

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Расторгуев Андрей Алексеевич

**РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК  
БОРТОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА  
НА ОСНОВЕ СХЕМЫ ОФФНЕРА**

**1.3.6. Оптика**

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
**Харитонов Сергей Иванович,**  
доктор физико-математических наук

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7
1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРОМ ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА.....	26
1.1 Математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера.....	26
1.1.1 Основные ограничения и допущения при моделировании...	26
1.1.2 Структура математической модели процесса формирования изображения гиперспектрометром.....	27
1.2 Аналитическая модель невозмущённого движения гиперспектрометра по эллиптической орбите.....	29
1.2.1 Описание движения гиперспектрометра с использованием теории невозмущённого Кеплеровского движения.....	30
1.2.2 Аналитические соотношения для расчёта скорости движения изображения.....	31
1.3 Модель предметной плоскости с учётом параметров освещённости и яркости атмосферы Земли.....	35
1.4 Модель расчёта ФРТ гиперспектрометра.....	36
1.5 Модель формирования оптического изображения в плоскости фотоприёмника гиперспектрометра.....	38
1.5.1 Распределение освещённости в фокальной плоскости объектива.....	39
1.5.2 Распределение освещённости в плоскости изображения спектрометра.....	40
1.6 Модель регистрации распределения освещённости матричным фотоприёмником.....	42

1.7 Модель аддитивных шумов, возникающих при регистрации матричным фотоприёмником.....	45
1.8 Модель формирования изображения.....	46
1.9 Моделирование формирования изображения тест объектов и проверка полученных результатов.....	47
1.10 Основные выводы и результаты.....	52
<b>2 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА В РАМКАХ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ.....</b>	<b>53</b>
2.1 Математический аппарат, используемый при моделировании работы изображающего спектрометра с дифракционной решёткой на сферической поверхности .....	53
2.1.1 ДОЭ на криволинейной поверхности.....	53
2.1.2 Вычисление функции эйконала спектрометра по схеме Оффнера.....	54
2.1.3 Вычисление ФРТ спектрометра по схеме Оффнера.....	58
2.1.4 Учёт щелевой диафрагмы при моделировании работы гиперспектрометра.....	59
2.2 Моделирование работы гиперспектрометра в рамках скалярной волновой теории и проверка результатов расчётов.....	60
2.2.1 Модель расчёта ФРТ гиперспектрометра.....	60
2.2.2 Расчёт поля на щелевой диафрагме гиперспектрометра.....	61
2.2.3 Расчёт поля после дифракции на щели.....	63
2.2.4 Проверочный расчёт ФРТ гиперспектрометра по схеме Оффнера.....	65
2.2.5 Сравнение результатов расчёта ФРТ.....	68
2.3 Основные выводы и результаты.....	71
<b>3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА В РАМКАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ.....</b>	<b>73</b>

3.1 Метод расчёта освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра.....	73
3.1.1 Подход к расчёту освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра на основе трассировки лучей.....	73
3.1.2 Аналитический расчёт интенсивности дифракционных порядков отражательной решётки для гиперспектрометра.....	76
3.1.3 Расчёт освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра.....	78
3.2 Соотношения для расчёта положения изображения в спектрометре по схеме Оффнера.....	81
3.2.1 Расчёт положения изображения в спектрометре в приближении нулевого луча.....	81
3.2.2 Расчёт положения изображения спектрометра в параксиальном приближении.....	84
3.2.3 Анализ формул для расчёта положения изображения щелевой диафрагмы спектрометра.....	86
3.3 Моделирование погрешностей расположения оптических элементов спектрометра по схеме Оффнера.....	88
3.3.1 Векторный подход, используемый при моделировании смещений и разворотов оптических элементов.....	88
3.3.2 Анализ исходных параметров и результатов влияния погрешностей расположения на геометрию изображения в плоскости регистратора.....	91
3.3.3 Определение условных допусков расположения оптических элементов спектрометра.....	93
3.4 Оценка влияния искажения изображения в спектрометре на спектральную характеристику объектов съёмки.....	95
3.4.1 Влияние размера ФРТ на спектральную характеристику....	95

3.4.2 Влияние кривизны спектральных линий на спектральную характеристику.....	99
3.4.3 Влияние трапецеидальности спектральных полос на спектральную характеристику.....	100
3.5 Основные выводы и результаты.....	103
4 ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ СЕРИИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.....	105
4.1 Исходные данные и параметры расчёта.....	105
4.2 Демонстрация влияния спектральных параметров численной модели на гиперспектральное изображение.....	106
4.2.1 Формирование гиперспектральных изображений с учётом влияния различных спектральных факторов численной модели...	106
4.2.2 Рассмотрение модельного гиперспектрального изображения совместно с реальным изображением, полученным космическим аппаратом Nuregion.....	109
4.2.3 Оценка влияния изменения уровня освещённости и спектральных факторов на гиперспектральное изображение.....	111
4.3 Демонстрация влияния погрешностей расположения элементов спектрометра на гиперспектральное изображение.....	114
4.3.1 Формирование гиперспектрального изображения с учётом увеличенной ФРТ оптической системы гиперспектрометра.....	115
4.3.2 Формирование гиперспектрального изображения с учётом увеличенной трапецеидальности спектральных полос.....	116
4.4 Оценка влияния параметров углового движения, углов ориентации гиперспектрометра на геометрию и характеристики гиперспектрального изображения.....	117
4.5 Основные выводы и результаты.....	128
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	131

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	134
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	135
ПРИЛОЖЕНИЕ А СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА...	152
ПРИЛОЖЕНИЕ Б МОДЕЛЬНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРЕДМЕТНОЙ ПЛОСКОСТИ.....	154
ПРИЛОЖЕНИЕ В МОДЕЛЬНЫЕ МОНОХРОМНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ КОСИНУСНЫХ ТЕСТ-ОБЪЕКТОВ.....	155
ПРИЛОЖЕНИЕ Г ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТИВА...	156
ПРИЛОЖЕНИЕ Д СПЕКТРАЛЬНЫЕ АЛЬБЕДО МАТЕРИАЛОВ.....	157
ПРИЛОЖЕНИЕ Е СПЕКТРЫ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УЧЁТЕ РАЗЛИЧНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ФАКТОРОВ МОДЕЛИ.....	158

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность темы исследования**

На сегодняшний день происходит рост рынка дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), развитие методов обработки и классификации информации. Это обусловлено в первую очередь ростом числа активных космических аппаратов (КА), а также видов информации, получаемых с КА. Аппаратура ДЗЗ позволяет проводить периодическую съёмку земной поверхности и таким образом наблюдать за изменениями окружающей среды [1]. Гиперспектральное ДЗЗ является перспективным направлением развития рынка ДЗЗ. Оно позволяет решать множество тематических задач. Помимо развития методов обработки, на сегодня существует тенденция к уменьшению массогабаритных характеристик самой гиперспектральной аппаратуры (ГСА) с сохранением качества изображения и высоких светосигнальных характеристик. В данном отношении перспективной является конструкция аппаратуры, основанная на схеме Оффнера [2]. Применение данной конструкции для построения современных перспективных гиперспектрометров широко представлено как в зарубежных [3-16], так и в отечественных работах [17-23].

Применение методов моделирования актуально на стадиях разработки и эксплуатации гиперспектрометра так как позволяет: прогнозировать влияние на качество изображения условий съёмки, а также параметров самой аппаратуры; определять требования к условиям функционирования; обосновывать технические решения, подбирать оптимальные параметры и состав компонент аппаратуры; определять параметры работы гиперспектрометра и углового движения по околоземной орбите; подбирать вариант гиперспектрометра, который позволяет решать определённый класс тематических задач; прорабатывать большое число вариантов ГСА Оффнеровского типа для сокращения сроков проектирования и т.д.

Функционирование гиперспектрометра в условиях космического полёта является сложным и взаимосвязанным процессом, при котором на качество получаемой информации влияет множество различных факторов. Здесь возникает необходимость разработки методов моделирования ГСА Оффнеровского типа объединяющих геометрические параметры электронного макета аппаратуры, а также параметры оптических и электронных компонент в виде единой модели.

*Факторы, влияющие на качество изображения.*

В работе [24] обозначена необходимость комплексного подхода к разработке ГСА ДЗЗ, так как отдельные характеристики аппаратуры и получаемой с неё информации не позволяют оценить возможность решения тематических задач потребителей информации. Исследования с использованием имитационной модели гиперспектрометра [24] показали, что на возможность решения тематических задач в первую очередь оказывают влияние параметры как самой аппаратуры, так и условий съёмки (сцены). Отсюда следует, что факторы, влияющие на качество информации напрямую связаны с указанными параметрами.

Факторы, влияющие на качество получаемой гиперспектрометром информации можно разделить на внешние и внутренние. Внешние факторы связаны с условиями съёмки (сцены), а внутренние – с параметрами ГСА. Как показывает обзор выполненных теоретических и практических исследований к внешней группе факторов следует отнести параметры движения гиперспектрометра, уровень освещённости сцены, характеристики атмосферы Земли во время съёмки.

В работе [25] приводится пример искажённого изображения гиперкуба информации. Данное искажение обусловлено движением воздушного носителя во время съёмки. В работе [26] отмечается, что скорость движения, углы ориентации гиперспектральной аппаратуры в момент съёмки, угловые скорости, а также различного рода ошибки движения и ориентации влияют на геометрию формирования гиперспектрального изображения. Это происходит



потому что, при различных углах съёмки, а также параметрах движения аппаратуры изменяется как проекция пиксела (регистратора) в плоскости изображения гиперспектрометра, так и скорость движения изображения. В работе [26] показано, что разрешающая способность формируемого изображения является функцией следующих параметров: высота съёмки, угол наклона гиперспектрометра, скорость движения гиперспектрометра, фокусное расстояние объектива, размер пиксела фотоэлектрического преобразователя. В работах [25, 27, 28] показана зависимость освещённости фотоприёмной матрицы, отношения сигнал/шум от яркости входном зрачке гиперспектрометра. В работе [29] приведены параметры атмосферы, влияющие на: освещённость (спектральный коэффициент пропускания), фоновую освещённость (яркость дымки), размытие изображения (модель турбулентности).

Обзор трудов по тематике разработки и исследования гиперспектральной аппаратуры показывает, что к группе внутренних факторов, влияющих на качество изображения, относят параметры работы оптической системы (ОС) гиперспектрометра и фотоприёмного устройства, которые характеризуются:

- функцией передачи модуляции (ФПМ) (или частотно-контрастной характеристикой) оптико-электронного тракта гиперспектрометра [7, 8, 23, 25, 27, 28, 30];
- уровнем освещённости и достижимым отношением сигнал/шум в спектральном канале [4, 6, 10, 25, 27];
- ортоскопией оптического изображения в плоскости фотоприёмника [4, 7, 12, 13, 16, 28, 30, 31].

Рассмотрим далее подходы к моделированию формирования гиперспектрального изображения, которые учитывают, как параметры аппаратуры, так и условия съёмки (сцены).

*Одномерные («Single-Pixel») модели предметной плоскости (сцены).*

Одномерные или однопиксельные («Single-Pixel») модели предназначены для имитации рассеивания света на различных составляющих подстилающей

поверхности Земли. Компоненты подстилающей поверхности Земли по специфике рассеивания света можно разделить на четыре группы: почва и антропогенные объекты; растительность; водные объекты; слои атмосферы Земли. Для имитации каждой из компонент на сегодняшний день разработано множество моделей.

К известным одномерным моделям почв и антропогенных объектов относятся: Napke [32], SoilBRDF [33], Ross-Li [34, 35], Walthall [36], UrbanBRDF [37], BPDF [38], UrbanRT [39], DEA [40].

К известным одномерным моделям растительности относятся: SAIL [41], PRO-Kuusk [42], PROSPECT [43-45],  $\frac{1}{2}$  - DIS [46], MBRF [47], ACRM [48], 2-STREAM [49], FDM [50], COSINE [51], AWSM [52].

К известным одномерным моделям водных объектов относятся: MC-I (II, III) [53-55], IE [56], DO [57], FEM [58], MOMO [59], CRTM [60], MC-RT [61], PZ06 [62], SCIATRAN [63], HydroLight [64].

К известным одномерным моделям атмосферы Земли относятся: 4A/OP [65], DISORT [66], MODTRAN [67], 5S/6S [68], RTTOV [69], ARTS [70], LBLRTM [71], FARMS [72].

Перечисленные модели требовательны к производительности вычислений электронно-вычислительных машин (ЭВМ), однако позволяют имитировать наиболее достоверное и реалистичное изображение в численных моделях генерации двумерного распределения яркости и моделях формирования изображения.

*Модели предметной плоскости (двухмерные), учитывающие эффекты рассеивания на трёхмерных объектах.*

К моделям, учитывающим рассеивание света с различной спецификой трёхмерных объектов предметной плоскости (сцены) относятся: CAMEO-SIM [73], DART [74, 75], LFM [76], PIS [77], BOA TOA [78]. Генерация двумерного распределения яркости в направлении зрачка оптической системы в данных моделях основана на использовании подходов одномерных моделей.

*Подходы к моделированию гиперспектральных изображений, использующие эмпирические данные.*

В данных подходах гиперспектральное изображение моделируется путём передискретизации исходных, полученных эмпирически, гиперспектральных данных. Для получения эмпирических данных, используются информация со спектрометров, установленных на самолётах носителях. К моделям, основанным на эмпирических данных относятся: EMAS-hyperspectral (Guerin D.C.) [79], MASTER (Hook S.J.) [80], ISDAS (Staenz K.) [81], SHyIGS (Zhang, J.) [82]. В данных подходах не учитывается физика формирования изображения, на модельных изображениях присутствуют артефакты, что является методическими недостатками подхода. Также к недостаткам относятся ограниченность и дороговизна получения эмпирических данных.

*Статистические подходы к моделированию гиперспектральных изображений.*

Данные подходы основаны на использовании статистических (вероятностных) моделей (например, моделей Монте-Карло), алгоритмов машинного обучения. Данный подход отличается от рассмотренного выше тем, что получаемое модельное гиперспектральное изображение является полностью синтетическим и статистически генерируется с заданным спектральным составом смешанного пиксела изображения [83, 84]. Использование статистического подхода для моделирования гиперспектральных изображений рассмотрено в работах: ARTMO (Rivera J.) [85], FLIGHT (North P.) [86], HSI Generator [87] (Barducci A.), SCOPE (Van der Tol C.) [88], Endmember Image (Altmann Y.) [89], SVAT (Qiu B.) [90], HyISO (Wang B.) [91]. Использование в расчётах набора статистических моделей («эмуляторов»), аппроксимирующих одномерные (однопиксельные) модели, позволяет снизить требования к производительности вычислений на ЭВМ, что является преимуществом данного подхода. К недостаткам статистических методов следует отнести недостаточный реализм получаемых изображений, а

также отсутствие возможности учёта специфики объектов реального мира при моделировании.

### **Степень разработанности темы**

#### *Модели формирования гиперспектрального изображения.*

К данным моделям следует отнести: ESS (Guanter L., Segl, K) [92, 93], DIRSIG (Schott J., Bloechl K. A.) [94, 95], PICASSO (Cota S.A.) [96, 97], SENSOR (Börner A.) [98], Selex-Galileo (Coppo P.) [99, 100], HySIM (Shetler B., Bartell R.) [101, 102], DSHIS (Tao D., Jia G.) [103-105], CRISM (Parente M.) [106], Козинов И.А. [107]. Наибольшее число работ из представленных [92-106] составляют модели «сквозного» («end to end») формирования гиперспектрального изображения (ГСИ). Под «сквозными» понимаются модели, в которых реализована последовательная цепочка моделирования начиная с распределения яркости в направлении зрачка оптической системы и заканчивая конечным файлом изображения. Звеньями цепочки обычно являются модели: предметной плоскости (сцены) [92-106], атмосферы Земли [92-106], движения платформы с гиперспектрометром во время съёмки [92-98, 101, 102], формирования изображения гиперспектрометром [92-107]. В работах («end to end») [92-106] детализировано разрабатываются модели формирования двумерного распределения яркости на входном зрачке аппаратуры, в которых используются рассмотренные ранее подходы к моделированию компонент подстилающей поверхности Земли. В работах [92-107] указывается, что моделирование формирования изображения основано на использовании интегралов свёртки исходного распределения яркости с функциями рассеяния оптической системы, регистратора и электронной системы формирования изображения. Модель оптической системы гиперспектрометра в работах [92-107] отсутствует, при этом функция рассеяния точки (ФРТ) или модуль оптической передаточной функции (ОПФ) либо задаётся (вычисляется с использованием сторонних приложений), либо вычисляется аналитически [96, 100, 103]. Также в моделях не определяются, а задаются параметры оптического изображения, которые связаны со:

светосилой, дисперсией, ортоскопией (трапецеидальностью, кривизной в меридиональном и сагиттальном направлениях), геометрией и положением формируемого распределения освещённости (с учётом увеличения в меридиональном и сагиттальном направлениях). Указанные недостатки приводят к невозможности проведения исследований влияния на качество изображения параметров оптической системы (ОС) гиперспектрометра по схеме Оффнера (параметров объектива, щелевой диафрагмы, зеркал спектрометра по схеме Оффнера с дифракционной решёткой) с учётом воздействия на ОС факторов космического функционирования (смещений, децентрировок, термодформаций элементов ОС и т.д.).

Необходимо отметить, что некоторые их перечисленных моделей использовались при моделировании образцов гиперспектрометров по схеме Оффнера с призмами (EnMAP) [92, 93, 108] и дифракционной решёткой: Hyperion [94, 95, 109], CRISM [106], HyIS [103]. Однако в данных работах модель ОС гиперспектрометра по схеме Оффнера также отсутствует. Модели [92-107] не позволяют оценить влияние на ГСИ изменения уровня освещённости, которое зависит как от параметров ОС (определяющих экранирование и виньетирование светового потока), так и от углов падения световых лучей (по полю зрения) на входной зрачок ОС, дифракционную решётку (для работ [94, 95, 103, 106]). При формировании изображений не учитываются порядки дифракции и их интенсивности [110], параметры микрорельефа (период, высота зубца) дифракционной решётки. Набор формул для расчёта положения изображения в спектрометре по схеме Оффнера, полученные в работе [103], содержат углы падения лучей на зеркала спектрометра, при этом соотношения для расчёта этих углов в работе отсутствуют. В работе [110] показано, что положение изображения в спектрометре определяется линейной зависимостью, однако в работе [103] (как и в других работах [16, 111, 112]) отсутствуют аналитические соотношения для расчёта коэффициента зависимости с учётом периода решётки и параметров оптической схемы. Рассмотренные работы [92-107] не

точные, так как перечисленные недостатки моделей не позволяют учесть особенности схемы гиперспектрометра при расчёте уровня освещённости в условиях космического функционирования.

Большинство моделей («end to end») [92-106] реализованы в программных инструментах («Simulation Tool»), однако в публикациях к ним отсутствует формализованное описание процесса формирования ГСИ (начиная с распределения яркости в направлении зрачка оптической системы и заканчивая конечным файлом изображения). В частности, в публикациях авторов моделей («end to end») не представлено каким образом производилось моделирование распределения освещённости в плоскости регистратора [92-106] с учётом: углового и поступательного движения гиперспектрометра во время съёмки [92-98, 101, 102], геометрии и положения изображения [92-106], искажений ортоскопии изображения (вызванных дисторсией) [92-95, 99-102]. С использованием модельных ГСИ в работах [92-106] не показано влияние на спектральные характеристики материалов геометрических искажений, расфокусировки в плоскости изображения гиперспектрометра. Также в работах [92-106] не показано влияние на ГСИ: параметров движения и ориентации гиперспектрометра в момент съёмки, спектральной интенсивности порядка дифракционной решётки, спектральной чувствительности фотоприёмника, шумов регистратора и электронного тракта. В отличие от работ [92-106], в работе [107] приводится формализованная модель формирования гиперкуба данных, в которой также не учтены вышеперечисленные факторы. Перечисленные недостатки работ не позволяют проводить исследования влияния на ГСИ вышеперечисленных факторов, а отсутствие формализации моделей [92-106] делает невозможным их применение в рамках настоящего исследования.

*Методы моделирования, позволяющие проводить оценку качества работы ГСА.*

Как уже было ранее отмечено качество ГСИ характеризуется ФПМ оптико-электронного тракта гиперспектрометра, уровнем освещённости (или

отношением сигнал/шум), ортоскопией оптического изображения. Остановимся подробнее на каждой из этих характеристик.

*Методы расчёта функции рассеяния точки.*

ФПМ сквозного тракта гиперспектрометра зависит от параметров каждого из звеньев оптико-электронного тракта и при имитационном моделировании представляется как произведение модуля ОПФ ОС и ФПМ фотоприёмного устройства [27, 28]. Рассмотрение прочих ФПМ оптико-электронного тракта, как менее значимых для качества ГСИ опустим. Качество работы фотоприёмного устройства определяется апертурной функцией светочувствительного пиксела, технологическими параметрами изготовителя устройства, а также кадровой частотой на которой производится съёмка. Качество изображения ОС гиперспектрометра для выбранной длины волны характеризуется ФРТ и аппаратной функцией (АФ).

В работе [30] сообщается, что АФ гиперспектрометра это и есть ФРТ. Однако общеизвестно, что ФРТ ОС характеризует распределение освещённости в изображении светящейся точки [113]. АФ ОС спектрального прибора напротив характеризует распределение освещённости в изображении щели [114]. Это означает, что изображению щели соответствует линия (а не точечный источник) в предметной плоскости. В таком случае АФ ОС рассчитывается как свёртка дифракционной АФ с функцией щели спектрометра [115]. Аналогичный подход к расчёту характеристик гиперспектрометра используется и у зарубежных исследователей [7, 103]. При таком подходе считается, что щель спектрометра является самосветящейся т.е. испускает излучение во всё пространство. В работе [115] со ссылкой на работу Д.С. Рождественского [116] утверждается, что происходит некогерентное освещение щели, находящейся в фокальной плоскости объектива спектрального прибора. Однако, как показано в работе [110], спектрометр по схеме Оффнера при достаточно широком входном пучке (угол раствора  $7,5^\circ$ ) имеет малые геометрические aberrации в плоскости изображения. Для космической съёмки угол раствора пучка в плоскости изображения для

объектива с  $D = 60\text{мм}$  и  $f = 300\text{мм}$  составляет приблизительно  $5,7^\circ$  из чего следует, что отношение апертур объектива и спектрометра с позиции работы [116] соответствует частично когерентному случаю освещения щели. В работе [17] на лабораторном макете показано, что в гиперспектрометре по схеме Оффнера потери разрешения отсутствуют. Обычно, при моделировании формирования изображения ОС используется монохроматическая ФРТ [113]. Для её расчёта необходимо рассмотреть прохождение когерентного излучения через элементы ОС спектрального прибора: объектив, щелевую диафрагму и спектрометр по схеме Оффнера с дифракционной решёткой. Расчёт ФРТ (и АФ) гиперспектрометра в работах [7, 28, 30, 103, 114, 115, 117] производится с использованием приближения теории линейных систем, в которой вклад различных элементов считается независимым. Для определения геометрической ФРТ гиперспектрометра исследователями [6, 7, 13, 15, 23, 28, 30, 103, 108] обычно применяется программное обеспечение (ПО) типа Zemax, Code V и т.п. Однако, как известно, схема Оффнера имеет минимальный уровень геометрических aberrаций [110, 118]. Более того, данная система включает в свою конструкцию дифракционный оптический элемент (ДОЭ) – дифракционную решётку [119]. Это значит, что качество изображения будет определяться волновой природой света или дифракцией света на элементах схемы, и при этом, геометрический подход не позволит получить точного объяснения работы такой системы.

*Методы расчёта освещённости и сигнала на пикселе регистратора.*

Оценка освещённости в работах [25-28, 96, 97, 102, 104, 107, 120] и сигнала на пикселе регистратора (отношения сигнал/шум) [25, 27, 96-98, 100, 102-104, 107] в спектральном канале гиперспектрометра проводится с использованием аналитических соотношений. В работах [114, 115, 121-124] рассматриваются аналитические соотношения для расчёта освещённости от щелевой диафрагмы и до плоскости изображения. В качестве численных методов расчёта освещённости в спектрографах [114] предлагается использовать метод элементарных площадок, предложенный Г.Г. Слюсаревым.



В существующих методах расчёта освещённости и сигнала на пикселе регистратора (отношения сигнал/шум) рассматриваются отдельные подходы к расчёту в системах объектива или спектрометров с призмами, плоскими, вогнутыми решётками. Вопрос расчёта освещённости при комбинации объектива и спектрометра представлен приближёнными аналитическими соотношениями и не детализирован, т.к. не учитывает ограничения и углы падения световых лучей по полю зрения.

#### *Методы расчёта геометрических параметров изображения*

Геометрические параметры изображения определяются такими характеристиками прибора как увеличение, поле зрения, дисперсия и ортоскопия формируемого спектра [114, 115, 120-127]. Так как изображающий гиперспектрометр состоит из систем объектива и спектрометра, то геометрические размеры формируемого изображения будут определяться произведением увеличений указанных систем. Обычно для изображающих систем стараются добиваться как одинаковой разрешающей способности, так и одинакового увеличения в меридиональной и сагиттальной плоскостях. К геометрическим искажениям спектральных приборов относятся кривизна, трапецеидальность спектральных линий (вдоль направления координаты щелевой диафрагмы) и спектральных полос (вдоль направления спектральной координаты). Данные искажения обусловлены в основном дисторсией, свойственной для всех видов спектрографов. Они приводят к снижению точности радиометрических данных и ошибкам идентификации спектральных характеристик [4, 6, 28, 30, 31, 115, 121].

В работе [128] рассматриваются метрики (интегралы от разницы между функциями распределений освещённости в плоскости изображения) для оценки влияния увеличения ФРТ, кривизны спектральных линий, трапецеидальности спектральных полос на качество ГСИ. В работе [129] анализируется влияние изменения пространственной неоднородности ФРТ в плоскости изображения на качество ГСИ. В работе [130] проводится анализ влияния изменения ширин и формы ФРТ, трапецеидальных искажений на

спектры изображений. Для моделирования в [130] использовалась программа Virtual Camera. В работе проводилась оценка отклонений яркостей между данными тестовых спектров без учёта и с учётом трапецеидальности. В работе [131] рассматривается метод, позволяющий проводить анализ геометрических искажений в плоскости изображения гиперспектрометра.

Недостатком данных работ (в том числе и [92-107]) является отсутствие формализации процесса формирования оптического изображения гиперспектрометром с учётом искажений. В работах не детализируются параметры гиперспектрометров, а также математический аппарат, используемый для моделирования работы гиперспектрометров и оценки геометрии изображения.

*Научно-методическая базой исследования в области теории спектральных приборов и диспергирующих элементов послужили работы отечественных учёных: С.Э. Фриш [126], А.Н. Зайдель [121], И.М. Нагибина [124, 127], И.В. Пейсахсон [114], И.В. Скоков [115], К.И. Тарасов [125], В.И. Малышев [120], Г.И. Федотов [122], В.В. Лебедева [123]. В указанных работах рассматриваются спектрографы с призмами, плоскими и вогнутыми дифракционными решётками.*

На сегодняшний день, изображающая ГСА является новым видом прибора, который проводит измерение не только спектральной характеристики, но и строит изображение. В качестве диспергирующего элемента здесь применяется выпуклая дифракционная решётка. В области теории изображающей ГСА Оффнеровского типа необходимо выделить теоретические работы отечественных учёных: Н.Л. Казанский [23, 110, 118], С.И. Харитонов [119, 132], Л.Л. Досколович [133], Р.В. Скиданов [19], С.В. Карпеев [17, 18], А.Д. Головин [134]. В них представлены подходы к моделированию работы и выбора проектных параметров компонентов ГСА с дифракционной решёткой. Теория ГСА по схеме Оффнера за рубежом представлена работами учёных: А. Offner [2], M.V.R.K. Murty [135], D. Kwo

[136], M.P. Chrisp [3], P. Mouroulis [6, 7], X. Prieto-Blanco [111, 112], D.R. Lobb [137], N.C. Das [138] и др.

Однако необходимо подчеркнуть, что в работах вышеперечисленных авторов:

1. Не разрабатывалась единая математическая модель гиперспектрометра, позволяющая формировать изображение с учётом рассмотренных разнородных факторов (характерных для условий космического функционирования), а также проводить углублённое исследование их влияния на ГСИ и его качество. Не проводились исследования влияния разнородных факторов на ГСИ и его качество.

2. Не исследовались структурные передаточные ОС гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, в приближении скалярной волновой теории.

3. Не исследовалось влияние погрешностей расположения элементов ОС спектрометра по схеме Оффнера, на качество, геометрию изображения в плоскости регистратора, и не определялись допуски на расположение элементов спектрометра.

**Объектом исследования** является модель гиперспектральной аппаратуры Оффнеровского типа, предназначенной для дистанционного зондирования Земли, и работающей в оптическом диапазоне спектра.

**Предметом исследования** являются методы, способы, предназначенные для расчёта параметров и моделирования работы гиперспектральной аппаратуры Оффнеровского типа с учётом факторов функционирования на борту космического аппарата.

**Целью диссертационной работы** является создание математической модели гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, позволяющей формировать изображение, учитывающей группы факторов (движение по орбите, освещённость предметной плоскости, влияние атмосферы, характеристики оптической системы, дифракционные эффекты, погрешности позиционирования оптических элементов, свойства светочувствительной

матрицы), применение модели для углублённого исследования влияния факторов на изображение и его качество.

Для достижения целей в работе **поставлены следующие задачи:**

1. Разработать математическую модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром, основанным на схеме Оффнера, которая в совокупности учитывает параметры движения, распределение яркости в предметной плоскости, характеристики атмосферы Земли, модель оптической системы, модель фотоприёмника и электронного тракта; провести вычислительный эксперимент по формированию серии гиперспектральных изображений и проанализировать результаты эксперимента с точки зрения реализации возможностей модели.

2. Используя разработанную математическую модель исследовать в рамках скалярной волновой теории частотно-контрастную характеристику оптической системы гиперспектрометра и сравнить с результатами геометрооптического моделирования.

3. Используя разработанную математическую модель исследовать параметры изображения гиперспектрометра и определить допуски на расположение элементов спектрометра.

### **Научная новизна работы.**

1. Предложена и исследована математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром, основанным на схеме Оффнера, отличающаяся учётом совокупного влияния следующих характерных факторов: скорость поступательного и углового движения по орбите; параметры орбиты; вращение Земли; оптические характеристики атмосферы Земли; освещённость поверхности Земли; погрешности юстировки оптической схемы гиперспектрометра; оптические параметры объектива; ширину щелевой диафрагмы; период и форму поверхности отражающей дифракционной решётки спектрометра, а также включающая динамическую модель оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы. Предложенная математическая модель позволила учесть при формировании изображения:

возможные изменения пространственного и спектрального разрешения при работе на борту КА; изменение уровня освещённости на краях оптического спектра (в центре поля зрения) и в центральной области спектра (для края поля зрения) по сравнению с известным аналитическим подходом к расчёту освещённости; возможные ошибки идентификации и искажения в спектрах объектов при работе на борту КА.

2. Предложен метод расчёта передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) ОС гиперспектрометра по схеме Оффнера, заключающийся в замене последовательного вычисления дифракционного интеграла по входным апертурам всех оптических элементов одним интегрированием по поверхности первого зеркала спектрометра. Наличие дифракционной решетки на поверхности зеркала учитывается в рамках локальной асимптотической аппроксимации решетки на криволинейной поверхности плоской решеткой в касательной плоскости. Получено аналитическое выражение для расчёта коэффициентов интенсивности порядков дифракции решётки на криволинейной поверхности с профилем, близким к треугольному при произвольном падении света. Для предельного случая установлено локальное увеличение контраста на длине волны 500 нм для частот от 200 до 300  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 700 нм для частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 900 нм для частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  в сагиттальном направлении плоскости изображения. Значения контраста на длинах волн 500 нм, 700 нм и 900 нм составили 0,256, 0,352, 0,446, что по отношению к значениям контраста на этих длинах волн на ЧКХ идеальной ОС с кольцевой апертурой составляет 102,4%, 146,6%, 176,3% соответственно.

3. Получены результаты численного анализа влияния погрешностей юстировки оптической схемы Оффнера на параметры формируемого изображения. Показано, что при смещении от -12 до 14 мкм по оси OZ, наклонах до 34" вокруг осей OX, OY для зеркала спектрометра с радиусом - 159,6 мм и при смещении от -30 до 25 мкм по оси OZ, наклонах до 135" вокруг

осей OX, OY, до 89° вокруг оси OZ для зеркала спектрометра с радиусом -80,6 мм ширина ФРТ не превышает характерный размер светочувствительного элемента в 11–12 мкм для современных светочувствительных матриц.

**Теоретическую значимость** составляют: математическая модель космического гиперспектрометра по схеме Оффнера, позволяющая проводить углублённые исследования влияния различных факторов на гиперспектральное изображение; результаты исследования в рамках скалярной теории дифракции предельных структурных передаточных характеристик оптической системы гиперспектрометра, состоящего из зеркально-линзового объектива и спектрометра по схеме Оффнера с дифракционной решёткой.

**Практическая значимость** заключается в возможности использования разработанной модели, реализованной в программно-математическом обеспечении, а также полученных предельных структурных передаточных характеристик и ограничений на позиционирование оптических элементов при разработке космической гиперспектральной аппаратуры Оффнеровского типа.

**Методы исследования.** В диссертационной работе используются методы геометрооптического моделирования, волновой оптики, цифровой обработки сигналов и изображений, методы математического анализа, методы теории вероятности и математической статистики, методы вычислительной математики.

**Личный вклад автора.** Изложенные результаты в диссертационной работе, были получены лично автором. Постановка задач и обсуждение результатов проводились совместно с научным руководителем. На использованные в работе заимствованные теоретические положения и практические результаты имеются необходимые ссылки из публикаций.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром, основанным на схеме Оффнера, учитывающая совокупное влияние следующих характерных факторов: скорость поступательного и углового движения по орбите; параметры орбиты;

вращение Земли; оптические характеристики атмосферы Земли; освещенность поверхности Земли; погрешности юстировки оптической схемы гиперспектрометра; оптические параметры объектива; ширину щелевой диафрагмы; период и форму поверхности отражающей дифракционной решётки спектрометра, а также включающая динамическую модель оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы. Математическая модель позволяет учесть при формировании изображения: возможные изменения пространственного и спектрального разрешения при работе на борту КА; изменение уровня освещённости на краях оптического спектра (в центре поля зрения) и в центральной области спектра (для края поля зрения) по сравнению с известным аналитическим подходом к расчёту освещённости; возможные ошибки идентификации и искажения в спектрах объектов при работе на борту КА.

2. Результаты расчёта предельных передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) оптической системы гиперспектрометра по схеме Оффнера. Показано, что в предельном случае происходит локальное увеличение контраста на длине волны 500 нм для частот от 200 до 300  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 700 нм для частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 900 нм для частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  в сагиттальном направлении плоскости изображения. Значения контраста на длинах волн 500 нм, 700 нм и 900 нм составили 0,256, 0,352, 0,446, что по отношению к значениям контраста на этих длинах волн на ЧКХ идеальной ОС с кольцевой апертурой составляет 102,4%, 146,6%, 176,3% соответственно.

3. Результаты численного анализа влияния погрешностей юстировки оптической схемы Оффнера на параметры формируемого изображения. Показано, что при смещении от -12 до 14 мкм по оси OZ, наклонах до 34" вокруг осей OX, OY для зеркала спектрометра с радиусом -159,6 мм и при смещении от -30 до 25 мкм по оси OZ, наклонах до 135" вокруг осей OX, OY, до 89" вокруг оси OZ для зеркала спектрометра с радиусом -80,6 мм ширина ФРТ не

превышает характерный размер светочувствительного элемента в 11–12 мкм для современных светочувствительных матриц.

**Достоверность результатов** подтверждается корректностью математических операций, соблюдением логической последовательности протекания процессов функционирования гиперспектрометра в условиях орбитального полёта; совпадением и сходимостью с результатами решения тестовых задач при помощи аналитических моделей, апробированных методов и аналитических соотношений; проверками на изображениях уровней яркостей и форм спектральных характеристик (с учётом искажающих факторов); проверками адекватности моделей и результатов расчётов. Достоверность результатов расчёта ФРТ в приближении волновой оптики дополнительно подтверждаются согласованностью: результатов расчётов светового поля после дифракции на щели с результатами другого исследования; ограничений пространственных частот в сагиттальном направлении с теорией спектральных приборов; форм ФРТ с результатами моделирования в приближении геометрической оптики и экспериментальными результатами другого исследования.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на международных и всероссийских научных конференциях. Доклады представлены на всероссийских научно-технических конференциях с международным участием «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (V, VI, VII Козловские чтения, Самара, 2017, 2019, 2021), IV и V международной конференции и молодежной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2018, ИТНТ-2019, Самара, 2018, 2019), научно-технической конференции «Системы наблюдения, мониторинга и дистанционного зондирования Земли» (СИСТЕМЫ ДЗЗ XVI, XVII, Геленджик, Сочи, 2019, 2021).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ. Из них, 6 статей – в научных журналах и изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией для опубликования основных научных результатов



диссертации на соискание ученой степени кандидата и доктора наук.

**Объём и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырёх разделов, заключения, списка литературы из 165 наименований, шести приложений. Работа изложена на 162 листах машинописного текста, включает 70 рисунков, 11 таблиц.

# **1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРОМ ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА**

В 1 разделе рассматривается структура и разрабатывается теория математической модели процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера.

## **1.1 Математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера**

### **1.1.1 Основные ограничения и допущения при моделировании**

В данной работе для уменьшения размерности решаемой задачи введены следующие ограничения и допущения в части моделирования процесса формирования изображения:

- будем рассматривать диапазон длин волн от 430 до 900 нм, моделирование регистрации освещённости, будем проводить в области первого порядка дифракции;
- в пределах формируемого изображения сцены, примем, что ОС гиперспектрометра локально изопланатична;
- расстояние до предметной плоскости, масштабирование, угол падения лучей на ОС, телесный угол лучей, прошедших в плоскость изображения за время регистрации кадров изменяются незначительно, т.е. постоянны в пределах строящегося изображения;
- в локальной изопланатической зоне будем считать, что вектора скорости движения изображения (СДИ) во всех точках приблизительно одинаковы, а изображение движется прямолинейно и равномерно;
- для центральной точки изопланатической зоны (ЦТИЗ) на земном эллипсоиде примем, что стрелка прогиба эллипсоидальной поверхности по сравнению с линейными размерами предметной плоскости мала, т.е. не будем учитывать кривизну поверхности при формировании изображения.

Моделирование движения гиперспектрометра будем проводить в соответствии с допущениями, приведёнными в работе [139].

### **1.1.2 Структура математической модели процесса формирования изображения гиперспектрометром**

Математическая модель процесса формирования изображения гиперспектрометром состоит из:

- аналитической модели невозмущённого движения гиперспектрометра по эллиптической орбите;
- модели расчёта ФРТ гиперспектрометра;
- модели предметной плоскости;
- модели формирования оптического изображения в плоскости фотоприёмника гиперспектрометра;
- модели регистрации распределения освещённости матричным приёмником;
- модели аддитивных шумов, возникающих при регистрации матричным фотоприёмником;
- модели формирования изображения.

Общая структура модели с учётом входных и выходных данных каждого элемента модели и последовательности расчёта представлена на рисунке 1.1.

В модели учитывается группа внешних и внутренних факторов, влияющих на качество изображения. К внешним факторам относятся исходные данные для аналитической модели невозмущённого движения гиперспектрометра по эллиптической орбите и модели предметной плоскости. Исходные данные учитывают поступательное и угловое движение гиперспектрометра, ориентацию в момент съёмки, освещённость поверхности Земли и яркость атмосферной дымки, пропускание атмосферы, а также распределение коэффициентов отражения предметной плоскости.

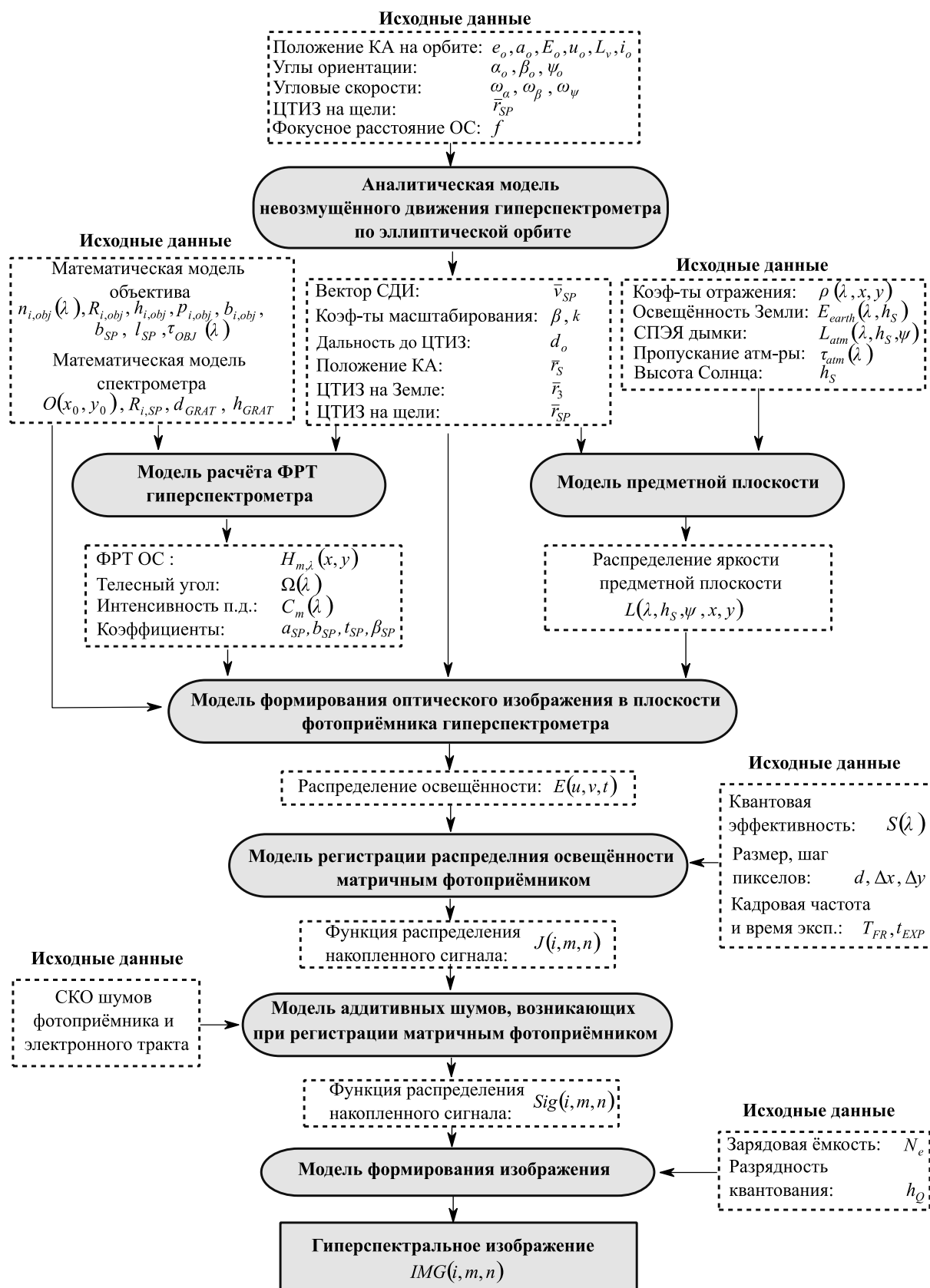


Рисунок 1.1 – Структура математической модели процесса формирования изображения гиперспектрометром [140]

Группа внутренних факторов учитывает математическую модель объектива и спектрометра по схеме Оффнера, динамическую модель оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы (см. рисунок 1.1).

## 1.2 Аналитическая модель невозмущённого движения гиперспектрометра по эллиптической орбите

Рассмотрим в данном подразделе аналитическую модель для расчёта СДИ в плоскости регистратора гиперспектрометра с использованием теории невозмущённого Кеплеровского движения. Для расчёта СДИ воспользуемся соотношениями, приведённые в работе [139]. Системы координат, которые используются при моделировании приведены в Приложении А.

*Входные и выходные данные аналитической модели невозмущённого движения гиперспектрометра.*

Входные данные:

- набор орбитальных параметров КА  $\tilde{\delta} = (e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$ ;
- набор углов ориентации КА  $\tilde{\phi} = \tilde{\phi}(\alpha_o, \beta_o, \psi_o)$ ;
- набор параметров углового движения КА  $\tilde{\omega} = (\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\psi)$ ;
- вектор положения ЦТИЗ на щелевой диафрагме  $\bar{r}_{SP}$  и фокусное расстояние объектива  $f$ .

Выходные данные:

- вектор СДИ на щелевой диафрагме  $\bar{v}_{SP}(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \tilde{\omega}, \bar{e}_0)$ ;
- коэффициенты масштабирования  $\beta(f, \tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$  и  $k(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$
- расстояние до проекции ЦТИЗ на земной эллипсоид  $d_o(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$ ;
- положение ЦМ КА, определяемой вектором  $\bar{r}_S(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$ ;
- положение ЦТИЗ на земном эллипсоиде, определяемое вектором  $\bar{r}_3(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$ ;

### 1.2.1 Описание движения гиперспектрометра с использованием теории невозмущённого Кеплеровского движения

Найдём радиус вектор и вектор скорости центра масс (ЦМ) КА в зависимости от параметров орбиты ЦМ КА в гринвичской системе координат (ГСК). Пусть гиперспектрометр на борту космического аппарата движется по эллиптической орбите с большой полуосью  $a_o$  и эксцентриситетом  $e_o$  и имеющей фокальный параметр [141]:

$$p_o = a_o (1 - e_o^2) \quad (1.1)$$

Пусть известна средняя аномалия орбиты  $M_o$ . Для нахождения эксцентричной аномалии  $E_o$  можно воспользоваться итерационным методом Ньютона для решения уравнения Кеплера [142]:

$$E_{o,n+1} = E_{o,n} - \frac{E_{o,n} - e_o \sin(E_{o,n}) - M_o}{1 - e_o \cos(E_{o,n})}. \quad (1.2)$$

Для истинной аномалии орбиты  $\vartheta_o$  имеем [142]:

$$\begin{aligned} \sin(\vartheta_o) &= \frac{\sin(E_o) \sqrt{1 - e_o^2}}{1 - e_o \cos(E_o)}, \\ \cos(\vartheta_o) &= \frac{\cos(E_o) - e_o}{1 - e_o \cos(E_o)}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Подставляя (1.1) и (1.3) в выражение для радиальной  $v_r$  и трансверсальной  $v_\tau$  составляющих вектора скорости КА [141, 142] при эллиптическом движении получаем:

$$\begin{aligned} v_r(e_o, a_o, E_o) &= e_o \sin(\vartheta_o) \sqrt{\frac{\mu_E}{p_o}} = \frac{e_o \sin(E_o)}{1 - e_o \cos(E_o)} \sqrt{\frac{\mu_E}{a_o}}, \\ v_\tau(e_o, a_o, E_o) &= (1 + e_o \cos(\vartheta_o)) \sqrt{\frac{\mu_E}{p_o}} = \frac{\sqrt{1 - e_o^2}}{1 - e_o \cos(E_o)} \sqrt{\frac{\mu_E}{a_o}}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для радиус вектора ЦМ КА  $\bar{r}_S$  имеем [141, 142]:

$$\bar{r}_S(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o) = a_o (1 - e_o \cos(E_o)) \bar{P}_o(u_o, L_v, i_o), \quad (1.5)$$

где

$$\bar{P}_o(u_o, L_v, i_o) = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(u_o)\cos(L_v) - \sin(u_o)\sin(L_v)\cos(i_o) \\ \cos(u_o)\sin(L_v) + \sin(u_o)\cos(L_v)\cos(i_o) \\ \sin(u_o)\sin(i_o) \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Таким образом, мы получили радиус вектор ЦМ КА как функцию параметров орбиты  $\bar{r}_s = \bar{r}_s(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$ . Вектор скорости  $\bar{v}_s$  ЦМ КА можно определить аналогично как:

$$\bar{v}_s(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o) = \frac{v_r \bar{r}_s}{|\bar{r}_s|} + v_\tau \bar{Q}_o = v_r \bar{P}_o + v_\tau \bar{Q}_o, \quad (1.7)$$

где

$$\bar{Q}_o(u_o, L_v, i_o) = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(u_o)\cos(L_v) - \cos(u_o)\sin(L_v)\cos(i_o) \\ -\sin(u_o)\sin(L_v) + \cos(u_o)\cos(L_v)\cos(i_o) \\ \cos(u_o)\sin(i_o) \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

### 1.2.2 Аналитические соотношения для расчёта скорости движения изображения

Для того, чтобы воспользоваться соотношениями для расчёта СДИ, приведёнными в работе [139] найдём проекцию вектора скорости движения ЦМ в ЦТИЗ в орбитальной системе координат (ОСК) КА и дальность до ЦТИЗ на земном эллипсоиде. Построим матрицу перехода  $\mathbf{M}_o$  из ОСК в ГСК (рисунок 1.2) как:

$$\mathbf{M}_o = \left( \begin{array}{c} [\bar{r}_s \times [\bar{r}_s \times \bar{v}_s]] \\ |\bar{r}_s \times [\bar{r}_s \times \bar{v}_s]| \end{array} \middle| \frac{\bar{r}_s}{|\bar{r}_s|}, \frac{[\bar{r}_s \times \bar{v}_s]}{|\bar{r}_s \times \bar{v}_s|} \right) = (\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3) = (\bar{M}_1, \bar{M}_2, \bar{M}_3)^T. \quad (1.9)$$

Скобочками " $\langle \rangle$ " здесь и в дальнейшем будем обозначать скалярное произведение векторов. Аналогично получим в явном виде матрицу перехода из ГСК в ОСК как  $\mathbf{M}'_o = \mathbf{M}_o^T = (\bar{M}'_1, \bar{M}'_2, \bar{M}'_3)^T$ . При этом видно, что элементы матриц  $\mathbf{M}_o$  и  $\mathbf{M}'_o$  являются функцией  $(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$  так как содержат элементы  $\bar{r}_s$  и  $\bar{v}_s$ . Для компактности записи обозначим набор орбитальных параметров как  $\tilde{\delta} = (e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$ .

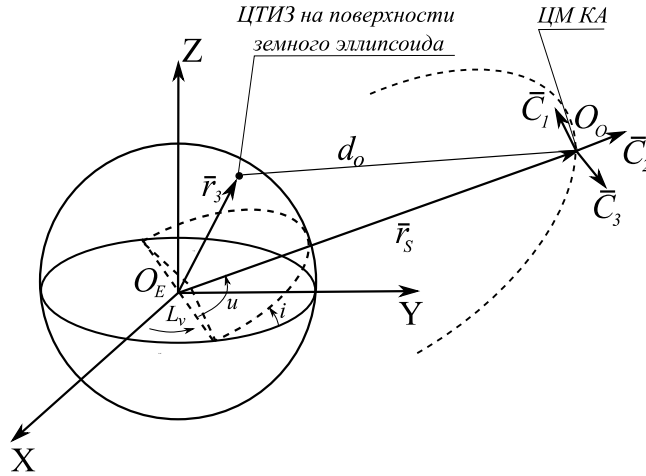


Рисунок 1.2 – Построение орт ОСК (см. Приложение А)

Определим матрицы перехода из программной системы КА (ПСК) в ОСК  $\mathbf{A}_o$  и обратно  $\mathbf{A}_o^T$  аналогично с [139] как  $\mathbf{A}_o = (\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3)^T$ ,  $\mathbf{A}_o^T = (\bar{A}'_1, \bar{A}'_2, \bar{A}'_3)^T$ , где  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3$ ,  $\bar{A}'_1, \bar{A}'_2, \bar{A}'_3$  – векторы-строки, выражения для которых в явном виде приведены в работе [139]. Данные векторы состоят из элементов, которые являются функцией ориентации КА по углам тангажа  $\alpha_o$  крена  $\beta_o$  и рыскания  $\psi_o$ , которые для компактности обозначим как  $\tilde{\phi} = \tilde{\phi}(\alpha_o, \beta_o, \psi_o)$ .

Для того чтобы определить положение ЦТИЗ в предметной плоскости необходимо пересечь луч с земным эллипсоидом. Пусть положение ЦТИЗ на щели в ПСК определяется направляющим вектором  $\bar{e}_0$ :

$$\bar{r}_{SP} = \bar{e}_0 f = f \cdot (ex_0, ey_0, ez_0)^T. \quad (1.10)$$

Положение ЦТИЗ в ГСК определяется последовательностью преобразования СК из ПСК в ОСК и из ОСК в ГСК:

$$\bar{e}'_0(\tilde{\sigma}, \tilde{\phi}) = \mathbf{M}_o \mathbf{A}_o \bar{e}_0 = (\langle \bar{M}_1, \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle, \langle \bar{M}_2, \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle, \langle \bar{M}_3, \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle)^T. \quad (1.11)$$

Рассмотрим расчёт пересечения луча из ЦТИЗ с поверхностью Земли, представленной в виде эллипсоида в ГСК, имеющего уравнение вида:

$$x^2 + y^2 + z^2 + \varepsilon_2^2 z^2 = (A_E + h)^2, \quad (1.12)$$

где  $\varepsilon_2$  – квадрат второго эксцентриситета общего земного эллипсоида,  $A_E$  – большая полуось,  $h$  – средняя высота района съёмки над поверхностью.



Расстояние  $d_o$  до точки пересечения луча с эллипсоидом определяется из квадратного уравнения:

$$\begin{aligned} (\bar{r}_S - d_o \bar{e}'_0)^2 + \varepsilon_2^2 (rz_S - d_o ez'_0)^2 - (A_E + h)^2 &= 0, \\ d_o^2 (1 + \varepsilon_2^2 (ez'_0)^2) - 2d_o (\langle \bar{r}_S, \bar{e}'_0 \rangle + \varepsilon_2^2 rz_S ez'_0) + \\ + \bar{r}_S^2 + \varepsilon_2^2 rz_S^2 - (A_E + h)^2 &= 0. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Решая уравнение (1.13) относительно  $d_o$ , получаем:

$$d_o(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0) = a^{-1} \cdot (b - \sqrt{b^2 - ac}), \quad (1.14)$$

где

$$\begin{cases} a = 1 + \varepsilon_2^2 (ez'_0)^2 = 1 + \varepsilon_2^2 \langle \bar{M}_3, \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle^2, \\ b = \langle \bar{r}_S, \bar{e}'_0 \rangle + \varepsilon_2^2 rz_S ez'_0 = a_o (1 - e_o \cos(E_o)) \cdot (\langle \bar{P}_o, \mathbf{M}_o \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle + \\ + \varepsilon_2^2 P_z \langle \bar{M}_3, \mathbf{A}_o \bar{e}_0 \rangle), \\ c = \bar{r}_S^2 + \varepsilon_2^2 rz_S^2 - (A_E + h)^2 = a_o^2 (1 - e_o \cos(E_o))^2 (1 + \varepsilon_2^2 P_z^2) - (A_E + h)^2. \end{cases} \quad (1.15)$$

Положение ЦТИЗ на поверхности эллипсоида определяется вектором:

$$\bar{r}_3(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0) = \bar{r}_S - d_o (\mathbf{M}_o \mathbf{A}_o \bar{e}_0). \quad (1.16)$$

Проекцию вектора скорости поступательного движения ЦМ КА в ЦТИЗ на поверхности эллипсоида  $\bar{v}_3$  с учётом относительного вращения Земли можно выразить через угловую скорость движения ЦМ КА в момент съёмки.

$$\bar{\omega}_S(\tilde{\delta}) = \omega_o \bar{e}_\omega - \omega_E \bar{e}_E = C_1(\tilde{\delta}) [\bar{r}_S \times \bar{v}_S] - \omega_E \bar{e}_E, \quad (1.17)$$

где  $\omega_E$  – угловая скорость вращения Земли,  $\omega_o$  – угловая скорость ЦТИЗ на поверхности эллипсоида, функция  $C_1(\tilde{\delta}) = \omega_o (|\bar{r}_S \times \bar{v}_S|)^{-1} = |\bar{v}_S| (|\bar{r}_S| |\bar{r}_S \times \bar{v}_S|)^{-1}$ , а  $\bar{e}_E = (0, 0, 1)^T$ .

Тогда для  $\bar{v}_3$  получим выражение в следующем виде:

$$\bar{v}_3(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0) = [\bar{\omega}_S \times \bar{r}_3] = C_1(\tilde{\delta}) (\bar{v}_S \langle \bar{r}_3, \bar{r}_S \rangle - \bar{r}_S \langle \bar{r}_3, \bar{v}_S \rangle) + \omega_E [\bar{r}_3 \times \bar{e}_E]. \quad (1.18)$$

Обозначим набор параметров углового движения КА  $\tilde{\omega} = (\omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\psi)$ . На основании [139], а также обозначений, приведённых в данном подразделе,

представим в компактном виде приближённое выражение для расчёта вектора СДИ в фокальной плоскости объектива гиперспектрометра [143\*]:

$$v_x(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \tilde{\omega}, \bar{e}_0) = \beta \cdot \left( \langle \bar{A}'_1, \mathbf{M}_0^T \bar{v}_3 \rangle - ex_0 \langle \bar{A}'_2, \mathbf{M}_0^T \bar{v}_3 \rangle \right) + ex_0 \langle \bar{\Omega}_2, \bar{r}_{SP} \rangle - \langle \bar{\Omega}_1, \bar{r}_{sp} \rangle, \quad (1.19)$$

$$v_z(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \tilde{\omega}, \bar{e}_0) = \beta \cdot \left( \langle \bar{A}'_3, \mathbf{M}_0^T \bar{v}_3 \rangle - ez_0 \langle \bar{A}'_2, \mathbf{M}_0^T \bar{v}_3 \rangle \right) + ez_0 \langle \bar{\Omega}_2, \bar{r}_{SP} \rangle - \langle \bar{\Omega}_3, \bar{r}_{sp} \rangle, \quad (1.20)$$

где матрица угловых скоростей по каналам тангажа, крена и рыскания  $\Omega_S = (\bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2, \bar{\Omega}_3)^T$  в явном виде приведена в [139], а параметр масштабирования равен

$$\beta = \beta(f, \tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0) = f \cdot (d_o(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0))^{-1}. \quad (1.21)$$

*Масштабирующий коэффициент учёта наклона оптической оси к предметной плоскости, при моделировании формирования изображения*

Из уравнения земного эллипсоида, несложно получить вектор нормали  $\bar{N}_t$  в ЦТИЗ на поверхности эллипсоида  $\bar{r}_3 = \bar{r}_3(rx_3, ry_3, rz_3)$ :

$$\bar{N}_t = (A_E + h)^{-2} (rx_3, ry_3, rz_3 (1 + \varepsilon_2^2))^T, \quad (1.22)$$

с учётом нормировки  $\bar{N}_t = \bar{N}_t / |\bar{N}_t|$ .

Рассмотрим яркостное поле  $L(x, y)$ , имеющее форму прямоугольника с размерами  $L_x$  и  $L_y$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  соответственно. Для простоты моделирования примем, что оси  $X$  плоскостей регистратора гиперспектрометра и проецируемого яркостного поля  $L(x, y)$ , параллельны. Наклон можно учесть приближённо, путём масштабирования яркостного поля вдоль оси  $Y$  (рисунок 1.3).

Новый размер  $L(x, y)$  вдоль оси  $Y$  приближённо определяется из соотношения:

$$L'_y = k(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0) \cdot L_y = \langle \bar{e}'_0, \bar{N}_t \rangle \cdot L_y. \quad (1.23)$$

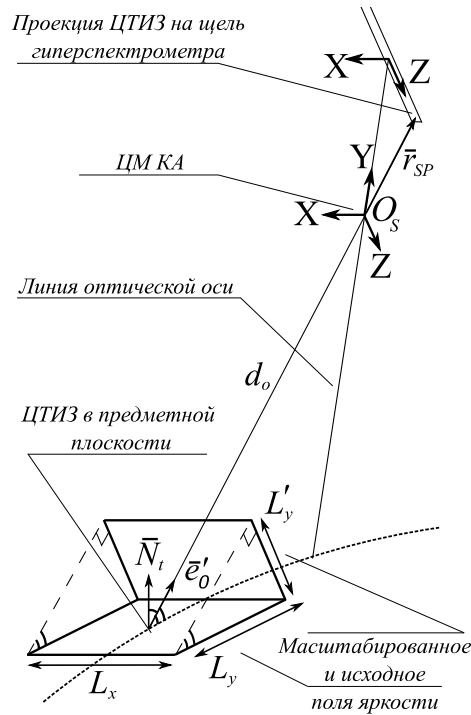


Рисунок 1.3 – Определение положения ЦТИЗ на эллипсоиде и учёт неперпендикулярности предметной плоскости

### 1.3 Модель предметной плоскости с учётом параметров освещённости и яркости атмосферы Земли

Пусть предметная плоскость (сцена) описывается функцией распределения спектральных коэффициентов диффузного отражения  $\rho(\lambda, x, y)$ . Для моделирования предметной плоскости воспользуемся информационной моделью, включающей в себя табличные значения:  $E_{earth}(\lambda, h_S)$  – спектральной облучённости подстилающей поверхности Земли в зависимости от высот Солнца (высота Солнца над горизонтом равна углу падения солнечных лучей на поверхность Земли);  $L_{atm}(\lambda, h_S, \psi)$  – спектральной плотности энергетической яркости (СПЭЯ) атмосферы (дымки) Земли для различных высот Солнца над горизонтом и углов визирования;  $\tau_{atm}(\lambda)$  – интегрального по оптическому пути, спектрального коэффициента пропускания атмосферы. Табличные значения  $E_{earth}(\lambda, h_S)$  приведены в Приложении Б, а  $L_{atm}(\lambda, h_S, \psi)$ ,  $\tau_{atm}(\lambda)$  в работе [29].

Направление визирования можно получить из соотношения  $\psi = \arcsin(k)$ , где  $k(\tilde{\sigma}, \tilde{\phi}, \tilde{e}_0)$  – коэффициент масштабирования (1.23). Распределение яркости в направлении визирования гиперспектрометра (рисунок 1.4) описывается функцией [144\*]:

$$L(\lambda, h_s, \psi, x, y) = \frac{E_{earth}(\lambda, h_s) \rho(\lambda, x, y)}{\pi} (\tau_{atm}(\lambda))^{1/\cos(\psi)} + L_{atm}(\lambda, h_s, \psi). \quad (1.24)$$

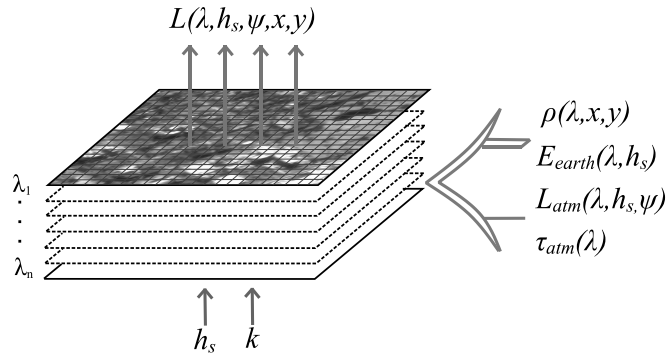


Рисунок 1.4 – Входные и выходные данные модели предметной плоскости

Данный подход также позволяет в математической модели использовать как известные одномерные [32-72], так и двумерные [73-78] модели предметной плоскости.

### 1.4 Модель расчёта ФРТ гиперспектрометра

*Входные и выходные параметры модели расчёта ФРТ.*

Входные данные модели:

- направляющий вектор положения ЦТИЗ на щели  $\bar{r}_{SP}$ ;
- расстояние до проекции ЦТИЗ на земной эллипсоид  $d_o(\tilde{\sigma}, \tilde{\phi}, \tilde{e}_0)$ ;
- положение ЦМ КА, определяемой вектором  $\bar{r}_s(e_o, a_o, E_o, u_o, L_v, i_o)$ ;
- положение ЦТИЗ на земном эллипсоиде, определяемое вектором  $\bar{r}_3(\tilde{\sigma}, \tilde{\phi}, \tilde{e}_0)$ ;
- математическая модель объектива (включая табличные данные: спектрального показателя преломления  $n_{i,obj}(\lambda)$ , радиусов кривизны поверхностей оптических элементов  $R_{i,obj}$ , диаметры  $h_{i,obj}$  толщины  $p_{i,obj}$ ,

расстояния между элементами  $b_{i,obj}$  ширина  $b_{SP}$  и длина  $l_{SP}$  щелевой диафрагмы;

– математическая модель спектрометра по схеме Оффнера (включая табличные значения: положение центра тяжести щелевой диафрагмы  $O(x_0, y_0)$ , радиусы кривизны зеркал  $R_{i,SP}$ , период  $d_{GRAT}$  и высота зубца  $h_{GRAT}$  дифракционной решётки.

Выходные данные модели:

- ФРТ ОС с учётом влияния атмосферы  $H_{m,\lambda}(x, y)$ ;
- телесный угол лучей, прошедших ОС гиперспектрометра  $\Omega(\lambda)$ ;
- спектральная интенсивность порядка дифракции  $C_m(\lambda)$ ;
- коэффициенты линейной дисперсии  $a_{SP}$  и смещения  $b_{SP}$ ;
- коэффициент увеличения спектрометра  $\beta_{SP}$ ;
- коэффициент трапецеидальности спектральных полос  $t_{SP}$ .

Соотношения для определения коэффициентов  $a_{SP}$ ,  $b_{SP}$ ,  $\beta_{SP}$  в зависимости от параметров схемы Оффнера с дифракционной решёткой в параксиальном приближении и приближении нулевого луча приведены в разделе 3. Коэффициент  $t_{SP}$  определяется с использованием модели для трассировки лучей в зависимости от смещений и децентрировок ОС спектрометра, рассмотренной в разделе 3.

*Описание модели расчёта ФРТ.*

Пусть ФРТ гиперспектрометра характеризуется функцией  $H_{m,\lambda}(x, y)$  и для неё выполняется соотношение:

$$\iint_{\gamma} H_{m,\lambda}(x, y) dx dy = 1, \quad (1.25)$$

где область  $\gamma$  включает все точки, где функция  $H_{m,\lambda}(x, y)$  отлична от нуля.

Расчёт ФРТ гиперспектрометра в приближении волновой оптики представлен в разделе 2. Подход к расчёту ФРТ в приближении

геометрической оптики, спектральной интенсивности порядка дифракции и телесного угла лучей рассматривается в разделе 3.

ФРТ ОС гиперспектрометра с учётом влияния атмосферы на размытие изображения определяется следующим соотношением [143\*]:

$$H_{m,\lambda}(x, y) = F^{-1} \left[ F \left[ H_{m,\lambda}(x, y) \right] \cdot h_{\text{urb}}(\nu_x, \nu_y) \right] \quad (1.26)$$

где  $(\nu_x, \nu_y)$  – пространственные частоты в плоскости изображения,  $h_{\text{urb}}(\nu_x, \nu_y)$  – ФПМ размытия атмосферы [29].

### 1.5 Модель формирования оптического изображения в плоскости фотоприёмника гиперспектрометра

*Входные и выходные данные модели формирования оптического изображения.*

Входные данные модели:

- распределение СПЭЯ предметной плоскости  $L(\lambda, x, y)$ ;
  - коэффициенты масштабирования  $\beta_{SP}$ ,  $\beta(f, \tilde{\sigma}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$  и  $k(\tilde{\sigma}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$ ;
  - вектор СДИ на щелевой диафрагме  $\bar{v}_{SP}$ ;
  - положение ЦТИЗ на щелевой диафрагме  $\bar{e}_0$  и ширина щели  $b_{SLIT}$ ;
  - радиусы кривизны зеркал спектрометра  $R_{1,2,(3)}$  и период дифракционной решётки  $d$ ;
  - ФРТ гиперспектрометра  $H_{m,\lambda}(u, v)$ , телесный угол лучей  $\Omega(\lambda)$ , среднее значение спектральной интенсивности порядка дифракции  $C_m(\lambda)$ , интегральный коэффициент пропускания объектива  $\tau_{OBJ}(\lambda)$ ;
  - коэффициенты линейной дисперсии  $a_{SP}$  и смещения  $b_{SP}$ ;
  - коэффициент трапецеидальности спектральных полос  $t_{SP}$ .
- Выходные данные модели:
- распределение освещённости  $E(u, v, t)$  в интегральном виде.

### 1.5.1 Распределение освещённости в фокальной плоскости объектива

Пусть в предметной плоскости имеем распределение яркости  $L_0(\lambda, x_0, y_0)$ . В фокальной плоскости объектива для каждой длины волны создаётся распределение освещённости:

$$E_{obj}(x_{obj}, y_{obj}, \lambda) = \Omega(\lambda) \iint L_0(\lambda, x_0, y_0) H(\lambda, x_{obj} - \beta x_0, y_{obj} - \beta y_0) dx_0 dy_0, \quad (1.27)$$

где  $H$  – ФРТ объектива, а  $\beta$  – коэффициент масштабирования, который является функцией параметров  $f, \tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0$ . Для компактности записи в последующем эту зависимость опустим.

Угол между направлением на ЦТИЗ на щелевой диафрагме и нормалью к плоскости распределения интенсивности на Земном эллипсоиде учтём с использованием масштабирующего коэффициента  $k(\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \bar{e}_0)$ . Для компактности записи в последующем эту зависимость опустим. Тогда:

$$E_{obj}(x_{obj}, y_{obj}, \lambda) = \Omega(\lambda) \iint L_0(\lambda, x_0, y_0) H(\lambda, x_{obj} - \beta x_0, y_{obj} - |k|\beta y_0) dx_0 dy_0. \quad (1.28)$$

Пусть гиперспектрометр перемещается по орбите, тогда изображение в фокальной плоскости объектива тоже будет двигаться:

$$E_{obj}(x_{obj}, y_{obj}, \lambda, t) = \Omega(\lambda) \iint L_0(\lambda, x_0 + V_x t, y_0 + V_y t) \times H(\lambda, x_{obj} - \beta x_0, y_{obj} - |k|\beta y_0) dx_0 dy_0, \quad (1.29)$$

где  $V_x, V_y$  – проекции вектора скорости поступательного и углового движения гиперспектрометра в ЦТИЗ на земном эллипсоиде.

Если оптическая система объектива идеальная и точка из предметной плоскости переходит в точку на плоскости изображения, то

$$E_1(x_{obj}, y_{obj}, \lambda, t) = \Omega(\lambda) \iint L_0(\lambda, x_0 + V_x t, y_0 + V_y t) \delta\left(\beta\left(\frac{x_{obj}}{\beta} - x_0\right)\right) \times \delta\left(|k|\beta\left(\frac{y_{obj}}{|k|\beta} - y_0\right)\right) dx_0 dy_0 = \frac{\Omega(\lambda)}{\beta^2 |k|} L_0\left(\lambda, \frac{x_{obj}}{\beta} + \frac{v_x t}{\beta}, \frac{y_{obj}}{|k|\beta} + \frac{v_y t}{\beta}\right). \quad (1.30)$$

Таким образом мы видим, что изменяющееся во времени распределение освещённости в фокальной плоскости объектива пропорционально

изменяющемуся распределению интенсивности в предметной плоскости.

Изменение освещённости в фокальной плоскости:

$$E_1(x_{obj}, y_{obj}, \lambda, t) = E_1(\lambda, x_{obj} + v_x t, y_{obj} + v_y t) \quad (1.31)$$

где  $v_x, v_y$  – проекции СДИ в фокальной плоскости объектива. Данные СДИ являются функциями параметров  $\tilde{\delta}, \tilde{\phi}, \tilde{\omega}, \bar{e}_0$ . Для компактности записи в последующем эту зависимость опустим.

Тогда, выразив из (1.30)  $L_0$  и подставив в (1.29) получим

$$E_{obj}(x_{obj}, y_{obj}, \lambda, t) = \beta^2 |k| \iint E_1(\lambda, \beta x_0 + v_x t, |k| \beta y_0 + v_y t) \times \\ \times H(\lambda, x_{obj} - \beta x_0, y_{obj} - |k| \beta y_0) dx_0 dy_0. \quad (1.32)$$

Делая замену переменных  $x' = \beta x_0, y' = |k| \beta y_0$  в итоге имеем:

$$E_{obj}(x_{obj}, y_{obj}, \lambda, t) = \iint E_1(\lambda, x' + v_x t, y' + v_y t) \times \\ \times H(\lambda, x_{obj} - x', y_{obj} - y') dx' dy'. \quad (1.33)$$

Функция  $E_{obj}$  – описывает изменяющееся во времени распределение освещённости для каждой из длин волн.

### 1.5.2 Распределение освещённости в плоскости изображения спектрометра

Примем, что координаты  $(u, v)$  на щели и  $(x, y)$  в плоскости изображения гиперспектрометра соответствуют направлениям вдоль щели и вдоль направления дисперсии (поперёк щели).

Рассмотрим бесконечно узкую щель с интенсивностью  $I_{obj}(\lambda, \tilde{v})$ . В плоскости изображения для выбранной длины волны она будет создавать освещённость:

$$E(x, y) = I_{obj}(\lambda, v) H(\lambda, x - a_{SP} \lambda, y - \beta_{SP} v), \quad (1.34)$$

где  $\beta_{SP}$  – коэффициент увеличения спектрометра (примем что в сагиттальном и меридиональном направлениях увеличение одинаково),  $a_{SP}$  – коэффициент, кратный значению линейной дисперсии спектрометра.

Полоса освещённости с разной интенсивностью по длинам волн:



$$E(x, y) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{obj}(\lambda, \nu) H(\lambda, x - a_{SP}\lambda, y - \beta_{SP}\nu) d\lambda. \quad (1.35)$$

Если есть распределение интенсивности вдоль щели, то:

$$E(x, y) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{obj}(\lambda, \nu) H(\lambda, x - a_{SP}\lambda, y - \beta_{SP}\nu) d\lambda d\nu. \quad (1.36)$$

Пусть щелевая диафрагма вырезает тонкую полосу шириной  $b_{SLIT}$ . Тогда несложно получить, что:

$$E(x, y) = \int_{\nu_1 - 0.5b_{SLIT}}^{\nu_2 + 0.5b_{SLIT}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{obj}(\lambda, u, \nu) H(\lambda, x - \beta_{SP}u - a_{SP}\lambda, y - \beta_{SP}\nu) d\lambda dud\nu. \quad (1.37)$$

Полученное выражение, с учётом (1.30), порядков дифракции  $m$ , коэффициента линейной составляющей трапецеидальности  $t_{SP}$ , а также изменения освещённости на щели в течение времени  $t$  можно представить в виде [145\*]:

$$E(x, y, t) = \sum_m \int_{\nu_1 - 0.5b_{SLIT}}^{\nu_2 + 0.5b_{SLIT}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B_m(\lambda, u(t), \nu(t)) \times \quad (1.38)$$

$$\times H(\lambda, x - \beta_{SP}u - a_{SP}\lambda m, y - \beta_{SP}\nu - t_{SP}\lambda) d\lambda dud\nu,$$

где

$$B_m(\lambda, u(t), \nu(t)) = K_m(\lambda) L_0 \left( \lambda, \frac{u}{\beta} + \frac{\nu_u t}{\beta}, \frac{\nu}{|k|\beta} + \frac{\nu_\nu t}{\beta} \right),$$

$K_m(\lambda) = \Omega(\lambda) C_m(\lambda) \tau_{OBJ}(\lambda) / |k| \beta^2$ ,  $\Omega(\lambda)$  – суммарный телесный угол лучей, прошедших ОС гиперспектрометра,  $C_m(\lambda)$  – среднее значение спектральной интенсивности порядка дифракции,  $\tau_{OBJ}(\lambda)$  – интегральный коэффициент пропускания объектива гиперспектрометра.

Из-за того, что увеличение спектрометра по схеме Оффнера  $\beta_{SP} \approx -1$ , то вектор СДИ в плоскости изображения спектрометра равен по модулю и противоположен по направлению вектору СДИ в фокальной плоскости объектива (рисунок 1.5).

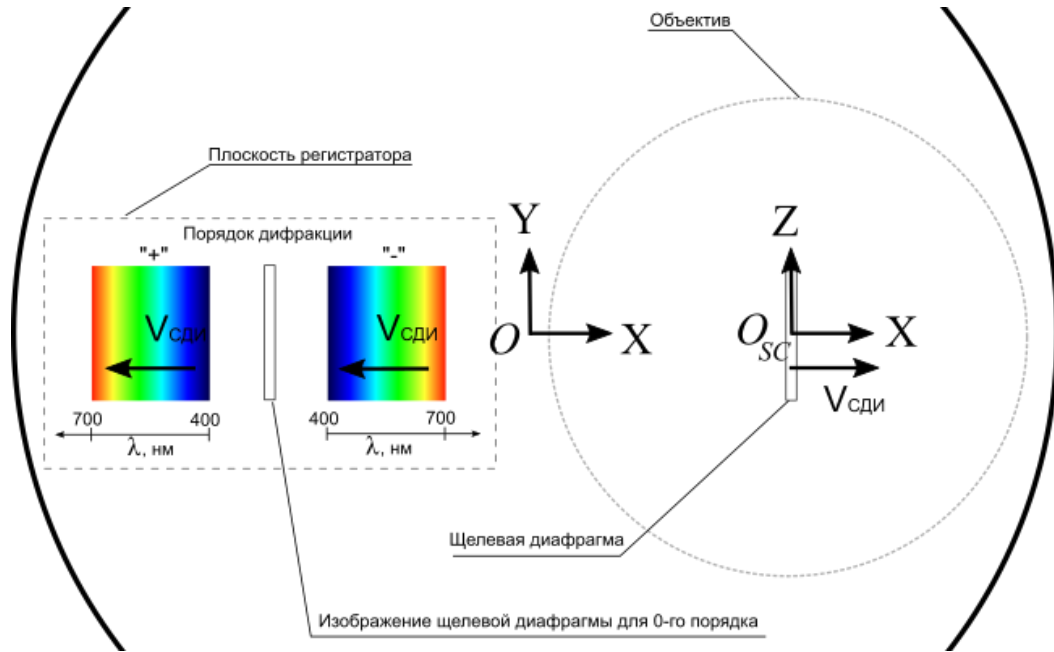


Рисунок 1.5 – Направления расчётного вектора СДИ в ПСК  $O_{SC}XZ$  по формулам (1.19), (1.20) и в плоскости изображения гиперспектрометра  $OXY$

Сделав замену переменных в (1.38)  $\lambda = \lambda'$ ,  $u' = \beta_{SP}u + a_{SP}\lambda m$ ,  $v' = \beta_{SP}v + t_{SP}\lambda$ , получаем:

$$E(x, y, t) = \sum_m \int_{\varphi_2(\lambda')}^{\varphi_1(\lambda')} \int_{\lambda'_1}^{\lambda'_2} \int \tilde{B}_m(\lambda', u'(t), v'(t)) H(\lambda', x - u', y - v') d\lambda' du' dv', \quad (1.39)$$

где

$$\tilde{B}_m(\lambda', u'(t), v'(t)) = \tilde{K}_m(\lambda') \tilde{L}_0 \left( \lambda', \frac{u' - a_{SP}\lambda' m}{\beta_{SP}\beta} + \frac{v_u t}{\beta_{SP}\beta}, \frac{v' - t_{SP}\lambda'}{|k|\beta_{SP}\beta} + \frac{v_v t}{\beta_{SP}\beta} \right),$$

$$\tilde{K}_m(\lambda') = \Omega(\lambda') C_m(\lambda') \tau_{OBJ}(\lambda') / |k| \beta^2 \beta_{SP}^2.$$

## 1.6 Модель регистрации распределения освещённости матричным фотоприёмником

*Входные и выходные данные модели регистрации матричным фотоприёмником.*

Входные данные модели:

- распределение освещённости  $E(x, y, t)$  в интегральном виде;
- спектральная квантовая эффективность фотоприёмника  $S(\lambda)$ ,

- шаг между пикселями регистратора  $\Delta x$  и  $\Delta y$ ;
- размер стороны пикселя регистратора  $d$ ;
- кадровая частота  $T_{FR}$  и время экспозиции  $t_{EXP}$ .

Выходные данные модели:

- функция распределения накопленного сигнала  $J(i, m, n)$  в электронах.

*Описание модели регистрации распределения освещённости матричным фотоприёмником.*

Для того чтобы учесть в плоскости изображения спектрометра чувствительность элементов фотоприёмника к спектральному составу излучения, получим функцию следующего вида:

$$W(x, y, t) = \sum_m \int_{\varphi_2(\lambda')}^{\varphi_1(\lambda')} \int_{f_2(\lambda', m)}^{f_1(\lambda', m)} \int_{\lambda'_1}^{\lambda'_2} U(\lambda') \tilde{B}_m(\lambda', u_1(t), v_1(t)) H(\lambda', x - u_1, y - v_1) d\lambda' du_1 dv_1,$$

где  $U(\lambda') = \lambda' \cdot S(\lambda') / (h \cdot c)$ ,  $W(x, y, t)$  – функция изменения распределения электронов, генерируемых элементами матричного фотоприёмника,  $h$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме,  $S(\lambda')$  – спектральная квантовая эффективность матричного фотоприёмника.

Для объяснения получения изображения на регистраторе опишем его работу следующим образом. Пусть регистратор математически представляет из себя матричный фотоприёмник, то есть является двумерным массивом  $m \times n$  светочувствительных элементов [145\*].

Так как распределение освещённости в плоскости регистратора  $E(x, y, t)$  (и соответствующая ему функция  $W(x, y, t)$ ) изменяется во времени, то для регистрации сигнала необходимо использовать последовательность кадров, полученных с каждого элемента фотоприёмника. Каждый кадр, характеризуемый временем кадра  $T_{FR}$ , формируется в течении интервала времени  $t_2 - t_1 = t_{EXP}$ , который называется временем накопления. Передаточную функцию дискретизации по последовательности кадров с шагом  $T_{FR}$ , можно представить, как результат воздействия ограниченной

последовательности прямоугольных импульсов, длительностью  $t_{EXP}$  в виде суммы [145\*, 146]:

$$s_i(t) = \sum_{i=1}^K \text{rect}_{t_{EXP}}(t - i \cdot T_{FR}) \quad (1.40)$$

где  $i$  – номер кадра,  $K$  – общее число кадров. Функция  $\text{rect}_{t_{EXP}}(t - i \cdot T_{FR})$  описывает действие смещённого на время  $i$ -го кадра прямоугольного импульса, длительностью  $t_{EXP}$ .

Действие передаточной функции  $s_i(t)$  на функцию  $W(x, y, t)$  [145\*, 146]:

$$W(x, y, t) \otimes s_i(t) = \sum_{i=1}^K \int_{i \cdot T_{FR} - 0.5 \cdot t_{EXP}}^{i \cdot T_{FR} + 0.5 \cdot t_{EXP}} W(x, y, t) dt = \sum_{i=1}^K W_i(x, y), \quad (1.41)$$

где  $W_i(x, y)$  – функция распределения электронов для каждого  $i$ -го кадра.

Каждый из элементов фотоприёмника проводит пространственное интегрирование и дискретизацию сигнала. Пусть элементы приёмника имеет форму квадрата с размером стороны  $d$ . Тогда передаточная функция преобразования интегрирования и дискретизации имеет вид [145\*, 146]:

$$p_{m,n}(x, y) = \text{rect}_d(x - m \cdot \Delta x, y - n \cdot \Delta y), \quad (1.42)$$

где функция  $\text{rect}_d(x - m \cdot \Delta x, y - n \cdot \Delta y)$  для каждого  $i$ -го кадра описывает усреднение по массиву  $m \times n$  светочувствительных элементов с размером стороны  $d$  и с шагом между центрами элементов  $\Delta x, \Delta y$ .

На основании последовательности преобразования сигнала напомним общее выражение для сигнала с  $m, n$ -го элемента фотоприёмника в электронах за время накопления для последовательности кадров [145\*, 146].

$$\begin{aligned} J(i, m, n) &= W(x, y, t) \otimes s_i(t) \otimes p_{m,n}(x, y) = \\ &= \sum_{i=1}^K \int_{i \cdot T_{FR} - 0.5 \cdot t_{EXP}}^{i \cdot T_{FR} + 0.5 \cdot t_{EXP}} \int_{m \cdot \Delta x - 0.5d}^{m \cdot \Delta x + 0.5d} \int_{n \cdot \Delta y - 0.5d}^{n \cdot \Delta y + 0.5d} W(x, y, t) dx dy dt. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Полученная функция  $J(i, m, n)$  является трёхмерным массивом, где координаты  $i, n$  – определяют размеры изображения в спектральном канале с номером  $m$  (рисунок 1.6).

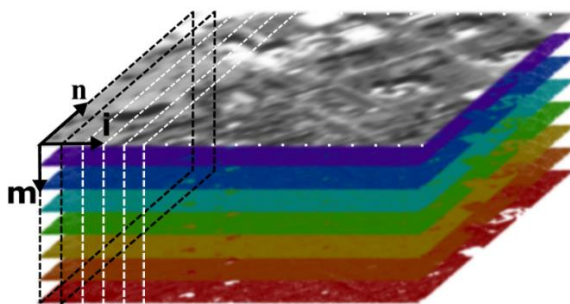


Рисунок 1.6 – Иллюстрация процесса формирования гиперкуба данных

### 1.7 Модель аддитивных шумов, возникающих при регистрации матричным фотоприёмником

*Входные и выходные данные стохастической модели аддитивных шумов.*

Входные данные модели:

- функция распределения накопленного сигнала  $J(i, m, n)$  в электронах;
- СКО шумов фотоэлектрического преобразователя и электронного

тракта  $\sigma$  в электронах.

Выходные данные модели:

- функция распределения накопленного сигнала  $Sig(i, m, n)$  в электронах с учётом фотонного шума, шумов фотоэлектрического преобразователя и электронного тракта.

*Описание модели.*

Будем считать, что на каждом из пикселей приёмника помимо сигнальных электронов будут ещё случайным образом генерироваться электроны, обусловленные фотонным шумом фотоэлектрического преобразователя. При этом функция распределения случайные величины шума будет описываться законом Пуассона [145\*]:

$$P_{i,m,n}^{phot}(q) = \exp(-\lambda_{i,m,n}) \lambda_{i,m,n}^q / q!, \quad (1.44)$$

где для фотонного шума  $\lambda_{i,m,n} = (J_{i,m,n})^{0.5}$ .

Будем считать, что, функция распределения случайной величины шумов фотоэлектрического преобразователя и электронного тракта будет описываться законом Гаусса [145\*]:

$$P_{i,m,n}^{chann}(q) = \exp(q/2\sigma^2) / \sigma\sqrt{2\pi}, \quad (1.45)$$

где  $\sigma$  примем равной  $50\bar{e}$  (т.к. для гиперспектральной съёмки в режиме «push-broom» характерны относительно малые времена накопления).

Тогда для каждого  $i$ -го кадра, суммарный сигнал с  $m,n$ -го пиксела регистратора [145\*]:

$$Sig(i, m, n) = J_{i,m,n} + J_{i,m,n}^{fot} + J_{i,m,n}^{chann}, \quad (1.46)$$

где  $J_{i,m,n}^{fot}, J_{i,m,n}^{chann}$  – реализации случайных величин фотонного шума, шумов электронного тракта и регистратора соответственно (моделирование шумов для каждого кадра и пиксела регистратора проводится методами статистического моделирования, где случайным образом выбирается значение величины, распределённой по заданной функции распределения).

## 1.8 Модель формирования изображения

*Входные и выходные данные модели формирования изображения.*

Входные данные:

– функция распределения накопленного сигнала  $Sig(i, m, n)$  с учётом шумов;

– зарядовая ёмкость элемента фотоприёмного устройства  $N_e$ ;

– разрядность квантования  $h_Q$ .

Выходные данные:

– гиперспектральное изображение  $IMG_{i,m,n}$ .

*Описание модели*

Пусть задана зарядовая ёмкость элемента фотоприёмного устройства  $N_e$  в электронах и разрядность квантования  $h_Q$ . Пусть также динамический диапазон аналого-цифрового преобразователя согласован с динамическим диапазоном пикселей регистратора. Тогда функция описывающая изображение:

$$IMG(i, m, n) = \text{round} \left( \frac{Sig_{i,m,n}}{N_e} \cdot h_Q \right). \quad (1.47)$$

Функция  $IMG_{i,m,n}$  представляет собой гиперспектральное изображение (трёхмерный массив коэффициентов яркости), где  $i, n$  – определяют размеры изображения в спектральном канале с номером  $m$  (рисунок 1.6). Функция  $IMG_{i,m,n}$  записывается в виде бинарного файла с одним из способов организации данных (BSQ, BIP, BIL) для последующего просмотра и анализа в программном комплексе (ПК) ENVI [147] и т.п.

### **1.9 Моделирование формирования изображения тест объектов и проверка полученных результатов**

*Исходные параметры моделирования.*

Параметры орбитального движения гиперспектрометра были выбраны таким образом, что проекция вектора СДИ в меридиональном направлении (поперёк изображения щели) составляет  $V_x \approx 4$  мм/с, а в сагиттальном (вдоль изображения щели)  $V_y \approx 0$  мм/с, расстояние до предметной плоскости составило 493 км. Угол Солнца над горизонтом был принят равным  $h_s = 50^\circ$ . [145\*]. Моделирование регистрации освещённости проводилось в спектре первого порядка с использованием параметров двух фотоприёмников. Для первого случая CMV2000 [148] (производителя CMOSIS) и MT9M413 [149] (производителя Micron Technology) для второго. Частота кадров в процессе съёмки была положена равной 340 Гц. Работа фотоприёмника CMV2000 моделировалась в режиме биннинга в направлении щели (ширина щели выбрана 5,5 мкм), а работа MT9M413 – без биннинга (ширина щели 12 мкм). В качестве тест объекта было сформировано квадратное полотно (со стороной 600 м), имеющее коэффициент диффузного отражения (альбедо)  $\rho = 0,9$  для всех длин волн (что примерно соответствует белому материалу). На полотно были нанесены штриховые миры с контрастом 0,8 для всех длин волн. Ширина шпалы миры и межшпального расстояния  $R = 30$  м, длина шпалы миры –  $5R$ .

*Результаты моделирования.*

На рисунке 1.7 показаны RGB композиты и монохромных изображений мира для двух расчётных случаев (на рисунке 1.8 спектры). В первом случае (а) изображение имеет размер  $28 \times 31 \times 221$  (спектральный канал 2,26 нм), во втором случае –  $29 \times 30 \times 102$  (спектральный канал 5 нм). Здесь и далее (для удобства) будем обозначать размеры изображения как  $i \times n \times m$ . Размер спектрального канала или проекции спектральной области на пиксел регистратора для выбранной длины волны определяется обратной линейной дисперсией спектрометра умноженной на размер стороны пиксела регистратора.

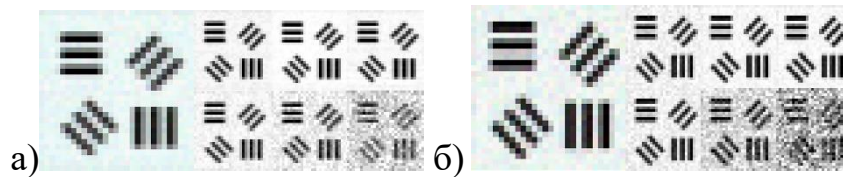


Рисунок 1.7 – Укрупнённые изображения в ПК ENVI [147] RGB композитов и монохромных изображений мира на длинах волн  $\sim 425$  нм, 500 нм, 600 нм, 700 нм, 800 нм, 900 нм (слева направо) [145\*]

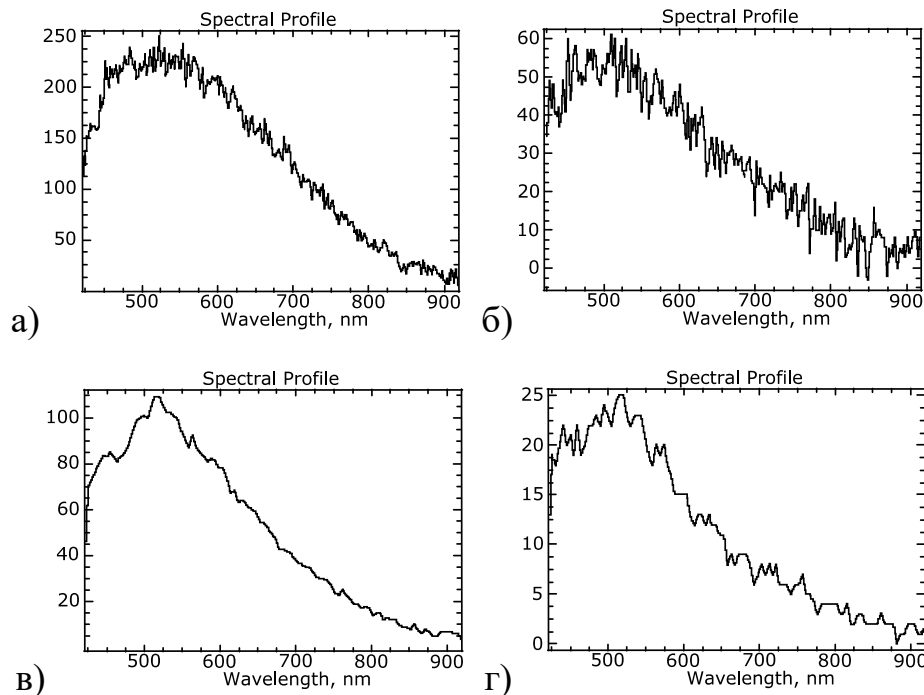


Рисунок 1.8 – Изображения спектральных характеристик в ПК ENVI [147] произвольных пикселей изображения белого полотна (а, в) и черного полотна (б, г) для первого (вверху) и второго (внизу) расчётных случаев [145\*]



Изображения спектральных характеристик произвольных пикселей фона и шпалы миры для двух расчётных случаев показаны на рисунке 1.8. Полученные результаты показывают, что фотоприёмное устройство CMV2000 позволяет получить гиперспектральное изображение с большим числом спектральных каналов, а также, имеющее около 240 уровней яркости (для  $\lambda=555$  нм), против фотоприёмника MT9M413 с изображением, имеющим около 110 уровней яркости для белого полотна тест-объекта в рассматриваемых условиях съёмки. Однако, преимуществом использования MT9M413 (по сравнению с CMV2000) является меньший уровень шумов на изображении, ввиду того, что фоточувствительный элемент имеет большую площадь [145\*].

*Проверка правильности передачи пространственных частот математической моделью.*

Результаты моделирования изображений для набора трёхшпальных и радиальных мир в спектральном канале, соответствующем  $\lambda=555$  нм, показаны на рисунке 1.9. По полученным изображениям можно заключить, что шпалы трёхшпальной миры различаются при  $R = 20$  м, а радиальной при  $R$  от 20 м до 25 м [145\*]. Оценку пространственного (линейного) разрешения для реальных условий съёмки проведём с использованием математической модели прогнозирования разрешения, которая базируется на математической зависимости вероятности обнаружения шпалы миры от величины воспринимаемого отношения сигнал/шум [27, 150]. Под пространственным (линейным) разрешением в данной модели понимается полупериод трёхшпальной миры, расположенной в касательной плоскости к земному эллипсоиду. Результаты расчёта прогнозного разрешения трёхшпальной миры и отношения сигнал/шум ( $\psi_0$ ) показаны в таблице 1.1. Результаты расчёта показывают хорошее соответствие с модельными изображениями трёхшпальных мир (рисунок 1.9).

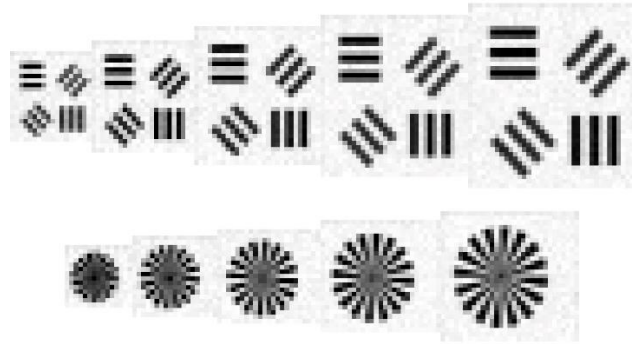


Рисунок 1.9 – Набор изображений двух вариантов тест-объектов. Для трёхшпальной миры, ширина шпалы и межшпального расстояния: 20 м, 25 м, 30 м, 35 м, 40 м (слева направо). Для радиальной миры, длина дуги шпалы и дуги межшпального расстояния на краю: 20 м, 25 м, 30 м, 35 м, 40 м [145\*].

Таблица 1.1 – Результаты расчёта прогнозного разрешения [145\*]

$\lambda$ , нм	425	500	600	700	800	900
CMV2000 / МТ9М413						
$\psi_0$	20,2 / 38,7	30,2 / 51,8	29,7 / 44,3	19,4 / 27,1	8,0 / 12,7	2,2 / 4,4
$R_x$ , м	19,5 / 19,9	19,5 / 19,8	19,5 / 19,8	19,5 / 20,0	19,8 / 20,8	22,3 / 24,1
$R_y$ , м	18,3 / 19,8	18,2 / 19,8	18,2 / 19,8	18,3 / 19,8	19,2 / 20,3	25,0 / 24,1

На рисунке 1.10 показано сравнение результатов расчёта контраста на модельных монохромных изображениях косинусных мир (см. Приложение В) со значениями ЧКХ оптико-электронного тракта гиперспектрометра  $H_{\Sigma}(\nu)$  (полученными аналитически). Здесь ось  $x$  соответствует меридиональному направлению (поперёк щели), ось  $y$  – сагиттальному (вдоль щели). На модельных изображениях косинусных мир (см. Приложение В) хорошо видны искажения на частотах мир, превышающих частоты Найквиста. Для меридионального направления плоскости изображения частота Найквиста определяется величиной «смаза» изображения и составляет порядка 40,2 лин/мм, в сагиттальном направлении – величиной пиксела регистратора (CMV2000 в режиме биннинга) и составляет порядка 45,45 лин/мм.

Из рисунка 1.10 видно, что результаты моделирования сходятся с результатами аналитического расчёта.

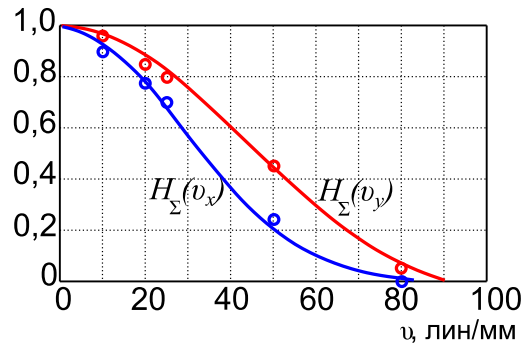


Рисунок 1.10 – Сравнение контраста на изображениях косинусных мир (выделены кружками) с ЧКХ (показаны линиями) для расчётного случая с фотоприёмником SMV2000

*Проверка правильности расчёта уровня яркости на изображениях сформированных математической моделью.*

Для проверки уровня сигнала на рисунке 1.8 (а, в) выберем длину волны 500 нм и рассмотрим значение яркости. Для SMV2000 значение яркости составит приблизительно 220ед., а для МТ9М413 – 100ед., что в электронах:

- для SMV2000 –  $220\text{ед.} \times 13\bar{e} = 2860\bar{e}$  ;
- для МТ9М413 –  $100\text{ед.} \times 63\bar{e} = 6300\bar{e}$  .

Суммарный расчётный сигнал от белой шпалы миры и фона, дымки атмосферы (по приближённым формулам [145\*]), математического ожидания фотонного шума и СКО шума электронного тракта составил:

- для SMV2000 –  $2492\bar{e} + 371\bar{e} + (\sqrt{2492 + 371})\bar{e} + 50\bar{e} = 2966\bar{e}$ ,
- для МТ9М413 –  $5460\bar{e} + 811\bar{e} + (\sqrt{5460 + 811})\bar{e} + 50\bar{e} = 6400\bar{e}$ .

Аналогично были проведены расчёты для набора длин волн (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Сравнение яркостей спектральной характеристики с расчётными значениями

$\lambda$ , нм	425	500	600	700	800	900
SMV2000						
Яркость/Сигнал на изображении	140ед. / 1820эл.	220ед. / 2860эл.	215ед. / 2795эл.	115ед. / 1495эл.	43ед. / 559эл.	18ед. / 234эл.
Расчётный сигнал	1899эл.	2966эл.	2727эл.	1587эл.	627эл.	208эл.
МТ9М413						
Яркость/Сигнал на изображении	70ед. / 4410эл.	100ед. / 6300эл.	78ед. / 4914эл.	40ед. / 2520эл.	17ед. / 1071эл.	5ед. / 315эл.
Расчётный сигнал	4480эл.	6400эл.	4830эл.	2470эл.	1057эл.	362эл.

Анализ результатов проверочных расчётов показал, что значения яркостей, полученных с использованием аналитических соотношений, сходятся со значениями яркостей спектральных характеристик для модельных гиперспектральных изображений.

### **1.10 Основные выводы и результаты**

Разработана математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром, основанная на схеме Оффнера, учитывающая совокупное влияние следующих характерных факторов: скорость поступательного и углового движения по орбите; параметры орбиты; вращение Земли; оптические характеристики атмосферы Земли; освещённость земной поверхности; модель оптической системы гиперспектрометра; динамическую модель оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы. В разделах 2 и 3 (в рамках моделирования работы оптической системы гиперспектрометра) будут учтены: погрешностей юстировки оптической схемы гиперспектрометра; оптических параметров объектива; ширины щелевой диафрагмы; периода и формы поверхности отражающей дифракционной решётки спектрометра. С учётом допущений, приведённых в п.1.1.1 моделирование формирования изображения в локальной изопланатической зоне позволило применить вместо проективных – аффинные преобразования координат от предметной плоскости к плоскости изображения. Это в свою очередь позволило с одной стороны значительно сократить число математических операций, а с другой – разработать модель в полностью формализованном виде, и при этом, позволяющую проводить исследования влияния разнородных факторов космического функционирования на качество ГСИ.

Проверки уровней яркостей и пространственных частот на модельных изображениях тест-объектов показали хорошее соответствие с результатами аналитических расчётов и апробированных методик.

## 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА В РАМКАХ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ

Как известно схема спектрометра, основанного на схеме Оффнера, практически дифракционно ограничена. В настоящем разделе рассмотрим моделирование работы ОС гиперспектрометра в рамках скалярной теории дифракции и получим её передаточные характеристики. При этом, очевидно, что в рамках модели необходимо учесть ограничения светового пучка на элементах ОС, а также влияние щелевой диафрагмы и дифракционной решётки на распространение светового пучка.

### 2.1 Математический аппарат, используемый при моделировании работы изображающего спектрометра с дифракционной решёткой на сферической поверхности

#### 2.1.1 ДОЭ на криволинейной поверхности

Пусть имеется криволинейная зеркальная поверхность с нанесенным ДОЭ. Эйконал на поверхности с ДОЭ описывается функцией

$$\varphi(u, v) = \varphi^0(u, v) + m\varphi^d(u, v), \quad (2.1)$$

где  $\varphi^0(u, v)$  – эйконал падающей волны,  $\varphi^d(u, v)$  – эйконал ДОЭ на поверхности. Пусть задано параметрическое уравнение поверхности  $r = r(u, v)$ . Направление падающего и отражённого лучей удовлетворяет системе уравнений [151\*]:

$$\begin{cases} \varphi_u = \varphi_u^o + m\varphi_u^d = \langle \bar{p}_i, \bar{r}_u \rangle, \\ \varphi_v = \varphi_v^o + m\varphi_v^d = \langle \bar{p}_i, \bar{r}_v \rangle, \\ \langle \bar{p}_i, \bar{p}_i \rangle = 1, \end{cases} \quad (2.2)$$

где  $\bar{r}_u = \partial \bar{r} / \partial u$ ,  $\bar{r}_v = \partial \bar{r} / \partial v$ ,  $\varphi_u(u, v) = \partial \varphi / \partial u$ ,  $\varphi_v(u, v) = \partial \varphi / \partial v$ , и направляющий вектор отражённого луча  $\bar{p}_i = (p_x, p_y, p_z)^T$ .

Решая (2.2) относительно  $p_x, p_y$  получаем [151\*]:

$$\begin{aligned} p_x &= p_z \frac{y_u \cdot z_v - y_v \cdot z_u}{x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u} + \frac{y_v \cdot \Phi_u - y_u \cdot \Phi_v}{x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u}, \\ p_y &= p_z \frac{x_v \cdot z_u - x_u \cdot z_v}{x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u} + \frac{x_u \cdot \Phi_v - x_v \cdot \Phi_u}{x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $\bar{r}_u = (x_u, y_u, z_u)^T$ ,  $\bar{r}_v = (x_v, y_v, z_v)^T$ .

В результате подстановки в уравнение (2.2) для  $p_z$  получаем [151\*]:

$$p_z^{1,2} = \left( -B \pm \sqrt{B^2 - AC} \right) / A, \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned} A &= (y_u \cdot z_v - y_v \cdot z_u)^2 + (x_v \cdot z_u - x_u \cdot z_v)^2 + (x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u)^2, \\ B &= (y_u \cdot z_v - y_v \cdot z_u) \cdot (y_v \cdot \Phi_u - y_u \cdot \Phi_v) + \\ &+ (x_v \cdot z_u - x_u \cdot z_v) \cdot (x_u \cdot \Phi_v - x_v \cdot \Phi_u), \\ C &= (y_v \cdot \Phi_u - y_u \cdot \Phi_v)^2 + (x_u \cdot \Phi_v - x_v \cdot \Phi_u)^2 - (x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u)^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

В зависимости от схемы расчёта из полученных корней для  $p_z$  выбирается тот, который соответствует направлению распространения луча после прохождения ДОЭ.

### 2.1.2 Вычисление функции эйконала спектрометра по схеме Оффнера

Рассмотрим оптическую систему спектрометра на основе схемы Оффнера. Оптическая схема состоит из двух сферических зеркал с радиусом  $R_1$  и  $R_2$  (при этом  $R_1 \approx 2R_2$ ). Центры обеих сфер находятся в точке  $O$  начала координат  $(0,0,0)$ . В точке с координатами  $(-L,0,0)$  находится точечный источник света. Свет от точечного источника проходит мимо малого зеркала  $R_2$  и попадает на большое зеркало  $R_1$ . После отражения от большого зеркала возникает сходящаяся сферическая волна. Центр этой сходящейся сферической волны находится примерно в точке  $(L,0,0)$ . Данная сходящаяся сферическая волна падает на малое зеркало и формирует расходящийся приближенно сферический пучок с центром в точке  $(-L,0,0)$  (образуется мнимый точечный источник). Далее расходящаяся сферическая волна падает

на большое зеркало и отражается от него. Отраженная волна проходит мимо малого зеркала и приближенно фокусируется в точке с координатами  $(L,0,0)$  (рис. 2.1) [151\*].

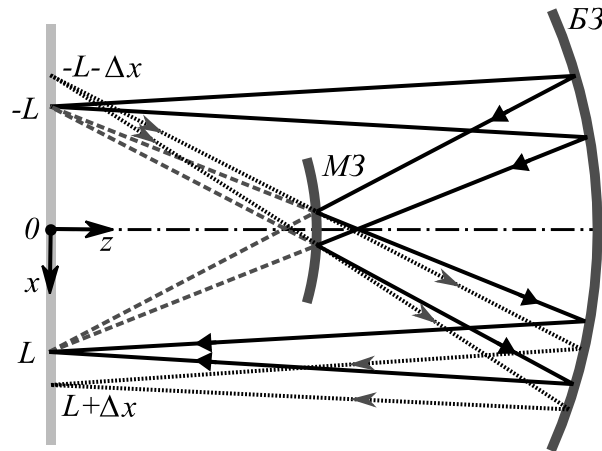


Рисунок 2.1 – Концентрическая оптическая система, состоящая из двух сферических зеркал (БЗ – большое зеркало, МЗ – малое зеркало) [151\*]

В случае, если на малом зеркале находится дифракционная решетка, то после отражения от малого зеркала формируется расходящаяся сферическая волна с центром в точке  $(-L - \Delta x, 0, 0)$ . После отражения от большого зеркала формируется сходящаяся сферическая волна с центром в точке  $(L + \Delta x, 0, 0)$ . Величина  $\Delta x$  зависит от периода решетки и длины волны, что позволяет использовать этот прибор в качестве спектрального. Задача состоит в нахождении эйконала волны на большом зеркале после второго отражения. Если известен эйконал на зеркале, можно, используя интеграл Кирхгофа, рассчитать форму пятна рассеяния [151\*].

Пусть из источника  $(x_0, y_0)$  падает сферическая волна. Эйконал этой волны описывается формулой:

$$\varphi_1(x, y, z) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}. \quad (2.6)$$

Параметрическое уравнение поверхности большого зеркала представим в виде:

$$x = u_1, \quad y = v_1, \quad z = z_1 = \sqrt{R_1^2 - u_1^2 - v_1^2}. \quad (2.7)$$

Подставляя в уравнение эйконала уравнение поверхности, получаем выражение для эйконала в точке поверхности большого зеркала:

$$\varphi_1(u_1, v_1) = \sqrt{R_1^2 + x_0^2 + y_0^2 - 2xx_0 - 2yy_0}. \quad (2.8)$$

Далее, используя соотношения, приведённые в п. 2.1.1, находим компоненты отражённого луча  $\bar{p}_{12} = (p_x, p_y, p_z)^T$  как  $\bar{p}_{12} = k(u_1, v_1) \cdot \bar{r}_1 + \bar{c}_1$ , где

$$k(u_1, v_1) = \frac{u_1 x_0 + v_1 y_0 - \sqrt{(u_1 x_0 + v_1 y_0)^2 + R_1^2 (\varphi_1^2(u_1, v_1) - x_0^2 - y_0^2)}}{R_1^2 \varphi_1(u_1, v_1)}, \quad (2.9)$$

$$\bar{c}_1 = (-x_0/\varphi_1(u_1, v_1), -y_0/\varphi_1(u_1, v_1), 0)^T.$$

Пусть точка пересечения луча с малым зеркалом имеет координаты  $(u_2, v_2, z_2)$ . Тогда для вектора  $\bar{r}_2$  точки пересечения луча на малом зеркале будут:

$$\bar{r}_2 = \bar{r}_1(1 + d_{12}k(u_1, v_1)) + d_{12}\bar{c}_1, \quad (2.10)$$

где расстояние от точки  $\bar{r}_1$  до точки пересечения луча с малым зеркалом с радиусом кривизны  $R_2$ :  $d_{12} = -\sqrt{\langle \bar{p}_{12}, \bar{r}_1 \rangle^2 - R_1^2 + R_2^2} - \langle \bar{p}_{12}, \bar{r}_1 \rangle$ .

Параметрическое уравнение второго зеркала имеет вид:

$$x = u_2, \quad y = v_2, \quad z = z_2 = \sqrt{R_2^2 - u_2^2 - v_2^2}. \quad (2.11)$$

Эйконал луча, падающего на малое зеркало, определяется как:

$$\Phi(u_2, v_2) = \varphi_1(u_1, v_1) + \varphi_2(u_2, v_2), \quad (2.12)$$

где  $\varphi_2(u_2, v_2) = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ .

На малом зеркале расположена дифракционная решётка с эйкональной функцией  $\varphi^d(u_2, v_2) = \alpha t u_2 k_d / k_0$ . Пусть  $\alpha = 2\Delta x / R$ , где  $\Delta x$  – смещение точки фокусировки на длине волны  $\lambda$  от точки фокусировки на длине волны  $\lambda_d$ , если на малом зеркале нет ДОЭ (см. рис. 2.1). При наличии ДОЭ координата точки равна  $x_\lambda = L - m\Delta x \lambda / \lambda_d$ . Это можно проверить, если продолжение луча, отраженного от малого зеркала, пересечь с плоскостью регистратора [151\*].



Тогда после прохождения дифракционной решётки эйконал луча:

$$\Phi(u_2, v_2) = \varphi_1(u_1, v_1) + \varphi_2(u_2, v_2) + \varphi^d(u_2, v_2). \quad (2.13)$$

Далее, используя соотношения, приведенные в п. 2.1.1, найдём компоненты отражённого луча  $\bar{p}_{23} = (p_x, p_y, p_z)^T$  как:

$$\begin{aligned} p_x &= p_z \frac{u_2}{z_2} + \frac{u_2 z_1 - u_1 z_2}{z_2 \varphi_2(u_2, v_2)} + \frac{\varphi^d(u_2, v_2)}{u_2}, \\ p_y &= p_z \frac{v_2}{z_2} + \frac{v_2 z_1 - v_1 z_2}{z_2 \varphi_2(u_2, v_2)}, \\ p_z &= (-b + \sqrt{b^2 - ac})/a, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где

$$\begin{aligned} a &= R_2^2 / z_2^2, \\ b &= \frac{z_1(u_2^2 + v_2^2) - z_2(u_2 u_1 + v_2 v_1)}{z_2^2 \varphi_2(u_2, v_2)} + \frac{\varphi^d(u_2, v_2)}{z_2}, \\ c &= \frac{(u_2 z_1 - u_1 z_2 + z_2 \varphi_2(u_2, v_2) \varphi^d(u_2, v_2) / u_2)^2}{z_2^2 \varphi_2^2(u_2, v_2)} + \frac{(v_2 z_1 - v_1 z_2)^2}{z_2^2 \varphi_2^2(u_2, v_2)} - 1. \end{aligned} \quad (2.15)$$

После отражения от малого зеркала, луч движется в направлении большого зеркала. Координаты третьей точки пересечения  $\bar{r}_3 = (u_3, v_3, z_3)^T$  луча на большом зеркале определяются из соотношения:

$$\bar{r}_3 = \bar{r}_2 + d_{23} \bar{p}_{23}, \quad (2.16)$$

где  $d_{23} = \sqrt{\langle \bar{p}_{23}, \bar{r}_2 \rangle^2 - R_2^2 + R_1^2} - \langle \bar{p}_{23}, \bar{r}_2 \rangle$ .

Следует отметить, что координаты  $u_2, v_2$  есть функции от координат  $u_1, v_1$ . Это означает, что можно записать  $u_2 = U_2(u_1, v_1), v_2 = V_2(u_1, v_1)$ . По аналогии  $u_3 = U_3(u_2, v_2), v_3 = V_3(u_2, v_2)$ . Это приводит к зависимости:

$$\begin{aligned} u_3 &= U_3(U_2(u_1, v_1), V_2(u_1, v_1)), \\ v_3 &= V_3(U_2(u_1, v_1), V_2(u_1, v_1)). \end{aligned}$$

Запишем зависимость в более простом виде как  $u_3 = U_3(u_1, v_1)$ ,  $v_3 = V_3(u_1, v_1)$ . После прихода луча в точку  $u_3, v_3$  на большом зеркале эйконалная функция будет иметь вид [151\*]:

$$\Phi(u_3, v_3) = \varphi_1(u_1, v_1) + \varphi_2(u_2, v_2) + \varphi^d(u_2, v_2) + \varphi_3(u_3, v_3), \quad (2.17)$$

где  $\varphi_3(u_3, v_3) = \sqrt{(u_3 - u_2)^2 + (v_3 - v_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}$ .

В результате мы получили выражение для расчёта значения эйконала на большом зеркале. Однако для вычисления функции рассеяния точки такая зависимость неудобна, так как мы получаем значения на сетке, узлы которой сложным образом зависят от узлов исходной сетки. Учитывая, что мы знаем  $U_k(u_1, v_1), V_k(u_1, v_1)$ , можно записать эйконал в конечной точке, как функцию от  $u_1, v_1$ . Обозначим его [151\*]:

$$F(u_1, v_1) = \varphi_1(u_1, v_1) + \varphi_2(U_2(u_1, v_1), V_2(u_1, v_1)) + \varphi_d(U_2(u_1, v_1), V_2(u_1, v_1)) + \varphi_3(U_3(u_1, v_1), V_3(u_1, v_1)). \quad (2.18)$$

### 2.1.3 Вычисление ФРТ спектрометра по схеме Оффнера

Найдем комплексную амплитуду в плоскости регистратора в окрестности точки фокусировки. Величина амплитуды выражается с помощью интеграла Кирхгофа [151\*]:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Omega} A_3(u_3, v_3) C(x, y, z, u_3, v_3) \exp(ik\Phi(u_3, v_3)) \frac{\exp(ikR)}{R} d\sigma, \quad (2.19)$$

где  $C(x, y, z, u_3, v_3)$  – коэффициент, учитывающий углы, как вектора нормали к поверхности с направлением лучевых векторов, так и вектора нормали с выбранным направлением на плоскость регистратора, а

$$R = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + z_3^2}. \quad (2.20)$$

Для простоты примем, что  $C(x, y, z, u_3, v_3) = 1$ . После сведения поверхностного интеграла к двойному выражение (2.62) имеет вид:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Delta} G(x, y, z, u_3, v_3) du_3 dv_3. \quad (2.21)$$

Имея связь между криволинейными координатами  $u_3 = U_3(u_1, v_1)$ ,  $v_3 = V_3(u_1, v_1)$ , перейдем к интегрированию от области переменных  $u_3, v_3$  к интегрированию в координатах  $u_1, v_1$ . Выражение для вычисления комплексной амплитуды приобретает вид [151\*]:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} P(x, y, z, u_1, v_1) J(u_1, v_1) du_1 dv_1, \quad (2.22)$$

где якобиан преобразования

$$J(u_1, v_1) = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial u_3}{\partial u_1} & \frac{\partial v_3}{\partial v_1} \\ \frac{\partial u_3}{\partial v_1} & \frac{\partial v_3}{\partial u_1} \end{array} \right|, \quad (2.23)$$

а функция  $P(x, y, z, u_1, v_1)$  имеет вид

$$P(x, y, z, u_1, v_1) = A_3(u_1, v_1) \exp(ik(F(u_1, v_1) + R)) / R. \quad (2.24)$$

При  $\Delta u_1, \Delta v_1$  порядка  $\lambda$  функции (2.23), (2.24) изменяются медленно и интеграл можно вычислить приближённо,  $\Sigma$  – область интегрирования в переменных  $u_1, v_1$ . Данная область интегрирования определяется конусом лучей, падающих на большое зеркало.

#### 2.1.4 Учёт щелевой диафрагмы при моделировании работы гиперспектрометра

Рассмотрим систему гиперспектрометра, состоящую из объектива и спектрометра. При большом удалении предметной плоскости, объектив строит изображение в фокальной плоскости  $F$  где располагается щелевая диафрагма и предметная плоскость спектрометра. Пусть в предметной плоскости объектива излучает когерентный точечный источник. После прохождения светового поля системы объектива на его выходной поверхности образуется поле  $E_0(\xi, \eta)$ , которое сходится в фокальной плоскости  $F$  где находится щелевая диафрагма. После прохождения фокальной плоскости волна «дифрагирует» на щели и, расходясь, создаёт на первой поверхности большого зеркала спектрометра поле  $E_2(u, v, z)$  [151\*].

Поле  $E_1(x, y)$  в окрестности щели имеет вид:

$$E_1(x, y) = \int S_0(\alpha, \beta) \exp(ik(\alpha x + \beta y)) \exp(ikF\sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}) d\alpha d\beta, \quad (2.25)$$

где разложение по углам поля на выходной поверхности объектива

$$S_0(\alpha, \beta) = \frac{k^2}{4\pi} \int E_0(\xi, \eta) \exp(-ik(\alpha\xi + \beta\eta)) d\xi d\eta. \quad (2.26)$$

Подставляя (2.26) в (2.25), с учётом приближения Фраунгофера получаем выражение для поля в окрестности щели

$$E_1(x, y) = \frac{1}{i\lambda F} \int A(\xi, \eta) \exp\left(\frac{ik}{F}(\xi(x_0 - x) + \eta(y_0 - y))\right) d\xi d\eta, \quad (2.27)$$

где  $(x_0, y_0)$  – точка фокусировки волны в плоскости щели, а  $A(\xi, \eta)$  – комплексная амплитуда на выходной поверхности объектива [113].

Тогда поле на первой поверхности зеркала спектрометра можно найти из выражения:

$$E_2(u, v, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{-0,5d}^{0,5d} \int_{-0,5L}^{0,5L} E_1(x, y) \frac{z}{R_2} \exp(ikR_2) dx dy, \quad (2.28)$$

где  $d$  и  $L$  ширина и длина щели соответственно, а  $R_2 = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2}$ .

Рассмотрим далее расчёт ФРТ гиперспектрометра на основе соотношений, приведённых в п. 2.1.1 – 2.1.4.

## 2.2 Моделирование работы гиперспектрометра в рамках скалярной волновой теории и проверка результатов расчётов

### 2.2.1 Модель расчёта ФРТ гиперспектрометра

В настоящей работе для моделирования использовалась информационная модель гиперспектрометра, схематически изображённая на рисунке 2.2, состоящая из:

- катадиоптрического телескопа, с диаметром главного зеркала (ГЗ) 60 мм, вторичного зеркала (ВЗ) 30 мм и фокусным расстоянием ~300 мм;
- гиперспектрального блока по схеме Оффнера, включающего большое сферическое зеркало (БЗ) (радиус кривизны -159,6 мм), зеркало с

дифракционной решёткой (ЗсДР) (радиус кривизны -80,6 мм) с частотой штрихов 30 лин/мм.

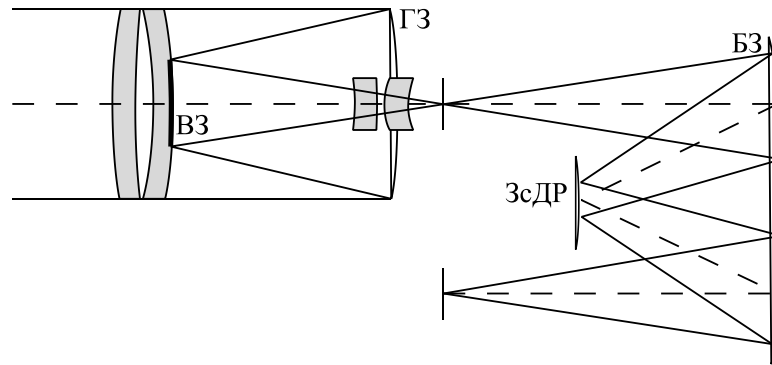


Рисунок 2.2 – Оптическая схема гиперспектрометра (ГЗ – главное зеркало объектива, ВЗ – вторичное зеркало объектива, БЗ – большое зеркало спектрометра, ЗсДР – зеркало с дифракционной решёткой)

Конструктивные параметры объектива представлены в Приложении Г.

### 2.2.2 Расчёт поля на щелевой диафрагме гиперспектрометра

Выражение для поля на щели (2.27) запишем в виде [151\*]:

$$E_1(\alpha_1, \beta_1) = \frac{1}{i\lambda F} \int A(\xi, \eta) \exp(2\pi i(\xi\alpha_1 + \eta\beta_1)) d\alpha_1 d\beta_1, \quad (2.29)$$

где  $\alpha_1 = \lambda F^{-1}(x_0 - x)$ ,  $\beta_1 = \lambda F^{-1}(y_0 - y)$ .

Из выражения (2.29) видно, что  $E_1$  есть преобразование Фурье от функции зрачка объектива. Для круглого зрачка с радиусом  $R$  поле в окрестности щели с точностью до константы:

$$E_1(x_1, y_1) = \frac{J_1(k\rho R F^{-1})}{k\rho R F^{-1}}, \quad (2.30)$$

где  $\rho = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ .

Для зрачка в форме кольца ( $R_{01}$ ,  $R_{02}$  – большой и малый радиусы) с точностью до константы [151\*]:

$$E_1(x_1, y_1) = R_{01}^2 \frac{J_1(k\rho R_{01} F^{-1})}{k\rho R_{01} F^{-1}} - R_{02}^2 \frac{J_1(k\rho R_{02} F^{-1})}{k\rho R_{02} F^{-1}}, \quad (2.31)$$

На рисунке 2.3 показаны ФРТ объектива гиперспектрометра, полученные (в центре фокальной плоскости) в приближении волновой и геометрической оптики.

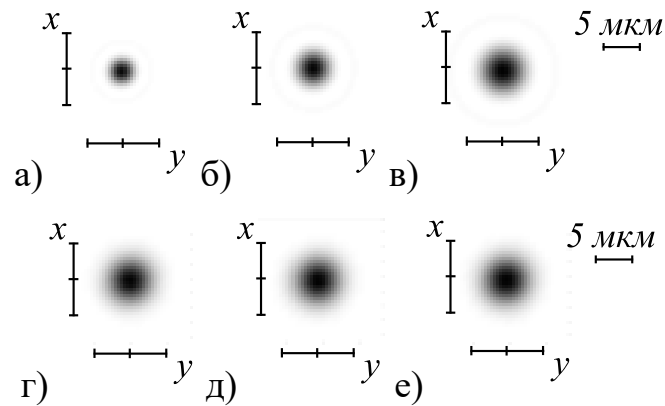


Рисунок 2.3 – ФРТ объектива вверху в приближении волновой оптики, а  
внизу в приближении геометрической оптики для длин волн:

500 нм (а, г), 700 нм (б, д), 900 нм (в, е)

ФРТ в приближении геометрической оптики (рис. 2.3 г-е) были получены, реализованным в моделирующей программе, методом трассировки лучей. Для расчёта по формуле (2.29) волновой ФРТ (рис. 2.3 а-в) с использованием геометрооптической модели объектива проводился расчёт ограничений поля на выходной поверхности объектива (2-я поверхность мениска 4, см. Приложение Г). В расчётах волновой ФРТ было принято, что объектив дифракционно ограничен (абберации отсутствуют), а пропускание по зрачку объектива единичное [151\*]. Из рисунка 2.3 видно, что для расчётного случая волновой оптики размеры пятен ФРТ увеличиваются с увеличением длины волны. Результаты расчёта для случая геометрической оптики не обнаруживают зависимости размера пятен от длины волны. В обоих случаях видно, что освещённость сосредоточена внутри квадрата 10x10 мкм.

Профили на рисунке 2.4, полученные с использованием аналитических соотношений (2.31) и (2.32) выделены линией, а с использованием моделирующей программы – выделены точками. На рисунке 2.4 (а) синим цветом (точками) показан профиль ФРТ из рис. 2.3 (б).

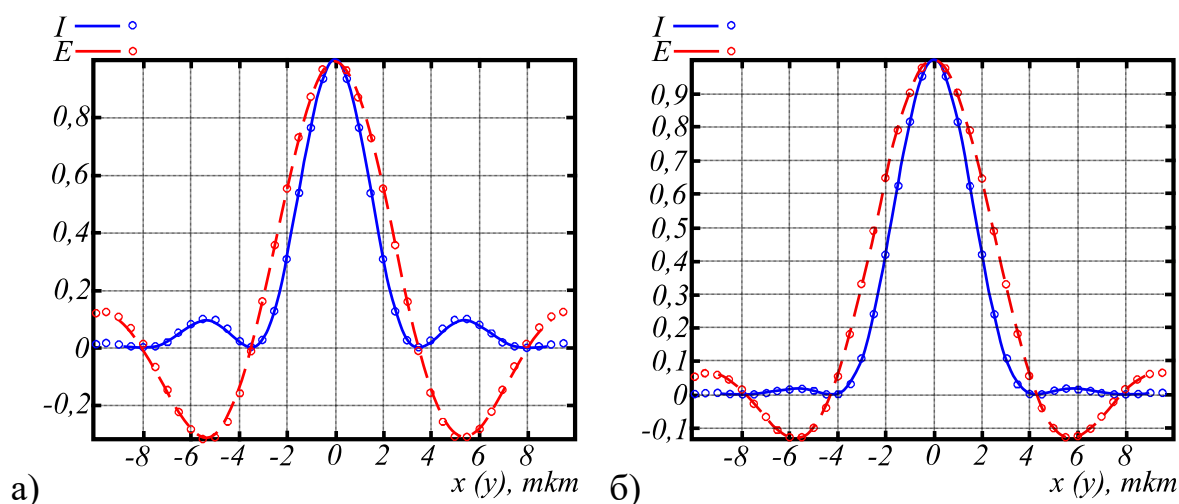


Рисунок 2.4 – Профили нормированных интенсивности ( $I$ ) и поля ( $E$ ) для  $\lambda=700$  нм, полученные аналитически (линия) и моделированием (точка), для зрачка в форме кольца (а) и для круглого зрачка (б)

Из рисунка 2.4 видно, что результаты моделирования и аналитического расчёта практически совпадают. Для круглого зрачка, радиус первого тёмного кольца по соотношению  $r = 1,22\lambda F/2R$  для длины волны 700 нм равен  $r = 4,27$  мкм, что видно на профиле из рисунка 2.4 (б).

### 2.2.3 Расчёт поля после дифракции на щели

Рассчитанное (при параметрах объектива в п.2.2.2) по формулам (2.27) и (2.28) угловое распределение интенсивности после дифракции на щелевой диафрагме (шириной 11 мкм) для данного объектива показано на рисунке 2.5 (а-в). На рисунке 2.5 (г-е) расчётные распределения интенсивности без учёта центрального экранирования объектива, которые немного отличаются от приведённого распределения в работе [117]. Для оценки правильности результатов расчётов получим соотношения, позволяющие оценить характер распределения поля после дифракции на щели. Пусть  $d(x, y)$  – функция пропускания щели спектрометра, тогда из (2.28) получаем [151\*]:

$$\begin{aligned} E_2(\alpha_2, \beta_2, z) &= C(z) \int E_1(x, y) d(x, y) \exp(2\pi i(x\alpha_2 + y\beta_2)) d\alpha_2 d\beta_2 = \\ &= C(z) \int A_1(\tilde{\alpha}_2, \tilde{\beta}_2) D(\alpha_2 + \tilde{\alpha}_2, \beta_2 + \tilde{\beta}_2) d\tilde{\alpha}_2 d\tilde{\beta}_2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

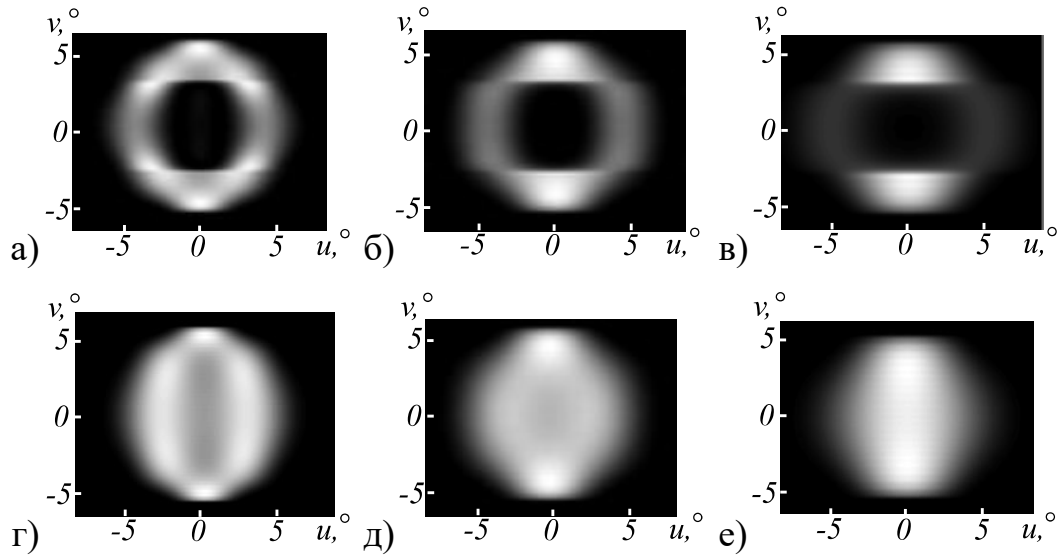


Рисунок 2.5 – Угловое распределение интенсивности для пучка (после дифракции на щели шириной 11 мкм) с учётом центрального экранирования вверху, без учёта центрального экранирования внизу для длин волн [151\*]:

500 нм (а, г); 700 нм (б, д); 900 нм (в, е)

Из выражения (2.32) видно, что после дифракции на щели поле представляется как корреляция зрачковой функции объектива и Фурье образа функции щели спектрометра. Пусть щелевая диафрагма имеет бесконечную длину и конечную ширину  $b$ , тогда с точностью до константы получим

$$E_2(\alpha_2, \beta_2, z) = \int A_1(\tilde{\alpha}_2, \beta_2) \text{SINC}\left(\frac{\pi b(\alpha_2 + \tilde{\alpha}_2)}{\lambda z}\right) d\tilde{\alpha}_2. \quad (2.33)$$

На рисунке 2.6 показаны нормированные профили углового распределения интенсивности (для трёх длин волн) в плоскости  $E_2(u, 0)$  для двух случаев. Сплошной линией показана зависимость, полученная аналитически из (2.33), пунктирной линией – полученная моделированием (рисунок 2.5). Из рисунка видно, что расчёты с результатами моделирования сходятся. Из (2.33) видно, что угловое распределение интенсивности в меридиональном направлении прямо пропорционально ширине щели и обратно пропорционально длине волны. После дифракции на щели пучка с  $\lambda=500$  нм в спектрометр попадает пучок с апертурной функцией близкой к форме кольца рисунок 2.5 (а). При увеличении длины волны  $\sim$  в 2 раза до



$\lambda=900$  нм, распределение после дифракции заметно сильно увеличивается в меридиональном направлении (рисунок 2.5 в) [151\*].

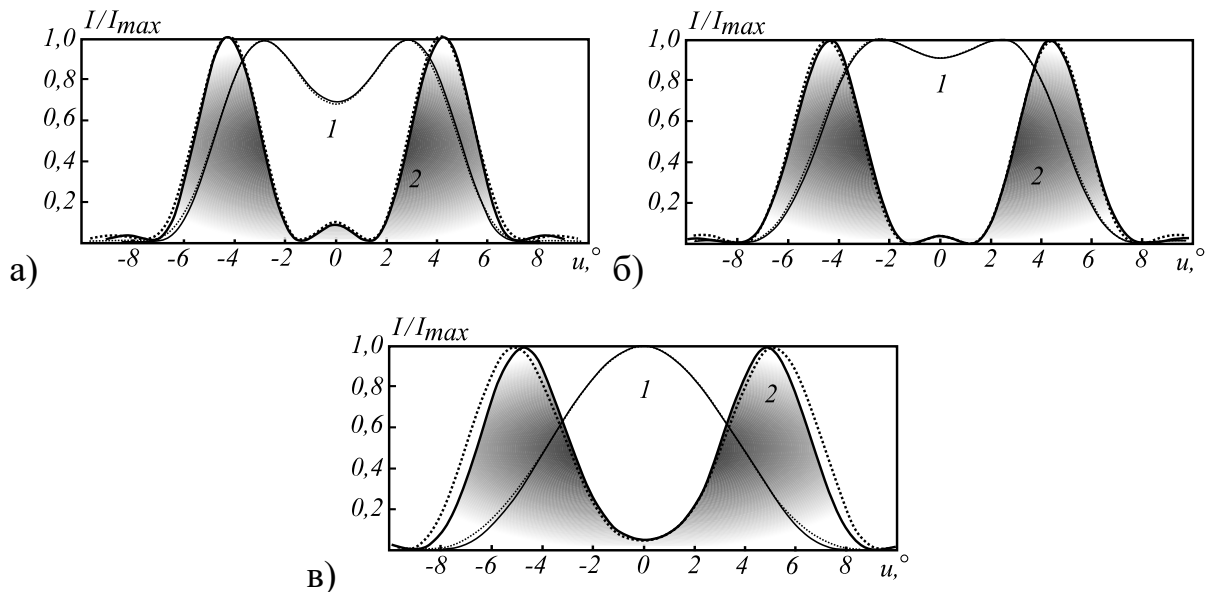


Рисунок 2.6 – Профили (перпендикулярно щели) углового распределения интенсивности для пучка без учёта (1) и с учётом (2) центрального экранирования для длин волн [151\*]: 500 нм (а); 700 нм (б); 900 нм (в)

#### 2.2.4 Проверочный расчёт ФРТ гиперспектрометра по схеме Оффнера

Расчёт ФРТ проведём в +1 порядке дифракции ( $\lambda=700$  нм) для схемы Оффнера с радиусами зеркал  $R_1=-159,6$  мм и  $R_2=-80,6$  мм с дифракционной решёткой ( $\lambda_d=640$  нм, частота штрихов 30 лин/мм).

На рисунках 2.7 и 2.9 показаны ФРТ для случаев расчёта без учёта и с учётом экранирования пучка вторичным зеркалом объектива. В случаях учёта щели при расчётах ФРТ в качестве зрачковой функции  $A_3(u_1, v_1)$  (2.24) для первого случая бралось распределение, изображённое на рисунке 2.5 (д), а во втором – рисунок 2.5 (б). ЧКХ для двух случаев расчёта показаны на рисунках 2.8 и 2.10. На изображениях ось  $x$  совпадает с направлением дисперсии  $u$  спектрометра (вдоль ширины щели). Ось  $y$  совпадает с сагиттальным направлением  $v$  (вдоль длины щели) [151\*].

Рассмотрим первый расчётный случай (рисунки 2.7, 2.8).

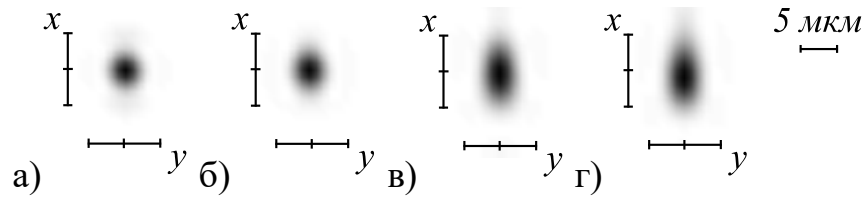


Рисунок 2.7 – ФРТ ( $\lambda=700$  нм) без учёта центрального экранирования пучка при разных параметрах расчёта [151\*]: без учёта щели и решётки (а); с учётом щели (б); с учётом решётки (в); с учётом щели и решётки (г)

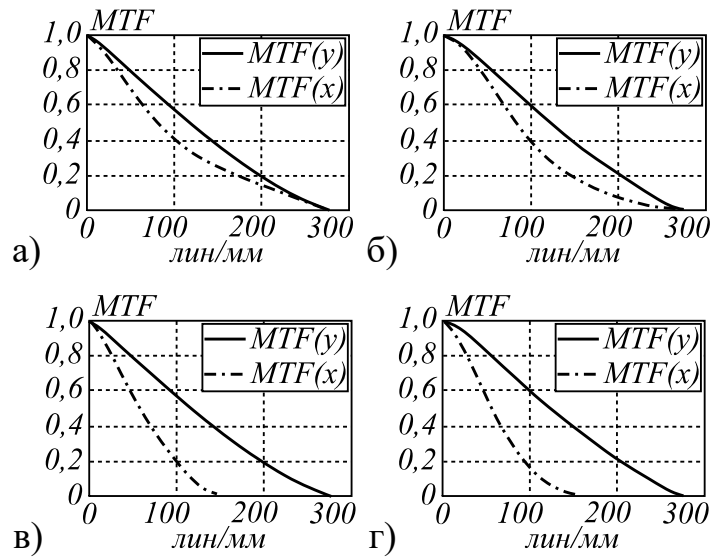


Рисунок 2.8 – ЧКХ соответствующие ФРТ ( $\lambda=700$  нм) без учёта центрального экранирования пучка при разных параметрах расчёта [151\*]: без учёта щели и решётки (а); с учётом щели (б); с учётом решётки (в); с учётом щели и решётки (г)

В случае (а) ФРТ имеет малый уровень aberrаций в меридиональном и дифракционно ограничена в сагиттальном направлении. Учёт щели (б) приводит небольшому ухудшению ЧКХ в меридиональном направлении. Учёт дифракционной решётки (в) приводит к большому астигматизму ФРТ и уменьшению диапазона пространственных частот в меридиональном направлении. Учёт щели и решётки (г) приводит к небольшому ухудшению ЧКХ для меридионального направления по сравнению со случаем (в). Однако для всех случаев (а-г) в сагиттальном направлении ЧКХ соответствует дифракционно-ограниченной системе с круглым зрачком, что согласуется с теорией спектральных приборов [114, 115].

Рассмотрим второй расчётный случай (рисунки 2.9, 2.10).

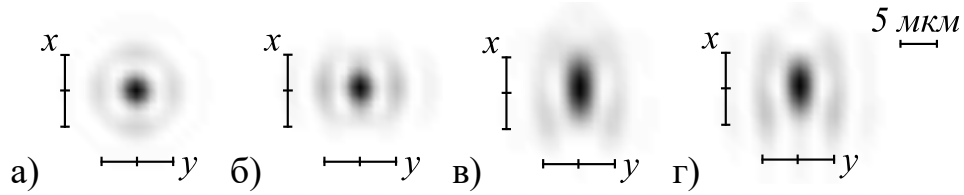


Рисунок 2.9 – ФРТ ( $\lambda=700$  нм) с учётом центрального экранирования пучка при разных параметрах расчёта [151\*]: без учёта щели и решётки (а); с учётом щели (б); с учётом решётки (в); с учётом щели и решётки (г)

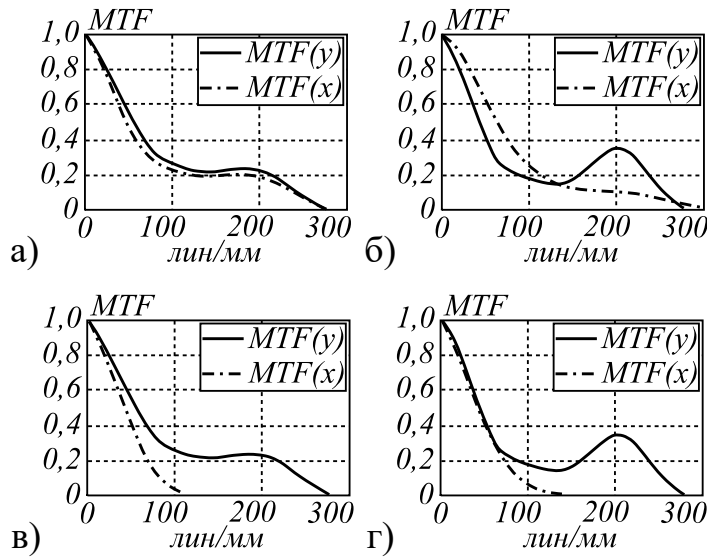


Рисунок 2.10 – ЧКХ соответствующие ФРТ ( $\lambda=700$  нм) с учётом центрального экранирования пучка при разных параметрах расчёта [151\*]: без учёта щели и решётки (а); с учётом щели (б); с учётом решётки (в); с учётом щели и решётки (г)

ФРТ в случае (а) соответствует практически дифракционно ограниченной системе со зрачком в форме кольца и аналитически описывается как модуль функции (33) с учётом нормировки. Учёт щели в расчётах (б) приводит к увеличению aberrаций из-за неравномерного пропускания по зрачку, при этом на ЧКХ для сагиттального направления снижается контраст на средних и увеличивается на высоких пространственных частотах. На ЧКХ для меридионального направления видно увеличение контраста на низких и уменьшение контраста на средних и высоких пространственных частотах. Учёт при расчётах дифракционной решётки (в) как и в первом случае приводит

к увеличению астигматизма ФРТ в меридиональном направлении. В случае (з) показана ФРТ с учётом аберраций, в меридиональном направлении вызванных астигматизмом решётки и в сагиттальном направлении – неравномерным пропусканием по зрачку из-за дифракции на щели [151\*].

Рассмотрим далее, как во втором случае изменение длины волны при фиксированной ширине щели 11 мкм влияет на ФРТ и ЧКХ.

### 2.2.5 Сравнение результатов расчёта ФРТ

На рисунке 2.11 показаны результаты расчёта ФРТ в приближении волновой и геометрической оптики. Виден астигматизм пятен в меридиональном направлении, что говорит о том, что плоскость изображения гиперспектрометра совпадает с сагиттальным фокусом системы. Для  $\lambda=500$  нм в качестве зрачковой функции в (2.24) использовалось распределение из рисунка 2.5 (а), для  $\lambda=700$  нм – рисунок 2.5 (б), для  $\lambda=900$  нм – рисунок 2.5 (г). Если при  $\lambda=500$  нм зрачковая функция близка к кольцевому распределению, то с увеличением длины волны происходит большое уширение пучка поперёк щели и относительное уменьшение интенсивности в центральной области апертурной функции. Это приводит к уменьшению контраста на средних и увеличению контраста на высоких пространственных частотах в сагиттальном направлении плоскости изображения (рисунок 2.12), при этом на ФРТ появляются дополнительные дугообразные полосы (рисунок 2.11 а-в) [151\*]. Дифракционное ограничение пространственных частот в сагиттальном направлении определяется апертурой объектива. Из выражения  $\nu_y = D/f\lambda$  получаем для трёх длин волн 400 лин/мм, 285,7 лин/мм, 222,2 лин/мм, что соответствует графикам на рисунке 2.12 (а-в). В меридиональном направлении ЧКХ соответствует оптической системе с астигматизмом [151\*].

Расчёты в приближении геометрической оптики практически не обнаруживают изменений передаточных характеристик при увеличении длины волны (рисунок 2.12 г-е). В меридиональном направлении также виден

астигматизм. В сагиттальном направлении ЧКХ соответствует ФРТ имеющей форму Гауссовой функции (рисунок 2.11 г-е) [151\*].

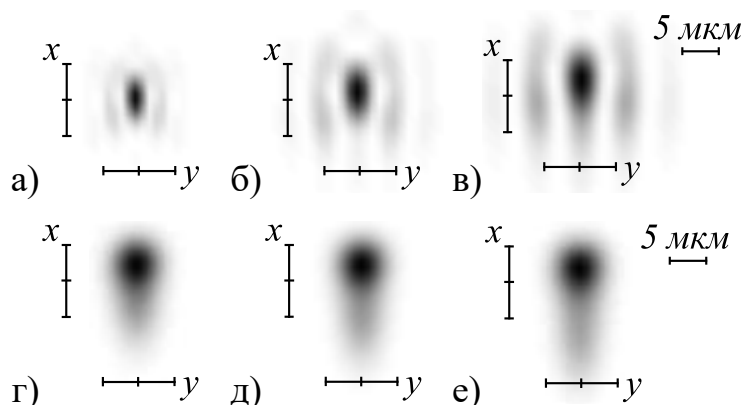


Рисунок 2.11 – ФРТ на длинах волн 500 нм (а, г), 700 нм (б, д), 900 нм (в, е).

Вверху в приближении волновой оптики, внизу – в приближении геометрической оптики [151\*]

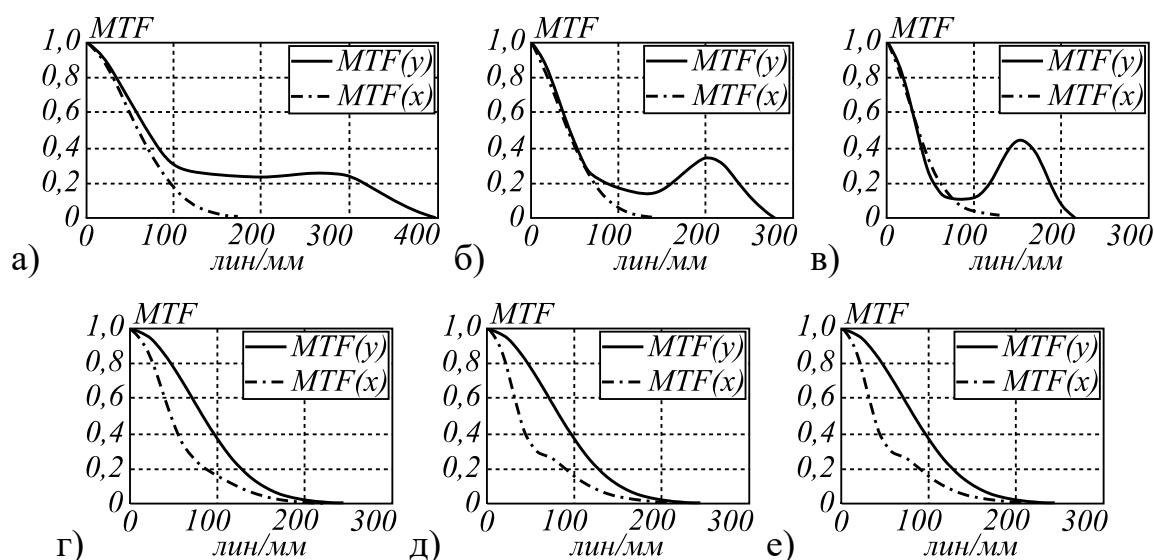


Рисунок 2.12 – ЧКХ на длинах волн 500 нм (а, г), 700 нм (б, д), 900 нм (в, е).

Вверху в приближении волновой оптики, внизу – в приближении геометрической оптики [151\*]

На рисунке 2.13 показано сравнение двух ЧКХ (для сагиттального направления), которые были получены в приближении волновой оптики. В первом случае ЧКХ соответствует расчётным (рисунок 2.12 а-в), во втором случае в расчётах ЧКХ не учитывались изменение пропускания по зрачку после дифракции на щели, aberrации спектрометра и ограничения светового

пучка оптическими элементами спектрометра. Во втором случае, представлена ЧКХ идеальной ОС гиперспектрометра (с апертурной функцией, имеющей форму кольца).

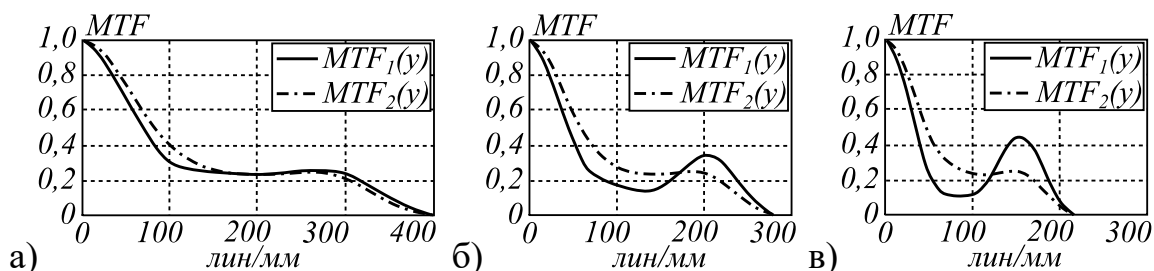


Рисунок 2.13 – ЧКХ на длинах волн 500 нм (а), 700 нм (б), 900 нм (в).

Графики  $MTF_1$  – расчётное ЧКХ ОС гиперспектрометра,  $MTF_2$  – ЧКХ ОС гиперспектрометра (для идеального случая)

В случае (а), на ЧКХ ОС гиперспектрометра ( $MTF_1$ ) в диапазоне средних частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$  видно уменьшение контраста по сравнению с ЧКХ идеальной ОС ( $MTF_2$ ). Положение локальных минимумов двух функций практически совпадает и находится на частоте 200  $\text{мм}^{-1}$ , где значение контраста для обеих функций составляет 0,234. В диапазоне высоких пространственных частот от 200 до 300  $\text{мм}^{-1}$  на  $MTF_1$  видно увеличение контраста по сравнению с  $MTF_2$ . Положение локальных максимумов двух функций практически совпадает и находится на частоте 260  $\text{мм}^{-1}$ , где значение контраста для  $MTF_1$  составляет 0,256, а для  $MTF_2$  – 0,250. Значение контраста в локальном максимуме на  $MTF_1$  по отношению к  $MTF_2$  составляет 102,4%.

В случае (б), на ЧКХ ОС гиперспектрометра ( $MTF_1$ ) в диапазоне средних частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  видно уменьшение контраста по сравнению с ЧКХ идеальной ОС ( $MTF_2$ ). Значение контраста в локальном минимуме  $MTF_1$  на частоте 133  $\text{мм}^{-1}$  составляет 0,137. Значение контраста в локальном минимуме ЧКХ идеальной ОС ( $MTF_2$ ) на частоте 149  $\text{мм}^{-1}$  также, как и в случае (а), составляет 0,234. В диапазоне высоких пространственных частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$  на  $MTF_1$  видно увеличение контраста по сравнению с  $MTF_2$ . Значение контраста в локальном максимуме  $MTF_1$  на частоте 200  $\text{мм}^{-1}$  составляет 0,352. В локальном максимуме  $MTF_2$  на частоте 183  $\text{мм}^{-1}$  значение контраста, как и в

случае (а), составляет 0,250. Значение контраста в локальном максимуме на  $MTF_1$  по отношению к контрасту на той же частоте (0,240)  $MTF_2$  составляет 146,6%.

В случае (в), на ЧКХ ОС гиперспектрометра ( $MTF_1$ ) в диапазоне средних частот от 50 до 100  $\text{мм}^{-1}$  видно уменьшение контраста по сравнению с ЧКХ идеальной ОС ( $MTF_2$ ). Значение контраста в локальном минимуме  $MTF_1$  на частоте 84  $\text{мм}^{-1}$  составляет 0,110. Локальный минимум ЧКХ идеальной ОС, как и в случаях (а, б), находится на частоте приблизительно равной половине частоты ограничения пространственных частот. Значение контраста на частоте 114  $\text{мм}^{-1}$   $MTF_2$  также, как и в случаях (а, б), составляет 0,234. В диапазоне высоких пространственных частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  на  $MTF_1$  видно увеличение контраста по сравнению с  $MTF_2$ . Положение локальных максимумов двух функций практически совпадает и находится на частоте 150  $\text{мм}^{-1}$ , где значение контраста для  $MTF_1$  составляет 0,446, а для  $MTF_2$  – 0,253. Значение контраста в локальном максимуме на  $MTF_1$  по отношению к  $MTF_2$  составляет 176,3%.

### 2.3 Основные выводы и результаты

В данном разделе разработан метод расчёта передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) ОС гиперспектрометра по схеме Оффнера, который учитывает дифракцию светового пучка на элементах гиперспектрометра (объективе, щелевой диафрагме, зеркалах спектрометра). Метод состоит в замене последовательного вычисления дифракционного интеграла по входным апертурам всех оптических элементов одним интегрированием по поверхности первого зеркала. Входное изображение на первом зеркале получается с учетом дифракции на апертуре телескопа и дифракции на щели гиперспектрометра. Наличие дифракционной решетки на поверхности зеркала учитывается в рамках локальной асимптотической аппроксимации решетки на криволинейной поверхности плоской решеткой в касательной плоскости. Использование асимптотической модели, используемой при расчете

дифракционной решетки позволяет сократить число математических операций при моделировании характеристик гиперспектрометра.

Применение разработанного метода для расчёта предельных передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) оптической системы гиперспектрометра позволило установить локальное увеличение (по сравнению с геометрическими методами расчета) контраста на длине волны 500 нм для частот от 200 до 300  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 700 нм для частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 900 нм для частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  в сагиттальном направлении плоскости изображения. Значения контраста на длинах волн 500 нм, 700 нм и 900 нм составили 0,256, 0,352, 0,446, что по отношению к значениям контраста на этих длинах волн на ЧКХ идеальной ОС с кольцевой апертурой составляет 102,4%, 146,6%, 176,3% соответственно.

ФРТ, полученные в приближении волновой оптики для предельного случая и геометрической оптики обнаруживают астигматизм в направлении дисперсии спектрометра, что соответствует результатам экспериментальных исследований, приведённых в [23]. В разделе также проведена проверка результатов моделирования на различных этапах с использованием аналитических расчётов, геометрического моделирования, расчётов по апробированным соотношениям, сравнения с работами других исследователей.

Использование методов скалярной теории дифракции обеспечивает возможность уточненной оценки предельных характеристик формирования изображения (в частности, пространственного и спектрального разрешения), которые можно достичь при создании гиперспектрометра. Применение разработанного метода в рамках математической модели формирования изображения позволяет получить оценку зависимости пространственного и спектрального разрешения получаемого изображения от параметров орбиты, ориентации, скорости поступательного и углового движения КА.



### **3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА ПО СХЕМЕ ОФФНЕРА В РАМКАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ**

В предыдущем разделе показано, что применение скалярной волновой теории позволяет более точно объяснить работу схемы Оффнера с ДОО по сравнению с геометрическим подходом. Однако, для решения множества задач геометрический подход тоже оказывается полезным, при этом он позволяет проводить высокоскоростные вычисления.

В первом подразделе рассмотрим модификацию метода расчёта освещённости для гиперспектрометра, проведём расчёт освещённости и проанализируем полученные результаты.

Во втором подразделе получим аналитические соотношения для расчёта положения изображения в математической модели формирования изображения гиперспектрометром.

В третьем подразделе рассмотрим математический аппарат, для моделирования погрешностей расположения элементов системы спектрометра, определим геометрические параметры изображения и условные допуски на расположение элементов системы.

В четвёртом подразделе проанализируем влияние геометрических параметров изображения на формирование спектральных характеристик.

#### **3.1 Метод расчёта освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра**

##### **3.1.1 Подход к расчёту освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра на основе трассировки лучей**

Как уже было сказано во введении, в существующих работах, методы расчёта освещённости системы объектива и спектрографа рассматриваются по отдельности. Так же в работах используются приближённые аналитические соотношения для расчёта освещённости.

ОС гиперспектрометра имеет достаточно много экранирующих элементов, включая щелевую диафрагму, а также спектральный ДОЭ, следовательно, наиболее точный результат будет давать численный метод, основанный на расчёте хода лучей [110, 118].

Для разбиения входного зрачка объектива воспользуемся подходом Г.Г. Слюсарева. В случае круглого входного зрачка, полярные координаты центров равновеликих ячеек вычисляются по формулам [152]:

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \pi(2k-1)/N_\varphi, \\ \rho_m &= 0,5D_{obj}\sqrt{(2m-1)/2N_\rho}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $N_\varphi, N_\rho$  – число ячеек входного зрачка,  $k=1..N_\varphi, m=1..N_\rho$ . Для  $N_\varphi, N_\rho = 14$  и  $D_{obj} = 60\text{мм}$  границы и центры ячеек показаны на рисунке 3.1.

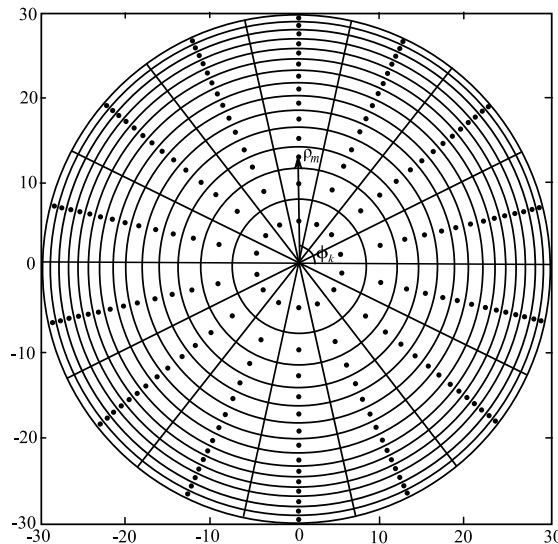


Рисунок 3.1 – Границы и центры входного зрачка, мм

Разобьём предметную плоскость на элементарные площадки. Рассмотрим расчёт освещённости от элементарной площадки. Набор  $k$  лучей, исходящих из центра элементарной площадки  $S_k$  с яркостью  $L$  в направлении визирования  $\psi$ , создают поток на входном зрачке ОС [152]:

$$\Delta\Phi_k(\lambda, h_s, \rho, \psi, \Omega_k) = S_k L(\lambda, h_s, \rho, \psi) \Delta\Omega_k, \quad (3.2)$$

В формуле (3.6),  $\Delta\Omega_k$  – телесный угол конуса лучей с вершиной в центре элементарной площадки и с основанием на входном зрачке ОС:

$$\Delta\Omega_k = (S_{EP} \cdot \cos(\varepsilon)) / d^2, \quad (3.3)$$

где  $\varepsilon$  – угол падения на входной зрачок,  $d$  – расстояние между  $S_k$  и  $S_{EP}$ . При условии космической съёмки за величину  $d$  можно принять дальность съёмки.

Выражение для потока излучения прошедшего ОС объектива:

$$\Delta\Phi_k^1(\lambda, h_s, \rho, \Omega_k) = \tau_k(\lambda) \Delta\Phi_k(\lambda, h_s, \rho, \Omega_k), \quad (3.4)$$

где  $\tau_k(\lambda)$  – коэффициент пропускания оптической системы.

На основании результатов, приведённых в работах [110, 118], выражение для распределения освещённости, формируемое площадкой  $\Delta S_k$ , расположенной в предметной плоскости (на Земле) в направлении визирования  $\psi$ , можно представить в виде [143\*]:

$$H_{mk}(x, y, \lambda) = C_m(\lambda) \int_{\Delta S_k} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Delta\Omega_k \tau_k(\lambda) L(\lambda, h_s, \rho, \Omega, \psi) \times \delta(x - \tilde{x}_k(u, v, \theta, \phi, \lambda), y - \tilde{y}_k(u, v, \theta, \phi, \lambda)) \sin^2(\theta) d\theta d\phi dudv. \quad (3.5)$$

В формуле (3.9),  $H_{mk}(x, y, \lambda)$  – освещённость в плоскости регистратора в точке с декартовыми координатами  $(x, y)$  для длины волны  $\lambda$ ,  $\delta(x, y)$  – регулярная аппроксимация сингулярной функции Дирака,  $\tilde{x}_k, \tilde{y}_k$  – координаты прихода луча в плоскость регистратора, исходящего из  $k$ -й площадки предметной плоскости в направлении, определяемом углами  $(\theta, \phi)$ ,  $C_m(\lambda)$  – интенсивность порядка дифракции с номером  $m$ . Интегрирование в (3.9) ведётся по всем точкам с декартовыми координатами  $(u, v)$  площадки  $\Delta S_k$  предметной плоскости и по всем направлениям лучей, которые попадают в плоскость регистратора [143\*].

В качестве регулярной аппроксимации сингулярной функции Дирака используется гладкая функция:

$$\delta(x, y) = (1/2\pi\sigma) \exp\left(-\left(x^2 + y^2\right)/2\sigma^2\right), \quad (3.6)$$

где  $b\sigma = \Delta$ ,  $\Delta$  – размер пиксела фотоприёмника.



$$U_m(\lambda) = \frac{1}{d_{GRAT}} \int_0^{d_{GRAT}} \exp(-2\pi i m \xi' / d_{GRAT}) \exp(ik\tilde{\varphi}(\xi')) d\xi', \quad (3.7)$$

где  $\tilde{\varphi}(\xi')$  – эйконал волновой поверхности, как функция  $\xi'$ .

При этом соотношение для функции эйконала имеет вид:

$$\tilde{\varphi}(\xi') = \xi(\xi') \sin(\theta) - \xi' \sin(\theta) + l(\xi'), \quad (3.8)$$

где  $\xi(\xi')$  – координата точки падения луча как функция  $\xi'$ ,  $l(\xi')$  – длина оптического пути от точки входа луча, до точки выхода.

Из геометрии движения луча от входной до выходной точек несложно получить зависимость [154\*]:

$$\xi(\theta, h, d_{GRAT}) = g_1(\theta, h, d_{GRAT}) \cdot \xi' + g_2(\theta, h, d_{GRAT}), \quad (3.9)$$

где

$$g_1(\theta, h, d_{GRAT}) = \frac{\tan(\varphi)(h - d_{GRAT} \tan(90 + \theta))}{(h - d_{GRAT} \tan(\varphi)) \tan(90 + \theta)},$$

$$g_2(\theta, h, d_{GRAT}) = \frac{hd_{GRAT}(\tan(90 + \theta) - \tan(\varphi))}{(h - d_{GRAT} \tan(\varphi)) \tan(90 + \theta)}, \quad (3.10)$$

Для длины оптического пути получаем:

$$l(\xi') = |AC| + |BC| = |AB| \cdot \chi = (\xi' - \xi) \cdot \chi = \xi' \chi (1 - g_1) - \chi \cdot g_2, \quad (3.11)$$

где

$$\chi = (\sin(\varphi) + \sin(\sigma)) / \sin(\gamma). \quad (3.12)$$

Подставив, полученные выражения в (3.8) для эйконала получаем:

$$\tilde{\varphi}(\xi') = \xi'(1 - g_1)(\chi - \sin(\theta)) + g_2(\sin(\theta) - \chi). \quad (3.13)$$

Для расчёта комплексной амплитуды подставим (3.13) в (3.7) [154\*]:

$$U_m = \frac{1}{d_{GRAT}} \int_0^{d_{GRAT}} \exp(-2\pi i m \xi' / d_{GRAT}) \exp(ik\tilde{\varphi}(\xi')) d\xi' =$$

$$= \frac{1}{d_{GRAT}} \exp(ikg_2(\sin(\theta) - \chi)) \times$$

$$\times \int_0^{d_{GRAT}} \exp\left(-2ik\xi' \left(\frac{\pi m}{kd_{GRAT}} - \frac{1}{2}(1 - g_1)(\chi - \sin(\theta))\right)\right) d\xi'. \quad (3.14)$$

Решая интеграл (3.14) и проводя дополнительные преобразования, получаем выражение для  $U_m$ :

$$U_m(\lambda, \theta, h, d_{GRAT}) = \exp(ia)\exp(-ib)SINC(b), \quad (3.15)$$

где

$$\begin{aligned} a &= a(\lambda, \theta, h, d_{GRAT}) = kg_2(\sin(\theta) - \chi), \\ b &= b(\lambda, \theta, h, d_{GRAT}) = kd_{GRAT} \left( \frac{\pi m}{kd_{GRAT}} - \frac{1}{2}(1 - g_1)(\chi - \sin(\theta)) \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Таким образом, мы получили простое аналитическое выражение (3.15) позволяющее рассчитать амплитуду световой волны для заданного порядка дифракции в зависимости от параметров микрорельефа решётки, а также от угла падения светового луча на зубец решётки [154\*]. Для расчёта коэффициента интенсивности дифракционного порядка, необходимо воспользоваться соотношением [154\*]:

$$C_m(\lambda, \theta, h, d_{GRAT}) = |U_m(\lambda, \theta, h, d_{GRAT})|^2 \frac{\cos(\theta_m)}{\cos(\theta)}, \quad (3.17)$$

где  $\theta_m$  – угол отражения компоненты луча в зависимости от порядка дифракции  $m$  в рассматриваемой плоскости профиля решётки.

Для того, чтобы решётка давала максимум интенсивности в положительном порядке дифракции, необходимо пустить световой луч в противоположном направлении, через точку  $\xi'$  (рисунок 3.2). С использованием аналогичных рассуждений можно найти выражение для эйконала волновой поверхности  $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}(\xi)$  и вычислить интеграл (3.7) или просто в полученных выражениях провести замену [154\*]:

$$\begin{aligned} g_1(\theta, \varphi, h, d) &\rightarrow G_1(\theta, \varphi, h, d), \\ g_2(\theta, \varphi, h, d) &\rightarrow G_2(\theta, \varphi, h, d), \end{aligned} \quad (3.18)$$

при этом  $G_1 = 1/g_1$ ,  $G_2 = -g_2/g_1$ .

### 3.1.3 Расчёт освещённости в плоскости регистратора гиперспектрометра

Рассмотрим расчёт освещённости в плоскости изображения гиперспектрометра (рисунок 2.2), ориентированного перпендикулярно предметной плоскости. Пусть поверхность Земли (на расстоянии 500 км) диффузно рассеивает свет ( $h_s=50^\circ$ ) с коэффициентом отражения  $\rho=0,4$ . В качестве исходных данных используем табличные значения спектральной освещённости поверхности Земли, СПЭЯ дымки, спектрального коэффициента пропускания атмосферы (Приложение Б, [29]). Также было принято, что диаметр ЗсДР составляет 27 мм и объектив имеет интегральный коэффициент пропускания  $\tau=0,8$ .

Ниже, на рисунке 3.3 в графическом виде представлены результаты расчёта освещённости (для центра поля зрения) в первом порядке дифракции, при этом пропускание дифракционной решётки не учитывалось. Сплошной (красной) линией показан результат численного расчёта, пунктирной (синей) показан результат расчёта с использованием аналитического соотношения [27, 145\*]. Если для щели 5 мкм значения освещённости (в спектре), полученные с использованием численного метода, относительно значений, полученных с использованием аналитического меньше на 1,3 – 1,7 %, то при увеличении ширины до 15 мкм данные различия составляют порядка 1,9 – 2,9 %.

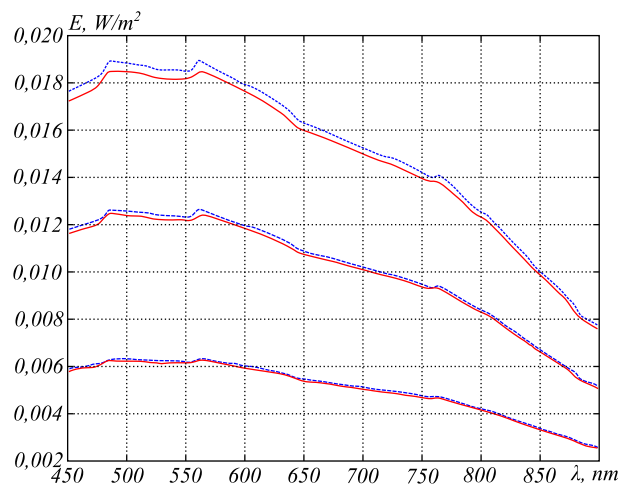


Рисунок 3.3 – Результаты расчёта освещённости для щелевых диафрагм (снизу-вверх) с шириной: 5 мкм, 10 мкм, 15 мкм

Оценим отношение сигнал/шум на элементе фотоприёмника CMV2000 (в режиме биннинга). Размеры пиксела фотоприёмника и ширины щелевой диафрагмы примем 11 мкм. Пусть фотоприёмник производит накопление сигнала на частоте 340 Гц. В расчётах учтём интенсивность первого порядка решётки, имеющей блеск на длине волны 640 нм. Результаты расчёта для центра поля зрения представлены на рисунке 3.4 (а). Характер кривых связан также и со спектральной квантовой чувствительностью фотоприёмника CMV2000 [148]. Из рисунка 3.4 (а) видно, что в коротковолновой области численный расчёт даёт больший результат чем аналитическое соотношение, а в длинноволновой области наоборот. Наибольшие различия в результатах расчётов наблюдаются при  $h_s=70^\circ$ . Для  $\lambda=450$  нм с использованием численного расчёта получено отношение сигнал/шум порядка 52 (что соответствует уровню сигнала на изображении порядка 2704 эл.), а аналитического расчёта порядка 47 (уровень сигнала порядка 2209 эл.). В коротковолновой области уровень освещённости при численном расчёте до ~22% больше, относительно, полученного с использованием аналитического соотношения. В длинноволновой области ( $\lambda=850$  нм) наоборот уровень освещённости при численном расчёте до ~6% меньше, относительно, полученного с использованием аналитического соотношения. Примечательно, что результаты расчёта обоими методами начинают совпадать на длине волны блеска решётки. Разница в значениях освещённости в спектре объясняется тем, что в численном методе учитываются углы падения и отражения световых лучей от дифракционной решётки. Результаты расчёта для края поля зрения показаны на рисунке 3.4 (б). На длине волны 640 нм с использованием численного расчёта получено отношение сигнал/шум порядка 78 (уровень сигнала на изображении порядка 6084 эл.), а аналитического расчёта порядка 83 (уровень сигнала 6889 эл.). Таким образом, в центре спектра уровень освещённости при численном расчёте до ~12% меньше, относительно, полученного с использованием аналитического соотношения. В



длинноволновой области, различие в уровнях яркости составляет достигает ~11%.

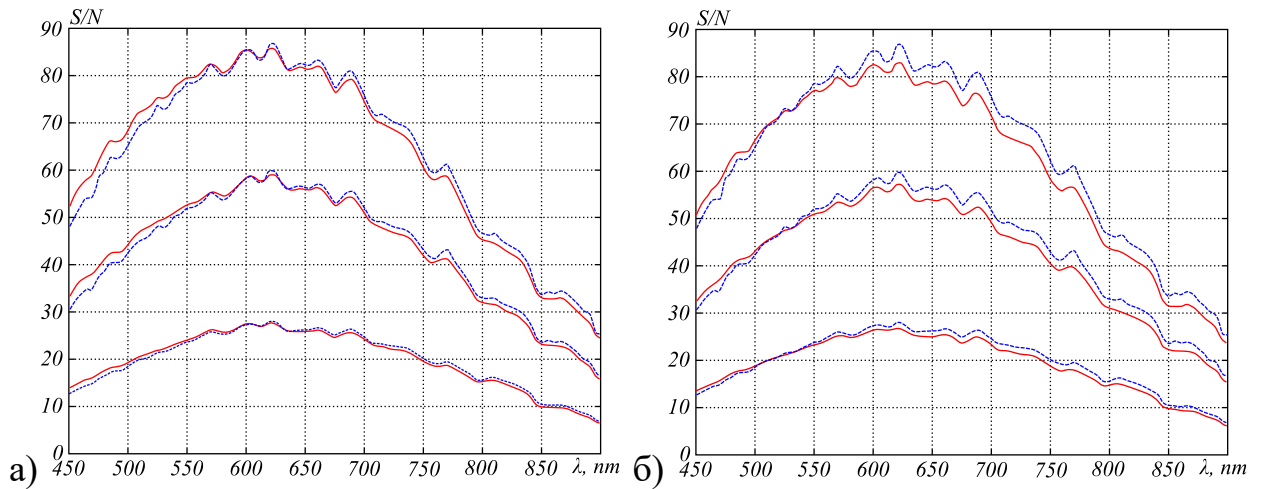


Рисунок 3.4 – Отношение сигнал/шум на пикселе фотоприёмника в центре (а), на краю поля зрения (б) для разных углов Солнца (снизу-вверх):  $10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $70^\circ$ . Сплошной красной линией показан результат численного расчёта, пунктирной синей линией – с использованием аналитического соотношения

### 3.2 Соотношения для расчёта положения изображения в спектрометре по схеме Оффнера

Рассмотрим спектрометр, состоящий из двух concentric зеркала. На малое зеркало спектрометра  $R_2$  (рисунок 3.5) нанесена дифракционная решётка. Получим соотношения для расчёта положения изображения точки в зависимости от координаты на щелевой диафрагме.

#### 3.2.1 Расчёт положения изображения в спектрометре в приближении нулевого луча

В общем случае световой луч выходит из точки на щелевой диафрагме  $O(x_0, y_0)$  и попадает в точку  $A(x_A, y_A)$  на первом сферическом зеркале с радиусом кривизны  $R_1$ . После отражения от первого зеркала, световой луч попадает в точку  $B(x_B, y_B)$  второго сферического зеркала ( $R_2$ ) с дифракционной решёткой, где претерпевает разложение в спектр. Далее выбранная спектральная компонента луча попадает в точку  $C(x_C, y_C)$  первого

(или третьего) сферического зеркала радиуса  $R_1$  (или  $R_3$ ), после отражения от которого, пересекает плоскость изображения в точке  $O'(x'_0, y'_0)$  (рисунок 3.5).

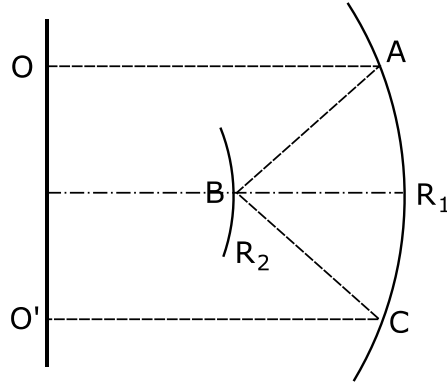


Рисунок 3.5– Схема прохождения луча через спектрометр

Получим формулу для нулевого луча в приближении того, то луч распространяется близко к оптической оси и под малым углом к оптической оси спектрометра. Также примем, что точка пересечения оптического элемента лежит вблизи его вершины и стрелка прогиба оптического элемента равна нулю. Пусть световой луч выходит из точки  $O(x_0, y_0, 0)$  и попадает в точку  $A(x_0, y_0, R_1)$  на большом зеркале с радиусом кривизны  $R_1$ . После отражения луч направлен в фокус первого зеркала и имеет направляющий вектор  $\bar{s}_1 = (-2x_0R_1^{-1}, -2y_0R_1^{-1}, -1)^T$ . Для расстояния  $AB$  имеем:

$$AB = -\sqrt{\langle \bar{r}_A, \bar{s}_1 \rangle^2 - (\bar{r}_A)^2 + R_2^2} - \langle \bar{r}_A, \bar{s}_1 \rangle \approx -\sqrt{R_1^2 - R_1^2 + R_2^2} + R_1 = R_1 - R_2. \quad (3.19)$$

Точка  $B$  пересечения нулевого луча второй сферы  $R_2$ :

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ R_1 \end{pmatrix} + (R_1 - R_2) \begin{pmatrix} -2x_0R_1^{-1} \\ -2y_0R_1^{-1} \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0(2R_2 - R_1)/R_1 \\ y_0(2R_2 - R_1)/R_1 \\ R_2 \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

На второй сфере находится дифракционная решётка, поэтому на основании  $[110]$  запишем направляющий вектор луча после дифракции:

$$\begin{aligned} \bar{s}_m = & -\frac{2y_0}{R_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2x_0}{R_1} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\lambda m}{d} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \\ & \times \sqrt{1 - \frac{4(x_0^2 + y_0^2)}{R_1^2} - \frac{4x_0}{R_1} \cdot \frac{\lambda m}{d} - \left(\frac{\lambda m}{d}\right)^2} \approx \begin{pmatrix} -2x_0 R_1^{-1} - \lambda m/d \\ -2y_0 R_1^{-1} \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Для расстояния  $BC$  имеем:

$$BC = \sqrt{\langle \bar{r}_B, \bar{s}_m \rangle^2 - (r_B)^2 + R_1^2} - \langle \bar{r}_B, \bar{s}_m \rangle \approx \sqrt{R_2^2 - R_2^2 + R_1^2} - R_2 = R_1 - R_2. \quad (3.22)$$

Точка  $C$  пересечения луча сферы  $R_1$ :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} x_0 \frac{2R_2 - R_1}{R_1} \\ y_0 \frac{2R_2 - R_1}{R_1} \\ R_2 \end{pmatrix} + (R_1 - R_2) \cdot \begin{pmatrix} -\frac{2x_0}{R_1} - \frac{\lambda}{d} m \\ -\frac{2y_0}{R_1} \\ 1 \end{pmatrix} = \\ = & \left( x_0 \frac{4R_2 - 3R_1}{R_1} - \frac{\lambda}{d} m \cdot (R_1 - R_2), \quad y_0 \frac{4R_2 - 3R_1}{R_1}, \quad R_1 \right)^T. \end{aligned} \quad (3.23)$$

С учётом того, что после отражения в точке  $C$  луч имеет направляющий вектор  $\bar{s}_3 \approx (0, 0, -1)^T$ , окончательно получаем выражение для расчёта положения точки  $O'(x'_0, y'_0, z'_0)$  как функцию координат на щелевой диафрагме:

$$\begin{cases} x'_0 = kx_0 + b, \\ y'_0 = ky_0, \\ z'_0 = 0, \end{cases} \quad (3.24)$$

$$\text{где } k = \frac{4R_2 - 3R_1}{R_1}, \text{ а } b = -\frac{\lambda}{d} m \cdot (R_1 - R_2). \quad (3.25)$$

Для случая схемы Оффнера, состоящей из трёх зеркал, коэффициенты (3.25) будут определяться как:

$$\begin{cases} k = \frac{4R_2 - 2R_3 - R_1}{R_1}, \\ b = -\frac{\lambda}{d}m(R_3 - R_2). \end{cases} \quad (3.26)$$

Рассмотрим щелевую диафрагму шириной  $b_{SP}$  и длиной  $L_{SP}$ . Пусть координаты краёв диафрагмы связаны соотношением  $b_{SP} = u_2 - u_1$  и  $L_{SP} = v_2 - v_1$ . Примем, что  $R_1 = 2R_2$ , тогда  $k = -1$ , а  $b = -R_2 \frac{\lambda}{d}m$ . Для изображения щелевой диафрагмы получаем:

$$u'_2 - u'_1 = -u_1 - b_{SP} - R_2 \frac{\lambda}{d}m + u_1 + R_2 \frac{\lambda}{d}m = -b_{SP},$$

$$v'_2 - v'_1 = v_1 - v_2 = -L_{SP}.$$

Таким образом, спектрометр строит перевёрнутое изображение щелевой диафрагмы, т.е. имеет увеличение  $\beta_{SP} = -1$ :

$$\beta_{SP} = \frac{u'_2 - u'_1}{u_2 - u_1} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_2 - v_1} = -1.$$

### 3.2.2 Расчёт положения изображения спектрометра в параксиальном приближении

Для вывода воспользуемся соотношениями п. 2.1.2. Пусть из точки  $O(x_0, y_0)$  выходит луч  $\bar{s}_0$ , который направлен параллельно оптической оси спектрометра и пересекает первое зеркало в точке  $A(x_A, y_A)$ , т.е. имеем, что  $x_A = x_0, y_A = y_0$ . Пользуясь соотношением для расчёта направляющего вектора для отражённого луча  $\bar{s}_1$  получаем:

$$\bar{s}_1 = \left( -2R_1^{-2}z_A x_A, \quad -2R_1^{-2}z_A y_A, \quad 1 - 2R_1^{-2}z_A^2 \right)^T. \quad (3.27)$$

С учётом параксиального приближения  $z_A \approx R_1 \left( 1 - 0.5R_1^{-2}(x_A^2 + y_A^2) \right)$  для направляющего вектора  $\bar{s}_1$  имеем:

$$\bar{s}_1 = \left( x_A f_1(x_A, y_A), \quad y_A f_1(x_A, y_A), \quad 2R_1^{-2}(x_A^2 + y_A^2) - 1 \right)^T, \quad (3.28)$$

где

$$f_1(x_A, y_A) = R_1^{-3}(x_A^2 + y_A^2 - 2R_1^2). \quad (3.29)$$

Положение точки пересечения  $B(x_B, y_B, z_B)$  определяется из соотношения:

$$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \bar{s}_1 l_{AB} \quad (3.30)$$

Для расстояния между точками  $AB$  в параксиальном приближении получим:

$$l_{AB}(x_A, y_A) = -\sqrt{\langle \bar{r}_A, \bar{s}_1 \rangle^2 - \bar{r}_A^2 + R_2^2} - \langle \bar{r}_A, \bar{s}_1 \rangle = \sqrt{R_1^2 - x_A^2 - y_A^2} - \sqrt{R_2^2 - x_A^2 - y_A^2} \approx 0.5R_1^{-1}R_2^{-1}(R_1 - R_2) \cdot (2R_1R_2 + x_A^2 + y_A^2). \quad (3.31)$$

Подставляя (3.28) и (3.31) в (3.30) получаем выражение для положения точки пересечения второго зеркала как функцию координат на щелевой диафрагме  $\bar{r}_B = \bar{r}_B(x_B(x_A, y_A), y_B(x_A, y_A), z_B(x_A, y_A))$ :

$$\bar{r}_B = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A + x_A f_1(x_A, y_A) l_{AB} \\ y_A + y_A f_1(x_A, y_A) l_{AB} \\ z_A + (2R_1^{-2}(x_A^2 + y_A^2) - 1) l_{AB} \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Рассмотрим выражение (3.29). С учётом того, что  $R_1 \approx 2R_2$  имеем:

$$f_1(x_A, y_A) \cdot l_{AB} \approx -\frac{1}{R_2} \cdot R_2 = -1.$$

Тогда  $\bar{r}_B \approx (0, 0, R_2)^T$ . В параксиальном приближении компоненты направляющего вектора отражённого луча:

$$\bar{s}_m = \left( -\frac{x_A}{l_{AB}} + \alpha m, \quad -\frac{y_A}{l_{AB}}, \quad \frac{z_A - z_B}{l_{AB}} \right)^T, \quad (3.33)$$

где  $\alpha = \lambda/d$ .

Пользуясь аналогичными рассуждениями несложно получить приближённую формулу для расстояния между точками  $BC$ :

$$l_{BC} \approx R_1 + \frac{R_2^2}{2R_1} \left( \frac{(z_A - R_2)^2}{l_{AB}^2} - 1 \right) - R_2 \frac{z_A - R_2}{l_{AB}}. \quad (3.34)$$

С учётом того, что после отражения в точке  $C$  луч будет параллелен оптической оси спектрометра получаем коэффициенты для (3.24) в параксиальном приближении:

$$\begin{aligned}
 k(x_0, y_0) &= R_2 \frac{z_A - R_2}{l_{AB}^2} - \frac{R_1}{l_{AB}} - \frac{R_2^2}{2R_1 l_{AB}} \left( \frac{(z_A - R_2)^2}{l_{AB}^2} - 1 \right), \\
 b(x_0, y_0) &= \text{cm} \left( R_1 + \frac{R_2^2}{2R_1} \left( \frac{(z_A - R_2)^2}{l_{AB}^2} - 1 \right) - R_2 \frac{z_A - R_2}{l_{AB}} \right), \\
 l_{AB}(x_0, y_0) &= \frac{(R_1 - R_2) \cdot (2R_1 R_2 + x_0^2 + y_0^2)}{2R_1 R_2}, \\
 z_A(x_0, y_0) &= R_1 \left( 1 - \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2R_1^2} \right).
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Для случая схемы Оффнера, состоящей из трёх зеркал, коэффициенты линейной зависимости (3.35) будут определяться как:

$$\begin{aligned}
 k(x_0, y_0) &= R_2 \frac{z_A - R_2}{l_{AB}^2} - \frac{R_3}{l_{AB}} - \frac{R_2^2}{2R_1 l_{AB}} \left( \frac{(z_A - R_2)^2}{l_{AB}^2} - 1 \right), \\
 b(x_0, y_0) &= \text{cm} \left( R_3 + \frac{R_2^2}{2R_1} \left( \frac{(z_A - R_2)^2}{l_{AB}^2} - 1 \right) - R_2 \frac{z_A - R_2}{l_{AB}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Выражения для расчёта положения точки являются громоздкими, однако дают более точный результат. При этом несложно убедиться, что аналогично случаю нулевого луча для спектрометра получается увеличение приблизительно  $\beta_{SP} = -1$ .

### 3.2.3 Анализ формул для расчёта положения изображения щелевой диафрагмы спектрометра

Выше были получены формулы для расчёта положения изображения в приближении нулевого луча и в параксиальном случае. Сравним отклонения (или разности) расчётных значений координат от координат центров тяжестей пятен, полученных с использованием метода трассировки лучей в направлении дисперсии спектрометра. Расчёт проведём в диапазоне длин волн

от 400 до 900 нм и при различных положениях щели. Результаты расчёта математического ожидания ( $\overline{M}_{\Delta x}$ ) и СКО ( $\sigma_{\Delta x}$ ) отклонений положения изображения при расчёте по формулам от координат центров тяжести, полученных методом трассировки, приведены на рисунке 3.6.

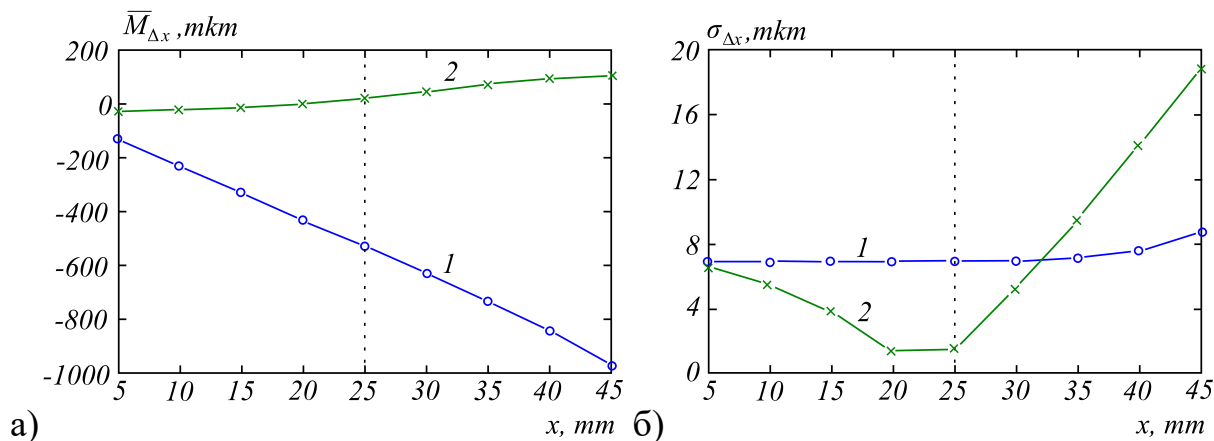


Рисунок 3.6 – Зависимости математического ожидания (а) и СКО (б) разностей от положения щелевой диафрагмы спектрометра: для нулевого луча (1); для параксиального луча (2)

Расчётные значения математических ожиданий характеризуют степень близости значений координат, полученным по формулам по отношению к методу трассировки лучей (рисунок 3.6, а). Формула, для параксиального случая, даёт здесь более точный результат, при этом видно, что для формулы «нулевого луча» математическое ожидание стремится к нулю при смещении щели к оптической оси спектрометра. Пунктирной линией на рисунках показано положение щели, которое используется при расчётах в данной работе. Здесь средние значения отклонений для нулевого и параксиального лучей составляет -532 мкм и 19 мкм. СКО для тех же формул: 7 мкм и 1,5 мкм соответственно. Значения СКО (рисунок 3.6, б) говорят о степени соответствия углов наклона линейных зависимостей. Для формулы, полученной в параксиальном приближении видно (рисунок 3.6, б), что при смещении щели к 45 мм, увеличивается разница в угле наклона прямой по сравнению с линией, проходящей через центры тяжести пятен рассеяния.

Расчётные положения изображений щелевой диафрагмы (используемые в настоящей работе) с помощью формул для нулевого луча (график 1) и для параксиального луча (график 2), а также методом трассировки лучей (график 3) показаны на рисунке 3.7. Из рисунка видно, что значения положения изображения в параксиальном случае наиболее близки к значениям, полученным методом трассировки лучей.

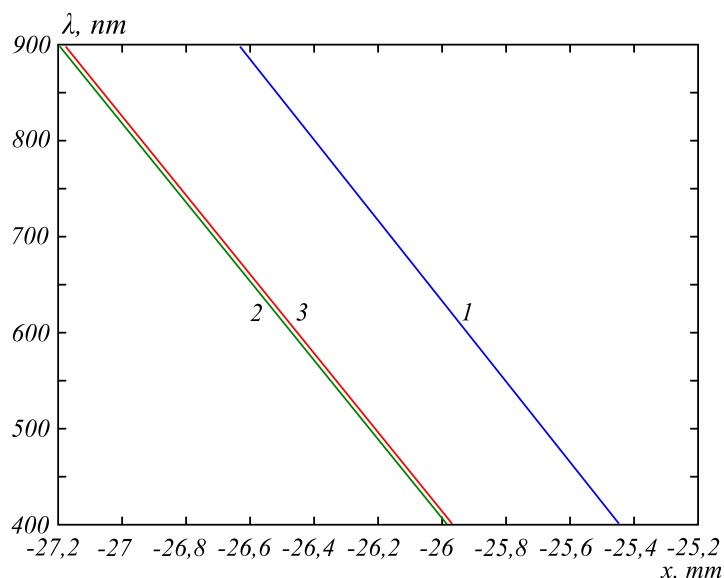


Рисунок 3.7 – Зависимость положений изображений щели спектрометра от длины волны, полученная: расчётом по формуле для нулевого луча (1); расчётом по формуле для параксиального луча (2); методом трассировки лучей через спектрометр (3)

### 3.3 Моделирование погрешностей расположения оптических элементов спектрометра по схеме Оффнера

Рассмотрим моделирование погрешностей расположения элементов спектрометра и определим геометрические характеристики изображения, формируемого гиперспектрометром, а также условные допуски для элементов спектрометра.

#### 3.3.1 Векторный подход, используемый при моделировании смещений и разворотов оптических элементов

В рамках информационной модели спектрометра, описание смещений и разворотов удобно проводить с использованием векторного подхода. Для



этого глобальное пространство спектрометра необходимо разбить на пространства зеркал, определив в каждом из них свой локальный базис. Матрица перехода между базисами оптической системы и оптического элемента определяется моделируемой погрешностью. Анализ разновидностей технологических погрешностей показывает, что они приводят к разворотам и поступательным смещениям оптических элементов [155].

*Случай поступательного смещения.*

Для случая простого поступательного смещения оптического элемента (погрешности расположения), определяемого вектором  $\bar{r}_\Delta$ , компоненты направляющего вектора  $\bar{v}$  светового луча в локальном базисе остаются теми же. Если положение точки направляющего вектора в глобальном базисе определяется вектором  $\bar{r}_0$ , то в локальном базисе его положение определяется из соотношения [156\*, 157\*]:

$$\bar{r}'_0 = \bar{r}_0 - \bar{r}_\Delta. \quad (3.37)$$

*Случай разворота оптического элемента.*

Вращение базиса пространства оптического элемента вокруг некой точки пространства оптической системы удобно представить с использованием направляющего вектора с компонентами [156\*, 157\*]:

$$\bar{e}(\theta, \varphi) = \bar{e}(e_x(\theta, \varphi), e_y(\theta, \varphi), e_z(\theta)), \quad (3.38)$$

где углы  $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$  соответствуют поворотам в плоскости  $OYZ$ , а углы  $\varphi = 0, \pi$  - в плоскости  $OXZ$ .

Для моделирования децентрировки, точка вращения может располагаться как в центре кривизны, так и в вершине сферической поверхности оптического элемента (рисунок 3.8).

Для случая погрешности разворота оптического элемента, вектора локального базиса, ориентированного по направляющему вектору  $\bar{e}$ , несложно построить в виде [156\*, 157\*]:

$$\begin{aligned}
\bar{z}' &= (e_x, e_y, e_z)^T, \\
\bar{x}' &= [\bar{y} \times \bar{z}'] = (e_z, 0, -e_x)^T, \\
\bar{y}' &= [\bar{z}' \times [\bar{y} \times \bar{z}']] = (-e_x e_y, e_x^2 + e_z^2, -e_y e_z)^T,
\end{aligned} \tag{3.39}$$

где  $\bar{y} = \bar{y}(0,1,0)^T$ .

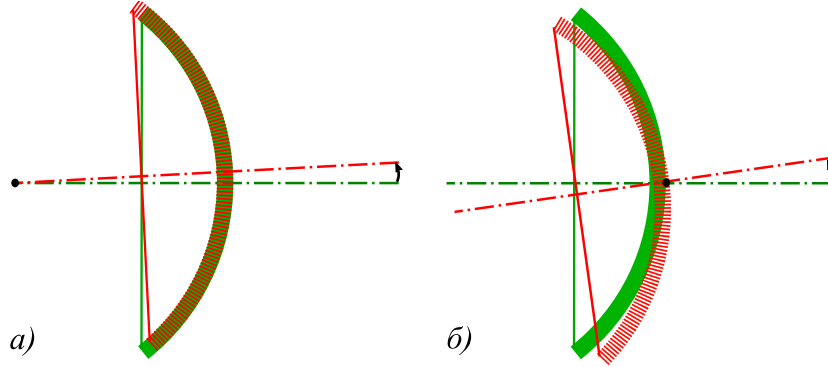


Рисунок 3.8 – Пример разворота зеркала: около центра кривизны (а); около вершины поверхности (б)

С учётом нормировки, полученных векторов, строится матрица перехода  $\mathbf{M} = [\bar{x}', \bar{y}', \bar{z}']$ . Направляющий вектор  $\bar{v}$  светового луча и его положение  $\bar{r}_0$  в новом базисе определяется как [156\*, 157\*]:

$$\bar{v}' = \mathbf{M}^T \bar{v}, \quad \bar{r}'_0 = \mathbf{M}^{-1} \bar{r}_0. \tag{3.40}$$

*Случай разворота дифракционного зеркала.*

Для описания поворота дифракционного сферического зеркала дополнительно введём погрешность на отклонение направления штрихов дифракционной решётки от оси  $OY$  глобального базиса спектрометра. Пусть данная погрешность в плоскости  $OXY$  задаётся углом  $\alpha$  или вектором  $\bar{s} = \bar{s}(\sin(\alpha), 0, 0)^T$ . Тогда вектор, определяющий направление штрихов решётки [156\*, 157\*]:

$$\bar{y}_1 = \bar{y} + \bar{s}, \quad \bar{y}_1 = \bar{y}_1(\sin(\alpha), 1, 0)^T. \tag{3.41}$$

Аналогично найдём матрицу перехода в виде [156\*, 157\*]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} e_z & (e_y^2 + e_z^2)\sin(\alpha) - e_x e_y & e_x \\ -e_z \sin(\alpha) & e_x^2 + e_z^2 - e_x e_y \sin(\alpha) & e_y \\ e_y \sin(\alpha) - e_x & -e_z(e_x \sin(\alpha) + e_y) & e_z \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

### 3.3.2 Анализ исходных параметров и результатов влияния погрешностей расположения на геометрию изображения в плоскости регистратора

#### *Исходные параметры моделирования.*

Для формирования точечной диаграммы в плоскости изображения используем набор точечных источников (с расстояния 500 км). Источники разместим по всей полосе обзора сагиттального направления гиперспектрометра. В плоскости изображения гиперспектрометра сформируем точечную диаграмму центров тяжестей пятен рассеяния [156\*, 157\*].

#### *Характеристика изображения в плоскости регистратора.*

Анализ результата моделирования показал, что спектрометрам данного типа свойственна дисторсия. Данная aberrация приводит к нарушению подобия монохроматических линий спектра и описывается как [156\*, 157\*]:

- изменение координаты  $X$  спектральной линии в сагиттальном направлении, выражающееся как кривизна (стрелка прогиба) спектральной линии (рис. 3.10);

- изменение координаты  $Y$  спектра вдоль в меридиональном направлении, выражающееся как кривизна спектральной полосы (рисунок 3.10);

- трапецеидальность спектральных полос, выражающаяся как разнонаправленный наклон спектральных полос в зависимости от координаты щели (рисунок 3.9).

В таблице 3.1 приведены параметры изображения, дающие полное представление о геометрических искажениях спектра изображения.

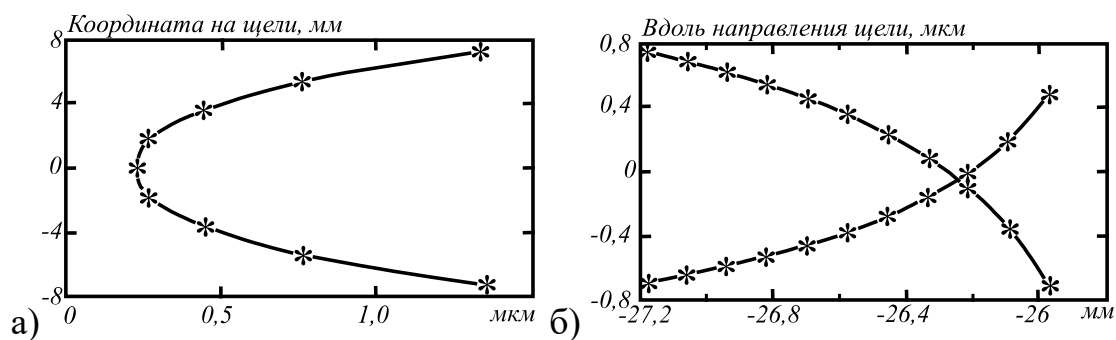


Рисунок 3.9 – Иллюстрации [156\*, 157\*]: кривизна монохроматических линий спектра вдоль направления щели (а); относительная кривизна и трапецеидальность спектральных полос на противоположных краях щели (б)

Таблица 3.1 – Геометрические параметры изображения [156\*, 157\*]

Параметр	Мин., мкм	Макс., мкм
Кривизна спектральной линии	1,116	1,259
Кривизна спектральной полосы	0,006	0,371
Трапецеидальность спектральной полосы	0,001	1,483

*Анализ влияния погрешностей расположения на параметры изображения.*

Проведём оценку влияния предварительно внесённых в оптическую схему спектрометра условных погрешностей на качество изображения в плоскости регистратора. Действие условных погрешностей описывается как смещение/разворот отдельного оптического элемента при условии того, что положение остальных элементов соответствует расчётным. Оценка влияния относительно малых смещений и разворотов элементов спектрометра представлена в таблице 3.2. Необходимо отметить, что ввиду конструктивной особенности схемы спектрометра, вращение зеркал вокруг собственных центров кривизны не оказало какого-либо влияния на качество изображения в плоскости регистратора и может рассматриваться исходя из задач расчёта габаритов и исключения виньетирования световых пучков [156\*, 157\*].

Таблица 3.2 – Оценка влияния условных погрешностей расположения БЗ и ЗсДР спектрометра (изменения изображения расположены по убыванию относительной величины проявления) [156\*, 157\*]

Смещение/вращение оптического элемента по оси / вокруг оси		Изменения изображения в плоскости регистратора спектрометра
Тип	Ось	
Смещение	<i>OX</i>	смещение изображения по <i>OX</i>
	<i>OY</i>	смещение изображения по <i>OY</i>
	<i>OZ</i>	увеличение пятна рассеяния
Вращение вокруг вершины	<i>OX</i>	увеличение пятна рассеяния, смещение изображения по <i>OY</i> , увеличение трапецеидальности спектральной полосы
	<i>OY</i>	увеличение пятна рассеяния, смещение изображения по <i>OX</i> , увеличение кривизны спектральной линии
	<i>OZ</i>	<u>Только для ЗсДР</u> увеличение трапецеидальности спектральной полосы, кривизны спектральной линии, пятна рассеяния

### 3.3.3 Определение условных допусков расположения оптических элементов спектрометра

*Исходные параметры и результаты моделирования.*

Для определения условных допусков необходимо найти максимальные значения отклонений погрешностей расположения для каждого из зеркал спектрометра, в предположении того, что все остальные параметры соответствуют расчётным. Определение условных допусков необходимо проводить с использованием ограничивающих критериев. Исходя из оценок влияния условных погрешностей расположения на параметры изображения были выделены следующие критерии по допустимому [156\*, 157\*]:

- изменению размера пятна рассеяния в пределах пиксела регистратора;
- смещению изображения в плоскости регистратора;
- ортоскопии изображения.

Критерий допустимого изменения пятна рассеяния в пределах пиксела регистратора связан с возможными аберрациями, не приводящими к ухудшению пространственной разрешающей способности гиперспектрометра. Разрешающая способность определялась по критерию анализа распределения

световой энергии в плоскости регистратора от двух светящихся точек, расположенных в плоскости изображения гиперспектрометра. Критерий считался выполненным, если по всем точкам изображения величина интенсивности центрального минимума суммарного распределения не превышала 75% от меньшего из соседних максимумов. С этой целью в исходных параметрах моделирования, представленных выше, точечные источники были дополнены соответствующими парами на необходимом расстоянии, определяющем разрешающую способность оптической системы. В данной работе были выполнены расчёты с учётом сохранения разрешающей способности гиперспектрометра 20 м и 30 м с расстояния 500 км. В случае 20 м в плоскости изображения, расстояния между максимумами ФРТ составило 11-12 мкм, для 30 м - 17-18 мкм [156\*, 157\*].

Критерий допустимого смещения изображения в плоскости регистратора связан с погрешностями линейного и углового положения фотозон регистратора относительно установочных баз. Здесь в качестве критерия выбрана типовая погрешность линейного расположения фотоприёмного устройства 100 мкм [156\*, 157\*].

Критерий сохранения ортоскопии связан с допустимой дисторсией изображения в плоскости регистратора. Для случая сохранения разрешения 20 м и из расчёта шестой части расстояния между ФРТ было принято, что максимальное действие дисторсии по абсолютному значению в плоскости ХУ не должно превышать 2 мкм. Для разрешения 30 м – абсолютное действие дисторсии не более 3 мкм [156\*, 157\*].

Результаты определения условных допусков, полученные с использованием вышеуказанных критериев представлены в таблице 3.3. Из представленных результатов видно, что наиболее жёсткие требования по точности предъявляются к угловому и линейному положению большого зеркала спектрометра по оси Z. Высокие требования к точности углового положения дифракционного зеркала относительно оси спектрометра

обусловлены сохранением надлежащего уровня ортоскопии изображения в плоскости регистратора.

Таблица 3.3 – Результаты определения условных допусков [156\*, 157\*]

Элемент	Ось	Погрешность положения		Погрешность децентрировки, вокруг осей, град (сек)
		Верх. предел, мкм	Ниж. предел, мкм	
БЗ	<i>OX</i>	25 / 25	-25 / -25	0,0094 (34) / 0,0094 (34)
	<i>OY</i>	25 / 25	-25 / -25	0,0094 (34) / 0,0094 (34)
	<i>OZ</i>	14 / 22	-12 / -19	- / -
ЗсДР	<i>OX</i>	52 / 52	-52 / -52	0,0375 (135) / 0,0375 (135)
	<i>OY</i>	52 / 52	-52 / -52	0,0375 (135) / 0,0375 (135)
	<i>OZ</i>	25 / 40	-30 / -46	0,0247 (89) / 0,0717 (258)

Примечание. В таблице приведены значения погрешностей для двух вариантов расчётов (вариант 1 / вариант 2). Вариант 1 - условные допуски с сохранением разрешающей способности 20 м, вариант 2 - 30 м.

*Оценка адекватности полученных результатов.*

Результат статистического моделирования совместного действия погрешностей показал, что вероятность удачной сборки гиперспектрометра с соблюдением требований по качеству изображения будет не меньше 0,9. Результаты моделирования приведены в работах [156\*, 157\*].

### **3.4 Оценка влияния искажений изображения в спектрометре на спектральную характеристику объектов съёмки**

Определим теперь каким образом, искажения в плоскости изображения будут влиять на спектральную характеристику при формировании изображения гиперспектрометром.

#### **3.4.1 Влияние размера ФРТ на спектральную характеристику**

Пусть в предметной плоскости спектрометра расположена бесконечно узкая щелевая диафрагма, на которой имеется распределение интенсивности  $I(\lambda, y)$ . Выделим из распределения интенсивности две точки с координатами  $y_1$  и  $y_2$ , тогда в плоскости изображения от них создаётся распределение освещённости:

$$\begin{aligned}
E(u, v) &= \int I(\lambda, y) \cdot H(u - a\lambda, v - y) \cdot (\delta(y - y_1) + \delta(y - y_2)) dy d\lambda = \\
&= \int I(\lambda, y_1) \cdot H(u - a\lambda, v - y_1) d\lambda + I(\lambda, y_2) \cdot H(u - a\lambda, v - y_2) d\lambda.
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Пусть спектральная характеристика точек на щели описывается функцией вида

$$I(\lambda, y_{1,2}) = A \cdot \exp\left(-(\lambda - \lambda_{1,2})^2 / q\right), \tag{3.44}$$

где  $A = (\sigma_\lambda \sqrt{2\pi})^{-1}$ ,  $q = 2\sigma_\lambda^2$ .

Для простоты аппроксимируем ФРТ спектрометра функцией вида

$$H(u, v) = B \exp\left(-p_1^{-1}(u - a\lambda)^2 - p_2^{-1}(v - y)^2\right), \tag{3.45}$$

где  $B = (2\pi\sigma_x\sigma_y)^{-1}$ ,  $p_{1,2} = 2\sigma_{x,y}^2$ .

Тогда распределение освещённости в плоскости регистратора

$$E(u, v) = AB \sum_{i=1}^2 \exp\left(\frac{(v - y_i)^2}{p_2}\right) \int \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_i)^2}{q} - \frac{(u - a\lambda)^2}{p_1}\right) d\lambda. \tag{3.46}$$

Решая интеграл (3.46), получаем выражение для освещённости:

$$E(u, v) = AB \sqrt{\frac{\pi p_1 q}{p_1 + qa^2}} \sum_{i=1}^2 \exp\left(-\frac{D_i(u)}{p_1 q}\right) \exp\left(-\frac{(v - y_i)^2}{p_2}\right), \tag{3.47}$$

где

$$D_i(u) = qu^2 + p_1 \lambda_i^2 - \frac{(p_1 \lambda_i + qua)^2}{p_1 + qa^2}. \tag{3.48}$$

Выражение (3.47) показывает, что спектральная функция для фиксированной координаты  $v$  будет состоять из суммы двух экспоненциальных функций. Рассмотрим два близко расположенных точечных источника света на щели с координатами  $y_1 = -y_2$ , имеющие разные спектральные характеристики с максимумами с номерами длин волн 100 и 200. Как видно на рисунке 3.10 (1- график) спектральная функция для  $v = 0$  является смещением этих спектров. При увеличении размеров ФРТ, увеличивается и вклад от спектров источников (2 – график). Смещая плоскость



$(E, \lambda)$  вдоль щели к первому из источников, получаем увеличение освещённости от первого и уменьшению от второго (3-график).

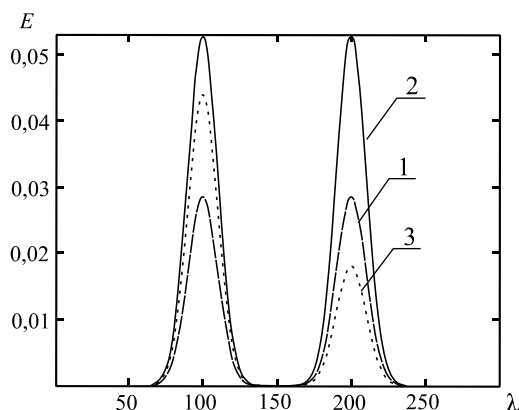


Рисунок 3.10 – Сечение освещённости: 1 – в центре между точечными источниками, 2 – с учётом увеличения размера ФРТ, 3 – при смещении к одному из источников

Проведём моделирование формирования ГСИ наборов вертикальных и горизонтальных полос, имеющих максимумы спектров с шагом 50 нм и  $\sigma_\lambda = 15 \text{ нм}$ . RGB композиты, открытые в программе ENVI показаны на рисунке 3.11 (а, б). Для формирования изображения использовалась модель, рассмотренная в 1 разделе данной работы. На рисунке 3.11 (в, г) приведены спектральные характеристики полос (500 нм и 550 нм), а на рисунке 3.11 (д) спектральная характеристика области их пересечения. Видно, что в области пересечения (д), спектральные характеристики каждой из полос суммируются, но с меньшей интенсивностью (за счёт конечного размера пиксела фотоприёмника).

На рисунке 3.12 показаны спектральные характеристики смежных областей горизонтальных полос с обычной и увеличенной в размерах ФРТ гиперспектрометра (за счёт смещения положения большого зеркала спектрометра). Из рисунка видно, что при увеличении ФРТ спектрометра, увеличивается смещение спектральных характеристик соседних областей.

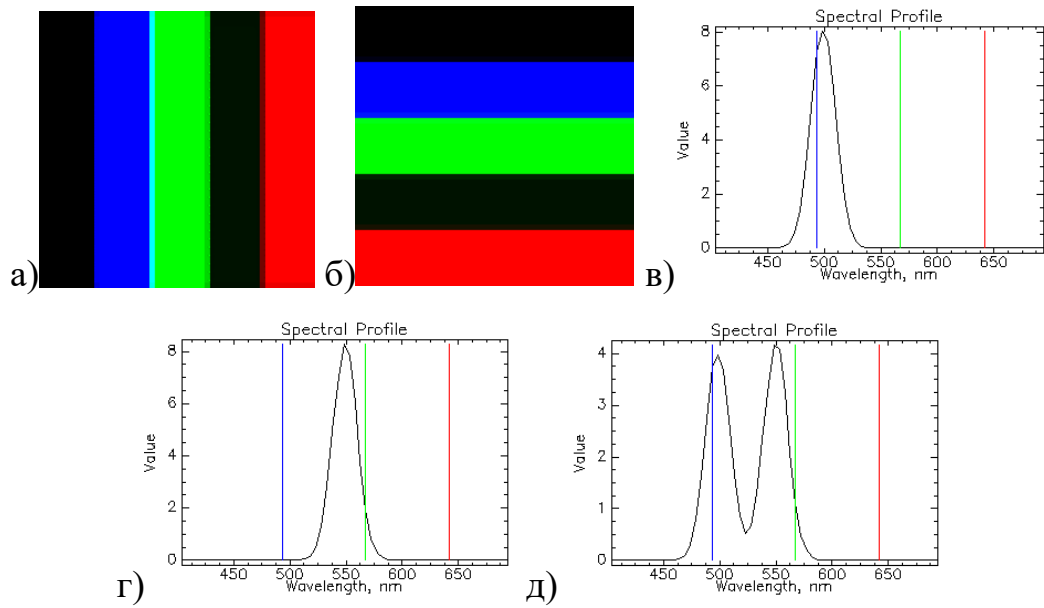


Рисунок 3.11 – RGB композиты полос, со спектральными максимумами на длинах волн 450 нм, 500 нм, 550 нм, 600 нм, 650 нм (а, б) и спектральные характеристики вертикальных полос с длинами волн 500 нм (в), 550 нм (г) и области пересечения (д), открытые в программе ENVI (цветными линиями на изображении спектров отмечены выбранные каналы для RGB-композиата)

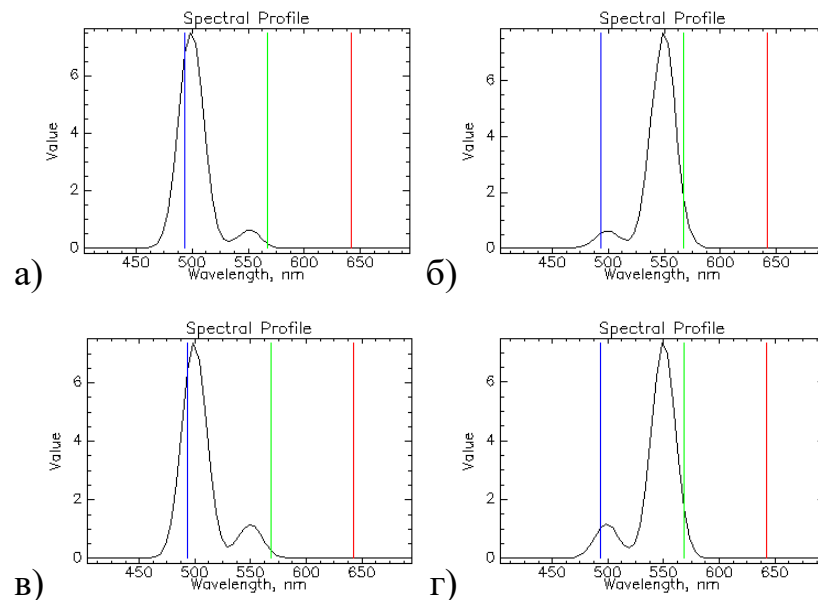


Рисунок 3.12 – Спектральные характеристики областей пересечения горизонтальных полос с длинами волн 500 нм (а, в) и 550 нм (б, г), на рисунках (в, г) спектры с учётом погрешности расположения

Обобщая выражение (3.47) на  $N$  точечных источников, получаем с точностью до константы:

$$E(u, v) = \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{D_i(u)}{p_1 q}\right) \exp\left(-\frac{(v - y_i)^2}{p_2}\right). \quad (3.49)$$

Из (3.49) видно, что аддитивный вклад от соседних точечных источников будет тем больше, чем больше будет параметр  $p_2$  характеризующий размер ФРТ вдоль оси  $y$ . Это означает, что увеличенный размер ФРТ (особенно, когда размер ФРТ по полуширине вдоль щели больше пиксела регистратора) при космической съёмке приводит не только к снижению контраста («размытости»), но и к ошибкам идентификации спектральной характеристики. Наблюдение на гиперспектральном изображении «размытости» означает смещение спектральных характеристик по большим областям (вдоль щели), что свидетельствует о его низком качестве.

### 3.4.2 Влияние кривизны спектральных линий на спектральную характеристику

Пусть в плоскости изображения спектрометра присутствует дисторсия, приводящая к кривизне монохроматических линий спектра в сагиттальном направлении. Для простоты рассмотрим локальную область изображения, где смещение координаты спектральной линии вдоль направления щели спектрометра можно аппроксимировать линейным законом. Тогда распределение освещённости в плоскости регистратора от двух точечных источников на щели:

$$E(u, v) = \int I(\lambda, y) \cdot H(u - by - a\lambda, v - y) \cdot (\delta(y - y_1) + \delta(y - y_2)) dy d\lambda. \quad (3.50)$$

Пусть данные источники излучают спектр с максимумом на одной той же длине волны. Рассмотрим два близко расположенных точечных источника света на щели с координатами  $y_1 = |-y_2| = y$ . Пользуясь аналогичными рассуждениями, с точностью до константы можно записать :

$$E(u,0) = \exp\left(-\frac{y^2}{p_2}\right) \sum_{i=1}^2 \exp\left(-\frac{D_i(u, y_i)}{p_1 q}\right), \quad (3.51)$$

где

$$D_i(u) = q \cdot (u - by_i)^2 + p_1 \lambda^2 - \frac{(p_1 \lambda + qa(u - by_i))^2}{p_1 + qa^2}. \quad (3.52)$$

Как видно из выражения (3.51), при формировании изображения кривизна спектральных линий приводит к «уширению» спектральной характеристики (рисунок 3.13). Помимо вышесказанного очевидно, что кривизна спектральных линий приводит не только к нарушению ортоскопии изображения по всему полю зрения, но и к относительному смещению спектральной характеристики объекта съёмки вдоль столбцов пиксела регистратора в зависимости от положения в сагиттальном направлении поля зрения гиперспектрометра.

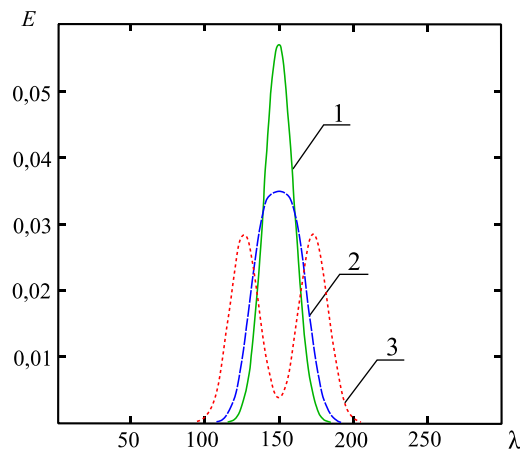


Рисунок 3.13 – Распределение освещённости в спектре области между двумя точечными источниками, имеющими максимумы на одной и той же длине волны: при отсутствии кривизны спектральных линий (1); относительно небольшой кривизне (2); при большой кривизне спектральных линий (3)

### 3.4.3 Влияние трапецеидальности спектральных полос на спектральную характеристику

Пусть в плоскости изображения спектрометра присутствует дисторсия, выражающаяся в трапецеидальности спектральных полос. Выделим на щели два точечных источника со спектральной характеристикой, имеющей

линейную зависимость. Распределение освещённости в плоскости изображения:

$$E(u, v) = B \sum_{i=1}^2 \int (k_i \lambda + b_i) \exp\left(-\frac{(u - a\lambda)^2}{p_1}\right) \exp\left(-\frac{(v - y_i - t\lambda)^2}{p_2}\right) d\lambda, \quad (3.53)$$

где  $t = \Delta v \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}$ , а  $\Delta v$  – смещение координаты вдоль щелевой диафрагмы в заданном диапазоне длин волн.

Вычисляя интеграл (3.53) получаем

$$E(u, v) = B \sqrt{\frac{\pi p_1 p_2}{p_2 a^2 + p_1 t^2}} \sum_{i=1}^2 \exp\left(-\frac{D_i(u, v)}{p_1 p_2}\right) \left(k_i \frac{p_2 u a + p_1 t (v - y_i)}{p_2 a^2 + p_1 t^2} + b_i\right), \quad (3.54)$$

где

$$D_i(u, v) = p_2 u^2 + p_1 (v - y_i)^2 - \frac{(p_2 u a + p_1 t (v - y_i))^2}{p_2 a^2 + p_1 t^2}. \quad (3.55)$$

Пусть спектральная характеристика 1-го источника возрастает от 0 до 1 с ростом номера длины волны, а у 2-го источника наоборот убывает. При  $\Delta v = 0$  (дисторсия отсутствует) (3.54) примет вид

$$E(u, v) = B \frac{\sqrt{\pi p_1}}{|a|} \sum_{i=1}^2 \exp\left(-\frac{(v - y_i)^2}{p_2}\right) \cdot \left(k_i \frac{u}{a} + b_i\right). \quad (3.56)$$

Если  $y_1 = -y_2$ , то в плоскости  $v = 0$  сечение освещённости

$$E(u, v) = E = B \frac{\sqrt{\pi p_1}}{|a|} \exp\left(-\frac{y^2}{p_2}\right). \quad (3.57)$$

Мы получили, что при отсутствии дисторсии спектральная характеристика будет в виде линии. Для ситуации, когда дисторсия есть, положение сечение плоскости анализа, будет определяться из выражения:

$$v = \frac{t}{2} (\lambda_1 + \lambda_2) = \frac{\Delta v}{2}. \quad (3.58)$$

На рисунке 3.14 показаны сечения функции (3.54) в плоскости  $v = 0$  и в плоскости (3.58) в случае дисторсии.

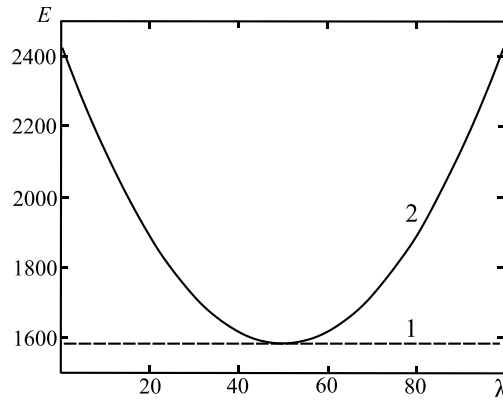


Рисунок 3.14 – Сечение освещённости: 1 – без дисторсии в плоскости изображения; 2 – с дисторсией

Формула (3.57) и график 1 показывают, что спектральная характеристика является линией за счёт одинакового вклада от точечных источников при изменении длины волны. График 2 (3.56) показывает, с ростом длины волны вклад в спектр от первого точечного источника уменьшается, когда как для второго наоборот увеличивается, причём нелинейно. Это наглядно можно продемонстрировать с использованием «V» образных спектральных характеристик полос, изображения которых были сформированы для обоих случаев (рисунки 3.15, 3.16). Тестовое ГСИ для случая с дисторсией (рисунок 3.16) было промоделировано с учётом разворота сферического зеркала с дифракционной решёткой вокруг оси Z на  $1^\circ$ .

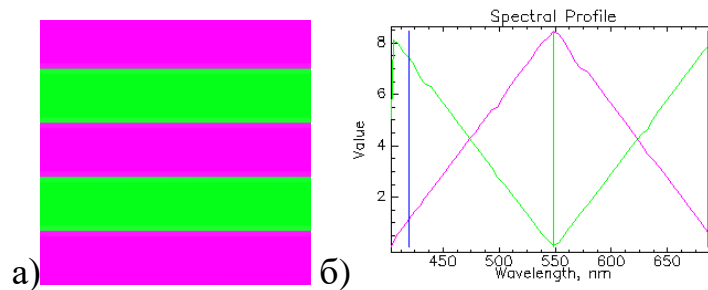


Рисунок 3.15 – RGB-композит без дисторсии (а). Спектры полос (без дисторсии) в граничных областях, в отдельности для каждой из полос (б). Зелёный цвет полос – середина спектра, красный + синий = фиолетовый соответствует краям спектра (каналы RGB отмечены вертикальными линиями)

Из рисунка 3.16 видно, что в случае трапецеидальности спектральной характеристики с ростом номера длины волны на пиксел регистратора проецируются разные участки снимаемой поверхности, что приводит к невозможности идентификации объекта по его спектральной характеристике.

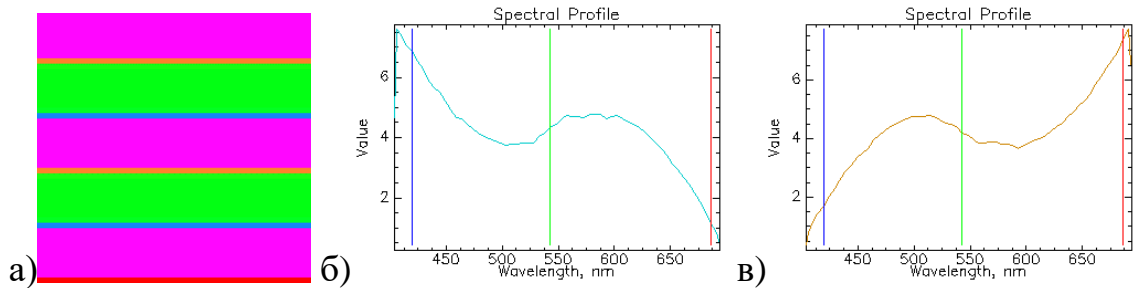


Рисунок 3.16 – RGB-композит с дисторсией (а). Спектры полос (с дисторсией) в граничных областях, в отдельности для каждой из полос (б, в)

### 3.5 Основные выводы и результаты

В разделе была разработан численный метод расчёта освещённости для гиперспектрометра по схеме Оффнера. Получено аналитическое выражение для расчёта коэффициентов интенсивности порядков дифракции решётки на криволинейной поверхности с профилем, близким к треугольному при произвольном падении света. Данный метод позволяет рассчитывать освещённость, сигнал на пикселе регистратора в зависимости от параметров гиперспектрометра (оптических параметров объектива, ширины щелевой диафрагмы, периода и формы поверхности дифракционной решётки). При расчёте спектрального распределения освещённости в плоскости регистратора метод учитывает модельные световые параметры подстилающей поверхности и атмосферы Земли характерные для условий космического функционирования, а также ограничения и углы световых падения лучей по полю зрения гиперспектрометра. Показано, что применение разработанного метода в рамках модели формирования изображения гиперспектрометра позволит уточнить оценку уровня освещённости на краях оптического спектра (в центре поля зрения) и в центральной области спектра (для края поля зрения) по сравнению с оценками, полученными с помощью ранее известного аналитического подхода к расчёту освещённости. По результатам численного

моделирования соответствующие оценки значений уровня освещенности, полученные с помощью разработанной модели, отличались от ранее полученных значений на 22% и на 12%.

В отличие от работ [16, 103, 11, 112] в разделе получены выражения для расчёта коэффициентов линейной зависимости, характеризующей положение изображения. Проверка выражений показывает сходимость результатов расчёта положения изображения с результатами, полученными методом трассировки лучей.

В разделе проведён численный анализ влияния погрешностей юстировки оптической схемы Оффнера на параметры формируемого изображения. Показано, что при смещении от -12 до 14 мкм по оси OZ, наклонах до 34" вокруг осей OX, OY для зеркала спектрометра с радиусом -159,6 мм и при смещении от -30 до 25 мкм по оси OZ, наклонах до 135" вокруг осей OX, OY, до 89" вокруг оси OZ для зеркала спектрометра с радиусом -80,6 мм ширина ФРТ не превышает характерный размер светочувствительного элемента в 11–12 мкм для современных светочувствительных матриц. Анализ погрешностей юстировки оптической схемы спектрометра позволяет предсказать характеристики гиперспектральных изображений, которые могут быть получены с помощью гиперспектрометра после вывода его на заданную космическую орбиту.

В разделе также рассмотрена аналитическая модель, демонстрирующая влияние искажений изображения в плоскости фотоприёмника на качество формируемой гиперспектрометром спектральной характеристики. Проведены численные расчёты с использованием математической модели процесса формирования изображения гиперспектрометром, подтверждающие результаты оценок. Сопоставление с результатами, полученных аналитической моделью, подтверждает правильность работы математической модели (рассмотренной в первом разделе) при формировании спектральных характеристик (с учётом искажающих факторов).



## 4 ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ФОРМИРОВАНИЮ СЕРИИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В настоящем разделе рассмотрим вычислительный эксперимент по формированию серии гиперспектральных изображений, проанализируем результаты эксперимента и оценим изменения характеристик гиперспектральных изображений в зависимости от параметров углового движения, углов ориентации и погрешностей отработки программы движения.

### 4.1 Исходные данные и параметры расчёта

*Параметры оптической системы гиперспектрометра.*

Будем использовать модель ОС гиперспектрометра, описанную в п.2.2.1. Пусть интегральное пропускание объектива равно  $\tau_{obj}=0,8$ , а дифракционная решётка спектрометра имеет блеск на длине волны  $\lambda_d=640$  нм.

*Параметры электронного тракта гиперспектрометра.*

При моделировании будем использовать параметры чувствительности фотоприёмника CMV2000 [148] (производителя CMOSIS). Пусть данный фотоприёмник работает в режиме биннинга в меридиональном и сагиттальном направлениях, из чего следует, что при регистрации (с максимальной кадровой частотой 340 Гц) размер пиксела составляет 11 мкм, а зарядовая ёмкость – 54000 электронов. СКО случайной величины шумов фотоэлектрического преобразователя и электронного тракта примем равным 50 электронов. Разрядность квантования сигнала 10 бит на пиксел.

*Параметры поступательного и углового движения гиперспектрометра.*

Примем, что оптическая ось гиперспектрометра направлена в центр земного эллипсоида (т.е.  $\tilde{\varphi}(0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ)$ ), и гиперспектрометр находится в точке  $\tilde{\delta}(e_o = 0\text{км} \ a_o = 6878,245\text{км} \ E_o = 55^\circ \ u_o = 0^\circ \ L_v = 90^\circ \ i_o = 97,3^\circ)$  на круговой орбите (высота 500 км). Для того, чтобы за время регистрации кадра (с частотой 340 Гц) величина «смаза» изображения (под «смазом»

понимается время накопления сигнала умноженное на составляющую СДИ) не превысила размер пиксела регистратора, вычислим угловую скорость по углу тангажа, которая необходима для уменьшения продольной составляющей СДИ:

$$\omega_{\alpha} = (\tilde{V}_x - V_x) / f, \quad (4.1)$$

где  $V_x$  – продольная составляющая СДИ без замедления,  $\tilde{V}_x$  – необходимое значение продольной составляющей СДИ,  $f$  – фокусное расстояние.

Примем, что гиперспектрометр имеет следующие параметры углового движения  $\tilde{\omega}(\omega_{\alpha} = -0,1295^{\circ}/сек \quad \omega_{\beta} = 0^{\circ}/сек \quad \omega_{\psi} = 0^{\circ}/сек)$ .

*Параметры предметной плоскости.*

Для формирования модели предметной плоскости используем панхроматическое изображение (2415×2294 пикселей, с проекцией пиксела ~1,6 м) местности в районе г. Сан-Диего (США). Данный снимок был преобразован в спектральные альбедо (коэффициенты диффузного отражения). Для этого в ПК ENVI [147] были сформированы маски для 13 различных материалов на основе [1, 158] (приведены в приложении Д) (рисунок 4.1). Моделирование изображения проведём в диапазоне длин волн от 430 до 900 нм. Угол Солнца положим равным  $h_s = 50^{\circ}$ .

## **4.2 Демонстрация влияния спектральных параметров численной модели на гиперспектральное изображение**

### **4.2.1 Формирование гиперспектральных изображений с учётом влияния различных спектральных факторов численной модели**

Помимо спектральных альбедо предметной плоскости, в настоящей модели учитываются следующие спектральные факторы.

- 1) Облучённость поверхности Земли  $E_{earth}(\lambda, h_s)$  (см. п.1.3).
- 2) СПЭЯ атмосферы (дымки)  $L_{atm}(\lambda, h_s, \psi)$  (см. п.1.3).
- 3) Коэффициент пропускания атмосферы  $\tau_{atm}(\lambda)$  (см. п.1.3).
- 4) Интенсивность порядка дифракции  $C_m(\lambda)$  (см. п.1.5.2).

5) Квантовая эффективность фотоприёмника  $S(\lambda)$ , энергия фотона в зависимости от  $\lambda$  (см. п.1.6), а также фотонный и случайный шумы фотоприёмного устройства и электронного тракта (см. п.1.7).

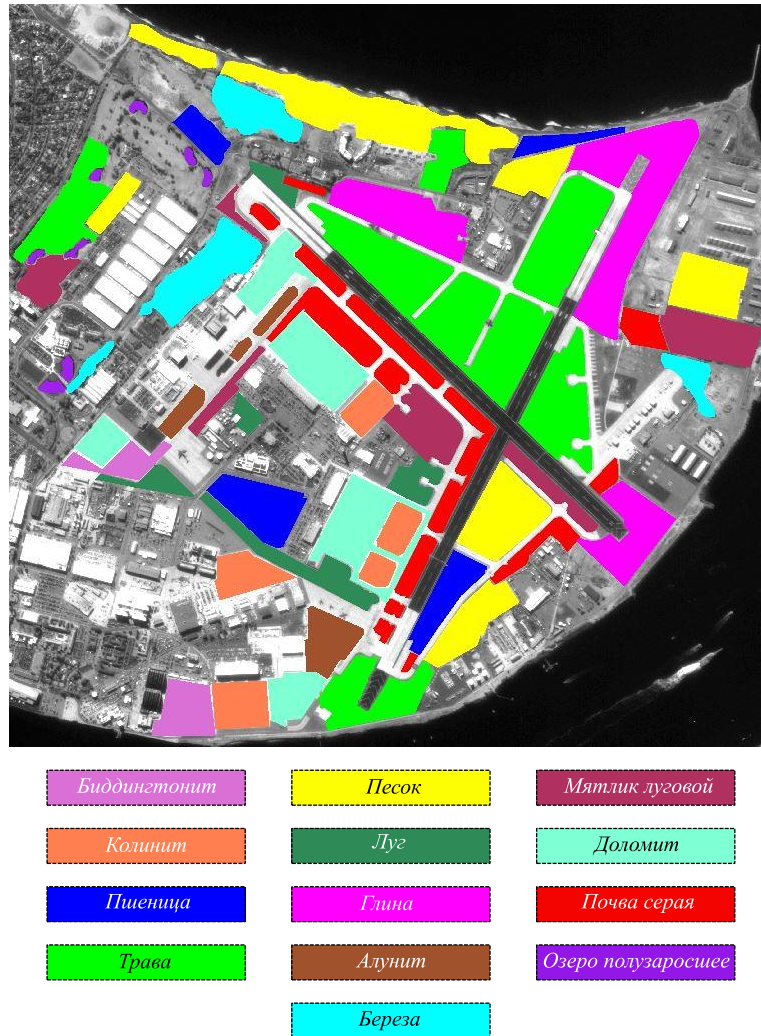


Рисунок 4.1 – Визуализация панхроматического изображения района г. Сан-Диего (США) с масками в ПК ENVI [140, 159]

Продемонстрируем действие каждого из факторов в отдельности путём формирования гиперспектральных изображений, где другие факторы не будут учитываться. При отключении фактора №1 примем, что облучённость на всех длинах волн одинаковая и составляет  $1000 \text{ Вт/м}^2\text{мкм}$  (изображения не будет при отсутствии освещённости). При отключении фактора №5 примем, что энергия фотона на всех длинах волн одинаковая и соответствует длине волны 430 нм (иначе спектры будет сложнее соотносить с исходными из-за роста энергии фотона с увеличением длины волны).

На рисунке 4.2 (а) приведён RGB-композит гиперспектрального изображения (или гиперкуба), полученного с учётом всех вместе взятых факторов, на рисунке 4.2 (б) приведена визуализация гиперкуба фрагмента изображения в ПК ENVI. Гиперкуб (219×209×104) имеет 104 спектральных канала и в спектральном канале изображение имеет размер 219 x 209 пикселей. Проекция спектральной области на пиксел фотоприёмника составляет ~ 4,7 нм. В дальнейшем, для компактности визуализацию гиперкубов фрагментов изображений (аналогичную рисунку 4.2 б) приводить не будем.

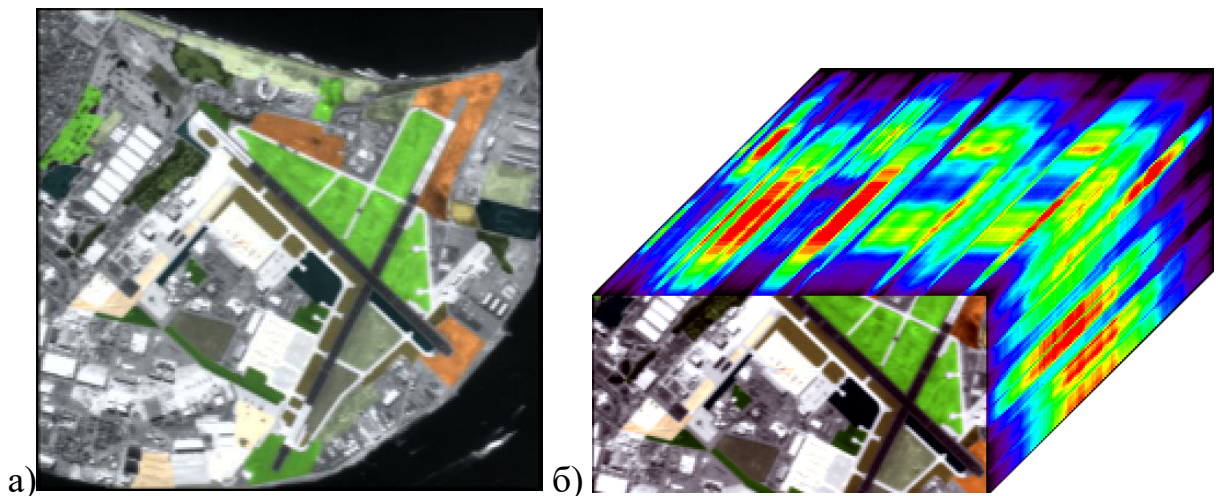


Рисунок 4.2 – Увеличенный RGB-композит гиперкуба (а) и визуализация фрагмента гиперкуба в ПК ENVI [140, 159]

На рисунке 4.3 приведены 7 спектральных характеристик материала колинит. Спектры остальных материалов приведены в Приложении Е. Красным цветом показан спектр без учёта всех 5 факторов. Данный спектр соответствует исходному, приведённому в Приложении Д. По спектру хорошо видно действие каждого из факторов. Исходная спектральная характеристика данного материала практически линия. Учёт спектральной освещённости (фактор №1 показан зелёным цветом) демонстрирует уменьшение сигнала в длинноволновой области. Синим цветом (фактор № 2) показан спектр с учётом аддитивной составляющей СПЭЯ дымки атмосферы Земли. Голубым цветом – спектр с учётом спектрального пропускания атмосферы (фактор №3). Фиолетовым цветом – спектр с учётом только

пропускания дифракционной решётки (фактор №4). Максимум интенсивности данного спектра приходится на длине волны блеска решётки.

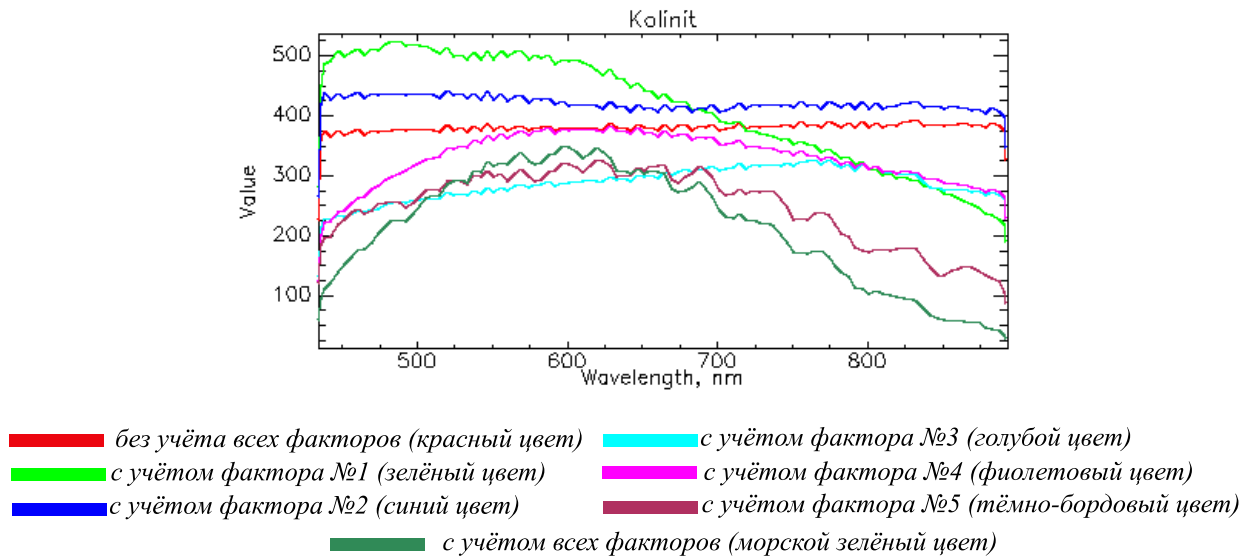


Рисунок 4.3 – Спектральные характеристики материала колинит

Тёмно-бордовым цветом отмечен спектр с учётом фактора №5. Видно, что данный спектр модулирован чувствительностью фотоприёмника CMV2000. Цветом «морской зелёный» показан спектр с учётом всех вместе взятых факторов.

#### 4.2.2 Рассмотрение модельного гиперспектрального изображения совместно с реальным изображением, полученным космическим аппаратом Hyperion

Рассмотрим модельное гиперспектральное изображение (учитывающее все спектральные факторы) и фрагмент гиперспектрального изображения (на тот же участок местности и спектральный диапазон), полученный аппаратурой Hyperion [160]. Сведения о параметрах пропускания оптической системы, спектральной чувствительности фотоприёмников гиперспектральной аппаратуры Hyperion (основанной на схеме Оффнера [109]) в открытых источниках отсутствуют и, наиболее вероятно, отличаются от рассматриваемых в настоящей работе. Проекция пиксела регистратора на поверхность Земли аппаратуры Hyperion составляет 30 м, спектральный канал – 10 нм. Для рассмотрения был взят файл (EO1H0400372007296110KF, дата



съёмки 23.10.2007) гиперспектрального изображения (без радиометрической коррекции) из [161]. Проекция пиксела модельного изображения составляет 18,2 м, а спектральный канал – 4,7 нм.

На рисунке 4.4 (а) показан RGB-композит изображения аппаратуры Нурегіон, открытый в ПК ENVI. На рисунке 4.4 (б) показаны спектры деревьев, на (в) и (г) «белого» объекта и водной («чёрной») поверхности соответственно.

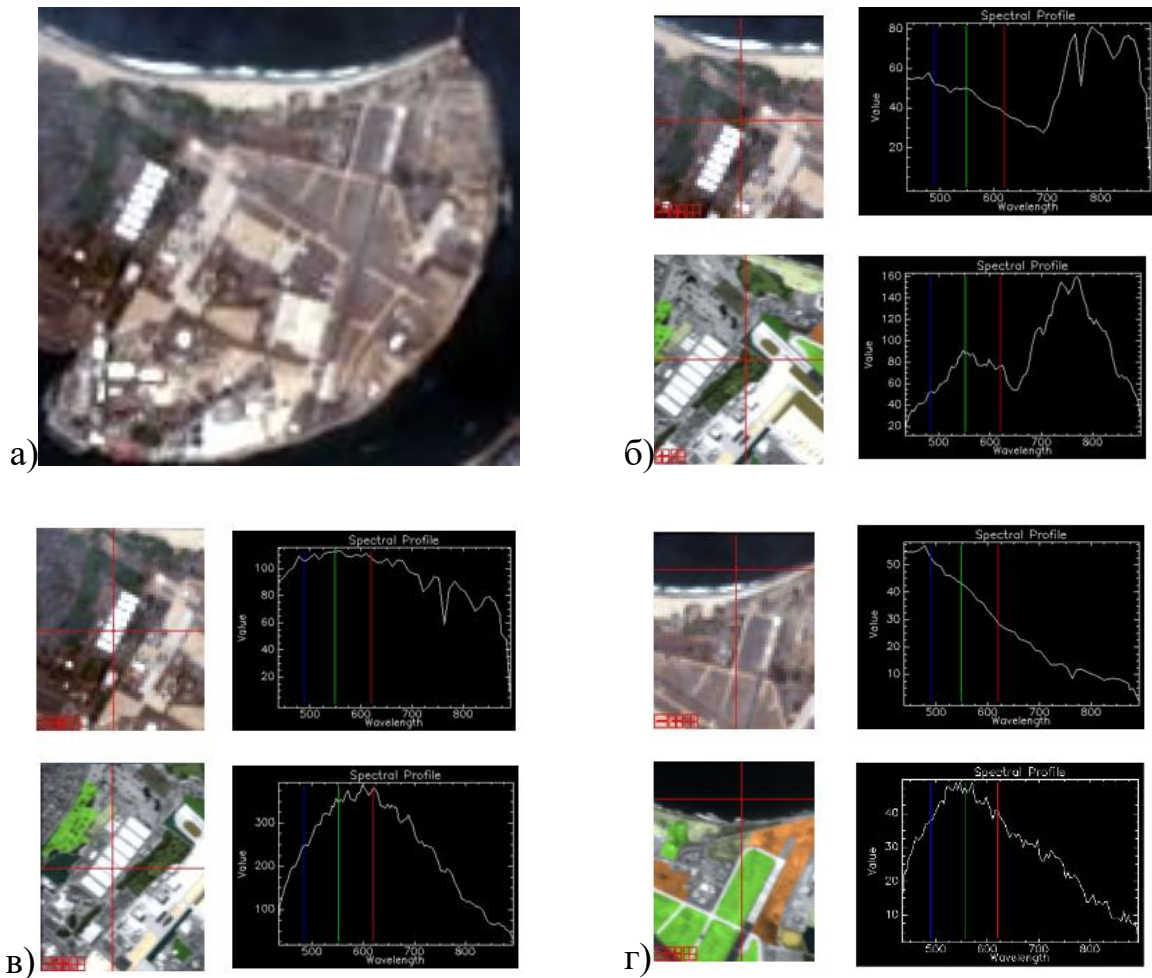


Рисунок 4.4 – Гиперспектральное изображение с аппаратуры Нурегіон [161]

(а) и совместное рассмотрение реальных спектральных характеристик с модельными (б-г). Вверху (б-г) реальные изображения, внизу – модельные

Несмотря на вероятные отличия как параметров аппаратуры, так и условий съёмки, отдельные участки спектральных характеристик выбранных пикселей имеют похожие изменения яркостей. Больше различие спектров наблюдается в коротковолновой области спектра (от 430 до 550 нм), где на

модельном изображении яркость уменьшается, а на изображении (без радиометрической коррекции) аппаратуры Nuregion, наоборот яркость увеличивается. На длинах волн от 550 до 900 нм наблюдается схожие изменения яркости в спектрах материалов.

### 4.2.3 Оценка влияния изменения уровня освещённости и спектральных факторов на гиперспектральное изображение

*Оценка влияния уменьшения уровня освещённости.*

Получим ГСИ по исходным данным п. 4.1 и с учётом всех спектральных факторов п.4.2.1. При этом снижение уровня освещённости предметной плоскости произведём путём уменьшения значения высоты солнца до  $h_s=10^\circ$ . Из рисунка 3.4 видно, что при этом отношение сигнал/шум уменьшится в 2,5 - 3 раза. На рисунке 4.5 (а) приведены фрагменты RGB-композигов изображения с большим ( $h_s=50^\circ$ ) и меньшим ( $h_s=10^\circ$ ) уровнями освещённости.

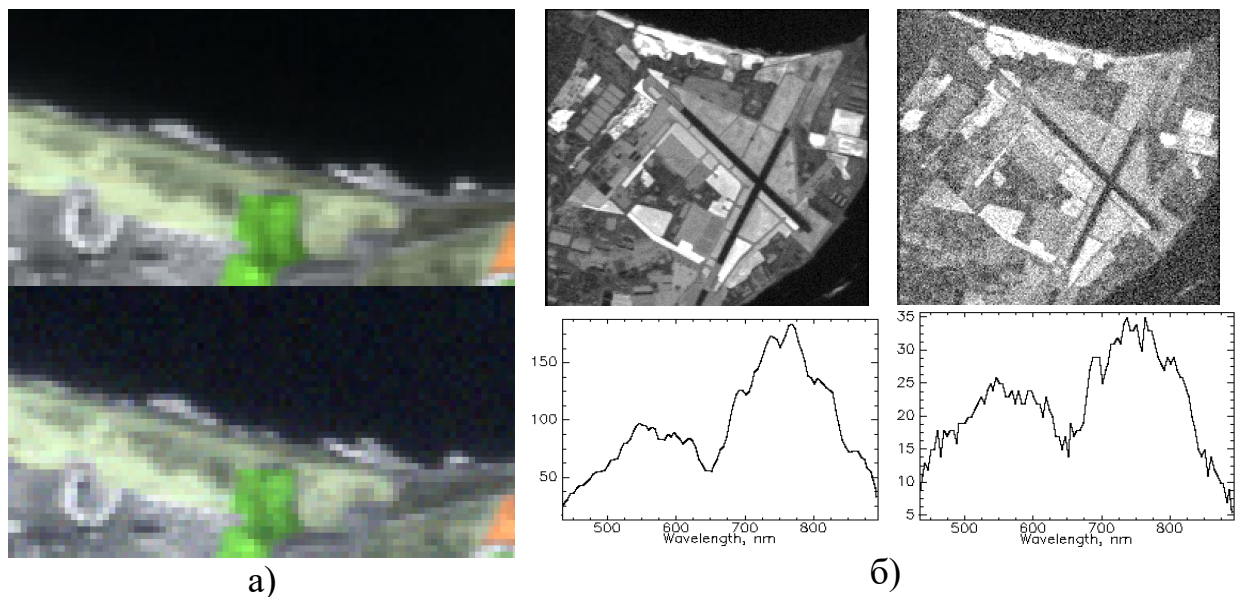


Рисунок 4.5 –RGB-композигов фрагментов изображений с большим и меньшим уровнями освещённости (а), изображения в спектральном канале ( $\lambda=893$  нм) и спектры одинаковых пикселей материала «берёза» с большим и меньшим уровнем освещённости (б) [140, 159]

Видна зернистость на изображении с более низким уровнем освещённости. Зернистость обусловлена в основном квантовыми шумами, возникающими при

регистрации сигнала элементами матричного фотоприёмника. Данные шумы ещё более заметны в длинноволновой области (б). На рисунке 4.5 (б) представлены спектры одних и тех же пикселей. С меньшим уровнем освещённости спектр материала менее «гладкий» из-за относительно высокого уровня фотонных шумов. На рисунке 4.6 зелёной линией показаны спектры поверхностей с учётом всех спектральных факторов (первый случай), а красной – без учёта шумовых искажений сигнала (второй случай) ( $h_s=10^\circ$ ).

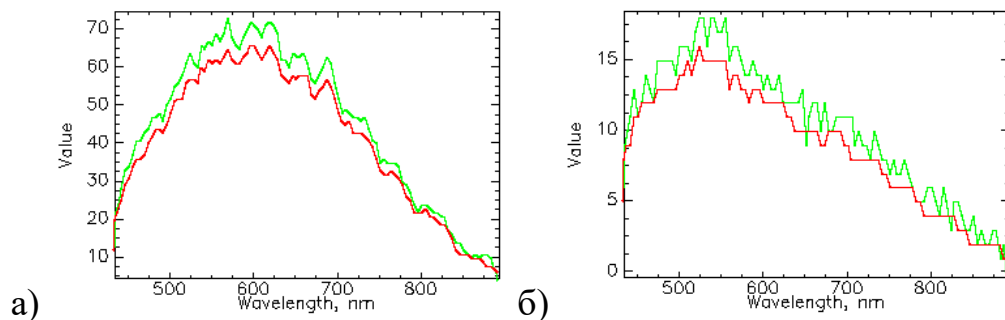


Рисунок 4.6 – Спектры одинаковых пикселей «белого» фона (а) и «чёрного» фона (водной поверхности) (б) [140, 159]

Для первого случая значения яркостей спектра несколько больше чем для второго. При этом относительные аддитивные шумовые искажения сигнала в спектре (выборки пикселей) «белого» фона в среднем составили 8% (при СКО 5,6%), а (выборки пикселей) «чёрного» фона в среднем - 12% (при СКО 16%) во всём спектральном диапазоне.

#### *Оценка влияния изменения длины волны блеска.*

В работе [133] было показано, что для видимого диапазона длин волн оптимальной длиной волны блеска дифракционной решётки является  $\lambda_d=640$  нм. Изменим эту длину волны блеска на  $\lambda_d=555$  нм и получим изображение с учётом всех спектральных факторов. Графики спектров одних и тех же пикселей изображения для различных материалов представлены на рисунке 4.7. Применение решётки с  $\lambda_d=555$  нм позволяет получить больший сигнал на изображении в диапазоне длин волн от 430 нм и примерно до 555 нм. Для  $\lambda=500$  нм (при решётке с  $\lambda_d=555$  нм) относительное увеличение сигнала составляет 14,7%. В сравнении с этим более оптимальной является



дифракционная решётка с блеском  $\lambda_d=640$  нм, т.к. позволяет получить большой сигнал на изображении при  $\lambda$  от 555 нм до 900 нм.

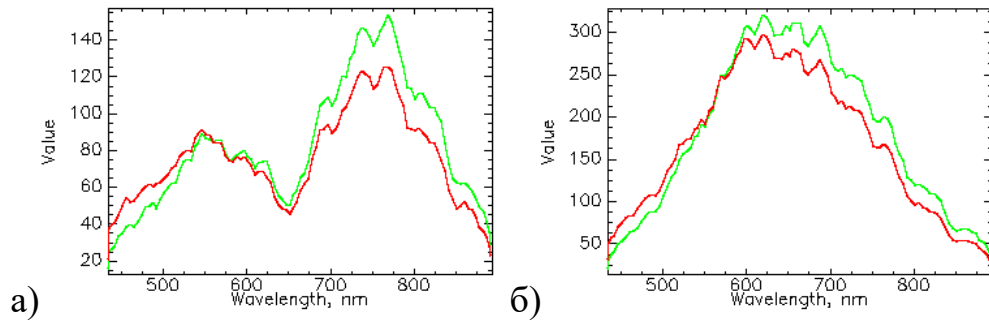


Рисунок 4.7 – Спектры одинаковых пикселей (зелёная линия – с использованием решётки с  $\lambda_d=640$  нм, красная –  $\lambda_d=555$  нм) материалов: берёза (а); глина (б) [140, 159]

Для  $\lambda=700$  нм (при решётке с  $\lambda_d=640$  нм) относительное увеличение сигнала составляет 15%, а для  $\lambda=900$  нм – 17%. Освещённость, в случае  $\lambda_d=640$  нм, распределяется на весь спектральный диапазон более равномерно [133].

*Оценка влияния изменения чувствительности регистратора.*

Аналогичным образом покажем влияние спектральной чувствительности регистратора на спектры материалов. Промоделируем гиперспектральное изображение с учётом всех спектральных факторов, но с использованием данных о чувствительности фотоприёмника МТ9М413 [149] (рисунок 4.8).

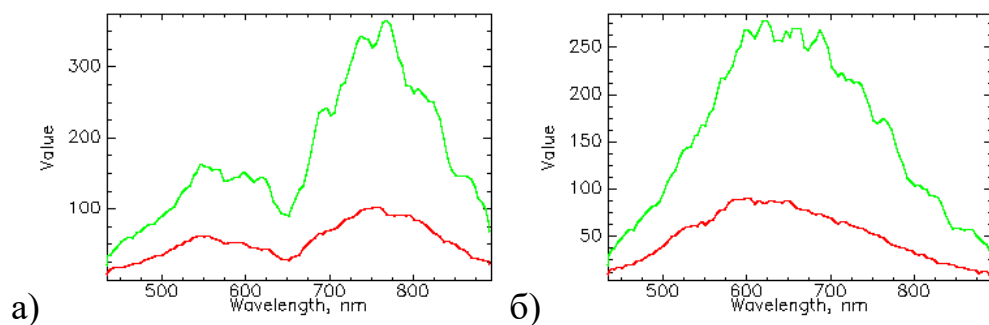


Рисунок 4.8 – Спектры одинаковых пикселей (зелёная линия – с использованием данных о чувствительности SMV2000, красная – МТ9М413) материалов: берёза (а); глина (б) [140, 159]

Значения яркостей в спектрах для SMV2000 выше чем для МТ9М413 т.к. у первого регистратора чувствительность (по паспортным данным)

значительно больше за счёт использования технологии микролинзирования. При использовании CMV2000 сигнал на изображении для  $\lambda=500$  нм, 700 нм, 900 нм больше в 2,4, 3,3, 3,2 раза соответственно.

*Оценка влияния параметров атмосферы Земли на спектры объектов.*

На рисунке 4.9 зелёной линией показаны спектры поверхностей с учётом всех спектральных факторов (первый случай), а красной – без учёта пропускания и СПЭЯ дымки атмосферы Земли (второй случай).

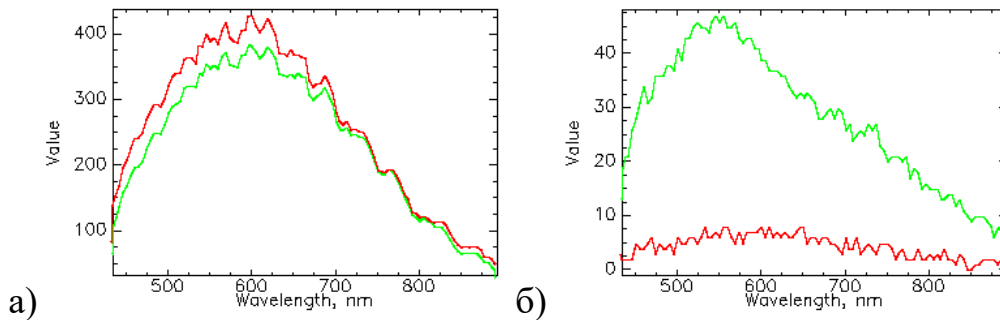


Рисунок 4.9 – Спектры одинаковых пикселей «белого» фона (а) и «чёрного» фона (водной поверхности) (б) [140, 159]

Из рисунка 4.9 (а) видно, что для первого случая значения яркостей спектра меньше чем для второго. Очевидно, что при коэффициенте отражения поверхности, близком к единичному, основной вклад в искажение спектра (на изображении) вносит спектральное пропускание атмосферы. Относительное уменьшение сигнала в спектре (выборки пикселей) «белого» фона в среднем составило 1,1 раза (при СКО 0,066). На рисунке 4.9 (б), напротив, для первого случая значения яркостей спектра больше чем для второго. Очевидно, что при коэффициенте отражения поверхности, близком к нулевому, основной вклад в искажение спектра (на изображении) вносит СПЭЯ дымки атмосферы. Относительное увеличение сигнала в спектре (выборки пикселей) «чёрного» фона в среднем составило 6,7 раз (при СКО 2,2).

### 4.3 Демонстрация влияния погрешностей расположения элементов спектрометра на гиперспектральное изображение

### 4.3.1 Формирование гиперспектрального изображения с учётом увеличенной по полувысоте ФРТ гиперспектрометра

В третьем разделе было показано, что увеличение по полувысоте ФРТ ОС гиперспектрометра приводит к смешиванию спектральных характеристик по большим областям при формировании изображения. Сформируем гиперспектральное изображение без учёта спектральных факторов, приведённых в п. 4.2. Для предельного случая расфокусировку промоделируем смещением БЗ спектрометра на +40 мкм, что приводит к увеличению ФРТ гиперспектрометра в сагиттальном направлении с 5 мкм (по полувысоте) до 29 мкм. На рисунке 4.10 приведено сравнение спектральных характеристик пикселей на небольших и контрастных областях.

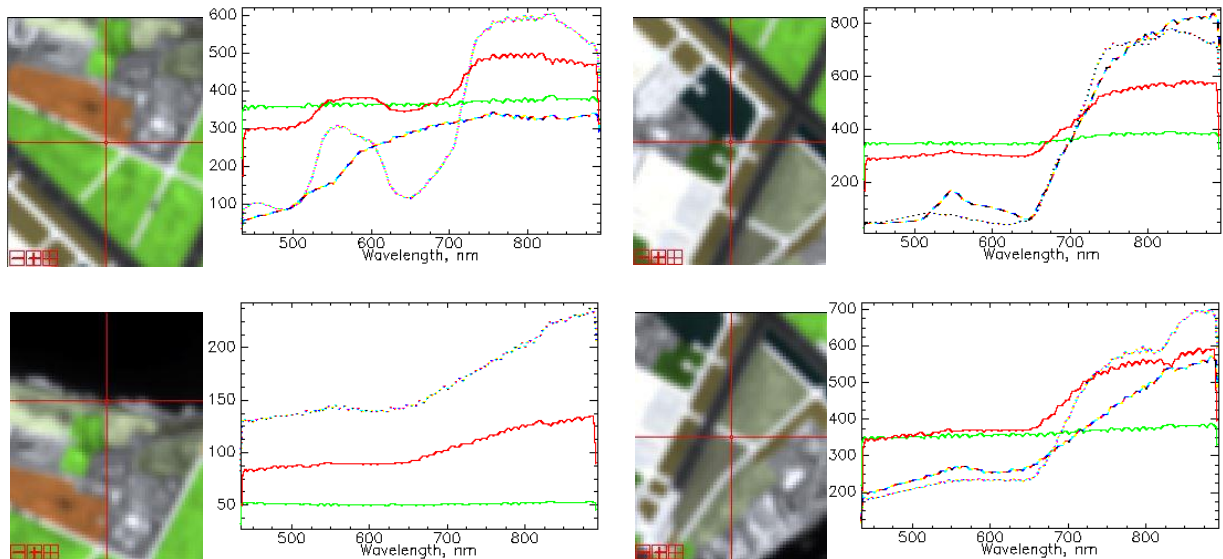


Рисунок 4.10 – Спектры пикселей: без расфокусировки (зелёный цвет); с расфокусировкой (красный цвет); пунктирной линией показаны спектры соседних пикселей, с которыми происходит смешивание [140, 159]

На изображении больших площадей объектов (на порядок больших проекции пиксела), имеющих похожий спектр, визуально не видны искажения форм спектров при расфокусировке. Однако, если размеры объектов составляют порядка единиц проекций пикселей фотоприёмника, то визуально видно смешивание спектров с различных локальных областей и снижение контраста.

### 4.3.2 Формирование гиперспектрального изображения с учётом увеличенной трапецеидальности спектральных полос

Т.к. рассматриваемая модель гиперспектрометра обладает малыми значениями трапецеидальности спектральных полос, то для предельного случая увеличим эти значения, путём разворота ЗсДР на  $1^\circ$  вокруг оси OZ. Результатом разворота станет увеличение трапецеидальности спектральной полосы до  $\approx 20$  мкм в рассматриваемом спектре. Проведём моделирование формирования такого гиперкуба без учёта всех спектральных факторов и сравним с исходным, без дисторсии (рисунок 4.11).

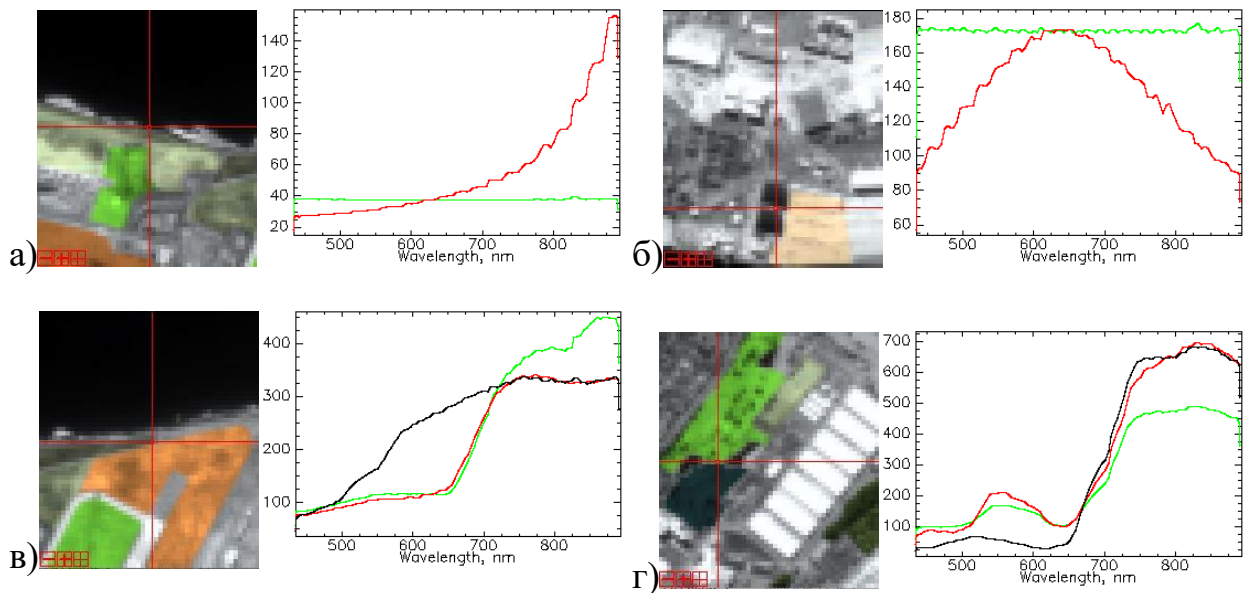


Рисунок 4.11 – Спектры пикселей: без дисторсии (зелёный цвет); с дисторсией (красный цвет); чёрной линией показан спектр нижележащего пиксела [140, 159]

Рассмотрим малые контрастные области с отличающимися спектральными характеристиками. Видно, что при увеличении  $\lambda$  увеличивается и сигнал, т.к. на данную область проецируется спектр нижележащей более яркой области. На рисунке 4.11 (б) показан спектр яркой области, расположенной между областями с меньшей яркостью. Форма спектра, выделенная красным цветом, аналогична спектру, полученному с использованием аналитической модели (п. 3.4.3). На рисунке 4.11 (в, г) видно,

что коротковолновые области красного и зелёного спектров совпадают, а длинноволновые области различны. Длинноволновая область красного спектра совпадает по форме со спектром нижележащего пиксела. Таким образом, большая трапецеидальность в плоскости регистратора спектрометра приводит к наложению разных частей спектра смежных областей.

#### **4.4 Оценка влияния параметров углового движения, углов ориентации гиперспектрометра на геометрию и характеристики гиперспектрального изображения**

*Гиперспектральные изображения, полученные при различных параметрах углового движения гиперспектрометра.*

На рисунке 4.12 (а) (случай № 1) показан RGB-композит исходного гиперкуба ( $219 \times 209 \times 104$ ) с приблизительно равным разрешением вдоль и поперёк направления движения изображения в плоскости регистратора. Параметры углового движения были выбраны таким образом  $\tilde{\omega}(\omega_\alpha = -0,1295^\circ/\text{сек} \quad \omega_\beta = 0^\circ/\text{сек} \quad \omega_\psi = 0^\circ/\text{сек})$ , чтобы величина «смаза» была равна размеру стороны пиксела регистратора. На рисунке 4.12 (б) (случай № 2) значение угловой скорости по тангажу  $\tilde{\omega}(\omega_\alpha = 0,1295^\circ/\text{сек} \quad \omega_\beta = 0^\circ/\text{сек} \quad \omega_\psi = 0^\circ/\text{сек})$  было изменено на противоположное значение, что привело к увеличению продольной СДИ. Гиперкуб для данного случая имеет размеры  $161 \times 209 \times 104$ . На рисунке 4.12 (в) (случай №3) наоборот  $\tilde{\omega}(\omega_\alpha = -0,3^\circ/\text{сек} \quad \omega_\beta = 0^\circ/\text{сек} \quad \omega_\psi = 0^\circ/\text{сек})$  значение угловой скорости по тангажу ещё больше было уменьшено по сравнению с исходным, что привело к уменьшению продольной составляющей СДИ. В данном случае гиперкуб имеет размеры  $288 \times 209 \times 104$ . Для гиперкуба, RGB-композит которого изображён на рисунке 4.12 (г) (случай № 4), к составляющей угловой скорости по тангажу была добавлена составляющая по крену  $\tilde{\omega}(\omega_\alpha = -0,1295^\circ/\text{сек} \quad \omega_\beta = 0,5^\circ/\text{сек} \quad \omega_\psi = 0^\circ/\text{сек})$ . Из рисунка 4.10 (г) видно, что добавление составляющей угловой скорости по крену привело к

увеличению размеров изображения в сагиттальном направлении за счёт увеличенной поперечной составляющей СДИ. Размер данного гиперкуба составляет  $219 \times 350 \times 104$ .

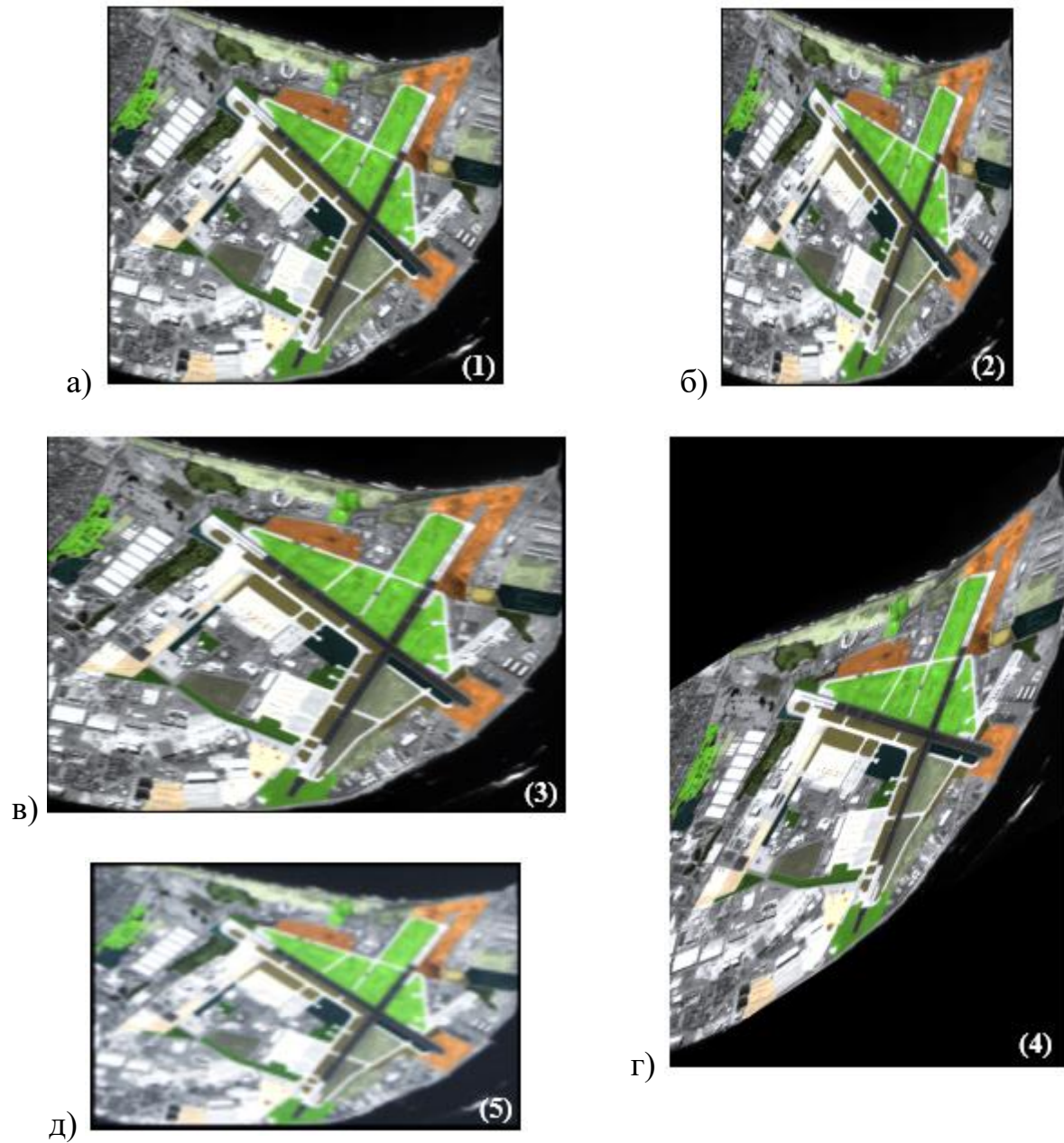


Рисунок 4.12 – RGB-компози́ты с учётом различных параметров движения во время съёмки [140]

На рисунке 4.12 (д) (случай № 5) показан RGB-компо́зит гиперкуба сформированного с учётом поворота гиперспектрометра на  $45^\circ$  по углу крена  $\tilde{\varphi}(\alpha_o = 0^\circ, \beta_o = 45^\circ, \psi_o = 0^\circ)$ . Это привело к тому, что увеличилось расстояние до предметной плоскости (737 км), а также уменьшилась СДИ. Для того чтобы



величина «смаза» соответствовала размеру пиксела регистратора, продольная составляющая СДИ, по сравнению с исходным случаем, наоборот, была увеличена за счёт углового движения по тангажу  $\tilde{\omega}(\omega_\alpha = 0,144^\circ/\text{сек} \quad \omega_\beta = 0^\circ/\text{сек} \quad \omega_\psi = 0^\circ/\text{сек})$ . Размер гиперкуба составил  $148 \times 92 \times 104$ . Прежде чем продолжить оценку влияния параметров углового движения и углов ориентации на геометрию изображения, рассмотрим расчёт характеристик системы гиперспектрометра.

*Оценка характеристик полученных изображений.*

Оценим величину линейной дисперсии спектрометра в плоскости приёмника путём расчёта расстояния между центрами тяжестей ФРТ для двух длин волн. Для рассматриваемой модели спектрометра величина линейной дисперсии (на  $1_{\text{нм}}$  в спектре первого порядка) составляет  $dx/d\lambda = 2,42 \text{ мкм/нм}$  во всём спектральном диапазоне. Величину линейной дисперсии в спектре первого порядка также можно оценить с использованием соотношения:  $dx/d\lambda = R_2/d$ , где  $R_2$  – радиус кривизны ЗсДР (с периодом  $d$ ).

Для расчёта спектрального разрешения ОС гиперспектрометра  $R_\lambda$  необходимо оценить полуширину  $\Delta x$  монохроматического изображения щели (шириной 11 мкм) с учётом aberrаций [114]. В таблице 4.1 сопоставлены расчётные значения спектрального разрешения ОС при использовании ФРТ, полученных в приближении геометрической и волновой (для дифракционного предела) оптики.

Таблица 4.1 – Спектральное разрешение ОС гиперспектрометра

$\lambda, \text{ нм}$	Геометрическая оптика		Волновая оптика (дифр. предел)	
	$\Delta x, \text{ мкм}$	$R_\lambda^{\text{geom}}, \text{ нм}$	$\Delta x, \text{ мкм}$	$R_\lambda^{\text{dif}}, \text{ нм}$
500	12,90	5,33	11,50	4,75
700	13,70	5,66	11,70	4,83
900	14,50	5,99	12,70	5,25

В дифракционно-ограниченном случае спектральное разрешение  $R_\lambda^{\text{dif}}$  на длинах волн 500 нм и 700 нм сопоставимо с размером спектрального канала 4,7 нм на изображении. В случае расчёта с использованием

геометрооптической ФРТ, значение спектрального разрешения  $R_{\lambda}^{geom}$  немного больше, но не превышает 6 нм в рассматриваемом спектральном диапазоне.

Полученные выше значения спектрального разрешения, характеризуют ОС спектрального прибора. Оценим спектральное разрешение для реальных условий съёмки [28, 30, 115] по полуширине аппаратной функции, которая, в свою очередь, определяется как обратное преобразование Фурье от произведения ФПМ: оптической системы  $MTF_{OS}$ , щели  $MTF_{SLIT}$ , регистратора  $MTF_{PHOTD}$ , смещения или «смаза» изображения  $MTF_{BLUR}$ , размытия атмосферы  $MTF_{TURB}$  (см. рисунки 2.12, 4.11). Результаты расчёта спектрального разрешения приведены в таблице 4.2. В случаях № 1, 4, 5 результаты расчёта одинаковы, т.к. величина «смаза» изображения за время накопления сигнала соответствует размерам пиксела регистратора и изображению щелевой диафрагмы (без учёта aberrаций) в меридиональном направлении. В случае № 2 значение спектрального разрешения больше (разрешение хуже) из-за большей величины «смаза» изображения, а в случае № 3 наоборот, разрешение лучше, чем в случаях № 1, 4, 5. Для реальных условий съёмки наиболее разумным представляется оценивать спектральное разрешение гиперспектрометра значениями  $R_{\lambda}^{geom}$  для случая № 1, которое составляет 6,86 нм, 7,27 нм, 7,68 нм для длин волн 500 нм, 700 нм и 900 нм.

Как и в главе 1 настоящей работы оценку пространственного (линейного) разрешения для реальных условий съёмки проведём с использованием математической модели прогнозирования разрешения. Для расчёта воспринимаемого отношения сигнал/шум в каждом из спектральных каналов необходимо использовать соответствующую им полихроматическую ФПМ сквозного тракта  $MTF_{\Sigma}$ :

$$MTF_{\Sigma}(\nu) = MTF_{TURB}(\nu) \cdot MTF_{OS}(\nu) \cdot MTF_{SLIT}(\nu) \cdot MTF_{PHOTD}(\nu) \times MTF_{BLUR}(\nu) \cdot MTF_{PHASE}(\nu), \quad (4.2)$$



где  $\nu$  - пространственная частота,  $MTF_{PHASE}(\nu)$  – ФПМ фазового положения миры относительно пикселей регистратора.

Таблица 4.2 – Спектральное разрешение гиперспектрометра для расчётных случаев № 1 - 5 (на рисунке 4.10)

$\lambda$ , нм	Случай № 1		Случай № 2		Случай № 3		Случай № 4		Случай № 5	
	$R_{\lambda}^{geom}$ , нм	$R_{\lambda}^{dif}$ , нм	$R_{\lambda}^{geom}$ , нм	$R_{\lambda}^{dif}$ , нм	$R_{\lambda}^{geom}$ , нм	$R_{\lambda}^{dif}$ , нм	$R_{\lambda}^{geom}$ , нм	$R_{\lambda}^{dif}$ , нм	$R_{\lambda}^{geom}$ , нм	$R_{\lambda}^{dif}$ , нм
500	6,86	6,20	7,64	7,06	6,57	5,74	6,86	6,20	6,86	6,20
700	7,27	6,53	8,02	7,39	6,94	5,99	7,27	6,53	7,27	6,53
900	7,68	7,11	8,35	7,89	7,48	6,69	7,68	7,11	7,68	7,11

В расчётах будем использовать  $MTF_{OS}$  полученные в приближении геометрической (рисунок 2.12 г-е) и волновой оптики (рисунок 2.12 а-в). Остальные ФПМ, использованные в расчётах, изображены на рисунке 4.13.

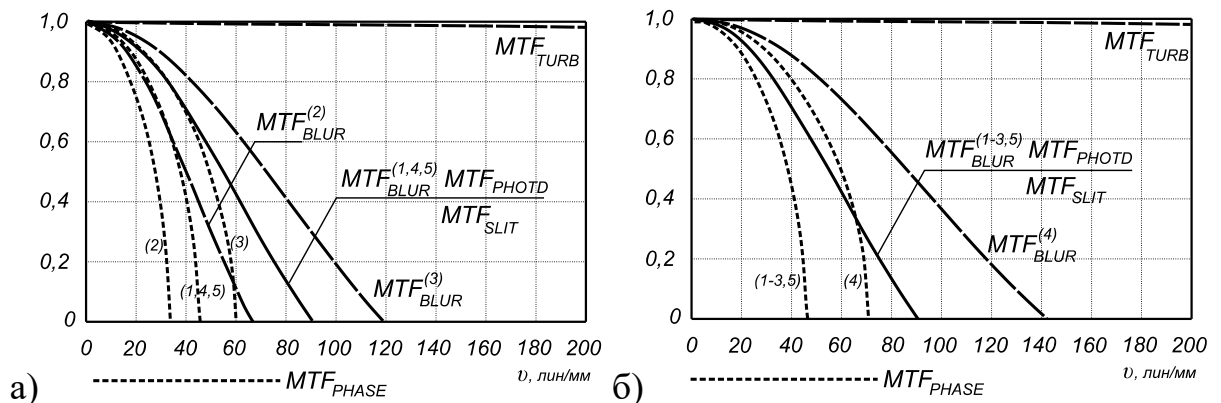


Рисунок 4.13 – Расчётные ФПМ для меридионального (а) и сагиттального (б) направлений плоскости изображения. Номера (1) - (5) соответствуют расчётным случаям, приведённым на рисунке 4.10

Для гиперспектральной съёмки в режиме «push-broom» характерно, что каждый отсчёт изображения формируется в течение одного кадра. При величине «смаза» большей чем размер элемента фотоприёмника в том же направлении ( $\Delta_{BLUR} > d$ ) дискретизация изображения будет определяться величиной смаза. В таком случае, для расчёта  $MTF_{PHASE}$  вместо размера элемента  $d$  (в [150]) необходимо использовать  $\Delta_{BLUR}$ . Расчётные  $MTF_{PHASE}$

для каждого из случаев также приведены на рисунке 4.13. Результаты расчёта линейного разрешения в спектральном канале приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Прогнозируемое разрешение трёхшпальной миры с контрастом 0,8 при освещённости характерной для  $h_s=50^\circ$

	Случай № 1		Случай № 2		Случай № 3		Случай № 4		Случай № 5	
$\lambda$ , нм	$R_x$ , м / угл. сек	$R_y$ , м / угл. сек	$R_x$ , м / угл. сек	$R_y$ , м / угл. сек	$R_x$ , м / угл. сек	$R_y$ , м / угл. сек	$R_x$ , м / угл. сек	$R_y$ , м / угл. сек	$R_x$ , м / угл. сек	$R_y$ , м / угл. сек
<i>С использованием <math>MTF_{OS}</math>, полученной в приближении геометрической оптики</i>										
500	18,5 / 7,64	18,3 / 7,57	25,0 / 10,31	18,3 / 7,57	18,4 / 7,62	18,3 / 7,57	18,5 / 7,64	18,3 / 7,57	27,3 / 7,64	41,8 / 7,57
700	18,6 / 7,66	18,3 / 7,57	25,0 / 10,31	18,3 / 7,57	18,5 / 7,63	18,3 / 7,57	18,6 / 7,66	18,4 / 7,59	27,4 / 7,67	41,8 / 7,57
900	20,8 / 8,60	18,6 / 7,66	25,8 / 10,65	18,6 / 7,66	20,4 / 8,44	18,6 / 7,66	20,8 / 8,60	18,6 / 7,70	30,8 / 8,61	42,4 / 7,66
<i>С использованием <math>MTF_{OS}</math>, полученной в приближении волновой оптики</i>										
500	18,4 / 7,62	18,3 / 7,57	25,0 / 10,30	18,3 / 7,57	18,4 / 7,60	18,3 / 7,57	18,4 / 7,62	18,3 / 7,57	27,2 / 7,62	41,9 / 7,57
700	18,5 / 7,65	18,4 / 7,58	25,0 / 10,31	18,4 / 7,58	18,4 / 7,62	18,4 / 7,58	18,5 / 7,65	18,4 / 7,58	27,3 / 7,65	41,9 / 7,58
900	20,9 / 8,61	19,6 / 8,11	25,8 / 10,66	19,6 / 8,11	20,5 / 8,45	19,6 / 8,11	20,9 / 8,61	19,9 / 8,23	30,8 / 8,62	44,9 / 8,11
Примечание – В таблице приводятся значения: линейного разрешения (на Земле) в метрах, после знака «/» соответствующего углового разрешения в угловых секундах										

Значения отношения сигнал/шум на нулевой пространственной частоте для  $\lambda=500$  нм, 700 нм, 900 нм в случаях №1-№4 составили 79,5, 83,0, 18,4, а в случае №5 – 78,3, 81,7, 18,2 соответственно.

Рассмотрим результаты расчётов (таблица 4.3) для меридионального направления X. Для случаев №1, 3, 5 значения разрешения при  $\lambda=500$  нм и 700 нм, полученные с использованием дифракционной  $MTF_{OS}$  меньше (или лучше), чем, полученные с использованием геометрической  $MTF_{OS}$ . Это объясняется тем, что на пространственных частотах, не превышающих частоту Найквиста, дифракционная  $MTF_{OS}$  имеет большие значения контраста, чем геометрическая. Для  $\lambda=900$  нм значения контраста у дифракционной и геометрической  $MTF_{OS}$  (на частотах, менее частоты Найквиста) практически одинаковы. Для случая №2 различия дифракционной и геометрической  $MTF_{OS}$

при расчёте разрешения сильно ослабляются из-за уменьшения контраста за счёт большой величины «смаза» изображения. Результаты расчёта разрешений в данных случаях практически совпадают.

Рассмотрим результаты расчётов (таблица 4.3) для сагиттального направления  $Y$ . Если, при  $\lambda=500$  нм значения разрешения, полученные с использованием дифракционной и геометрической  $MTF_{OS}$  практически совпадают, то с увеличением  $\lambda$  различия в результатах расчётов увеличиваются. При  $\lambda=900$  нм значение разрешения при использовании геометрической  $MTF_{OS}$  значительно меньше (или лучше), чем при использовании дифракционной  $MTF_{OS}$ . Это различие обусловлено уменьшением значений контраста с ростом длины волны на дифракционной  $MTF_{OS}$  по сравнению с геометрической (на пространственных частотах, не превышающих частоту Найквиста). Таким образом, можно заключить, что различия в результатах расчётов (таблица 4.3) пространственного разрешения согласованы с использованными в этих расчётах  $MTF_{OS}$ .

Проанализируем изображения для случаев № 1 - 5 (рисунок 4.12) с учётом результатов расчёта линейного разрешения (таблица 4.3), а также графиков ФПМ (рисунок 4.13).

На рисунке 4.14 (а) показан увеличенный фрагмент RGB-композиции 4.12 (а) для случая № 1 с приблизительно равным пространственным разрешением вдоль (по  $X$ ) и поперёк (по  $Y$ ) направления движения изображения. Величина «смаза» соответствует размеру стороны пиксела регистратора и ширине щелевой диафрагмы. Предельное пространственное разрешение вдоль и поперёк направления движения изображения определяется частотой, на которой ФПМ регистратора обращается в нуль. Соотношение сторон изображения для случая №1  $219/209 \approx 1,05$  практически совпадает с соотношением сторон исходного панхроматического изображения (рисунок 4.1)  $2415/2294 \approx 1,05$ , которое использовалось для моделирования предметной плоскости.

На рисунке 4.14 (б) показан увеличенный фрагмент 4.12 (б) для случая №2 с увеличенной СДИ в продольном направлении. Видно «сжатие» изображения по сравнению со случаем №1. Величина «смаза» при регистрации сигнала, в данном случае, превышает размер стороны пиксела фотоприёмника (и ширину щели) из чего следует, что предельное пространственное разрешение в данном направлении определяется частотой, на которой ФПМ «смаза» обращается в нуль (рисунок 4.12, а), т.е. значение разрешения в меридиональном направлении будет больше (или хуже), чем в сагиттальном (таблица 4.3, случай № 2). Значение разрешения вдоль в  $\sim 1,36$  раза больше, чем поперёк направления движения изображения (для  $\lambda=500$  нм, 700 нм). Соотношение сторон гиперспектрального изображения при равном разрешении (случай №1)  $209/219=0,95$ , а в случае №2 при разном разрешении:  $209/161=1,298$ . Нормируя на соотношение сторон при равном разрешении получаем, что для случая №2 число пикселей поперёк направления движения больше в 1,36 раза, чем вдоль.

На рисунке 4.14 (в) показан увеличенный фрагмент 4.12 (в) для случая №3 с уменьшенной СДИ в продольном направлении. В продольном направлении величина «смаза» меньше размера стороны пиксела регистратора (ширины щели) и предельное пространственное разрешение в данном направлении определяется частотой, на которой ФПМ регистратора и щели обращаются в нуль. Таким образом, получено изображение с примерно равным разрешением вдоль и поперёк направления движения изображения (таблица 4.3, случай № 3), однако видно «вытягивание» изображения (по сравнению со случаем №1) за счёт уменьшенной СДИ в данном направлении. Соотношение сторон изображения для случая №3  $288/209 \approx 1,378$  с учётом нормировки на соотношение сторон изображения при равном разрешении получаем 1,31. Отношение скорости движения изображения для случая №1 к случаю №3

$$\frac{3,74 \text{ мм/с}}{2,847 \text{ мм/с}} \approx 1,31.$$

На рисунке 4.14 (г) показан увеличенный фрагмент 4.12 (г) для случая №4 с увеличенной поперечной составляющей СДИ. Величина «смаза» в поперечном направлении меньше размера стороны пиксела регистратора, а в продольном направлении равна размеру стороны пиксела (ширине щели), из чего следует, что пространственное разрешение в продольном и поперечном направлениях является примерно равным (таблица 4.3, случай № 4). Однако, видно «ухудшение» ортоскопии изображения, происходит «вытягивание» изображения вдоль вектора СДИ (на изображении добавляются пиксели). По сравнению со случаем №1 в данном случае поперечная составляющая СДИ дополнительно дала  $350-209=141$  пиксель. Отношение сторон для случая №1 и №4  $141/219 \approx 0,64$  соответствует отношениям составляющих СДИ  $2,4\text{мм/с} / 3,74\text{мм/с} \approx 0,64$ .

На рисунке 4.14 (д) показан увеличенный фрагмент 4.12 (д) для случая №5, соответствующего повороту оптической оси гиперспектрометра на  $45^\circ$  по углу крена. Из-за увеличения расстояния до предметной плоскости происходит снижение пространственного разрешения (таблица 4.3, случай № 5). При этом, значение разрешения поперёк в  $\sim 1,5$  раза больше (или хуже) чем вдоль направления движения изображения (для длин волн 500 нм, 700 нм) из-за того, что разными являются проекции пиксела регистратора. Соотношение сторон гиперспектрального изображения при равном разрешении в спектральном канале (случай №1)  $219/209=1,05$ , а в случае №5 при разном разрешении:  $148/92=1,61$ . Нормируя на соотношение сторон при равном разрешении получаем, что для случая №5 число пикселей вдоль направления движения больше в 1,53 раза, чем поперёк. Это соответствует оценкам разрешения для случая №5 (таблица 4.3).

Обобщая вышесказанное можно заключить, что:

– соотношения сторон модельного изображения для случая №1 (рисунок 4.12 а) и исходного панхроматического изображения (рисунок 4.3)

согласованы между собой и с отношением оценок разрешения для направлений X и Y (таблица 4.3);

– соотношения сторон изображений для случаев №2, №5 согласованы с соотношением сторон для случая №1 и с отношением соответствующих оценок разрешения для направлений X и Y (таблица 4.3). На увеличенных фрагментах (рисунок 4.14 б, д) также видны изменения пространственного разрешения;

– изменения размеров сторон изображений для случаев №3, №4 согласованы с изменениями составляющих СДИ по сравнению со случаем №1. На увеличенных фрагментах изображений (рисунок 4.14 в, г) видны ухудшения ортоскопии, при этом не видны заметные ухудшения разрешения.

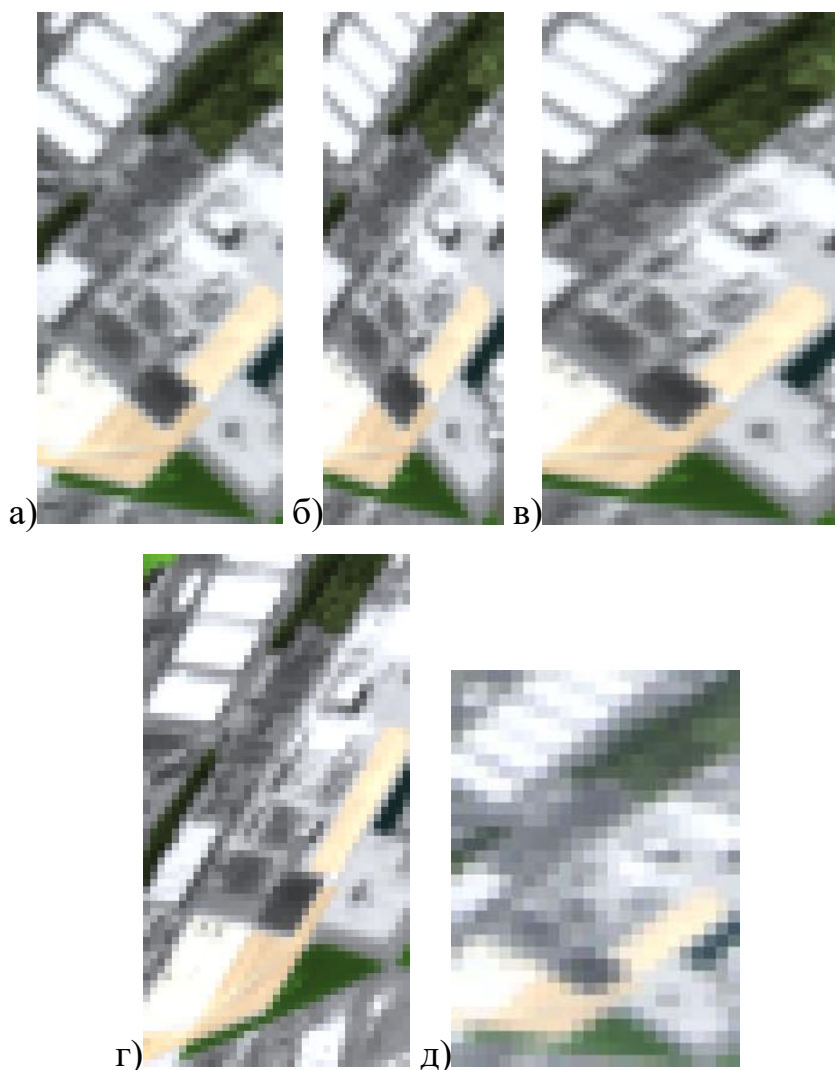


Рисунок 4.14 – Фрагменты RGB-композигов с учётом различных параметров движения во время съёмки

*Оценка влияния погрешностей обработки программы движения КА на изменение характеристик изображения гиперспектрометра.*

Рассмотрим движение гиперспектрометра по орбите с параметрами, приведёнными в подразделе 4.1 и поворотами по углу крена до  $\pm 20^\circ$ . Одним из важных параметров является отношение сигнал/шум на отсчёте изображения [162]. Как показано в работе [163], уменьшение отношения сигнал/шум ниже определённого порога, делает идентификацию исходных компонент и определение состава спектральной смеси невозможной [162]. На рисунке 4.15 (а) показаны графики расчёта составляющей угловой скорости по тангажу  $\omega_z$  для различных углов крена  $\beta$ , которые позволяют получить отношение сигнал/шум не ниже 20 во всём спектральном диапазоне и величину «смаза», равную стороне пиксела регистратора. На рисунке 4.15 (б) показан график изменения углов рыскания  $\psi$  для компенсации поперечной составляющей СДИ в центре поля зрения гиперспектрометра.

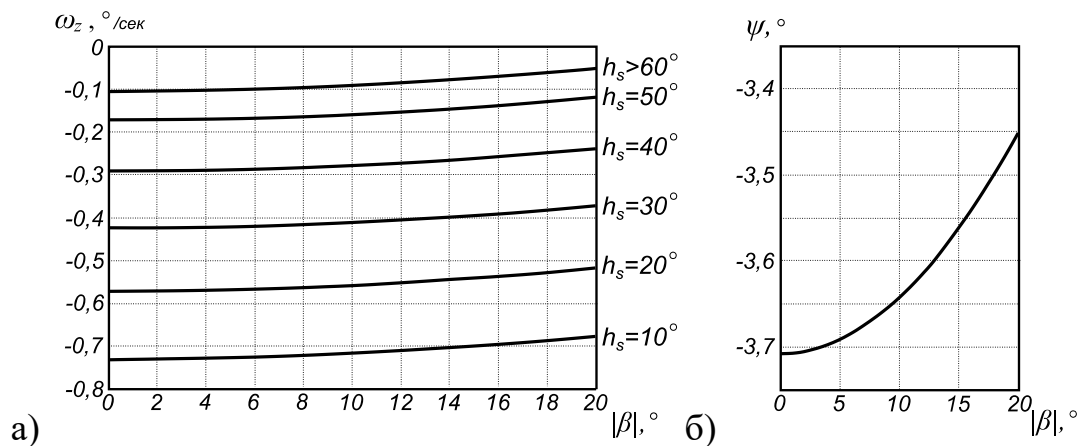


Рисунок 4.15 – Графики расчётных угловых скоростей (а) и углов (б). Для графиков (а) расчётная кадровая частота сверху вниз: 340 Гц, 306 Гц, 249 Гц, 186 Гц, 117 Гц, 42 Гц

Оценим относительные изменения спектрального и пространственного разрешения на гиперспектральном изображении, которые позволяет учесть модель формирования изображения [144, 145\*, 162] при погрешностях системы управления движением (СУД), характерных современным КА [164]. В качестве исходных данных используем параметры погрешностей положения,

скорости КА и погрешностей СУД для трёхосной в первом случае, и одноосной ориентации во втором случае [164]. Результаты статистического моделирования (выборка  $10^5$  событий) совместного действия погрешностей показали, что модель формирования изображения позволяет [144, 145\*,162]:

– в первом случае учитывать относительные изменения спектрального и пространственного разрешения (по оси X), которые в среднем составили от 0,02% до 0,04% (при СКО от 0,04% до 0,07%) и относительное изменение пространственного разрешения по оси Y, которое в среднем составило 0,02% (при СКО 0,04%);

– во втором случае учитывать относительные изменения спектрального и пространственного разрешения по оси X, которые в среднем составили от 4,5% до 13,5% (при СКО от 9,6% до 19,7%) и относительное изменение пространственного разрешения по оси Y, которое в среднем составило от 0,42% до 0,43% (и СКО 0,74% до 0,78%).

По полученным результатам видно, что при погрешностях характерных для трёхосной ориентации КА относительные изменения спектрального и пространственного разрешения незначительны. Однако, для одноосной ориентации КА модель формирования изображения позволяет учесть значительные изменения спектрального и пространственного разрешения. Моделирование действия условных погрешностей показал, что наибольший вклад в величину изменения спектрального и пространственного разрешения внесли погрешности по угловой скорости КА [164] для одноосной ориентации.

#### **4.5 Основные выводы и результаты**

В четвёртом разделе проанализированы (с точки зрения реализации возможности модели) результаты численного моделирования процесса формирования изображения гиперспектрометром по схеме Оффнера. В отличие от работ [92-107] в разделе показано влияние различных спектральных факторов модели на спектральные характеристики материалов при характерном среднем уровне освещённости ( $h_s=50^\circ$ ). Применение



динамической модели оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы позволило учесть возможные искажения в спектрах объектов в зависимости от значений освещённости земной поверхности, характерных для условий космического функционирования. В частности, снижение уровня освещённости при изменении значения высоты Солнца над горизонтом с  $50^\circ$  до  $10^\circ$  привело к уменьшению отношения сигнал/шум на изображении, формируемом матрицей, в 2,5 - 3 раза и к возникновению шумовых искажений сигнала спектров в среднем от 8 до 12%. Применение динамической модели оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы также позволило сравнить спектры материалов, полученные с использованием данных о чувствительности фотоприёмников CMV2000 и MT9M413. Показано, что сигнал в спектре при использовании CMV2000 для  $\lambda=500$  нм, 700 нм, 900 нм больше (чем при использовании MT9M413) в 2,4, 3,3, 3,2 раза соответственно. Показано, что по сравнению с решёткой с  $\lambda_d=555$  нм, использование решётки с  $\lambda_d=640$  нм позволяет получить больший сигнал в спектре от 555 нм до 900 нм. При  $\lambda=700$  нм относительное увеличение сигнала составило 15%, для  $\lambda=900$  нм – 17%. Учёт влияния атмосферы Земли позволил в свою очередь учесть относительные искажения сигнала в спектрах объектов в среднем до 6,7 раз, вносимые спектральными яркостью дымки и пропусканием атмосферы в диапазоне длин волн от 430 до 900 нм. Учёт погрешностей юстировки оптической схемы гиперспектрометра позволил на модельных изображениях провести оценки возможных ошибок идентификации спектров объектов при работе на борту КА. Продемонстрировано, что в предельном случае увеличение наклона зеркала с дифракционной решёткой до  $1^\circ$  приводит к увеличению трапецеидальности спектральных полос, при этом ширина искаженной спектральной полосы становится сопоставимой с размером пиксела регистратора 11 мкм в рабочем диапазоне длин волн, что сопровождается искажением форм спектров на изображениях и приводит к ошибкам идентификации спектров объектов. Продемонстрировано, что в

предельном случае смещение большого зеркала спектрометра по оси  $Z$  на 40 мкм, приводящее к увеличению пятна рассеяния по полувысоте больше размера пиксела регистратора, на изображениях сопровождается смешиванием спектров по большим областям плоскости изображения и снижением контраста (в направлении щели), что в свою очередь приводит к существенному увеличению ошибок идентификации спектров объектов. Учёт вращения Земли, а также движения по орбите, параметров орбиты, при характерных современным космическим аппаратам погрешностях отработки программы движения, позволил в свою очередь учесть на гиперспектральном изображении относительные изменения пространственного и спектрального разрешения на уровнях порядка 4,5 - 13,5%. Модельные изображения, полученные с использованием динамической модели оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы для набора параметров углового движения и углов ориентации, показали хорошее соответствие расчётным значениям пространственного разрешения. Использование методов скалярной теории дифракции обеспечило возможность уточнённой оценки предельных характеристик формирования изображения. При среднем уровне освещённости поверхности Земли на длинах волн 500 нм, 700 нм, 900 нм с расстояния 500 км пространственное разрешение (трёхшпальной миры с контрастом 0,8) по оси  $X$  составило 18,4 м, 18,5 м, 20,9 м, по оси  $Y$  – 18,3 м, 18,4 м, 19,6 м, спектральное разрешение – 6,20 нм, 6,53 нм, 7,11 нм соответственно. При наличии крупноформатных, чувствительных и, способных работать на частотах порядка нескольких сотен кадров в секунду фотоприёмников с размерами пиксела менее  $\sim 4,5$  мкм (для  $\lambda=900$  нм), модель позволяет исследовать увеличения контраста на изображениях с использованием предельных передаточных характеристик ОС, полученных в разделе 2 настоящей работы. Для исследования улучшения контраста на изображении (для выбранной  $\lambda$ ) необходимо, чтобы частота Найквиста фотоприёмника была больше локальной частоты ЧКХ ОС, на которой происходит увеличение контраста.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе диссертационной работы решены все поставленные задачи и получены следующие основные результаты:

1. Разработана математическая модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром, основанном на схеме Оффнера. Учёт влияния оптических параметров объектива, ширины щелевой диафрагмы, периода и формы поверхности дифракционной решётки на формирование спектрального распределения освещённости позволил уточнить оценку уровня освещённости на краях оптического спектра (в центре поля зрения) и в центральной области спектра (для края поля зрения) по сравнению с оценками, полученными с помощью ранее известного аналитического подхода к расчёту освещённости на 22% и на 12% соответственно. Учёт погрешностей юстировки оптической схемы гиперспектрометра позволил на модельных изображениях провести оценки возможных ошибок идентификации спектров объектов при работе на борту КА. Показано, что в предельных случаях: при увеличении наклона зеркала с дифракционной решёткой до  $1^\circ$  ширина искаженной спектральной полосы становится сопоставимой с размером пиксела регистратора 11 мкм в рабочем диапазоне длин волн, что сопровождается искажением форм спектров на изображениях; при смещении большого зеркала спектрометра по оси  $Z$  на 40 мкм пятно рассеяния увеличивается по поперечному размеру больше размера пиксела регистратора, что сопровождается смешиванием спектров по большим областям плоскости изображения и снижением контраста. Применение динамической модели оптоэлектронного тракта светочувствительной матрицы позволило учесть шумовые искажения в спектрах объектов в среднем от 8% до 12% при значении высоты Солнца над горизонтом  $10^\circ$ . Учёт влияния атмосферы Земли позволил в свою очередь учесть относительные искажения сигнала в спектрах объектов в среднем до 6,7 раз, вносимые спектральными яркостью дымки и пропусканием атмосферы. Учёт вращения Земли, скорости поступательного и углового

движения КА, параметров орбиты, при характерных современным КА погрешностях обработки программы движения, позволил в свою очередь учесть на гиперспектральном изображении относительные изменения пространственного и спектрального разрешения на уровнях порядка 4,5 - 13,5%. Использование методов скалярной теории дифракции обеспечило возможность уточнённой оценки предельных характеристик формирования изображения. При среднем уровне освещённости поверхности Земли на длинах волн 500 нм, 700 нм, 900 нм с расстояния 500 км пространственное разрешение (трёхшпальной миры с контрастом 0,8) по оси X составило 18,4 м, 18,5 м, 20,9 м, по оси Y – 18,3 м, 18,4 м, 19,6 м, спектральное разрешение – 6,20 нм, 6,53 нм, 7,11 нм соответственно.

2. На основе разработанной математической модели предложен метод расчёта передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) ОС гиперспектрометра по схеме Оффнера, который состоит в замене последовательного вычисления дифракционного интеграла по входным апертурам всех оптических элементов одним интегрированием по поверхности первого зеркала спектрометра. Наличие дифракционной решетки на поверхности зеркала учитывается в рамках локальной асимптотической аппроксимации решетки на криволинейной поверхности плоской решеткой в касательной плоскости. Получено аналитическое выражение для расчёта коэффициентов интенсивности порядков дифракции решётки на криволинейной поверхности с профилем, близким к треугольному при произвольном падении света. Применение разработанного метода для расчёта предельных передаточных характеристик (ФРТ, ЧКХ) оптической системы гиперспектрометра позволило установить локальное увеличение контраста на длине волны 500 нм для частот от 200 до 300  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 700 нм для частот от 150 до 200  $\text{мм}^{-1}$ , локальное увеличение контраста на длине волны 900 нм для частот от 100 до 150  $\text{мм}^{-1}$  в сагиттальном направлении плоскости изображения. Значения контраста на длинах волн 500 нм, 700 нм и 900 нм составили 0,256, 0,352, 0,446, что по отношению к значениям контраста на этих длинах волн на ЧКХ

идеальной ОС с кольцевой апертурой составляет 102,4%, 146,6%, 176,3% соответственно.

3. Проведён численный анализ влияния погрешностей юстировки оптической схемы Оффнера на параметры формируемого изображения. Показано, что при смещении от -12 до 14 мкм по оси OZ, наклонах до 34" вокруг осей OX, OY для зеркала спектрометра с радиусом -159,6 мм и при смещении от -30 до 25 мкм по оси OZ, наклонах до 135" вокруг осей OX, OY, до 89" вокруг оси OZ для зеркала спектрометра с радиусом -80,6 мм ширина ФРТ не превышает характерный размер светочувствительного элемента в 11–12 мкм для современных светочувствительных матриц. Анализ погрешностей юстировки оптической схемы спектрометра позволяет предсказать характеристики гиперспектральных изображений, которые могут быть получены с помощью гиперспектрометра после вывода его на заданную космическую орбиту.

Перспективы дальнейшей разработки темы заключается:

- в уточнении разработанных математических моделей и методов, и дополнением новыми в части учитываемых факторов, оказывающих существенное влияние на качество гиперспектральной информации;

- в совместном использовании разработанного программно-алгоритмического обеспечения и электронного макета ГСА, разрабатываемого средствами CAD-технологий, который позволяет проводить моделирование воздействий характерных условиям космического функционирования.

На базе предложенной модели возможно создание “генератора фотореалистических изображений”, который будет использован для обучения алгоритмов обработки гиперспектральных изображений.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

АФ –	аппаратная функция
БЗ –	большое сферическое зеркало
ВЗ –	вторичное зеркало
ГЗ –	главное зеркало
ГСА –	гиперспектральная аппаратура
ГСИ –	гиперспектральное изображение
ГСК –	гринвичская система координат
ДЗЗ –	дистанционное зондирование Земли
ДОЭ –	дифракционный оптический элемент
ЗсДР –	зеркало с дифракционной решёткой
КА –	космический аппарат
ОПФ –	оптическая передаточная функция
ОС –	оптическая система
ОСК –	орбитальная система координат
ПК –	программный комплекс
ПО –	программное обеспечение
ПСК –	программная система координат
СДИ –	скорость движения изображения
СК –	система координат
СКО –	среднее квадратичное отклонение
СПЭЯ –	спектральная плотность энергетической яркости
ФПМ –	функция передачи модуляции
ФРТ –	функция рассеяния точки
ЦМ –	центр масс
ЦТИЗ –	центральная точка изопланатической зоны
ЧКХ –	частотно-контрастная характеристика

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Шовенгердт, Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений [Текст]. – М.: Техносфера, 2010. – 560 с.
2. Offner, A. New concepts in projection mask aligners [Text] / A. Offner // Optical engineering. – 1975. – Vol. 14(2). – P. 130-132.
3. Chrisp, M.P. Convex diffraction grating imaging spectrometer [Text] / M. P. Chrisp // U.S. Patent № 5,880,834. – 1999.
4. Davis, C. Ocean PHILLS hyperspectral imager: design, characterization, and calibration [Text] / C. Davis [et al] // Opt. Express. – 2002. – Vol. 10. – №4. – P. 210–221.
5. Haring, R.E. Optomechanical Design of the incubator wide field of view imaging spectrometer [Text] / R. E. Haring [et al] // Proc. SPIE 4093, current develop. in lens design and opt. systems eng. – 2000. – Vol. 4093. – P. 132-141.
6. Mouroulis, P. Optical design of a compact imaging spectrometer for planetary mineralogy [Text] / P. Mouroulis [et al] // Opt. Eng. – 2007. – Vol. 46. – №6. – P. 063001-1-9.
7. Mouroulis, P. Review of high fidelity imaging spectrometer design for remote sensing [Text] / P. Mouroulis, R. O. Green // Opt. Systems Eng. – 2018. – Vol. 54. – №4. – P.040901-1-19.
8. Lee, J. H. Optical design of a compact imaging spectrometer for STSAT3 [Text] / J. H. Lee [et al] // J. of the Opt. Society of Korea. – 2008. – Vol. 12. – №4. – P. 262-268.
9. Lee, J. H. Optomechanical Design of a Compact Imaging Spectrometer for a Microsatellite STSAT3 [Text] / J. H. Lee [et al] // J. of the Opt. Society of Korea. – 2009. – Vol. 13. – №2. – P. 193-200.
10. Lee, J.H. A very compact imaging spectrometer for the micro-satellite STSAT3 [Text] / J. H. Lee [et al] // International J. of Rem. Sens. – 2011. – Vol. 32. – № 14. – P. 3935-3946.

11. Liu, W. Design and analysis of structure of compact Offner spectral imaging system [Text] / W. Liu // Chinese J. of Opt. and Appl. Opt. – 2010. – Vol. 3. – № 2. – P.157-163.
12. Fisher, J. Comparison of low-cost hyperspectral sensors [Text] / J. Fisher [et al] // Proc. of SPIE “The International Society for Opt. Eng.”. –1998. – Vol. 3438. – P. 1-8.
13. Fischer, J. ASTROCAM: An Offner re-imaging 1024 x 1024 InSb camera for near-infrared astrometry on the USNO 1.55-m telescope [Text] / J. Fischer [et al] // Proc. of SPIE “Instrument Design and Perform. for Opt./Infrared Ground-based Telescop.”. – 2003. Vol. 4841. – P. 564-577.
14. Lyu, H. High resolution ultraviolet imaging spectrometer for latent image analysis [Text] / H. Lyu [et al] // Opt. Exp. – 2016. – Vol.24. – №6. – P. 6459-6468.
15. Sun, J. Performance comparison of long-wave infrared imaging spectrometer between Dyson form and Offner Form [Text] / J. Sun [et al] // J. of Harbin Institute of Technol. (New Series). – 2017. – Vol. 24. – № 2. – P. 45-50.
16. Kim, S.H. Design and construction of an Offner spectrometer based on geometrical analysis of ring fields [Text] / S.H. Kim [et al] // Review of scientific instruments. – 2014. – Vol. 85. – № 8. – P. 083108 (1-7).
17. Карпеев, С.В. Исследование дифракционной решётки на выпуклой поверхности как диспергирующего элемента [Текст] / С.В. Карпеев, С.Н. Хонина, С.И. Харитонов // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39. – № 2. – С. 211-217.
18. Карпеев, С.В. Юстировка и исследование макетного образца гиперспектрометра по схеме Оффнера [Текст] / Карпеев С.В., Хонина С.Н. Мурдагулов А. Р., Петров М. В. // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2016. - Т. 15. – №1. - С. 197-206.
19. Скиданов, Р.В. Двухдиапазонная дифракционная решетка для спектрометра на основе схемы Оффнера [Текст] / Р.В. Скиданов, В.А. Бланк // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – № 6. – С.968-971.



20. Подлипов, В.В. Калибровка изображающего гиперспектрометра [Текст] / В.В. Подлипов, Р.В. Скиданов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41. – № 6. – С. 869-874.

21. Щедрин, В.Н. Наземная гиперспектральная аппаратура для измерения вегетативных индексов в задачах прецизионного орошения сельскохозяйственных культур [Текст] / В.Н. Щедрин, С.М. Васильев, А.Н. Бабичев, Р.В. Скиданов, В.В. Подлипов, Ю.Н. Журавель // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации. – 2018. – №1(29). – С. 1-14.

22. Архипов, С.А. Расчет, макетирование и юстировка дифракционного спектрометра для перспективной гиперспектральной аппаратуры [Текст] / С.А. Архипов, А.В. Ли, В.М. Линько, М.Ю. Лузганова, С.А. Морозов, М.А. Сальникова // Контенант. – 2019. –Т. 1. – № 1. – С. 19-27.

23. Kazanskiy, N. An Airborne Offner imaging hyperspectrometer with radially-fastened primary elements [Text] / N. Kazanskiy [et al] // Sensors – 2020. – Vol. 20. P. 3411 (1-10).

24. Kerekes, J.P. Hyperspectral Imaging System Modeling [Text] / J.P. Kerekes, J.E. Baum // Lincoln laboratory journal. – 2003.– Vol. 14. – P. 117 – 130.

25. Орлов, А.Г. Разработка и исследование авиационного гиперспектрометра видимого и ближнего ИК диапазонов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.04.01 / Орлов Андрей Геннадьевич. – М., 2008. – 26 с.

26. Журкин, И.Г. Расчет параметров формирования изображений, полученных в условиях нестабилизированной гиперспектральной аэросъемки [Текст] / Журкин И.Г., Никишин Ю.А. // Геодезия и аэрофотосъемка, МИИГАиК. – 2011. – №4. – С. 47-52.

27. Щербина, Г.А. Макет многоцелевой космической гиперспектральной камеры дистанционного зондирования природных экосистем [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.11.13 / Щербина Глеб Артурович. – М., 2018. – 153 с.

28. Ли, А.В. Оптические системы малогабаритной гиперспектральной аппаратуры дистанционного зондирования Земли из космоса [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.11.07 / Ли Александр Викторович. – М., 2017. – 175 с.

29. Денисов, А.В. Разработка и исследование имитационной модели дистанционного зондирования поверхности Земли [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Денисов Андрей Васильевич. – СПб., 2015. – 140 с.
30. Заварзин, В.И. Методика расчета аппаратной функции гиперспектральной аппаратуры дистанционного зондирования Земли [Текст] / В.И. Заварзин, А.В. Ли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, Сер. Приборостроение. Спецвыпуск. 2012. – С. 82-89.
31. Заварзин, В.И. Методика определения спектральных характеристик гиперспектральной съемочной аппаратуры дистанционного зондирования Земли [Электронный ресурс] / В.И. Заварзин, А.В. Ли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение: электронное издание. – 2013. – № 1. Режим доступа: <http://engjournal.ru/articles/517/517.pdf> (дата обращения 04.01.2022).
32. Napke, B. Bidirectional reflectance spectroscopy [Text] / B. Napke // Icarus. – 1986. – Vol. 67. – P. 264–280.
33. Jacquemoud, S. Modeling spectral and bidirectional soil reflectance [Text] / S. Jacquemoud, F. Baret, and J. Hanocq [Text] // Remote Sens. Environ. – 1992. – Vol. 41. – P. 123-132.
34. Ross, J. Radiation Regime and Architecture of Plant Stands [Text]. – Springer, 2011. – 420 pp. – ISBN 978-9400986497.
35. Wanner, W. On the derivation of kernels for kernel-driven models of bidirectional reflectance [Text] / W. Wanner, X. Li, and A.H. Strahler // J. Geophys. Res. – 1995. – Vol.100. – P. 21077-21090.
36. Walthall, C. A study of reflectance anisotropy and canopy structure using a simple empirical model [Text] / C. Walthall // Remote Sens. Environ. – 1997. – Vol. 61. – P. 118–128.
37. Meister, G. Large-scale bidirectional reflectance model for urban areas [Text] / G. Meister, A. Rothkirch, H. Spitzer, and J. Bienlein // IEEE Trans.Geosci. Remote Sens. – 2001. – Vol. 39. – P. 1927–1942.

38. Litvinov, P. Reflection models for soil and vegetation surfaces from multiple-viewing angle photopolarimetric measurements [Text] / P. Litvinov [et al] // *J. Quantitative Spectrosc. Radiative Transf.* – 2010. – Vol. 111. – P. 529-539.
39. Doz, S. Simulation of urban optical images from high spectral and spatial resolution multiangular airborne acquisitions [Text] / S. Doz, X. [et al] // *Proc. 2010 IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp.* – 2010. – P.3572-3575.
40. He, T. Land surface Albedo estimation from Chinese HJ satellite data based on the direct estimation approach [Text] / T. He [et al] // *Remote Sens.* – 2015. – Vol. 7. – P. 5495–5510.
41. Verhoef, W. Light scattering by leaf layers with application to canopy reflectance modeling: The SAIL model [Text] / W. Verhoef // *Remote Sens. Environ.* – 1984. – Vol. 16. – P. 125-141.
42. Kuusk, A. A Markov chain model of canopy reflectance [Text] / A. Kuusk // *Agricultural Forest Meteorol.* – 1995. – Vol. 76. – P. 221–236.
43. Jacquemoud, S. Estimating leaf biochemistry using the PROSPECT leaf optical properties model [Text] / S. Jacquemoud [et al] // *Remote Sens. Environ.* – 1996. – Vol. 56. – P. 194-202.
44. Yang, G. Leaf nitrogen spectral reflectance model of winter wheat (*Triticum aestivum*) based on PROSPECT: Simulation and inversion [Text] / G. Yang et al. // *J. Appl. Remote Sens.* – 2015. – Vol. 9. – P. 095976.
45. Feret, J.-B. PROSPECT-4 and 5: Advances in the leaf optical properties model separating photosynthetic pigments [Text] / J.-B. Feret [et al] // *Remote Sens. Environ.* – 2008. – Vol. 112. – P.3030-3043.
46. Gobron, N. A semidiscrete model for the scattering of light by vegetation [Text] / N. Gobron [et al] // *J. Geophys. Res., Atmospheres.* – 1997. – Vol. 102. – P. 9431-9446.
47. Qin, W. An analytical model for bidirectional reflectance factor of multicomponent vegetation canopies [Text] / W. Qin and Y. Xiang // *Sci. China Ser. C, Life Sci.* – 1997. – Vol. 40. – P. 305-315.

48. Kuusk, A. A two-layer canopy reflectance model [Text] / A. Kuusk // J. Quantitative Spectrosc. Radiat. Transf. – 2001. – Vol. 71. – P. 1-9.
49. Pinty, B. Simplifying the interaction of land surfaces with radiation for relating remote sensing products to climate models [Text] / B. Pinty [et al] // J. Geophys. Res. – 2006. – Vol. 111(D2). – D02116.
50. Kallel, A. Vegetation radiative transfer modeling based on virtual flux decomposition [Text] / A. Kallel // J. Quantitative Spectrosc. Radiat. Transf. – 2010. – Vol. 111. – P. 1389–1405.
51. Jay, S. A physically-based model for retrieving foliar biochemistry and leaf orientation using close-range imaging spectroscopy [Text] / S. Jay [et al] // Remote Sens. Environ. – 2016. – Vol. 177. – P. 220-236.
52. Zou, B. An Artificial Woodland Scene Model for Simulation of Hyperspectral Imaging System [Text] / B. Zou, G. Gu, D. Chen // IGARSS 2008, IEEE. – 2008. – Vol. 4. – P. 585-588.
53. Kirk, J. T. O. Monte Carlo Procedure for Simulating the Penetration of Light Into Natural Waters (No. 36 in Division of Plant Industry technical paper) [Text] // Melbourne, VIC, Australia: Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, 1981. 16pp.
54. Gordon, H.R. Computed relationships between the inherent and apparent optical properties of a flat homogeneous ocean [Text] / H. R. Gordon, O. B. Brown, and M.M. Jacobs // Appl. Opt. – 1975. – Vol. 14(2). – P. 417-427.
55. Kattawar, G.W. Monte Carlo calculations of the polarization of radiation in the earth's atmosphere-ocean system [Text] / G.W. Kattawar, G. N. Plass, and J. A. Guinn // J. Phys. Oceanogr. – 1973. – Vol. 3. – P. 353-372.
56. Mobley, C.D. Light and Water: Radiative Transfer in Natural Waters [Text] // San Diego, CA, USA: Academic, 1994. 592pp.
57. Jin, Z. Radiative transfer in nonuniformly refracting layered media: Atmosphere-ocean system [Text] / Z. Jin and K. Stamnes // Appl. Opt. – 1994. – Vol. 33(3). – P. 431-442.

58. Bulgarelli, B. A radiative transfer algorithm for the atmosphere-ocean system based on the finite-element method [Text] / B. Bulgarelli, V. Kisselev, and L. Roberti // *Geosci. Remote Sens. Symp.* – 1999. – Vol. 3. – P. 1848-1850.
59. Fell, F. Numerical simulation of the light field in the atmosphere-ocean system using the matrix-operator method [Text] / F. Fell and J. Fischer // *J. Quantitative Spectrosc. Radiat. Transf.* – 2001. – Vol. 69. – P. 351-388.
60. Lee, W.-L. A coupled atmosphere-ocean radiative transfer system using the analytic four-stream approximation [Text] / W.-L. Lee and K. N. Liou // *J. Atmos. Sci.* – 2007. – Vol. 64. – P. 3681–3694.
61. Goodenough, A.A. In-Water Spectral Radiative Transfer Modeling Using Photon Mapping [Text]: Ph.D. dissertation / Adam Arthur Goodenough. – Department of Imaging Science, Rochester Inst. Technol., Rochester, NY, USA, 2007. – pp. 317.
62. Pan, X. Modeling the vertical distributions of downwelling plane irradiance and diffuse attenuation coefficient in optically deep waters [Text] / X. Pan and R. C. Zimmerman // *J. Geophys. Res.* – 2010. – Vol. 115. – P. C08016.
63. Blum, M. Coupled oceanatmosphere radiative transfer model in the framework of software package SCIATRAN: Selected comparisons to model and satellite data [Text] / M. Blum [et al] // *Adv. Space Res.* – 2012. – Vol. 49. – P. 1728-1742.
64. Curtis, D.M. Hydrolight-Ecolight 5.2 Users Guide [Text]. – Sequoia Scientific, 2013. – pp. 110.
65. Scott, N.A. A fast line-by-line method for atmospheric absorption computations: The automatized atmospheric absorption atlas [Text] / N. A. Scott and A. Chedin // *J. Appl. Meteorol.* – 1981. – Vol. 20. – P. 802-812.
66. Stamnes, K. Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media [Text] / K. Stamnes [et al] // *Appl. Opt.* – 1988. – Vol. 27. – 2502.
67. Berk, A. MODTRAN: A Moderate Resolution Model for LOWTRAN7 [Text]. – Air Force Geophysics Lab, Hanscom AFB, MA, USA, 1989.

68. Vermote, E. Second simulation of the satellite signal in the solar spectrum, 6s: An overview [Text] / E. Vermote [et al] // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. – 1997. – Vol. 35. – P. 675-686.
69. Saunders, R. An improved fast radiative transfer model for assimilation of satellite radiance observations [Text] / R. Saunders, M. Matricardi, and P. Brunel // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. – 1999. – Vol. 125. – P. 1407-1425.
70. Buehler, S. ARTS, the atmospheric radiative transfer simulator [Text] / S. Buehler [et al] // J. Quant. Spectr. Radiat. Transf. – 2005. – Vol. 91. – P. 65-93.
71. Iacono, M. J. Radiative forcing by long-lived greenhouse gases: Calculations with the AER radiative transfer models [Text] / M. J. Iacono [et al] // J. Geophys. Res. – 2008. – Vol. 113. – P. D13103.
72. Xie, Y. A fast all-sky radiation model for solar applications (FARMS): Algorithm and performance evaluation [Text] / Y. Xie, M. Sengupta, and J. Dudhia // Solar Energy. – 2016. – Vol. 135. – P. 435-445.
73. Moorehead, I. CAMEO-SIM: A physics-based broadband scene simulation tool for assessment of camouflage, concealment, and deception methodologies [Text] / I. R. Moorehead and D. E. Oxford // Opt. Eng. – 2001. – Vol. 40. – P. 1896-1905.
74. Gastellu-Etchegorry, J. Modeling radiative transfer in heterogeneous 3-D vegetation canopies [Text] / J. Gastellu-Etchegorry [et al] // Remote Sens. Environ. – 1996. Vol. 58. – P. 131-156.
75. Schneider, J. Simulating imaging spectrometer data: 3D forest modeling based on LiDAR and in situ data [Text] / J. Schneider [et al] // Remote Sens of Env. – 2014. – Vol. 23. – P. 235-250.
76. Huang, M. Light Field Modeling and Its Application to Remote Sensing Image Simulation [Text] / M. Huang [et al] // Proc. 16th Int. Conf. Adv. Artif. Reality Tele-Existence, vol. LNCS 4282, ICAT. – 2006. – P. 705-714.
77. Paparoditis, N. Parametric Simulation-Based Evaluation of 3D Mapping Techniques on Optical Remote Sensing Images [Text] / N. Paparoditis, L. Polidori, and E. Savaria // Proc. SPIE, Ser. 2579. – 1995. – P. 423-434.

78. He, X. Physically based model for multispectral image simulation of earth observation sensors [Text] / X. He and X. Xu // IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens. – 2017. – P. 1897-1908.

79. Guerin, D.C. The enhanced MODIS airborne simulator hyperspectral imager [Text] / D. C. Guerin, J. Fisher, and E. R. Graham // Proc. SPIE. – 2011. – Vol. 8048. – P. 80480L.

80. Hook, S.J. The MODIS/ASTER airborne simulator (MASTER) – A new instrument for earth science studies [Text] / S. J. Hook [et al] // Remote Sens. Environ. – 2001. – Vol. 76. – P. 93-102.

81. Staenz, K. ISDAS A system for processing/analyzing hyperspectral data [Text] / K. Staenz, T. Szeredi, and J. Schwarz // Can. J. Remote Sens. – 1998. – Vol. 24. – P. 99-113.

82. Zhang, J. Spaceborne hyperspectral image generation based on airborne hyperspectral image [Text] / J. Zhang [et al] // IGARSS 2008, IEEE. – 2008. – Vol. 4. – P. 259-262.

83. Barducci, A. Theoretical and experimental assessment of noise effects on least-squares spectral unmixing of hyperspectral images [Text] / A. Barducci, A. Mecocci // Opt. Eng. – 2005. – Vol. 44. – P. 087008.

84. Altmann, A. Robust linear spectral unmixing using anomaly detection [Text] / Y. Altmann, S. McLaughlin, and A. Hero // IEEE Trans. Comput. Imag. – 2015. – Vol. 1. – P. 74-85.

85. Rivera, J. An emulator toolbox to approximate radiative transfer models with statistical learning [Text] / J. Rivera [et al] // Remote Sens. – 2015. – Vol. 7. – P. 9347–9370.

86. North, P. Three-dimensional forest light interaction model using a Monte Carlo method [Text] / P. North // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. – 1996. – Vol. 34. – P. 946-956.

87. Barducci, A. Theoretical and experimental assessment of noise effects on least-squares spectral unmixing of hyperspectral images [Text] / A. Barducci, A. Mecocci // Opt. Eng. – 2005. – Vol. 44. – P. 087008.

88. Van der Tol, C. An integrated model of soil-canopy spectral radiances, photosynthesis, fluorescence, temperature and energy balance [Text] / C. Van der Tol [et al] // *Biogeosciences*. – 2009. – Vol. 6. – P. 3109–3129.
89. Altmann, Y. Robust linear spectral unmixing using anomaly detection [Text] / Y. Altmann, S. McLaughlin, and A. Hero // *IEEE Trans. Comput. Imag.* – 2015. – Vol. 1. – P. 74-85.
90. Qiu, B. Implementation and evaluation of a generalized radiative transfer scheme within canopy in the soilvegetation-atmosphere transfer (SVAT) model [Text] / B. Qiu [et al] // *J. Geophys. Res., Atmospheres*. – 2016. – Vol. 121. – P. 12145–12163.
91. Wang, B. Hyperspectral imaging simulation of object under sea-sky background [Text] / B. Wang [et al] // *Proc. of SPIE*. – 2016. – Vol. 10156. – P. 10156N.
92. Guanter, L. Simulation of optical remote-sensing scenes with application to the EnMAP hyperspectral mission [Text] / L. Guanter, K. Segl, and H. Kaufmann // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* – 2009. – Vol. 47. – P. 2340–2351.
93. Segl, K. Simulation of spatial sensor characteristics in the context of the EnMAP hyperspectral mission [Text] / K. Segl [et al] // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* – 2010. – Vol. 48. – P. 3046–3054.
94. Schott, J. An advanced synthetic image generation model and its application to multi/hyperspectral algorithm development [Text] / J. Schott, S. Brown and R. Raqueo // *Can. J. Remote Sens.* – 1999. – Vol. 25. – P. 99-111.
95. Bloechl, K. A. Method for comparing real and simulated airborne hyperspectral imagery [Электронный ресурс] / K. Bloechl // Thesis. Rochester Institute of Technology. – 2014. – Режим доступа: <https://scholarworks.rit.edu/theses/8216> (дата обращения 19.12.2021).
96. Cota, S.A. PICASSO: an end-to-end image simulation tool for space and airborne imaging systems [Text] / S.A. Cota [et al] // *J. of Appl. Remote Sens.* – 2010. – Vol. 4. – P. 043535.



97. Cota, S.A. PICASSO: An end-to-end image simulation tool for space and airborne imaging systems II. Extension to the thermal infrared: Equations and methods [Text] / S.A. Cota [et al] // Proc. of SPIE. – 2011. – Vol. 8158. – P. 81580G.
98. Börner, A. SENSOR: A tool for the simulation of hyperspectral remote sensing systems [Text] / A. Börner [et al] // ISPRS J. Photogramm. Rem. Sens. – 2001. – Vol. 55. – P. 299–312.
99. Coppo, P. Design and validation of an end-to-end simulator for imaging spectrometers [Text] / P. Coppo, L. Chiarantini, L. Alparone // J. Opt. Eng. – 2012. – Vol. 51. – P. 111721.
100. Coppo, P. End-to-end image simulator for optical imaging systems: equations and simulation examples [Электронный ресурс] / P. Coppo, L. Chiarantini, L. Alparone // Adv. in Opt. Tech. – 2013. – Vol. 2013. – Режим доступа: <https://www.hindawi.com/journals/aot/2013/295950/> (дата обращения 21.12.2021).
101. Shetler, B. Comprehensive hyperspectral system simulation: I. Integrated sensor scene modeling and the simulation architecture [Text] / B. Shetler [et al] // Proc. of SPIE. – 2000. – Vol. 4049. – P. 94-104.
102. Bartell, R. Comprehensive Hyperspectral System Simulation II: Hyperspectral Sensor Simulation and Preliminary VNIR Testing Results [Text] / R. Bartell [et al] // Proc. of SPIE. – 2000. – Vol. 2029. P. 105 – 119.
103. Tao, D. A Digital sensor simulator of the pushbroom Offner hyperspectral imaging spectrometer [Text] / D. Tao [et al] // J. Sensors. – 2014. – Vol. 14. – P. 23822-23842.
104. Jia, G. Simulation of Hyperspectral Scene with Full Adjacency Effect [Text] / G. Jia [et al] // IGARSS 2008, IEEE. – 2008. – Vol. 3. – P. 724-727.
105. Jia, G. Pixel-size-varying method for simulation of remote sensing images [Text] / G. Jia [et al] // J. Appl. Remote Sens. – 2014. – Vol. 8. – 083551.
106. Parente, M. End-to-End Simulation and Analytical Model of Remote-Sensing Systems: Application to CRISM [Text] / Parente, M. [et al] // IEEE Trans. on Geosci. and Rem. Sens. – 2010. – P. 3877 – 3888.

107. Козинов, И.А. Формирование и обработка гиперспектральных изображений в оптико-электронных системах дистанционного зондирования Земли [Текст] / И.А. Козинов, Г.Н. Мальцев // Оптика и спектроскопия. – 2016. – Т.121, №6. – С. 1005-1019.

108. Sang, B. The EnMAP hyperspectral imaging spectrometer: Instrument concept, calibration and technologies [Text] / B. Sang [et al] // Proc. of SPIE - The Intern. Society for Opt. Eng. – 2008. – Vol. 7086. – P. 708605.

109. Pearlman, J. Hyperion, a space-based imaging spectrometer [Text] / J. Pearlman [et al] // IEEE Trans. on Geosc. and Rem. Sens. – 2003. – Vol. 41. – №6. P. 1160 – 1172.

110. Казанский, Н.Л. Моделирование работы космического гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера [Текст] / Н.Л. Казанский, С.И. Харитонов, Л.Л. Досколович, А.В. Павельев // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 1. – С. 70-76.

111. Prieto-Blanco, X. Analytical design of an Offner imaging spectrometer [Text] / X. Prieto-Blanco [et al] // Opt. Exp. – 2006. – Vol. 14. – P. 9156–9168.

112. Prieto-Blanco, X. The Offner imaging spectrometer in quadrature [Text] / X. Prieto-Blanco [et al] // Opt. Exp. – 2010. – Vol.18. – № 12. – P.12756-69.

113. Домненко, В.М. Моделирование формирования оптического изображения: Учебное пособие [Текст]. – СПб: НИУ ИТМО, 2011. – 141 с.

114. Пейсахсон, И.В. Оптика спектральных приборов [Текст]. – Л.: Машиностроение, 1975. – 312 с.

115. Скоков, И.В. Оптические спектральные приборы: Учеб. пособие для вузов [Текст]. – М.: Машиностроение, 1984. – 240 с.

116. Рождественский, Д.С. Когерентность лучей при образовании изображения в микроскопе [Текст] / Д.С. Рождественский // ЖЭТФ. – 1940. – Т. 10. – С. 305-330.

117. Silny J.F. Resolution modeling of dispersive imaging spectrometers [Text] / Proc. of SPIE, Imaging Spectrometry XXI, edited by John F. Silny, Emmett J. Ientilucci. – 2016. – Vol. 9976. – P. 99760A.

118. Казанский, Н.Л. Моделирование работы гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, в рамках геометрической оптики [Текст] / Н.Л. Казанский, С.И. Харитонов, А.В. Карсаков, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38. – № 2. – С. 271-280.

119. Kharitonov, S.I. Modeling the reflection of electromagnetic waves at diffraction gratings applied on a freeform surfaces [Text] / S.I. Kharitonov [et al] // Proc. of SPIE, Opt. Tech. in Telecomm. – 2018. – Vol. 10774. – P. 107740F.

120. Малышев, В.И. Введение в экспериментальную спектроскопию [Текст]. – М.: Наука, 1979. – 480 с.

121. Зайдель, А.Н. Техника и практика спектроскопии [Текст]. – М.: Наука, 1972. – 375 с.

122. Федотов, Г.И. Лабораторные оптические приборы [Текст]. – М.: Машиностроение, 1979. – 446 с.

123. Лебедева В.В. Техника оптической спектроскопии [Текст]. – М.: МГУ, 1986. – 352 с.

124. Нагибина, И.М. Спектральные приборы и техника спектроскопии [Текст]. – Л.: Машиностроение, 1967. – 324 с.

125. Тарасов, К.И. Спектральные приборы [Текст]. – Л.: Машиностроение, 1968. – 388 с.

126. Фриш, С.Э. Техника спектроскопии [Текст]. – Л.: изд-во ЛГУ, 1936. – 189 с.

127. Нагибина, И.М. Интерференция и дифракция света: Учеб. пособие для приборостроительных вузов оптических специальностей [Текст]. – Л.: Машиностроение, 1985. – 332 с.

128. Skauli, T. An upper-bound metric for characterizing spectral and spatial coregistration errors in spectral imaging [Text] / Skauli, T. // Optics Express 918. – 2012. – Vol. 20. – №2. – P. 918 – 933.

129. Schläpfer, D. Spatial PSF Nonuniformity Effects in Airborne Pushbroom Imaging Spectrometry Data [Text] / D. Schläpfer, J. Nieke, K. Itten // IEEE Trans.on Geosc. and Remote Sens. – 2007. – Vol. 45. №2. – P. 458 – 468.

130. Høye, G. Spatial misregistration in hyperspectral cameras: lab characterization and impact on data quality in real-world images [Text] / G. Høye, A. Fridman // *Opt. Eng.* – 2020. – Vol. 59. – №8. – P. 084103.

131. Dell'Endice, F. Scene-based method for spatial misregistration detection in hyperspectral imagery [Text] / F. Dell'Endice [et al] // *App. Opt.* – 2007. – Vol. 46. – № 15. – P. 2803 – 2816.

132. Харитонов, С.И. Моделирование отражения электромагнитных волн от дифракционных решёток, нанесённых на произвольную поверхность [Текст] / С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский, Л.Л. Досколович, Ю.С. Стрелков // *Компьютерная оптика.* – 2016. – Т. 40. – № 2. – С. 194-202.

133. Досколович, Л.Л. О коррекции эффекта перекрытия дифракционных порядков в спектрометре на основе схемы Оффнера [Текст] / Л.Л. Досколович, Е.А. Безус, Д.А. Быков // *Компьютерная оптика.* – 2014. – Т. 38. – № 4. – С. 777-781.

134. Головин, А.Д. Имитационная модель многоканального гиперспектрометра Оффнера [Текст] / А.Д. Головин, А.В. Дёмин // *Компьютерная оптика.* – 2015. – Т. 39. – № 4. – С. 521-528.

135. Murty, M.V.R.K. Offner 1:1 system some further uses [Text] / M.V.R.K. Murty // *Opt. Eng.* – 1985. – Vol. 24. – № 2. – P. 326-328.

136. D. Kwo, G. Design of a grating spectrometer from a 1:1 Offner mirror system [Text] / D. Kwo, G. Lawrence, M. Chrisp // *Proc. SPIE.* – 1987. – Vol. 818. – P. 275–279.

137. Lobb, D.R. Imaging spectrometer [Text] / D.R. Lobb // *U.S. Patent № 6,288,781.* – 2001.

138. Das, N.C. Flat field spectrograph using convex holographic diffraction grating and concave mirror [Text] / N.C. Das, M.V.R.K. Murty // *J. Phys.* – 1986. – Vol. 27. – P. 171–192.

139. Петрищев, В.Ф. Оптимальное сканирование космическим аппаратом поверхности земли: учеб. пособие [Текст]. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. у-та. – 2007. – 96 с.

140. Расторгуев А.А. Интегральная модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера. Оценка влияния на гиперспектральное изображение факторов, учитываемых моделью [Текст] / А.А. Расторгуев // Материалы VII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VII Козловские чтения) под общ. ред. Р.Н. Ахметова. – Самара: СамНЦ РАН. – 2021. – С. 139 – 147.

141. Абалакин, В.К. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. Под ред. Г.Н. Дубошина [Текст]. – М.: Наука, 1976. – 864 с.

142. Чазов, В.В. Прогноз орбитального движения космического аппарата. Численная модель. Научно-технический отчёт [Электронный ресурс]. – 2022. – режим доступа: [http://vadimchazov.narod.ru/text\\_pdf/comalg.pdf](http://vadimchazov.narod.ru/text_pdf/comalg.pdf) (дата обращения 07.02.2022).

143\*. Расторгуев, А.А. Моделирование распределения освещённости в плоскости регистратора космического гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера [Текст] / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41. – № 3. – С. 399-405.

144. Расторгуев, А.А. Моделирование формирования изображения гиперспектральной аппаратурой с учётом параметров движения космического аппарата [Текст] / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский, А.В. Бутко // Сборник трудов ИТНТ-2019. – 2019. – Т. 1. – С. 119-123.

145\*. Расторгуев, А.А. Моделирование формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера [Текст] / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44. – № 1. – С. 12-21.

146. Гужов, В.И. Дискретизация изображений в реальных системах с помощью обобщённых функций [Текст] / В.И. Гужов, И.О. Марченко, Д.С. Хайдуков, С.П. Ильиных // Автоматика и программная инженерия. – 2016. – № 4 (18). – С. 45-52.

147. ENVI [Электронный ресурс]. – 2022. – режим доступа: <https://www.harrisgeospatial.com/Software-Technology/ENVI> (дата обращения 08.01.2022).

148. CMV2000 Datasheet [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://ams.com/cmos-imaging-sensors> (дата обращения 08.02.2022).

149. MT9M413C36STC Datasheet [Электронный ресурс]. – 2022. – Режим доступа: <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/97416/MICRON/MT9M413C36STC.html> (дата обращения 08.02.2022).

150. Батраков, А.С. Математическая модель для прогнозирования линейного разрешения космических оптико-электронных систем дистанционного зондирования / А.С. Батраков, А.Б. Анатольев // Оптический журнал. – 2000. – Т. 67. – № 7. – С. 92-99.

151\*. Расторгуев, А.А. Моделирование работы космического гиперспектрометра, основанного на схеме Оффнера, в приближении волновой оптики / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46. – № 1. – С. 56-64.

152. Шрёдер, Г. Техническая оптика. [Текст]. – М.: Техносфера, 2006. – 258 с.

153. Харитонов, С.И. Геометрооптический расчёт фокального пятна гармонической дифракционной линзы [Текст] / С.И. Харитонов, С.Г. Вологовский, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – № 3. – С. 331-337.

154\*. Rastorguev, A.A. Analytical calculation of diffraction order intensities for a hyperspectrometer [Text] / A.A. Rastorguev, S.I. Kharitinov // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1368. – P. 1-6.

155. Сокольский, М.Н. Допуски и качество оптического изображения [Текст]. – Л.: Машиностроение, 1989. – 221 с.

156\*. Расторгуев, А.А. Моделирование допустимых погрешностей расположения оптических элементов для космического гиперспектрометра, проектируемого по схеме Оффнера [Текст] / А.А. Расторгуев, С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42. – № 3. – С. 424-431.

157\*. Rastorguev, A.A. Estimation of permissible technological errors in the arrangement of optical elements for the hyperspectrometer according to the Offner's scheme [Text] / A.A. Rastorguev, S.I. Kharitinov, N. L. Kazanskiy // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1096. – P. 1-8.

158. Кринов, Е.Л. Спектральная отражательная способность природных образований [Текст]. – Л.: АН СССР, 1947. – 272 с.

159. Расторгуев А.А. Численная составная модель процесса формирования изображения космическим гиперспектрометром по схеме Оффнера. Результаты вычислительного эксперимента по формированию серии гиперспектральных изображений. [Текст] / А.А. Расторгуев // Системы наблюдения, мониторинга и дистанционного зондирования Земли. Материалы XVII научно-технической конференции – Калуга: Манускрипт, 2021. – С. 236 – 241.

160. <https://www.usgs.gov/centers/eros/eo-1-sensors> (08.02.2022).

161. <https://earthexplorer.usgs.gov> (08.02.2022).

162. Расторгуев А.А. Анализ условия формирования заданного поля скоростей движения изображения для гиперспектрометра по схеме Оффнера при установке на борт космического аппарата. [Текст] / А.А. Расторгуев и др. // Материалы VI Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VI Козловские чтения) под общ. ред. Р.Н. Ахметова. – Самара: СамНЦ РАН. – 2019. – С. 208 – 210.

163. Денисова, А.Ю. Анализ линейной спектральной смеси, инвариантный к атмосферным искажениям гиперспектральных изображений [Текст] / А.Ю. Денисова, Ю.Н. Журавель, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – № 3. – С. 380-387.

164. Кирилин, А.Н. Опытнo-технологический малый космический аппарат «АИСТ-2Д» [Текст] / А.Н. Кирилин, Р.Н. Ахметов, Е.В. Шахматов, С.И. Ткаченко и др. – Самара: СамНЦ РАН, 2017. – 324 с.

165. Об установлении государственных систем координат, государственной системы высот и государственной гравиметрической системы. Постановление Правительства Российской Федерации от 24.11.2016 №1240. – М. – 2016.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
**СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ**  
**МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ГИПЕРСПЕКТРОМЕТРА**

*Гринвичская система координат (ГСК)*

Базис декартовой СК  $O_E XYZ$  находится в центре масс  $O_E$  Земли, и вращается вместе с Землёй. При этом [139]:

- ось  $O_E Z$  направлена к международному условному началу;
- ось  $O_E X$  лежит в плоскости среднего гринвичского меридиана и определяет положение нуль-пункта принятой системы отсчета;
- ось  $O_E Y$  дополняет базис СК  $O_E XYZ$  до правой.

Поверхность Земли описывается в виде сжатого в направлении её полюсов общего земного эллипсоида вращения с параметрами, приведёнными в [165], в том числе:

- геоцентрическая гравитационная постоянная Земли (с учётом атмосферы  $\mu_E = 398600,4418 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ;
- угловая скорость вращения Земли  $\omega_E = 72,92115 \times 10^{-6} \text{ рад/с}$ ;
- большая полуось  $A_E = 6378,136 \text{ км}$ ;
- квадрат второго эксцентриситета общего земного эллипсоида  $\varepsilon_2^2 = (A_E^2 - B_E^2)/B_E^2 = 0,006738525$  (где  $B_E$  – малая полуось);

*Орбитальная система координат (ОСК)*

Базис декартовой СК  $O_O XYZ$  находится в центре масс КА  $O_O$ , при этом [139]:

- ось  $O_O Y$  направлена по орту из центра масс Земли  $O_E$  в центр масс КА  $O_O$ ;
- ось  $O_O X$  лежит в плоскости орбиты и направлена по орту текущей трансверсали орбиты – по направлению движения КА;



– ось  $O_oZ$  направлена по нормали к плоскости орбиты и дополняет базис СК  $O_oXYZ$  до правой.

*Программная система координат (ПСК)*

Базис декартовой СК  $O_{SC}XYZ$  находится в центре масс КА  $O_{SC}$  [139] и определяет программное угловое положение осей КА относительно  $O_oXYZ$ . Положение осей  $O_{SC}XYZ$  относительно  $O_oXYZ$  определяется тремя последовательными поворотами относительно  $O_oXYZ$  на углы тангажа  $\alpha$ , крена  $\beta$ , рыскания  $\psi$ .

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
**МОДЕЛЬНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРЕДМЕТНОЙ**  
**ПЛОСКОСТИ**

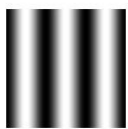




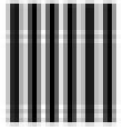
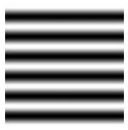
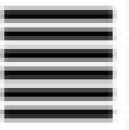

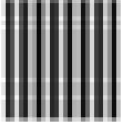
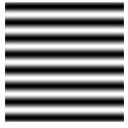

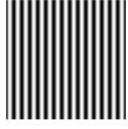
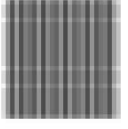

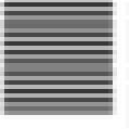
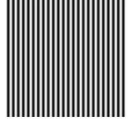
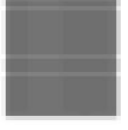

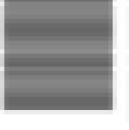
Таблица Б.1 – Спектральная облучённость земной поверхности  
 $[Вт/м^2 \cdot мкм]$

$\lambda$ , мкм	$E_{\lambda,1}$	$E_{\lambda,2}$	$E_{\lambda,3}$
	$h_s = 10^\circ$	$h_s = 30^\circ$	$h_s = 70^\circ$
0,42	160	740	1500
0,46	210	830	1790
0,50	215	840	1810
0,54	215	815	1730
0,58	220	820	1700
0,62	210	790	1620
0,66	190	720	1480
0,70	180	660	1340
0,74	160	600	1210
0,78	145	560	1090
0,82	140	500	970
0,86	105	435	860
0,90	80	350	750
0,94	60	300	660
0,98	70	290	610
1,02	70	300	580
1,06	60	240	520
1,10	50	220	480

Табличные значения спектральной яркости дымки (при различных высотах Солнца, углах визирования), спектрального коэффициента пропускания атмосферы приведены в работе [29].

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**  
**МОДЕЛЬНЫЕ МОНОХРОМНЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ**  
**КОСИНУСНЫХ ТЕСТ-ОБЪЕКТОВ**

Таблица В.1 – Исходные и модельные изображения тест-объектов с пространственными частотами вдоль осей X и Y

Частоты, лин/мм	Исходный тест-объект (ось OX)	Изображение тест-объекта (ось OX)	Исходный тест-объект (ось OY)	Изображение тест-объекта (ось OY)
10				
20				
25				
50				
80				

Примечания:

1. Ось X соответствует меридиональному направлению (дисперсии), ось Y – сагиттальному направлению (вдоль щели) плоскости изображения гиперспектрометра.

2. Размер стороны исходного тест-объекта, и масштабированного в плоскость изображения, составляет 300 мкм. Например, для частоты 10 лин/мм видно, что тест-объект содержит три периода косинусной волны.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

### ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТИВА

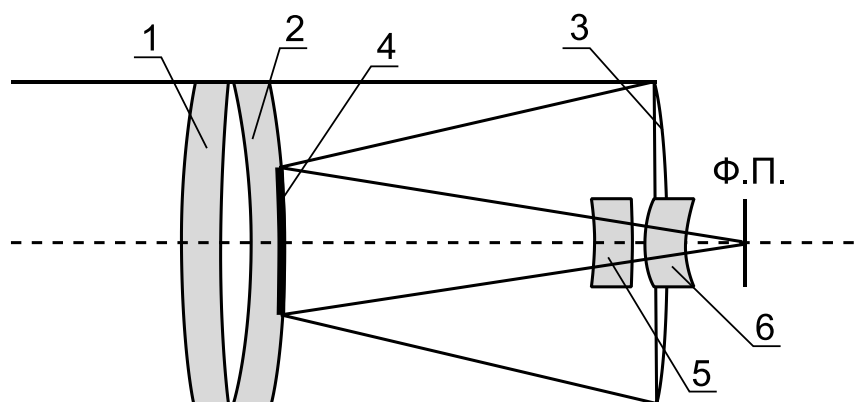


Рисунок Г.1 – Оптическая схема объектива. Оптические элементы в соответствии с номерами в таблице ниже

Таблица Г.1 – Параметры информационной модели объектива

Номер элемента	Тип элемента	Радиус кривизны 1-й пов., мм	Радиус кривизны 2-й пов., мм	Толщина, мм	Световой диаметр, мм	Положение вершины 1-й пов., мм
1	Мениск 1	247,00	395,00	7,34	60,00	0,00
2	Мениск 2	-162,00	-215,00	6,17	60,00	13,03
3	Зеркало 1	-300,00	-	-	60,00	115,90
4	Зеркало 2	-215,00	-	-	30,00	19,20
5	Мениск 3	-75,00	-120,00	9,00	16,00	98,77
6	Мениск 4	42,70	39,50	7,50	16,00	112,56

Было принято, что элементы системы объектива состоят из кварцевого стекла с параметрами, приведёнными в ГОСТ 15130-86.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Д

### СПЕКТРАЛЬНЫЕ АЛЬБЕДО МАТЕРИАЛОВ

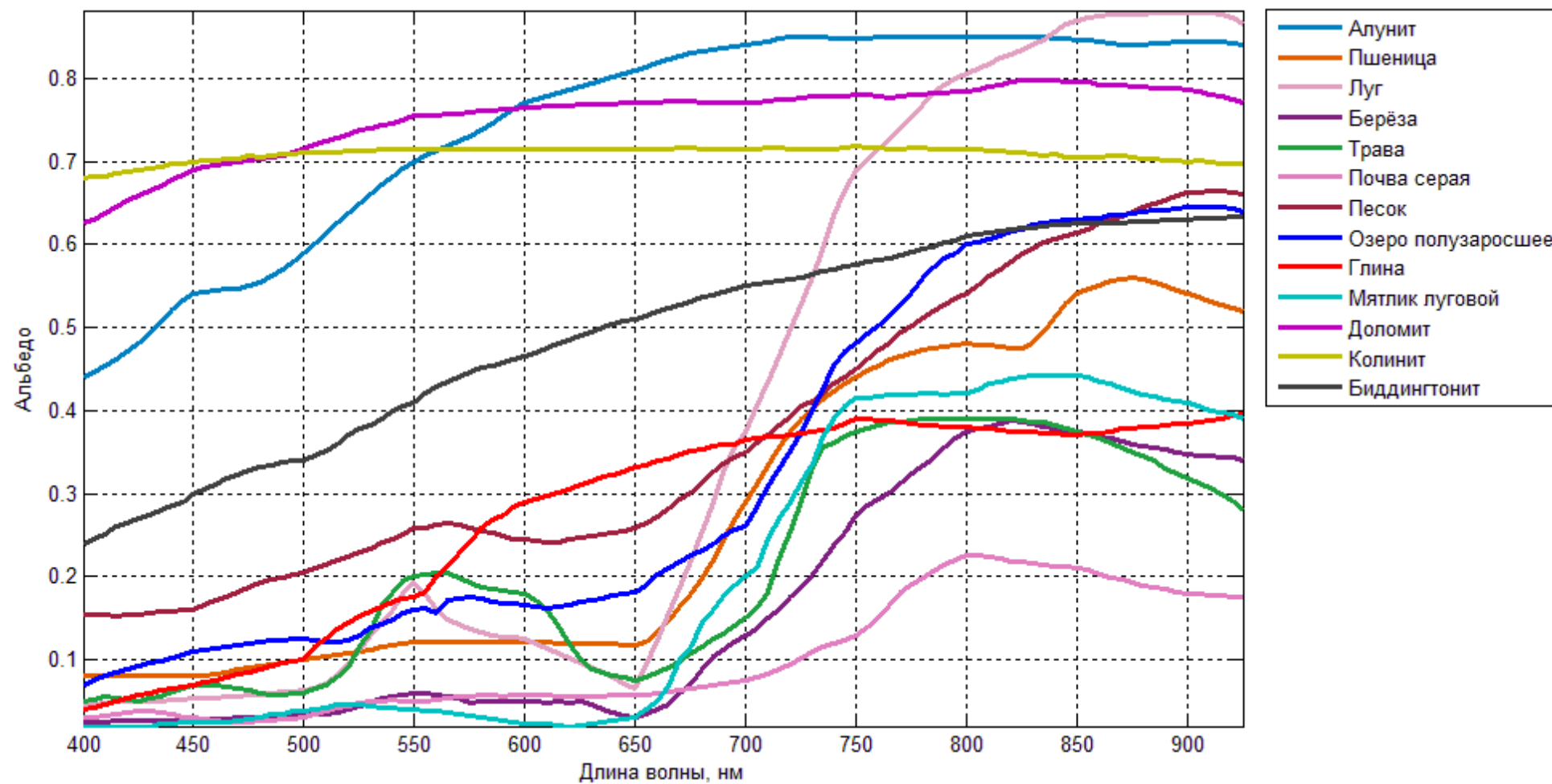


Рисунок Д.1 – Спектральные альbedo материалов, которые использовались при моделировании предметной плоскости (сцены) [1, 158]

**ПРИЛОЖЕНИЕ Е**  
**СПЕКТРЫ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УЧЁТЕ РАЗЛИЧНЫХ**  
**СПЕКТРАЛЬНЫХ ФАКТОРОВ МОДЕЛИ**

- |  |  |
|--|--|
| <span style="color: red;">—</span> без учёта всех факторов (красный цвет)                | <span style="color: cyan;">—</span> с учётом фактора №3 (голубой цвет)         |
| <span style="color: green;">—</span> с учётом фактора №1 (зелёный цвет)                  | <span style="color: magenta;">—</span> с учётом фактора №4 (фиолетовый цвет)   |
| <span style="color: blue;">—</span> с учётом фактора №2 (синий цвет)                     | <span style="color: brown;">—</span> с учётом фактора №5 (тёмно-бордовый цвет) |
| <span style="color: forestgreen;">—</span> с учётом всех факторов (морской зелёный цвет) |  |

Рисунок Е.1 – Легенда к спектральным характеристикам, приведённым ниже  
(факторы перечислены в п. 4.2)

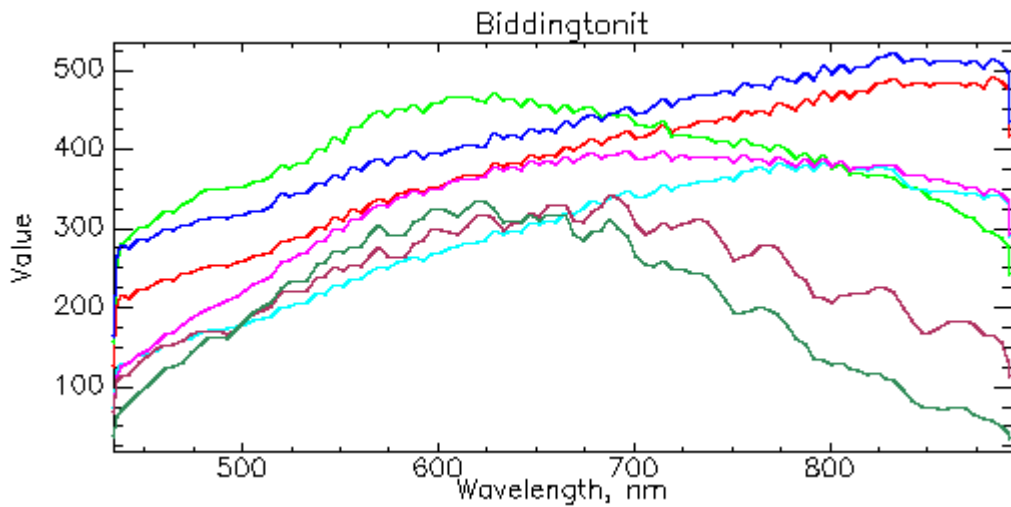


Рисунок Е.2 – Спектральная характеристика материала биддингтонит

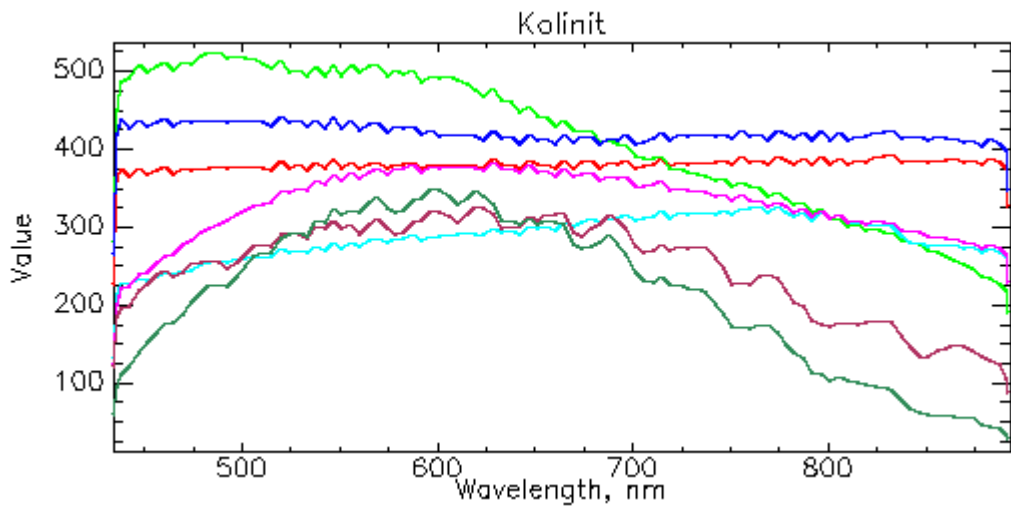


Рисунок Е.3 – Спектральная характеристика материала колинит

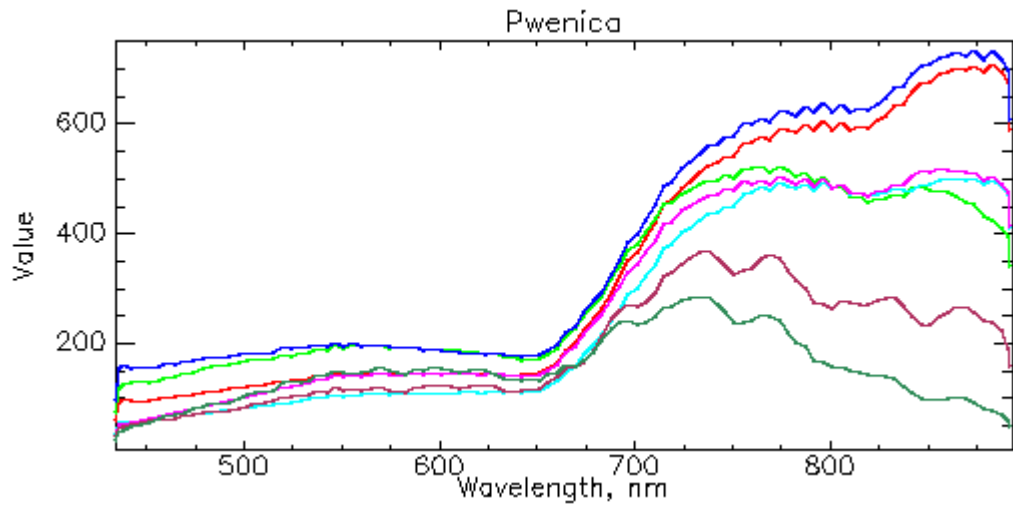


Рисунок Е.4 – Спектральная характеристика материала пшеница

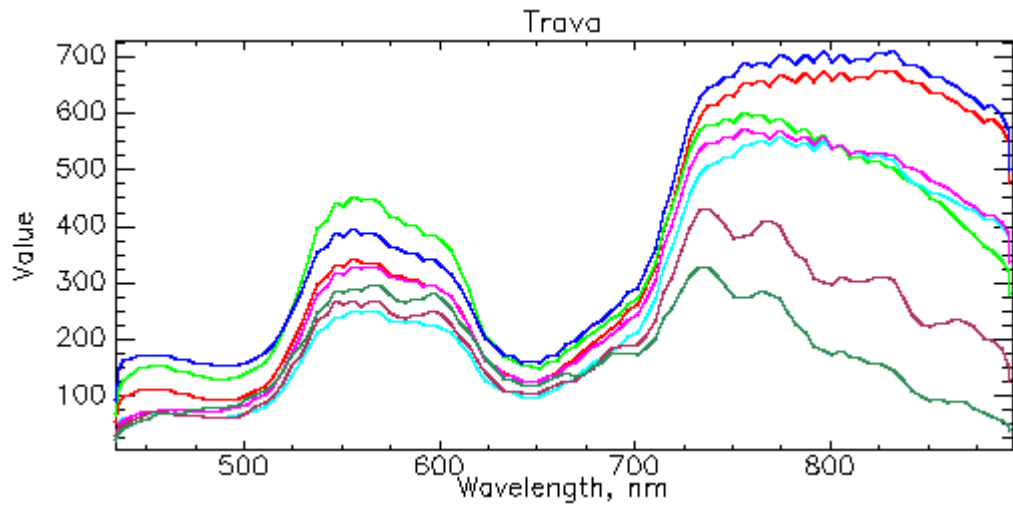


Рисунок Е.5 – Спектральная характеристика материала трава

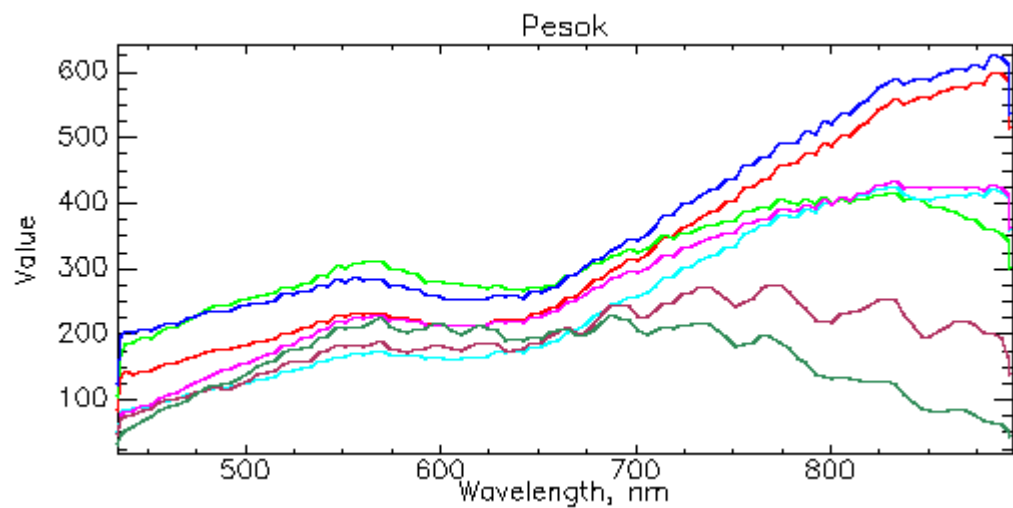


Рисунок Е.6 – Спектральная характеристика материала песок

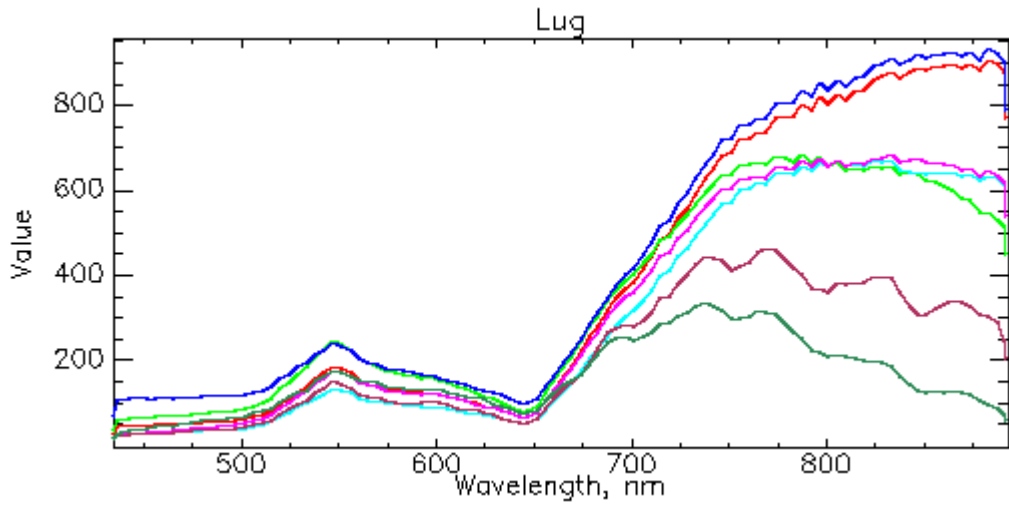


Рисунок Е.7 – Спектральная характеристика материала луг

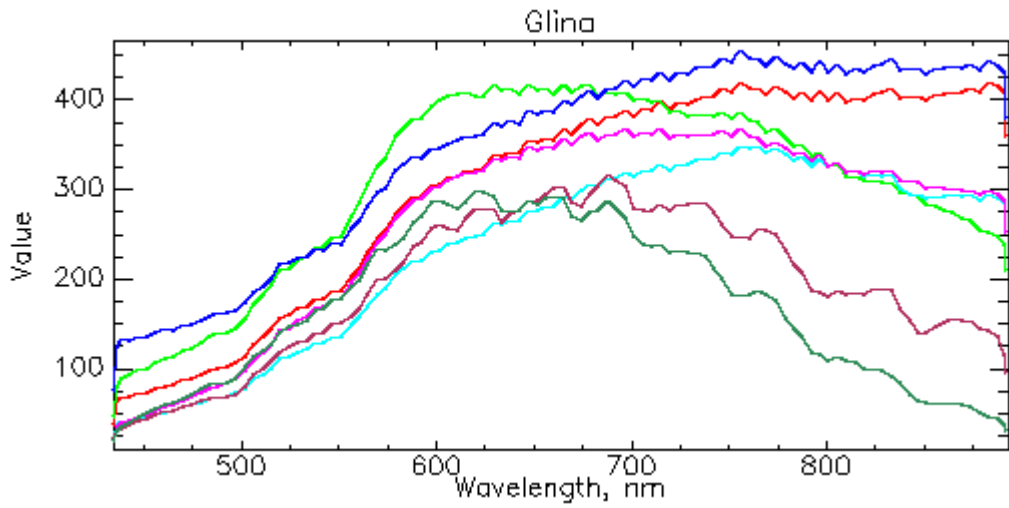


Рисунок Е.8 – Спектральная характеристика материала глина

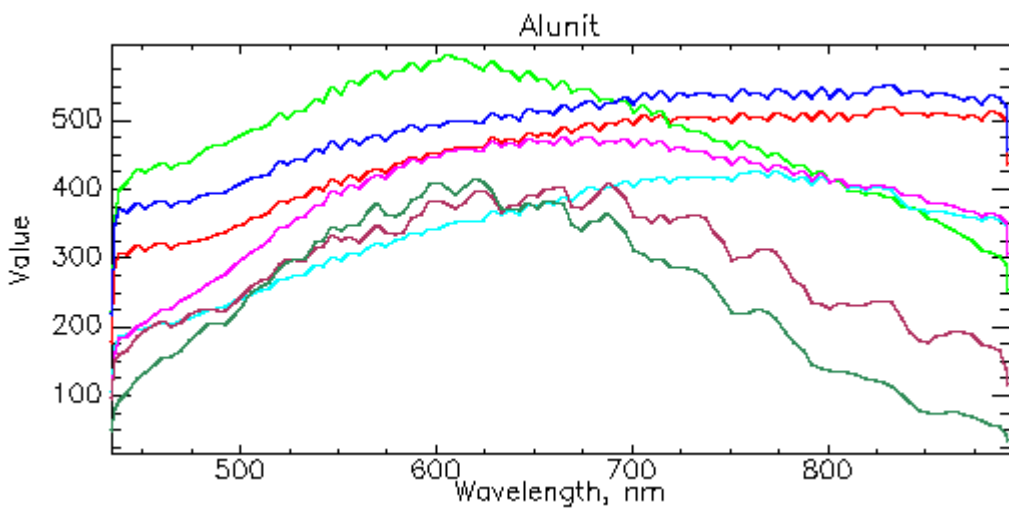


Рисунок Е.9 – Спектральная характеристика материала алунит



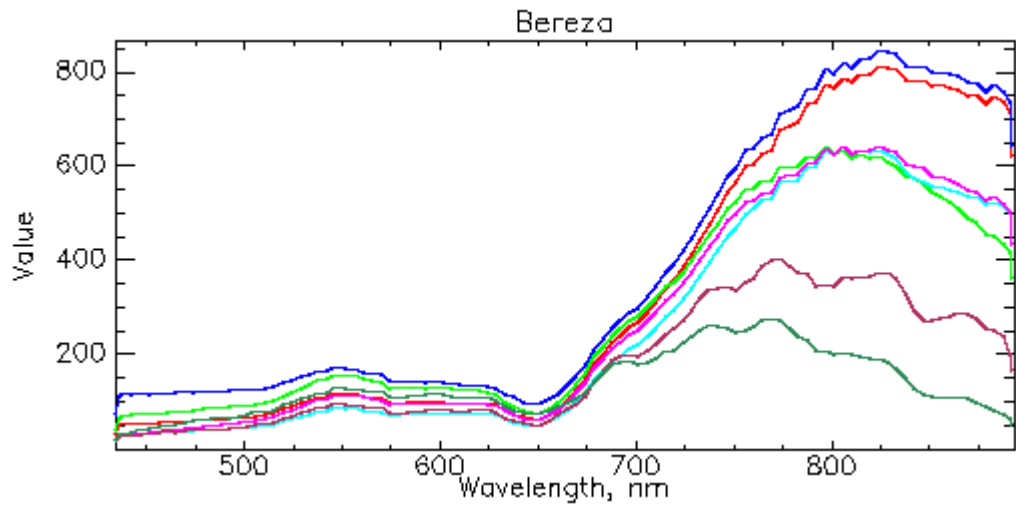


Рисунок Е.10 – Спектральная характеристика материала береза

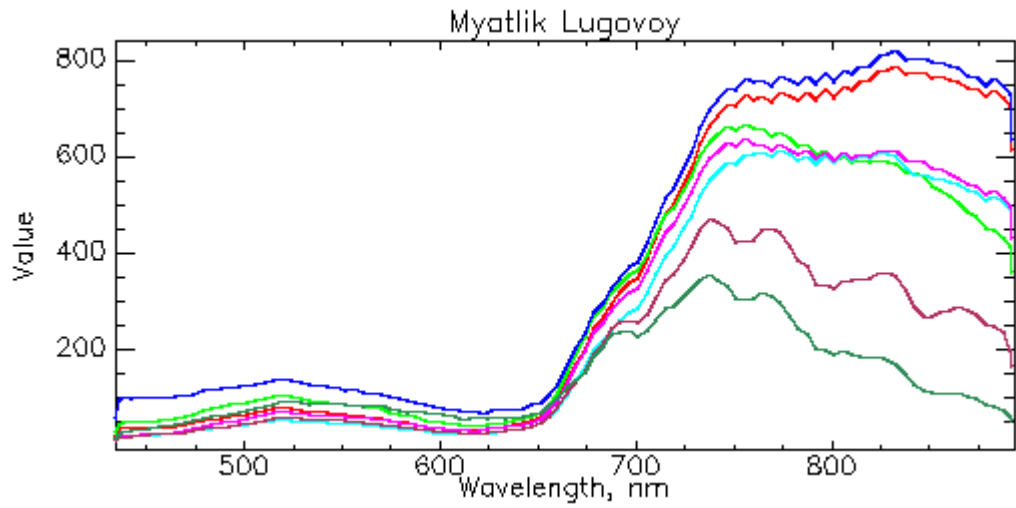


Рисунок Е.11 – Спектральная характеристика материала мятлик луговой

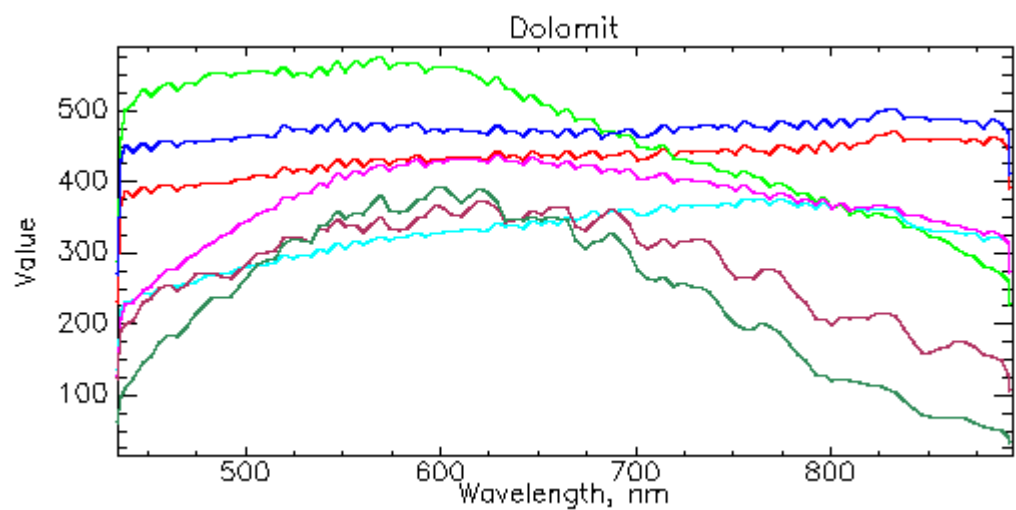


Рисунок Е.12 – Спектральная характеристика материала доломит

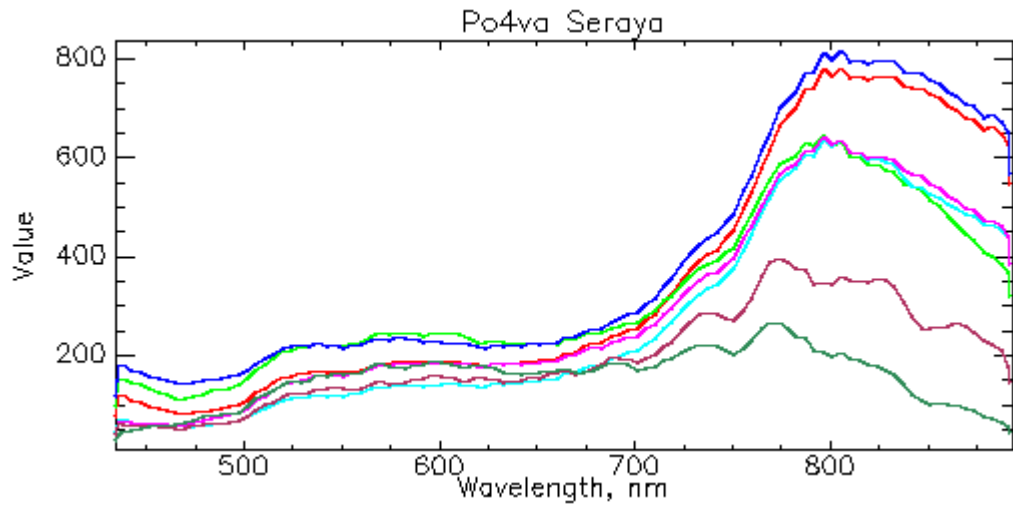


Рисунок Е.13 – Спектральная характеристика материала почва серая

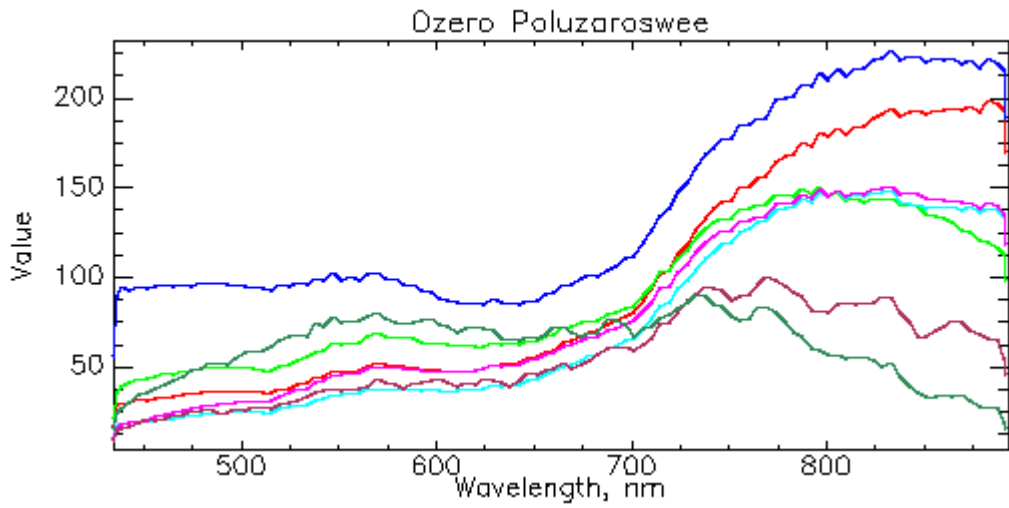


Рисунок Е.14 – Спектральная характеристика материала озеро полuzаросшее