариационные принципы теории упругости. Теорема Клайперона. Теорема о единственности решения. Теорема Бетти. Вариационные принципы. Принцип минимума потенциальной энергии. Принцип минимума дополнительной работы. Вариационный принцип Рейсснера. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина. Метод Канторовича. Метод Треффца.

56. Уравнения теории упругости в криволинейных координатах. Компоненты метрического тензора и символы Кристоффеля для некоторых ортогональных криволинейных координат. Уравнения в полярных координатах. Уравнения в цилиндрических координатах. Уравнения в сферических координатах.

57. Кручение прямых брусьев. Постановка задачи и основные уравнения. Перемещения при кручении призматических брусьев и теорема о циркуляции касательного напряжения. Функция кручения. Теорема о максимуме касательного напряжения. Мембранная аналогия.

58. Изгиб прямых брусьев. Постановка задачи и основные уравнения. Центр изгиба. Изгиб бруса эллиптического поперечного сечения. Изгиб бруса прямоугольного поперечного сечения. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация. Функция напряжений. Плоское напряженное состояние. Обобщенное плоское напряженное состояние. Перемещения в плоской задаче. Теорема Леви-Мичелла. Представление бигармонической функции. Плоская задача в декартовых координатах. Плоская задача в полярных координатах.

59. Комплексное представление функции напряжений. Комплексное представление компонент тензора напряжений (формулы Колосова-Мухелишвили). Задача о всестороннем растяжении плоскости с круговым отверстием. Задача об одноосном растяжении плоскости с круговым отверстием.

60. Математическая теория пластичности. Уравнения пластического состояния. Уравнения упругопластического равновесия. Простейшие задачи. Кручение стрелы. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Осесимметричная деформация. Экстремальные принципы и энергетические принципы решения.

61. Теория ползучести. Ползучесть и релаксация. Влияние температуры. Длительная прочность. Предел длительной прочности. Теории ползучести. Теория старения, теория течения, теория упрочнения. Теория установившейся ползучести. Методы решения. Примеры. Задача об установившейся ползучести вращающегося диска. Метод квазилинеаризации. Неустановившаяся ползучесть. Вязкоупругость. Механические модели деформируемых сред. Модели Максвелла, Фойгта, Кельвина.

62. Численные методы механики деформируемого твердого тела. Современные вычислительные комплексы (SIMULIA Abaqus, Mechanical ANSYS) и расчеты параметров разрушения. Модификации метода конечных элементов (расширенный метод конечного элемента

XFEM). Обзор современных методов. Высокопроизводительные вычисления. Современные суперкомпьютеры. Векторно-конвейерные суперкомпьютеры. Симметричные мультипроцессорные системы (SMP). Обзор технологии CUDA (Computer Unified Device Architecture) – набор программных уровней для работы с видеопроцессорами, позволяющих программистам реализовывать на упрощенном языке программирования си алгоритмы, выполнимые на графических процессорах ускорителей. Преимущества архитектуры CUDA: интерфейс программирования приложений CUDA основан на стандартном языке программирования си с некоторыми ограничениями.

63. Механика разрушения и ее специфика. Теории прочности. Понятие о концентрации напряжений. Предмет механики разрушения. Возникновение механики разрушения: причины и истоки. Теоретическая и реальная прочность твердых тел. Первая модель тела с трещиной. Катастрофические разрушения твердых тел 40 – 50 годов прошлого века. Понятие о прочности твердых тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Виды дефектов в кристаллической решетке. Механизмы образования дислокационных микротрещин. Микромеханика. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационные, энергетические, энтропийный. Всестороннее растяжение пластины с круговым отверстием. Одноосное растяжение пластины с круговым отверстием. Растяжение плоскости с эллиптическим отверстием. Концентрация напряжений в области сферической полости в поле чистого сдвига. Концентрация напряжений в области сферической полости в поле одноосного растяжения. Разрушение упругих тел.

64. Линейная механика разрушения. Полубесконечная трещина. Решение методом разложения по собственным функциям – решение Уильямса. Простейшие задачи о напряженном состоянии упругого тела с трещиной. Метод комплексных потенциалов. Метод конформных отображений для получения точных решений задач о трещине в линейно упругом материале. Три независимых типа трещин. Коэффициенты интенсивности напряжений. Коэффициент интенсивности напряжений и методы его расчета. Энергетический критерий разрушения. Силовой критерий разрушения. Эквивалентность силового и энергетического критериев разрушения. Поток энергии в вершину трещины. Концепция квазихрупкого разрушения. Поправка Ирвина на пластическую деформацию. Область применимости линейной механики разрушения.

65. Пространственные задачи механики разрушения. Напряженно-деформированное состояние окрестности вершины трещины. Эллиптическая трещина в бесконечном теле, нагруженном одноосным растяжением. Эллиптическая трещина в бесконечном теле при чистом изгибе. Метод объемных сил Эшелби в трехмерных задачах.

66. Использование методов конечного элемента в задачах механики разрушения. Конечно-элементные комплексы ANSYS, SIMULIA ABAQUS. Основы метода конечного элемента. Использование метода конечного элемента для решения задач механики деформируемого твердого тела. Критерии механики разрушения. Коэффициент интенсивности напряжений. Энергетический инвариантный интеграл. Рост трещины при циклическом нагружении. Аппроксимация диаграммы деформирования материала.

67. Учет пластических деформаций перед вершиной трещины. Пластическая зона у вершины трещины. Разрушение упругопластических тел. Влияние физической нелинейности (Сингулярное решение Хатчинсона-Райса-Розенгрена). Пластическая область в вершине трещины в упругопластическом материале. Инвариантный J-интеграл Эшелби-Черепанова-Райса. Локализованная пластичность. Трещина антиплоского сдвига в идеальнопластическом теле.

68. Локализованная пластичность. Модель трещины с тонкой пластической зоной – модель Леонова – Панасюка – Дагдейла. Разгрузка трещины Дагдейла. Повторное нагружение трещины Дагдейла. Модель Ирвина. Трещина антиплоского сдвига в идеальнопластическом теле (решение Хальта-Макклиттока). Напряжения в окрестности вершины трещины нормального отрыва в условиях плоского деформированного и плоского напряженного состояния в идеально пластическом материале. Напряжения в окрестности вершины трещины поперечного сдвига в условиях плоского деформированного и плоского напряженного состояния в идеально пластическом материале.

69. Влияние физической нелинейности (Сингулярное решение Хатчинсона-Райса-Розенгрена). Пластическая область в вершине трещины в упругопластическом материале. Метод годографа Нейбера-Райса (антиплоский сдвиг полубесконечной трещины в упрочняющемся упругопластическом теле). Концепция маломасштабного пластического течения. Построение высших приближений с помощью метода годографа.

70. Задачи на собственные значения в нелинейной механике разрушения. Собственные значения в задачах о неподвижной трещине антиплоского сдвига, остром вырезе и жестком включении в материалах со степенными определяющими уравнениями. О спектре собственных значений в задачах о трещинах. Сведение анализа напряженного состояния к нелинейной задаче на собственные значения. Метод возмущений для решения задач на собственные значения. Условие разрешимости. Собственные значения в задаче о трещинах нормального отрыва и поперечного сдвига.

71. Инвариантные интегралы механики разрушения. Законы сохранения. Теорема Нетер. J-интеграл. Инвариантность J-интеграла. Процедура экспериментального определения J-интеграла. L-интеграл. M-интеграл. Доказательство инвариантности L-интеграла и M-интеграла.

72. Трещины в условиях ползучести. Трещины в условиях ползучести. Феноменологические уравнения теории установившейся ползучести. Инвариантный  $S^*$  -интеграл. Трещины в средах с дробно-линейным определяющим законом. Трещина антиплоского сдвига. (Решение методом разложения по собственным функциям. Решение методом годографа). Асимптотика напряжений у вершины стационарной трещины в упругом нелинейно вязком теле. Асимптотическое исследование полей напряжений и скоростей деформаций у вершины растущей трещины в условиях ползучести (решение Хьюи - Риделя).

73. Накопление повреждений при разрушении. Модель Качанова-Работнова. Параметр поврежденности (сплошности). Эффективные напряжения. Связанная постановка (ползучесть-поврежденность) в задачах о трещинах. Влияние поврежденности материала на напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины растущей трещины при ползучести. Распределение напряжений и поврежденности у вершины растущей в процессе ползучести трещины. Усталостный рост трещины в среде с поврежденностью. Автомодельная переменная Риделя в задаче о трещине в среде с поврежденностью. Автомодельное решение связанной задачи о трещине антиплоского сдвига. Автомодельное решение связанной задачи о трещине нормального отрыва. Тензор и тензорная мера поврежденности. Математическая модель трехмерного анизотропного состояния поврежденности.

74. Численные методы механики разрушения. Методы расчета коэффициента интенсивности напряжений. Упругая задача. Упругопластическая задача. Термоупругая задача. Использование метода конечного элемента для решения задач механики разрушения. Модель пластины с центральной трещиной при растяжении. Модель пластины с краевыми трещинами при растяжении. Модель прямоугольного образца с краевой трещиной при трехточечном изгибе. Модель прямоугольного образца с краевой трещиной при растяжении. Модель компактного образца при внецентренном растяжении. Модель цилиндрического образца с кольцевой трещиной при растяжении. Модель C-образного образца при внецентренном растяжении. Модель пластины с боковой наклонной трещиной при растяжении. Макрос для вычисления J-интеграла в симметричных задачах. Макрос для вычисления J-интеграла в несимметричных задачах.

75. Механика композиционных материалов. Конструктивные и технологические свойства композитов. Методы статических испытаний композитов.

76. Механическое поведение материалов. Фотоупругость. Теория фотоупругости. Оптические методы исследования - раздел экспериментальных методов исследования в механике. Классификация методов. Историческая справка. Задачи, решаемые с помощью оптических методов. Некоторые примеры решения задач науки и техники. Двумерная фотоупругость. Трехмерная фотоупругость. Методы рассеянного света. Фотоупругие покрытия. Использование компьютеров в фотоупругости. Динамическая фотоупругость. Фототермоупругость. Фотопластичность. Основные достижения и приложения методов фотоупругости.

77. Нелинейная фотоупругость и ее приложения к задачам механики разрушения. Теоретические основы методов нелинейной фотоупругости. Исследование задач механики

трещин в эластомерах при больших упругих деформациях. Исследование больших пластических деформаций в металлах методом фотоупругих покрытий. Методика и техника эксперимента при исследовании больших деформаций методом фотоупругих покрытий. Определение напряжений при больших пластических деформациях. Способы определения границ пластических зон. Исследование кинетики пластических зон в задачах механики трещин при развитых пластических деформациях. Пример определения напряжений в растянутой полосе с трещиной - надрезом. Концентрация напряжений и деформаций в пластической области.

78. Метод муаровых полос. Сущность метода, его возможности, достоинства и недостатки. Классификация и разновидности метода: контактный и отражательный, теневой, и высокотемпературный муар. Техника проведения эксперимента. Расшифровка картины муаровых полос. Возможные источники погрешностей измерений и их анализ. Примеры решения задач.

79. Поляризационно-оптические методы исследования. Характеристики электромагнитных волн. Естественный, поляризованный, монохроматический свет. Способы получения поляризованного света. Экспериментальное обнаружение поляризованного света. Способы математического описания поляризованного света. Прохождение поляризованного света через оптически анизотропную среду. Двойное лучепреломление. Искусственная анизотропия. Теория пьезооптического эффекта. Закон Вертгейма. Методы расшифровки экспериментальных результатов, полученных поляризационно-оптическими методами. Возможные источники погрешностей измерений и их анализ. Примеры решения задач.

80. Когерентно-оптические методы исследования. Основы когерентной оптики - лазерное излучение. Голография, ее сущность и краткий исторический очерк развития. Работы Д. Габора, Э.Лейта, Упатниекса, Ю.Н.Денисюка. Основные свойства голограмм. Метод голографической интерферометрии. Основные способы получения и восстановления голограмм: метод реального времени и метод двух экспозиций, стробоскопический метод, метод усреднения во времени. Расшифровка голограмм. Причины и анализ погрешностей. Некоторые примеры. Спекл-интерферометрия. Сущность и возможности метода. Расшифровка спекл-интерферограмм. Причины и анализ погрешностей. Примеры решения.

81. Физические основы метода каустик. Количественное описание теневых оптических изображений. Каустики вблизи вершины трещины. Методика эксперимента. Приложения метода каустик.

82. Неразрушающие испытания. Визуальные методы. Капиллярная дефектоскопия. Тепловой метод. Магнитные методы. Методы вихревых токов. Радиографический контроль. Ультразвуковые методы. Требования к неразрушающим испытаниям и рекомендуемые направления дальнейших испытаний.

83. Динамика идеальной среды. Законы движения идеальной жидкости. Уравнение состояния и термодинамические величины. Общая теория установившихся движений идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли. Интеграл Бернулли для несжимаемой тяжелой жидкости. Потенциальные течения идеальной жидкости. Интеграл Коши-Лагранжа. Свойства гармонических функций.

84. Задача о движении сферы в безграничном объеме идеальной несжимаемой жидкости. Комплексные потенциалы простейших потоков. Решение задачи обтекания методом конформных отображений. Постулат Жуковского-Чаплыгина. Формула циркуляции. Примеры применения метода конформных отображений. Обтекание эллипса и пластинки. Крыловые профили Жуковского-Чаплыгина.

85. Динамика несжимаемой вязкой жидкости. Ньютоновская вязкая жидкость и ее реологическое уравнение. Реологические законы неньютоновских вязких несжимаемых жидкостей. Уравнение Навье-Стокса динамики ньютоновской несжимаемой среды. Подобие течений вязкой несжимаемой жидкости. Основы теории размерностей. П-теорема. Примеры решения уравнений Навье-Стокса. Простейшие линейные задачи. Интегрирование уравнений Навье-Стокса: линеаризованные, автомодельные и численные решения. Обтекание шара при малых значениях числа Рейнольдса; формула Стокса и ее обобщение.

86. Ламинарный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Взаимодействие конвекции и диффузии в потоке несжимаемой вязкой жидкости. Ламинарный пограничный слой. Вывод уравнений Прандтля движения вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое. Простейшие



автомодельные решения уравнений ламинарного пограничного слоя. Пограничный слой на продольно обтекаемой пластине. Примеры плоских «свободных» пограничных слоев: дальний след за телом, «затопленная» струя, бьющая за точечным источником. Задача о плоской пристенной струе. Общий случай точных автомодельных решений уравнений стационарного плоского пристенного пограничного слоя.

87. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Фундаментальные законы природы и примеры моделей, получаемых из фундаментальных законов природы (закон сохранения массы, сохранение энергии, сохранение числа частиц, совместное применение нескольких законов). Вариационные принципы и математические модели. Примеры иерархии моделей. Универсальность математических моделей. Модели механических систем. Исследование математических моделей. Применение методов подобия. Принцип максимума и теоремы сравнения. Метод осреднения. Дискретные математические модели.

88. Основные правила работы с пакетом Maple. Основные вычислительные навыки. Основные характеристики пакета. Отличия в идеологиях MathCAD и Maple (сравнительный анализ пакетов). Внутренняя структура среды Maple. Экранный интерфейс Maple. Меню команд. Строка пиктограмм. Справочная система Maple.

Решение алгебраических уравнений. Решение системы нелинейных уравнений. Решение трансцендентных уравнений. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение дифференциальных уравнений. Решение рекуррентных и функциональных уравнений. Графические возможности Maple.

89. Обзор основных типов данных в Maple. Числа и элементарная математика. Переменные. Условные выражения и циклы. Массивы. Определения функций. Модули. Рекурсия. Типы данных. Алгоритмы и структура данных. Эффективность. Сортировка и поиск. Стеки и очереди.

90. Программирование на Python (вычисления и переменные, строки, списки, кортежи и словари, циклы, встроенные функции Python, полезные модули Python, типовые задачи программирования на Python, объектно-ориентированное программирование на Python).

## Основная литература

1. Айзерман М.А. Классическая механика. М.: Физматлит, 2005. 380 с.
2. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: URSS, 2021. 206 с.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: МЦНМО, 2018. 344 с.
4. Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В. Нелинейная механика разрушения. – Самара: Самарский университет, 2001. – 632 с.
5. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2017. 272 с.
6. Введение в механику сплошных сред. Под ред. Черных К.Ф. Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1984. 277 с.
7. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2008. 264 с.
8. Герасимова Т.Е., Ломаков П.Н., Степанова Л.В. Численная обработка результатов оптоэлектронных измерений в механике деформируемого твердого тела. Самара: Издательство: «Самарский университет», 2015. 48 с.
9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2015. 480 с.
10. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятности. Либроком, 2011. 490 с.
11. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. Механика сплошных сред. Часть 1. Основы и классические модели жидкостей. М.: Наука. Физматлит, 2000. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/fluid.htm>
12. Дерр В.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 596 с.
13. Звонарев С.В. Основы математического моделирования. Екатеринбург, Изд-во Урал. Ун-та, 2019. 112 с.
14. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики, 2018. 600 с.
15. Ибрагимов Н.Х. Обыкновенные дифференциальные уравнения (пособие для практических занятий). М.: МГУНГ им. И.М. Губкина, 2005. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

16. Иванов М.Г. Размерность и подобие. Долгопрудный, 2013. 68 с. <https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost/estestvo-b009.pdf>
17. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы. Книга 1. Численный анализ. М.: Академия, 2013. 304 с.
18. Академия, 2013. 304 с.
19. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы. Книга 2. Методы математической физики. М.: Академия, 2013. 306 с.
20. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Шамраева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. М.: URSS, 2021. 272 с.
21. Каханер Д, Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998. 574 с.
22. Келлер И.Э. Тензорное исчисление. Санкт-Петербург: Лань, 2012. 176 с.
23. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т.1: кинематика, статика, динамика точки, (2-е изд.), М.: Наука, 1977. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>
24. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т.2: динамика системы, аналитическая механика, элементы теории потенциала, механики сплошной среды, специальной и общей теории относительности, М.: Наука, 1977. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>
25. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Санкт-Петербург: Лань, 2020. 224 с.
26. Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Черных А.И. Лекции по аналитической механике. М.&Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2017. 236.
27. Кукуджанов В.Н. Численные методы в механике сплошных сред. Курс лекций. М.: Изд-во МАТИ, 2006. 157 с.
28. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 432 с.
29. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 846 с.
30. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Либроком, 2010. 322 с.
31. Млодинов Л. Несовершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью. М.: Гаятри/livebook, 2010. 352 с.
32. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. О построении математических моделей. М. URSS, 2021. 232 с.
33. Морозов Е.М., Муйзимнек А.Ю., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера. М.: URSS, 2018. 456 с.
34. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М.: URSS, 2019. 304 с.
35. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm>
36. Партон В.З. Механика разрушения. От теории к практике. М.: ЛКИ, 2020. 240 с.
37. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: URSS, 2017. 240 с.
38. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: URSS, 2019 г. 336 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
39. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: URSS, 2021. 440 с.
40. Присекин В.П., Расторгуев Г.И. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел. Новосибирск: издательство Новосибирского государственного технического университета, 2010. 117 с.
41. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 476 с.
42. Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике. М.: Физматлит, 2002. 400 с.
43. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 2014. 752 с.
44. Работнов Ю.Н. Сопrotивление материалов. М.: URSS, 2019. 456 с.
45. Речкалов В.Г. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Челябинск, 2008. 140 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Rechkalov2008ru.pdf>
46. Русина Л.Г. Вычислительная математика. Численные методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений и систем. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 168 с.
47. Рыжак Е.И. Бескоординатное тензорное исчисление для механики сплошных сред. М.: МФТИ, 2011. 170 с.
48. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005. 320 с.
49. Седжвик Р., Уэйн К., Дондеро Р. Программирование на языке Python. Санкт-Петербург, 2017. 736 с.

50. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Лань, 2004. Т.1. 568 с. Т.2. 586 с.
51. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/other.htm>
52. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: URSS, 2016. 512 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
53. Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. М.: Физматлит, 2009. 336 с.
54. Степанова Л.В. Цифровая фотоупругость и ее применение для задач механики разрушения. Самара: Издательство «Самарский университет», 2021. 76 с.
55. Учайкин В.В. Механика. Основы механики сплошных сред. Санкт-Петербург, М., Краснодар: Лань, 2021. 860 с.
56. Учайкин В.В. Основы механики сплошных сред. Задачи с указаниями и ответами. М.: URSS, 2021. 320с
57. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. Санкт-Петербург: Лань, 2020. 416 с.
58. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: URSS, 2019. 240 с.
59. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2-х частях. Ч.1. Функции одного переменного. М.: URSS, 2020. 344 с.
60. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2-х частях. Ч.2. Функции нескольких переменного. М.: URSS, 2015. 464 с.
61. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. Либроком, 2012. 210 с.
62. Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Более 1000 задач и упражнений. М.: URSS, 2017. 640 с.
63. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. URSS, 2020. 208 с.
64. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. М.: URSS, 2019. 208 с.
65. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. М.: URSS, 2021. 312 с.

### Дополнительная литература

1. Александров А.Я., Ахмеизянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. М. Наука, 1973. 576 с.
2. Георгиевский Д.В. Избранные задачи механики сплошной среды. М.: URSS, 2020. 560 с.
3. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошных сред. М.: URSS, 2022. 202 с.
4. Полянин А.Д., Сорокин В.Г., Журов А.И. Дифференциальные уравнения с запаздыванием. Свойства, методы, решения и модели. М.: ИПМех РАН, 2022. 467с.
5. Полянин А.Д., Журов А.И. Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики. М.: ИПМех РАН, 2020. 384 с.
6. Хаимова-Малькова Р.И. Методика исследований напряжений поляризационно-оптическим методом. М.: Наука, 1970. 115 с.
7. Широков П.А. Тензорное исчисление: алгебра тензоров. М.: URSS, 2022. 448 с.
8. Anand L., Govindjee S. Continuum Mechanics of Solids. Oxford University Press, 2020. 736 p.
9. Asundi A. Optical Methods in Solid Mechanics. In Handbook of Optical Metrology. Principles and Applications. CRC Press, 2015. 919 p.
10. Carpinteri A. Fracture and Complexity. One Century since Griffith's Milestone. Springer, 2021. 949.
11. Chicone C. An Invitation to Applied Mathematics: Differential Equations, Modeling and Computation. Elsevier, 2017. 856 p.
12. Gdoutos E.E. Experimental Mechanics. An Introduction. Springer, 2022. 311 p.
13. Karan S.S. Classical Continuum mechanics (Applied and Computational Mechanics). CRC Press, 2021. 536 p.
14. Ramesh K. Digital photoelasticity: Advanced Techniques and Applications. Springer-Verlag-Heidelberg, 2000. 423 p.
15. Ramesh K. Developments in Photoelasticity. A renaissance. IOP Publishing. 2021. 225 p.
16. Rastogi P.K., Hack E. Optical Methods for Solid Mechanics: A Full-Field Approach. Wiley, 2012/446 p.
17. Reddy J.N. An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Oxford University Press, 2021. 720 p.
18. Shabara A.A. Computational Continuum Mechanics. Wiley, 2018. 363 p.
19. Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics. Springer, 2008. 1014 p.
20. Stein E., de Borst R. Encyclopedia of Computational Mechanics. Wiley, 2017. 4024 p.

**Вопросы к вступительному испытанию по специальной дисциплине  
«Механика жидкости, газа и плазмы»**

1. Гипотеза сплошности
2. Пространство и время
3. Обозначения и координаты, используемые в механике сплошных сред
4. Задание движения сплошной среды по Лагранжу
5. Система отсчёта
6. Скорость и ускорение
7. Сущность точки зрения Эйлера
8. Переход от точки зрения Лагранжа к точке зрения Эйлера
9. Переход от точки зрения Эйлера к точке зрения Лагранжа
10. Индивидуальная и местная производные по времени
11. Вектор - градиент
12. Конвективная производная
13. Векторные линии; линии тока
14. Векторные поверхности; поверхности тока
15. Потенциальное векторное поле; потенциальное течение
16. Определение тензора скоростей деформаций
17. Распределение скоростей в бесконечно малой частице деформируемой сплошной среды
18. Кинематическое истолкование компонент тензора скоростей деформаций
19. Вектор вихря
20. Теорема Коши - Гельмгольца о разложении скорости точек бесконечно малой частицы среды
21. Теорема Стокса
22. Потенциальные и безвихревые движения
23. Вихревые движения. Кинематические теоремы Гельмгольца о вихрях
24. Теорема Гаусса - Остроградского
25. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера
26. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа
27. Силы в механике сплошных сред
28. Уравнение количества движения сплошной среды
29. Основные свойства внутренних напряжений
30. Уравнения движения сплошной среды в декартовой системе координат
31. Уравнения движения сплошной среды в произвольной системе координат
32. Идеальная жидкость и газ
33. Линейная вязкая жидкость
34. Изотропные среды
35. Закон Навье-Стокса для гиротропной среды
36. Модель идеальной несжимаемой жидкости
37. Модель идеальной сжимаемой жидкости
38. Уравнение Навье-Стокса для вязкой жидкости
39. Термодинамика вязкой жидкости
40. Условия подобия двух потоков вязкого газа
41. Уравнения движения газа в форме Громека-Лэмба
42. Теорема Бернулли
43. Интеграл Лагранжа-Коши
44. Уравнение баланса энергии при адиабатическом движении идеального и совершенного газа
45. Изэнтропические соотношения
46. Одномерные изэнтропические течения
47. Одномерное изэнтропическое течение в канале переменного поперечного сечения
48. Элементарная теория сопла Лавалья

49. Плоская ударная волна и скачок уплотнения
50. Ударная адиабата
51. Параметры потока за прямым скачком уплотнения
53. Восстановление давления и энтропия
54. Косой скачок уплотнения
55. Связь между углом поворота потока и углом наклона косого скачка уплотнения
56. Распространение малых возмущений в газе
57. Течение Прандтля - Майера
58. Основное дифференциальное уравнение потенциального потока газа
59. Линеализация основного дифференциального уравнения
60. Функция тока плоского несжимаемого течения
61. Комплексный потенциал
62. Наложение потенциальных потоков
63. Примеры потенциальных потоков
64. Безциркуляционное обтекание цилиндра
65. Циркуляционное обтекание цилиндра
66. Формула Н.Е. Жуковского для подъёмной силы
67. Применение метода конформных отображений
68. Применение метода конформных отображений к теории струйных течений
69. Теория тонкого профиля
70. Подъёмная сила и моментные характеристики тонкого профиля
71. Вихревые схемы крыла конечного размаха
72. Подъёмная сила и индуктивное сопротивление крыла, конечного размаха
73. Аэродинамические характеристики крыла малого удлинения
74. Критическое число Маха
75. Аэродинамические характеристики тонкого профиля во всём диапазоне скоростей
76. Уравнения газовой динамики в плоскости годографа скорости
77. Пространственные потенциальные течения
78. Примеры пространственных потенциальных течений
79. Непрерывное распределение источников в безграничной жидкости
80. Потенциал скоростей вокруг заданной системы вихрей в безграничной жидкости
81. Потенциал поля скоростей замкнутой вихревой линии
82. Функция тока в пространственных движениях
83. Примеры функций тока
84. Обтекание сферы потенциальным потоком
85. Применение метода особенностей для расчета продольного и поперечного обтекания тел вращения
86. Понятие пограничного слоя
87. Двумерный тонкий пограничный слой несжимаемой жидкости
88. Интегральные соотношения пограничного слоя для несжимаемой жидкости
89. Интегральные методы решения задач пограничного слоя
90. Задача Блазиуса о ламинарном пограничном слое несжимаемой жидкости на плоской пластине
91. Расчет характеристик ламинарного пограничного слоя на плоской пластине интегральным методом
92. Пограничный слой на криволинейной поверхности
93. Режимы течений
94. Турбулентные напряжения
95. Универсальный профиль скорости для турбулентного течения
96. Универсальный закон сопротивления
97. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине
98. Смешанный пограничный слой на плоской пластине

## Основная литература

1. Давыдова, М.А. Лекции по гидродинамике [Текст] / М.А. Давыдова. -М.:Физматлит, 2011. - 216 с.
2. Петров, А.Г. Аналитическая гидродинамика [Текст] / А.Г. Петров. - М. Физматлит, 2009. - 520 с.
3. Шахов, В.Г. Основы теории пограничного слоя [Текст] : учеб. пособие / В.Г. Шахов. - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2009. - 168 с.

## Дополнительная литература

1. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика [Текст] / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. - М.: Физматгиз, 1963. Ч. I - 584 с., Ч. II - 728 с.
2. Ландау, Л.Д. Гидродинамика [Текст] /Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М.: Наука, 2003. - 736 с.
3. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. М.: Наука, 2003. - 840 с.

## Критерии оценки знаний претендентов на поступление в аспирантуру

Вступительные испытания по специальной дисциплине проходят по билетам с вопросами. Каждый билет содержит по два вопроса. Испытание проводится в сочетании письменной и устной формы, при которой подготовка к ответу осуществляется в письменной форме на экзаменационных листах, а сам ответ на вопросы, поставленные в билете, и дополнительные вопросы комиссии осуществляется в устной форме.

Оценка ответов претендентов на поступление в аспирантуру проводится по 10-ти балльной шкале и выставляется согласно критериям, приведенным в таблице.

Оценка, баллы	Критерии
1	Нет ответа
2	Нет понимания предмета
3	Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос даже с помощью преподавателя
4	Ответ с тремя и более грубыми ошибками, много неточностей, знания несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос, даже с помощью преподавателя
5	Ответ с двумя грубыми ошибками, много неточностей, знания несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос.
6	В целом положительный ответ с несколькими незначительными ошибками. Умение с помощью преподавателя схематично, но правильно сформулировать ответ на поставленный вопрос.
7	В целом хороший ответ с одной - двумя незначительными ошибками, умение сопоставить теоретические знания. Умение правильно сформулировать ответ на поставленный вопрос. Владение информацией как минимум из одного источника основной литературы.
8	В целом полный ответ, демонстрирующий уверенные знания с некоторыми неточностями, умение сопоставить теоретические знания. Свободное владение информацией из нескольких источников основной литературы.
9	Полный развернутый ответ, демонстрирующий системные знания, умение сопоставить теоретические знания, свободное владение информацией из нескольких источников основной и дополнительной литературы.
10	Полный развернутый ответ, демонстрирующий системные знания, умение сопоставить теоретические знания, свободное владение информацией из нескольких источников основной и дополнительной литературы. Иллюстрация ответа дополнительными примерами из собственных наблюдений и дополнительных источников информации.