

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»**

На правах рукописи

Сергаева Елизавета Андреевна

**ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ
С ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук

Научный руководитель:

д.т.н., доцент

Старинова Ольга Леонардовна

Самара - 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
1 Особенности управления космическими аппаратами, предназначенными для исследования малых тел Солнечной системы.....	12
1.1 Маневрирующие космические аппараты научного назначения.....	12
1.2 Использование электроракетной двигательной установки для исследовательских миссий.....	14
1.2.1 Автоматическая межпланетная станция «Rosetta».....	16
1.2.2 Космический аппарат «Deep Space 1».....	17
1.2.3 Первая автоматическая лунная станция «SMART-1».....	19
1.2.4 Миссии по исследованию астероидов «Hayabusa».....	20
1.2.5 Межпланетная станция «Dawn».....	21
1.3 Астероиды и кометы, как цели научной миссии.....	22
1.4 Проблема баллистического проектирования миссий к малым телам Солнечной системы.....	25
2 Математические модели движения космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой.....	37
2.1 Математическая модель движения космического аппарата в комбинированной гелиоцентрической системе координат.....	37
2.2 Модель движения космического аппарата относительно небесного тела неправильной формы в рамках задачи n тел.....	41
2.2.1 Используемая модель гравитационного поля объекта исследования неправильной формы.....	41
2.2.2 Предварительное определение параметров гравитационного поля	

объекта нерегулярной формы на основе наблюдений с Земли.....	43
2.2.3 Гравитационные ускорения, действующие на космический аппарат со стороны объекта исследования нерегулярной формы	47
2.3 Модель движения космического аппарата в оскулирующих элементах	55
2.3.1 Уравнения изменения оскулирующих элементов под действием притяжения системы притягивающих точек	55
2.3.2 Возмущения от замены гравитационного поля одной притягивающей точки на суперпозицию гравитирующих точек	57
3 Методика формирования законов управления космическим аппаратом....	60
3.1 Формирование программы номинального управления на гелиоцентрическом участке движения.....	60
3.2 Формирование программ номинального управления движением центра масс на объектоцентрическом участке движения	66
3.2.1 Традиционная методика формирования номинального управления в окрестности объекта исследования	66
3.2.2 Уточнённая методика формирования номинального управления в окрестности объекта исследования без изменения плоскости орбиты	67
3.2.3 Алгоритм формирования программы номинального управления в окрестности объекта исследования для поддержания рабочей орбиты	78
3.3 Описание программного комплекса, предназначенного для моделирования объектоцентрического движения	81
4 Методика оптимизации миссий и описание полученных результатов.....	87
4.1 Исследовательская миссия «Rosetta» для изучения малых тел Солнечной системы.....	87
4.1.1 Гелиоцентрическое движение космического аппарата «Rosetta» .	87

4.1.2 Движение КА «Rosetta» в непосредственной окрестности кометы	91
4.1.3 Применение разработанной методики к расчёту аналога миссии «Rosetta» с электроракетными двигателями	96
4.2 Баллистическое проектирование миссии космического аппарата с электроракетной двигательной установкой к астероиду 433 Эрос	103
4.2.1 Использование традиционной модели в рамках исследовательской миссии к астероиду	105
4.2.2 Использование уточнённой модели гравитационного поля астероида 433 Эрос в виде суперпозиции двух массовых точек	108
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	116
Список литературы	118
Приложение А	130
Приложение Б	131

Введение

Общая характеристика работы.

Диссертационная работа посвящена рассмотрению ряда методических вопросов, связанных с выбором программ номинального управления и качественным исследованием задач баллистического проектирования миссий космических аппаратов (КА) с электроракетными двигательными установками (ЭРДУ) к малым телам Солнечной системы. Одной из физических особенностей таких тел является их неправильная форма и, как следствие, генерируемое гравитационное поле, существенно отличающееся от гравитационного поля сфероида или эллипсоида. Предварительное планирование миссий к таким телам ведётся в условиях неполных знаний о гравитационном поле исследуемого объекта, точные характеристики которого могут быть получены только при наблюдениях в непосредственной окрестности небесного тела. Однако, представляется чрезвычайно полезным получить предварительную, хотя и неточную, оценку затрат рабочего тела необходимого для выполнения всех задач миссий.

Под баллистическим проектированием миссии в данной работе будем понимать предварительный расчёт программных траекторий и требуемые запасы рабочего тела, для выполнения всех планирующихся для успешного выполнения задач миссии.

Актуальность проблемы. Исследования спутников планет, астероидов, межпланетного и околосолнечного пространства дают возможность получить ответы на многие фундаментальные вопросы и использовать достижения космонавтики при разработке практически неограниченных ресурсов Солнечной системы.

На сегодняшний день странами, участвующими в освоении космоса, успешно реализованы программы исследования Луны, систем Юпитера и

Сатурна, комет и астероидов, осуществляется экспедиция в пояс Койпера, проводится многолетнее наблюдение за состоянием Солнца.

Программы изучения космоса требуют больших материальных затрат и не дают быстрой отдачи. Использование перспективных электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) позволяет значительно уменьшить расход рабочего тела на осуществление перелётов и тем самым повысить эффективность исследовательских миссий космических аппаратов (КА). Однако использование КА с ЭРДУ для миссий к малым телам Солнечной системы сдерживается слабой разработанностью методики формирования номинального управления в окрестности тел неправильной формы, к которым относятся множество малых тел Солнечной системы. Решению этой проблемы посвящена данная диссертация.

Степень разработанности. Методы баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к различным объектам Солнечной системы развивались в работах Улыбышева Ю.П., Ивашкина В.В., Лана А., Кулькова В.М., Петухова В.Г., Константинова М.С., Стариновой О.Л., Рена Ю., Шана Дж., Ху Х., Джекели С. и, в основном, были нацелены на изучение проблем, связанных с выбором оптимальной программы управления на межпланетных траекториях. Методы баллистического анализа миссий по изучению астероидов, малых планет, комет, спутников планет Солнечной системы слабо разработаны из-за значительной неполноты знаний о гравитационном поле исследуемого объекта. Отсутствие методики предварительного формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения приводит к значительным неопределённостям в определении запаса массы топлива, необходимого для выполнения запланированной программы миссии.

В отличие от известных работ, в диссертации разрабатывается методика баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к объектам Солнечной системы, имеющим неправильную, существенно отличающуюся от сферической форму.

Целью диссертационной работы является разработка методики баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к малым телам Солнечной

системы, позволяющей повысить эффективность космических исследований.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются **задачи**:

- разработка математической модели объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы;
- разработка алгоритма определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек;
- разработка вычислительной процедуры формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта;
- разработка методики формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения, в том числе для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты;
- разработка программных комплексов, обеспечивающих автоматизацию баллистического проектирования миссий к малым телам Солнечной системы, формирование номинальных программ управления, моделирование и визуализацию управляемого движения;
- анализ и систематизация результатов баллистического анализа модельных миссий.

Методы проведения исследования – расчётно-теоретические. В качестве метода решения задач оптимального управления выступает принцип максимума Понтрягина, а также построение приближённо-оптимального управления вектором тяги на базе локально-оптимальных законов управления. В диссертации широко использовались методы численного интегрирования, математического программирования и решения систем нелинейных уравнений.

Объектом исследования является управляемое движение КА с ЭРДУ при гелиоцентрических перелётах и манёврах в окрестности объекта исследования

неправильной формы.

Предметом исследования являются законы управления и траектории движения КА с ЭРДУ при гелиоцентрических перелётах и манёврах в окрестности объекта исследования неправильной формы.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- разработана математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы;
- разработан алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек;
- разработана вычислительная процедура формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта;
- разработана методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения, в том числе для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.

Достоверность результатов обоснована точностью и строгостью общей математической формализации рассматриваемых в работе оптимизационных проблем, использовании известных методов, повсеместно применяющихся при решении проблем аналогичного типа. Результаты, полученные в данной работе, (по возможности) сравнивались с опубликованными в открытых источниках решениями.

Практическая значимость настоящей работы состоит в возможности использования разработанных математической модели движения и алгоритма определения её параметров; методики выбора программ управления на объектоцентрическом участке движения; вычислительной процедуры оптимизации гелиоцентрического участка и программных комплексов при

автоматизированном баллистическом проектировании миссий к малым телам Солнечной системы, выборе программ номинального управления, моделировании и визуализации управляемого движения.

Апробация работы и публикации. Материалы исследования докладывались на 12 конференциях и получили положительные отзывы участников: IEEE 12th International Conference Application of Information and Communication Technologies (2018); Третий Российский симпозиум по наноспутникам с международным участием (2019); 9-th International Conference on Recent Advances in Space Technologies Space for the sustainable development goals (2019); Ежегодный саммит молодых учёных и инженеров «Большие вызовы для общества, государства и науки» (2019); 2nd Technology Forum on Student Micro / Nano-satellites (2019); XLIV Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва (2020); VI, VIII Международная конференция и молодёжная школа «Информационные технологии и нано технологии» (ИТНТ-2020, ИТНТ-2022); Международный семинар "Навигация и управление движением" (2020); 8-ая Российско-Германская конференция «Электроракетные двигатели, развитие и применение в космосе» (2021); XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам; XLVI Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных - пионеров освоения космического пространства (2021).

Результаты работы опубликованы в изданиях из перечня ВАК (2 статьи) и в рецензируемых изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus/WoS (8 статей). На разработанное программное обеспечение получены свидетельства о государственной регистрации: «Моделирование движения КА с ЭРДУ, предназначенных для исследования малых тел Солнечной системы», № 2022612731, дата патентования 28.02.2022; «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина», № 2022617890, дата патентования 26.04.2022.

Результаты проведённых исследований были использованы в проекте РФФИ № 20-38-90200 «Методика формирования законов управления космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой, предназначенных для исследования малых тел Солнечной системы», руководитель Старинова О.Л.

Положения выносимые на защиту:

1. Математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы.
2. Алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек.
3. Вычислительная процедура формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта.
4. Методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.
5. Результаты применения разработанных моделей, методик, алгоритмов, вычислительных процедура и программных комплексов к баллистическому проектированию миссий КА с ЭРДУ к комете Чурюмова - Герасименко и астероиду 433 Эрос.

Личный вклад автора. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Диссертантом сформулирована постановка проблемы, разработана методика баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к объекту исследования неправильной формы.

Соответствие паспорту специальности. Полученные результаты соответствуют следующим пунктам паспорта специальности «2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»: п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания

движения и управления летательным аппаратом ...»; п. 5 в части «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов...»; п. 7 в части «Оптимальное планирование проведения динамических операций для решения целевых задач ЛА...».

Структура и объём диссертации. Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, приложения и списка литературы, включающего 100 наименований. Объём работы составляет 131 страница, включает 69 рисунков и 14 таблиц.

1 Особенности управления космическими аппаратами, предназначенными для исследования малых тел Солнечной системы

1.1 Маневрирующие космические аппараты научного назначения

В космическом пространстве функционировали и функционируют КА (Таблица 1.1) целью которых является изучение спутников планет, комет и астероидов.

Таблица 1.1 – Миссии КА по исследованию спутников планет, комет и астероидов XXI века

№	Название и дата начала миссии	Цель миссии	Масса КА
1	«NEAR Shoemaker», 17 февраля 1996 г.	Автоматическая межпланетная станция (АМС) национального аэрокосмического агентства (NASA) Америки предназначенная для исследования с пролётной траектории астероида 253 Матильда и длительных исследований астероида 433 Эрос	487,0 кг
2	«Deep Space 1», 24 октября 1998 г.	Экспериментальная АМС, запущенная как часть программы NASA «Новое Тысячелетие». Основной целью полёта было испытание двенадцати образцов новейших технологий, способных значительно снизить стоимость и риски космических проектов. В ходе полёта АМС исследовала на пролётных траекториях астероид Брайль (1992KD) и комету Борелли	373,7 кг
3	«SMART-1», 3 сентября 2003 г.	Первая автоматическая станция европейского космического агентства (ESA) для исследования Луны создавалась, прежде всего, как экспериментальная АМС для отработки перспективных технологий и, в первую очередь - электрореактивной двигательной установки для будущих миссий к Меркурию и Солнцу.	480 кг
4	«Hayabusa» 9 мая 2003 г.	КА Японского агентства аэрокосмических исследований (JAXA), предназначенный для изучения астероида Итокава и успешно доставивший образцы его грунта на Землю	510 кг
5	«Rosetta» 2 марта 2004 г.	АМС ESA для исследования с пролётной траектории планеты Марс, астероидов Штейнс и Лютеция, сближение и исследование кометы Чурюмова – Герасименко и мягкая посадка на неё спускаемого аппарата	3000 кг
6	«Dawn» 27 сентября 2007 г.	АМС NASA, предназначенная для исследования астероида Веста и карликовой планеты Церера	747,1 кг

7	«Lunar Reconnaissance Orbiter», 19 июня 2009 г.	АМС NASA, искусственный спутник Луны, предназначенный для изучения лунной топографии, измерения радиации на лунной орбите; изучения лунных полярных регионов; поиск залежей водяного льда; исследование параметров освещённости; составления сверхточных карт с нанесением объектов не менее 0,5 м	1846 кг
8	«Hayabusa-2», 3 декабря 2014 г.	АМС, запущенная в рамках одноимённой космической миссии JAXA с целью исследования и доставки образцов грунта с астероида 162173 Рюгу	590 кг
9	«OSIRIS-REx», 8 сентября 2016 г.	Американская АМС, предназначенная для доставки образцов грунта с астероида 101955 Бенну	2110 кг
1 0	«Qiqiao», 20 мая 2018 г.	Китайский искусственный спутник, служащий в качестве ретранслятора для китайской лунной станции «Change 4», которая совершила посадку на обратной стороне Луны и, следовательно, не может напрямую общаться с Землёй	425 кг
1 1	«Change 4», 7 декабря 2018 г.	Китайская АМС для изучения Луны и космического пространства. Целями миссии являются: посадка в кратере фон Карман, входящем в свою очередь в Бассейн Южный полюс - Эйткен; забор и исследования образцов грунта; тестирование систем дальней космической связи	3800 кг
1 2	«Chandrayan 2», 22 июля 2019 г.	АМС для исследования Луны	3850 кг
1 3	«Change 5», 23 ноября 2020 г.	Китайская АМС, запущенная в рамках беспилотной возвращаемой миссии исследования Луны	8200 кг

В последнее десятилетие отмечается использование малых космических аппаратов (МКА) для исследовательских межпланетных миссий. Обычно МКА используются для обучения и отработки новых технологий, однако область их применения постоянно расширяется. Впервые понятие «малый» как термин, классифицирующий новый класс космических аппаратов, использовал в 1990 г. разработчик и производитель ракет-носителей «Ariane», которая предложила платформу под названием «ASAP» (Ariane Structure for Auxiliare Payloads), размещаемую между последней третьей ступенью ракеты «Ariane-4» и выводимым ею основным космическим аппаратом [15]. На платформе были размещены шесть спутников гораздо меньшего размера по сравнению с основным аппаратом.

Использование МКА позволяет существенно снизить стоимость выведения КА на орбиту, так как возникает возможность использовать лёгкие и сверхлёгкие

ракеты-носители, например, конверсионные, и попутный запуск [2,16].

1.2 Использование электроракетной двигательной установки для исследовательских миссий

Одной из основных проблем разработки программ исследования дальнего космоса остаются большие затраты на их осуществление. В связи с этим, особенно актуально повышение эффективности, созданной и разрабатываемой космической техники. Одним из возможных путей решения этой задачи является использование для космических миссий перспективных двигательных систем с высокими техническими данными. К таким системам относятся ЭРДУ [17 - 19], работающие на принципе ускорения рабочего тела в электростатических или электромагнитных полях. Эти двигатели создают реактивное ускорение существенно меньшее гравитационного ускорения на поверхности Земли, поэтому их, традиционно, называют двигателями малой тяги [17].

Высокая скорость истечения реактивной струи, характерная для этого типа двигателей (в 5 - 20 раз больше традиционных), обеспечивает значительно меньший расход рабочего тела по сравнению с двигателями на химическом топливе [20, 21], и, за счёт этого, повысить отношение массы полезной нагрузки к стартовой массе КА. Именно поэтому, растёт число проектов, где ЭРДУ используются в качестве маршевой или корректирующей двигательной установки для межорбитального маневрирования [22 - 39]. Ещё одно преимущество ЭРДУ связано с тем, что энергоустановка, обеспечивающая энергией электроракетный двигатель, одновременно может использоваться и для электроснабжения бортовой аппаратуры КА [17].

Космическая платформа «Boeing 702 HP», запущенная в 1999 г., одна из первых использовала ЭРДУ. ЭРДУ с ионным двигателем XIPS-25 с рабочим телом ксеноном использовалась как на этапе выведения с геопереходной на геостационарную орбиту, так и для коррекции орбиты [22].

В 1998 г. была запущена АМС «Deep Space 1» для испытания новейших технологий, способных значительно снизить стоимость и риски дальнейших проектов по исследованию межпланетного пространства. В 2003 г. был запущен первый КА ESA «Smart-1» для исследования Луны. Оба аппарата использовали ЭРДУ в качестве маршевого двигателя и были близки по техническим характеристикам, но американская станция была заявлена, как экспериментальный аппарат с полным подчинением научной программы задачам испытаний новых систем.

Особенно эффективно применение КА с ЭРДУ для исследования дальнего (не околоземного) космического пространства. Это связано с большой длительностью перелётов, не зависящей от используемого типа двигательной установки. Например, перелёт Земля-Мартс, с традиционными двигателями большой тяги может быть осуществлён примерно за 8 месяцев, при этом двигательная установка проработает в течение нескольких суток. Использование электроракетных двигателей позволит осуществить перелёт за то же время, но двигатели будут работать несколько месяцев.

В таблице 1.2 приведены проектные параметры миссий КА с ЭРДУ к астероидам и кометам.

Таблица 1.2 – Проектные параметры КА с ЭРДУ, осуществляющие миссии по исследованию комет и астероидов

Миссия	Тяга, Н	Скорость истечения ЭРДУ, м/с	Масса КА, кг	Мощность энергоустановки, Вт
«Deep Space 1»	0,02 – 0,092	10000 - 30000	373,7	920
«Dawn»	0,019 – 0,092	19000 - 32000	747,1	1748
«SMART – 1»	0,068	16400	366,5	1200
«Hayabusa», «Hayabusa-2»	0,078 x 4	34000	510,0	2600

Рассмотрим некоторые исследовательские миссии КА к астероидам и кометам.

1.2.1 Автоматическая межпланетная станция «Rosetta»

«Rosetta» - автоматическая межпланетная станция, разработанная NASA и ESA, предназначалась для исследования кометы (рисунок 1.1), но не использовала ЭРДУ.

В 1986 г. на минимальное расстояние к Земле подошла комета Галлея. Это событие стало поводом для исследования её КА разных стран: это и советские «Vega-1» и «Vega-2», и японские «Suisei» и «Sakigake», и европейский зонд «Giotto». Учёные получили ценнейшую информацию о составе и происхождении комет [40].



Рисунок 1.1 - Автоматическая межпланетная станция «Rosetta»

После этого, NASA и ESA начали совместную работу над новыми космическими исследованиями астероидов и комет. NASA сосредотачивало усилия над программой пролёта астероида и встречи с кометой (программа CRAF), ESA разрабатывало программу возвращения образца ядра кометы, которая должна была осуществляться после программы CRAF. В 1992 г., однако, NASA прекратило разработку миссии CRAF из-за бюджетных ограничений, и Европейское космическое агентство продолжило разработку КА для полёта к комете самостоятельно. К 1993 г. стало ясно, что с существующим бюджетом ESA полёт к комете с последующим возвращением образцов грунта невозможен, поэтому программа миссии была изменена. Окончательно она выглядела так:

сближение аппарата сначала с астероидами, а потом с кометой, а затем - исследования кометы, в том числе мягкая посадка спускаемого аппарата «Philae Lander». Завершить миссию планировалось контролируемым столкновением зонда «Rosetta» с кометой [41].

Запуск КА «Rosetta» состоялся 2 марта 2004 г. с помощью ракеты-носителя «Ariane-5» с европейского космодрома в Куру, Французская Гвиана. Траектория выведения КА на орбиту сближения с кометой 67P / Чурюмова-Герасименко использовала четыре гравитационных манёвра: три у Земли (4 марта 2005 г., 13 ноября 2007 г. и 13 ноября 2009 г.) и один у Марса (25 февраля 2007 г.).

Цель миссии «Rosetta» значительно отличалась от всех ранее разработанных миссий: планировалось, что КА проведёт вблизи ядра кометы длительное время и осуществит посадку на её поверхность спускаемого аппарата. В 2014 г. КА достиг кометы, относительные скорости кометы и КА были выровнены, «Rosetta» удалось оставаться рядом с кометой Чурюмова – Герасименко в течение длительного времени. Спускаемый аппарат «Philae» был доставлен на поверхность кометы в ноябре 2014 г. «Rosetta» сопровождала комету 67P до её перигелия в августе 2015 г., а затем, поскольку комета удалялась по своей траектории всё дальше от Солнца и 30 сентября 2016 г. «Rosetta» совершила контролируемую посадку на комету. Более подробно баллистическая схема миссии рассматривается в разделе 4.1.

1.2.2 Космический аппарат «Deep Space 1»

Первым межпланетным космическим аппаратом, использующим ЭРДУ в качестве маршевых двигателей, стал «Deep Space 1» (Рисунок 1.2), запущенный в 1998 г. Масса космического аппарата составляла 373,7 кг.

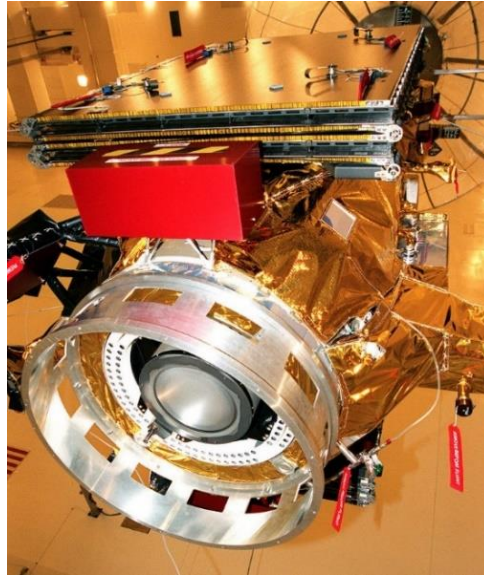


Рисунок 1.2 - АМС «Deep Space 1», подготовка к установке в РН.

Главной задачей миссии являлась проверка двенадцати видов новых технологий, в том числе испытание ионного электроракетного двигателя, способных заметно уменьшить затраты рабочего тела и повысить надёжность миссий в космосе. КА выполнил основную миссию, после чего переключился на перелёт и исследование с пролётной траектории астероида Брайль (1992KD) - 29 июля 1999 г. и кометы Борелли [42]. «Deep Space 1» пролетел рядом с ядром кометы Борелли 22 сентября 2001 г. на расстоянии всего 2200 км, собрав данные о составе газов и пыли вокруг кометы [45].

В качестве маршевой двигательной установки использовался ионный двигатель, предоставленный проектом NSTAR (NASA Solar Technology Application Readiness), который использует полый катод для получения электронов для ионизации ксенона при столкновении [24]. Тяга двигателя существенно зависит от мощности вырабатываемой энергоустановкой и меняется от 19 мН (при минимальной мощности энергоустановки) до 92 мН (при максимальной мощности) [43, 44].

1.2.3 Первая автоматическая лунная станция «SMART-1»

Это первая автоматическая станция ESA для исследования Луны, запущенная в 2003 г. (Рисунок 1.3). Стартовая масса космического аппарата 480 кг, а общая стоимость проекта составила 110 млн. евро [46].



Рисунок 1.3 – Космический аппарат «SMART-1»

Целью программы «SMART (Small Missions for Advanced Research in Technology)» являлась отработка новых технологий для будущих европейских автоматических межпланетных станций. В частности, на аппарате «SMART-1» была проверена работа ЭРДУ на базе стационарного плазменного двигателя PPS-1350-G изготовленного компанией «Snecma Moteurs» при сотрудничестве с ОКБ «Факел» на базе двигателя СПД-100. В состав ЭРДУ входят, кроме двигателя, система подачи и распределения электропитания и запас рабочего тела (ксенона) - 82 кг. Ускорение ионов происходит за счёт эффекта Холла. Двигатель с кольцеобразной керамической камерой внешним диаметром 100 мм и внутренним 56 мм развивает тягу до 70 мН при удельном импульсе 16400 м/с. Рабочее напряжение двигателя - 350 В, ток - 3,8 А, потребляемая мощность - 1350 Вт, расход рабочего тела - 4,2 мг/с, КПД - 51 %. Двигатель оснащён двухступенным механизмом поворота, позволяющим обеспечивать необходимое направление вектора тяги во время полёта [47].

Научными целями миссии являлось изучение происхождения системы Земля-Луна; долгосрочной вулканической и тектонической активности Луны; состава её поверхности; тепловых и динамических процессов, отвечающих за её эволюцию; а также внешних факторов, действующих на поверхность Луны.

15 ноября «SMART-1» 2004 г. совершил первый виток вокруг Луны, и затем почти 3,5 месяца выходил на рабочую орбиту для картографической съёмки Луны [26]. 15 января 2005 г. произошла мощная солнечная вспышка, и радиационное излучение Солнца позволило определить химические элементы, из которых состоит грунт в районе Моря Кризисов. Было зафиксировано наличие кальция, алюминия, кремния и железа [26].

3 сентября 2006 г. Луны КА «SMART-1» завершил свой полёт: сведённый с селеноцентрической орбиты, он ударился о поверхность Луны [47].

1.2.4 Миссии по исследованию астероидов «Hayabusa»

9 мая 2003 г. был запущен КА JAXA «Hayabusa» оснащённый ЭРДУ на базе четырёх ионных двигателей [19, 20, 28] предназначенный для исследования астероида Итокава и доставки грунта на Землю [48]. Масса КА составила 510 кг.

12 сентября 2005 г. аппарат приблизился к астероиду на расчётные 20 км и начал проводить детальные исследования. В связи с выходом из строя двух гироскопов из трёх выполнение намеченной программы оказалось под угрозой [49]. В ноябре 2005 г. «Hayabusa» должен был осуществить на Итокаве три короткие посадки - одну пробную и две штатные. Однако, из-за ряда сбоев, одна посадка прошла неудачно [50]. Кроме того, на поверхность астероида КА должен был опустить крошечный робот «Минерва», оснащённый тремя фотокамерами и приборами для изучения состава астероида [28]. Однако после отделения робота «Минерва» связь с ним установить не удалось, и он был потерян.

26 ноября КА осуществил ещё одну попытку забора грунта (Рисунок 1.4). В момент максимального сближения с поверхностью астероида аппарат потерял

ориентацию и повредил один из двигателей. Однако грунт удалось забрать и доставить на Землю в 2010 г.

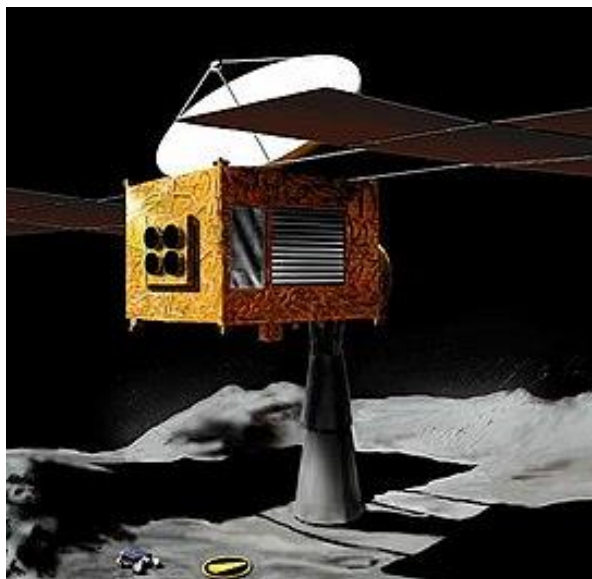


Рисунок 1.4 – Космический аппарат «Hayabusa» осуществляет забор грунта с астероида Итокава

Подобная миссия была осуществлена в 2014 г., когда был запущен второй КА этой серии «Hayabusa-2». Цель миссии - доставка образцов грунта с астероида 162173 Рюгу. В настоящее время доставка грунта астероида на Землю осуществлена, КА продолжает расширенную миссию.

1.2.5 Межпланетная станция «Dawn»

«Dawn» - АМС, запущенная NASA 27 сентября 2007 г. для исследования астероида Веста и карликовой планеты Цереры (Рисунок 1.5) [51]. «Dawn» стал первой миссией по исследованию с орбиты более одного небесного тела, первым аппаратом, работавшим на орбите астероида главного пояса (с 2011 по 2012 г.) и первым на орбите карликовой планеты (с 2015 г. по настоящее время) [27].

АМС массой 747,1 кг оборудована тремя ксеноновыми ионными двигателями «NSTAR», разработанными на основе образца, испытанного на зонде «Deep Space 1» [44]. Они установлены в нижней части аппарата один вдоль оси, ещё два - на передней и задней панелях [27]. Принцип работы

двигателя - ускорение в электрическом поле ионов ксенона.

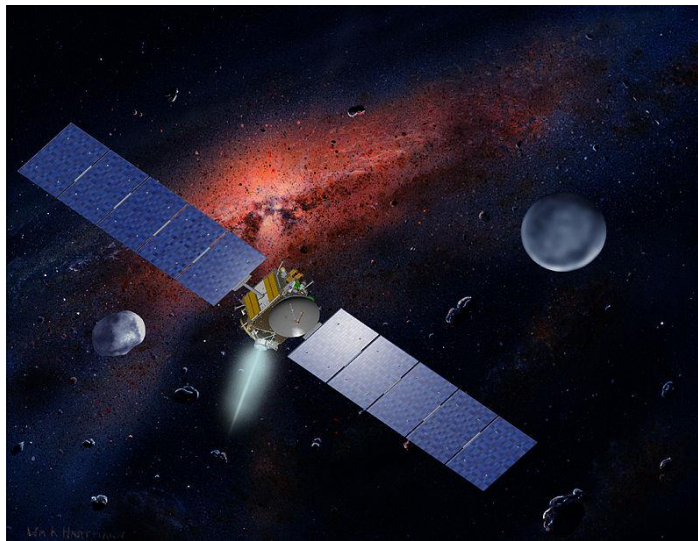


Рисунок 1.5 – Автоматическая межпланетная станция «Dawn» в межпланетном полёте (компьютерная графика)

Каждый двигатель размером 33 см на 30 см и массой 8,9 кг имеет тягу от 19 до 92 мН (при этом удельный импульс изменяется от 3200 до 1900 с). Изменение тяги и удельного импульса достигается за счёт регулирования подаваемой электрической мощности. Суммарная расчётная продолжительность работы трёх двигателей - 2000 суток, в том числе 1885 суток до прибытия на орбиту Цереры [52].

1.3 Астероиды и кометы, как цели научной миссии

В качестве цели миссии исследовательского космического аппарата в данной работе выбраны малые тела Солнечной системы – астероиды и кометы. Эти относительно небольшие небесные тела Солнечной системы часто имеют неправильную (не сферическую) форму. Кроме того, большинство астероидов и комет, в отличие от планет, движутся по эллиптическим орбитам с существенным наклоном к плоскости эклиптики (рисунок 1.9) [53].

В 1975 г. Кларк Р. Чапмен, Дэвид Моррисон (David Morrison) и Бен Целлнер (Ben Zellner) разработали систему классификации астероидов, опирающуюся на показатели цвета, альбедо и характеристики спектра отражённого солнечного

света. Данная классификация представлена тремя типами объектов: C - тёмные углеродистые объекты, S - каменные (кремниевые) объекты и U для всех остальных астероидов.

Особый интерес для исследований представляют околоземные астероиды. К околоземным астероидам относят объекты, которые имеют афелий меньше, чем 1,3 а.е., и перигелий больше, чем 0,983 а.е. [54]. Согласно установленной международной классификации [55, 60], все астероиды сближающиеся с Землёй (АСЗ) можно условно разделить на следующие классы: объекты находящиеся внутри орбиты Земли (Атиры), объекты с большой полуосью большей, чем у орбиты Земли (Аполлоны), объекты с большой полуосью меньшей, чем у орбиты Земли (Атены) и объекты, расположенные между орбитами Земли и Марса (Амуры) (см. рисунок 1.6).

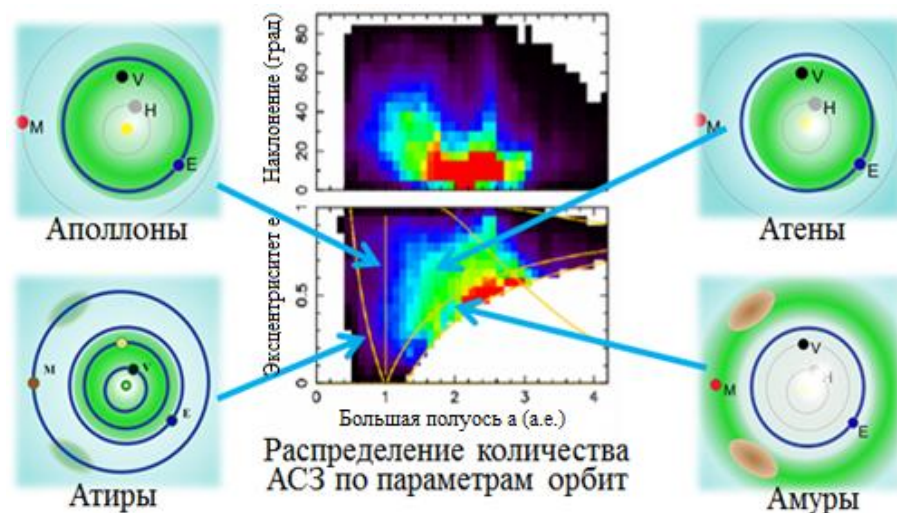


Рисунок 1.6 - Распределение количества АСЗ по параметрам орбит

Первым открытым околоземным астероидом в 1898 г. стал астероид 433 Эрос [54]. Это был первый объект, который не принадлежал поясу астероидов, а его орбита пересекала орбиту Марса. Позднее в 1932 г. были открыты астероиды 1221 Амор и 1862 Апполо, названия которых дали наименования целым группам околоземных астероидов [58]. Позднее все большее количество открытых астероидов и комет побудили астрономическое сообщество организовать в 1947 г. «Центр малых планет» для отслеживания космических угроз [3]. Начиная с этого момента все большее количество обсерваторий, создавалось с целью

отслеживания околоземных небесных тел.

Все тела в Солнечной системе в зависимости от свойств гравитационного поля могут быть разделены на две группы. Первая группа – это планетарные тела, которые характеризуются близкой к шарообразной равновесной формой. Это планеты, крупные спутники планет, крупные астероиды и карликовые планеты. Шарообразная форма планетарных тел образуется в результате гидростатического уравнивания поверхности тела в процессе формирования [58]. Гравитационные поля таких тел близки к гравитационному полю сфероида или эллипсоида.

Вторая группа – малые тела, которые обладают неправильной формой. Это малые спутники планет, астероиды и кометы [59]. Некоторые авторы считают, что эти тела, в силу своей недостаточной массы, формировались по-другому и так и не приняли околосферическую форму [59]. Большинство небольших астероидов и комет представляют собой тела неправильной формы, далёкой от сферической (Рисунок 1.7). Такие тела обладают гравитационным полем сложной конфигурации, что создаёт существенные трудности при управлении КА в непосредственной их окрестности.

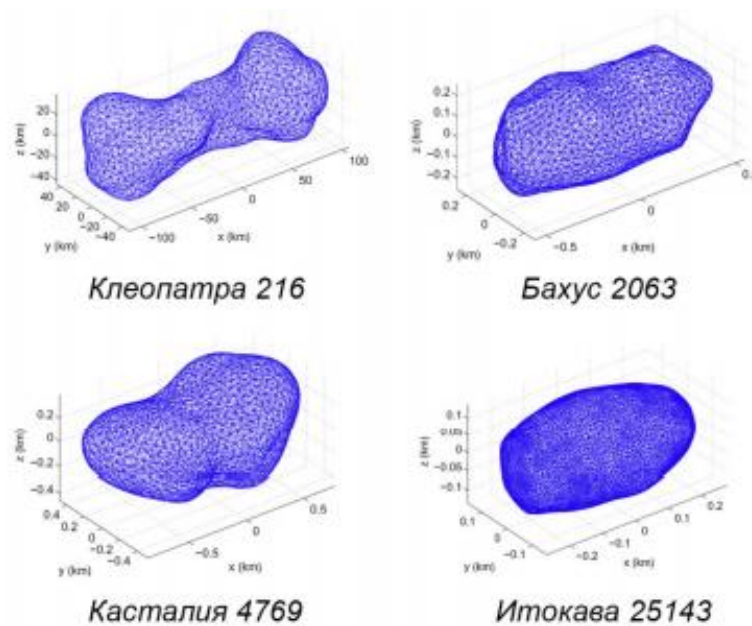


Рисунок 1.7 – Разнообразие форм астероидов

1.4 Проблема баллистического проектирования миссий к малым телам Солнечной системы

Движение КА вблизи тел неправильной формы может существенно отличаться от орбитального движения относительно тела, близкого по форме к сфере или эллипсоиду. Методы управления КА вблизи тел правильной формы достаточно изучены и подробно описаны, например, в работах [4-14, 61-67].

С начала 2000-х гг. было запущено несколько исследовательских миссий к малым телам Солнечной системы с целями картографирования, фотографирования, измерения гравитационного и радиационного полей, посадки на поверхность, забора, анализа и доставки грунта на Землю и т.д. (см. раздел 1.2.2). Примерами таких миссий могут служить КА «Near Shoemaker» исследующий астероид 433 Эрос в начале 2000 г.; миссия «Hayabusa» (раздел 1.2.4), которая доставила на Землю грунт с астероида 25143 Итокава; детальное изучение астероида Веста и карликовой планеты Церера космической станцией «Dawn» (раздел 1.2.5); космический аппарат «Rosetta» (раздел 1.2.1), который первый в мире совершил в 2014 г. посадку на поверхность кометы. А также действующая миссия «Hayabusa-2» [28] – в момент написания работы космический аппарат выполнил посадку на поверхность астероида Рюгу, собрал грунт и доставил его на Землю.

Планирование и выполнение этих миссий выявило существующие проблемы выбора программ управления для маневрирования КА вблизи объектов сложных геометрических форм. В первую очередь, это отсутствие общепринятых математических моделей гравитационного поля такого объекта.

Существует ряд подходов к моделированию гравитационного поля небесных тел сложной конфигурации. Так, в статье [61] рассматривается полигональный метод представления гравитационного потенциала астероида 4769 Касталиа. Кроме того, гравитационный потенциал можно представлять в виде рядов с коэффициентами, зависящими от формы и распределения масс внутри объекта. Наиболее распространённая форма такой аппроксимации представляет собой

разложение в ряд по сферическим функциям. В частности, таким образом, принято представлять гравитационный потенциал Земли [62]. Однако, существуют и другие виды разложений. Так, в статье [63] авторы проводят сравнительный численный анализ гравитационных потенциалов спутников Марса представленных разложениями по сферическим, сфероидным и эллипсоидным функциям.

Park [65] рассматривает альтернативный подход, представляющий небесное тело как набор сфер (или кубов) с фиксированными местоположениями, и предлагает оценивать массу каждого элемента. Тогда, имея начальное приближение в виде системы материальных точек, есть возможность уточнить модель гравитационного поля при непосредственном маневрировании вблизи объекта исследования.

Ключевым недостатком рассмотренных подходов является необходимость заранее (до совершения миссии) доподлинно знать физические свойства объектов.

В работе [94] представлена методика, описывающая гравитационные поля удлинённых астероидов. Предлагаемая модель состоит из представления удлинённого астероида с использованием системы тройных связей частиц, распределённой в трёхмерном пространстве. Данная модель применена в работе для описания гравитационных полей астероидов 1620 Географос, 433 Эрос и 243 Ида.

В данной работе предлагается использовать модель гравитационного поля, описанную в работах [5, 66]. Авторы статей предложили использовать суперпозицию одиночных гравитирующих точек, вращающихся относительно барицентра в качестве модели гравитационного потенциала объекта. В работе [67] приведена сравнительная оценка точности предложенной модели с другими моделями гравитационных потенциалов тел неправильной формы.

Вопросы проектирования гелиоцентрических перелётов КА к астероидам и кометам, особенно для КА с традиционными двигательными установками, достаточно хорошо исследованы. Например, в работе [3] подробно исследовано

оптимальное управление КА с двигателем «большой тяги» для миссии Земля - астероид Апофис - Земля в классе многоимпульсных перелётов.

Известно, что для длительных миссий наиболее эффективными, с точки зрения расхода рабочего тела, являются двигательные установки на базе электроракетных двигателей [30-39]. Существенными характерными особенностями подобных двигательных установок являются малая тяга и длительное время функционирования (иногда десятки лет). Поэтому для проектирования миссий с ЭРДУ необходимо учитывать даже малые гравитационные возмущения, что особенно затруднительно для рассматриваемого класса баллистических задач, где уровни ускорений от тяги двигателя сравнимы с гравитационными возмущениями. В работах [32, 33, 37, 58-61] рассматривается оптимизация гелиоцентрического движения КА с двигателями «малой тяги» не допускающие использование импульсной постановки для задачи баллистического проектирования миссии.

Оптимизация некомпланарных межорбитальных гелиоцентрических перелётов КА с ЭРДУ является сложной задачей, которой посвящены труды множества исследователей. Большинство трудов, в которых рассматривается изменение орбиты КА, используют уравнения возмущённого движения, описанного в терминах оскулирующих элементов орбиты (решается задача двух тел, отклонение гравитации от гравитации материальной точки учитывается как возмущающее ускорение). Как правило, в качестве критериев оптимальности используется минимум затрат рабочего тела, характеристическая скорость или длительность перелёта. Кроме того, довольно часто задача поиска оптимального управления сводится к численному решению краевых задач высокой размерности, полученных с помощью применения принципа максимума Л.С. Понтрягина [73]. Ниже рассмотрены работы, которые исследуют миссии КА с двигателями малой тяги.

В.М. Kiforenko, I.Yu. Vasiliev и др. [74, 75] в своих работах рассматривают задачу минимального по времени перехода космического аппарата с малой тягой на произвольную эллиптическую орбиту в центральном ньютоновском

гравитационном поле. Авторы работы предлагают подход для вычисления, приближённого к оптимальному численного решения уравнений движения КА с двигателем малой тяги, реализующего многовитковый переход. В работе рассматриваются случаи, как с переменной, так и постоянной по величине тяги КА, получено оптимальное направление вектора тяги. Авторы приводят примеры, которые доказывают обоснованность предложенного подхода в сочетании с использованием усреднённых уравнений движения. В работе показано, что характер изменения эксцентриситета во время перелёта между круговыми орбитами зависит от разницы в наклонениях начальной и конечной орбит (эксцентриситет может быть или постоянным, или немонотонно изменяющимся). Этот факт был так же отмечен в работе В.Г. Петухова [76].

В работе М. Guelman, А. Kogan, А. Gipsman [77] рассмотрен межорбитальный перелёт КА с двигателем малой тяги. Авторы предполагают использование электроракетного двигателя, который обеспечивает создание управляющего ускорения около 1 мм/с^2 (рассматриваются длительные межорбитальные манёвры, насчитывающие сотни витков вокруг Земли). Минимизируется интегральный квадратичный (в отношении модуля вектора управления) критерий оптимальности, что приводит к разделению задачи на последовательность из двух задач оптимального управления. Такая стратегия имеет много общего с методами усреднения, широко используемыми в небесной механике. Реализация данного метода основана на использовании двух множеств оскулирующих элементов описывающих орбиту КА. Оба множества подчиняются дифференциальным уравнениям оптимального управления, полученным из принципа максимума Л.С. Понтрягина, их структура хорошо адаптирована к усреднению по периоду обращения. В работе разработан алгоритм решения полученной двухточечной краевой задачи, приведён пример численного решения.

Т. В. Пимкин, Ю. Н. Челноков в своей работе [78] рассматривают задачу об оптимальном управлении орбитальным движением КА в ньютоновском гравитационном поле. Авторы используют уравнения движения центра масс КА, записанные во вращающейся системе координат и принцип максимума

Л.С. Понтрягина для построения оптимальных управлений и траекторий управляемого движения. В качестве минимизирующего функционала используется интегральный квадратичный функционал качества. Управление (вектор ускорения от тяги реактивного двигателя) полагается ограниченным по модулю. В работе предложены нелинейные преобразования координат, понижающие размерность краевой задачи оптимального управления и упрощающие правые части нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих орбитальное движение КА.

В работе Р. З. Ахметшина [79] рассматриваются перелёты на ГСО КА с малой тягой с высокоэллиптических орбит. Автор отмечает, что такие перелёты представляют интерес, так как позволяют уменьшить затраты рабочего вещества по сравнению с перелётами с большой тягой, а также позволяют уменьшить продолжительность полёта и снизить вредное влияние радиационных поясов – по сравнению со спиральной раскруткой с низких околокруговых орбит. В работе предложена методика получения начального приближения для решения краевой задачи, использующая идею перехода от приближённо-оптимальной траектории к оптимальной. Рассмотрены две задачи: с постоянно действующей тягой и с возможностью включения / выключения ЭРДУ. В работе исследовано, какой выигрыш в конечной массе может быть получен при переходе от первой задачи ко второй, за счёт увеличения продолжительности перелёта, и как при этом изменяется оптимальная программа управления.

В работе G. Yang [80] рассмотрена оптимизация траектории движения в системе Земля-Луна с использованием солнечной ЭРДУ. Предложен способ оптимизации многовитковой траектории перехода, начиная с низкой околоземной круговой орбиты (высота 500 км) на низкую окололунную круговую орбиту (высота 200 км). В работе используются прямой и косвенный методы для оптимизации управления на участке транслунной траектории и участке траектории перелёта от высокой околоземной орбиты до высокой лунной орбиты с фиксированной тягой. С помощью метода аналитического усреднения орбиты и прямого / косвенного метода задача перехода Земля-Луна преобразуется в задачу

математического программирования с небольшим числом переменных и ограничений. В работе демонстрируется пример расчёта траектории перелёта Земля - Луна с использованием солнечной ЭРДУ.

Работа В.Н. Лебедева [81] посвящена методам расчёта движения КА с малой тягой. При решении задач, включённых в работу, предполагалось, что КА рассматриваемый, как материальная точка переменной массы снабжён нерегулируемым двигателем. Возмущения от несферичности планеты, сопротивление атмосферы и другие возмущения не учитывались. В работе рассматривается применение метода усреднения, с помощью которого исследуется две задачи: анализ движения КА с трансверсально направленной тягой; оптимальный с точки зрения минимизации затрат рабочего тела перелёт между круговыми некомпланарными орбитами с одновременным изменением радиуса орбиты и уменьшением угла между плоскостями исходной и заданной орбитами. Автор приводит решение вариационных задач динамики КА с малой тягой с помощью принципа максимума Понтрягина. При решении краевых задач использовался модифицированный метод Ньютона. В большинстве рассматриваемых задач критерием оптимальности выступает длительность перелёта, но также рассматриваются задачи с минимизацией времени работы двигателя. В работе исследована задача о максимуме полезной нагрузки для перелёта на орбиту суточного спутника, поворота плоскости орбиты и выведения максимума полезной нагрузки на параболическую орбиту.

В работах В. Г. Петухова [76, 82] рассматривается задача оптимизации межпланетных траекторий КА с идеально-регулируемым двигателем малой тяги. При использовании принципа максимума определение оптимальной траектории сводится к решению двухточечной краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения которой автор использует метод продолжения по параметру, позволяющий провести формальную редукцию краевой задачи к задаче Коши. В работе рассматриваются различные варианты метода продолжения по параметру, в том числе метод продолжения по гравитационному параметру, позволяющий находить экстремальные траектории с

заданной угловой дальностью. Автор работы поднимает вопросы численной реализации метода продолжения и приводит примеры его использования для решения задач оптимизации межпланетных траекторий.

J. Betts, T. Erb, O. Sven в своей работе [83] описывают применение метода транскрипции для вычисления оптимального перехода КА с двигателями малой тяги с околоземной орбиты на заданную селеноцентрическую орбиту. Данная работа предшествовала реальной миссии ESA по исследованию Луны «SMART - 1». В работе решалась задача об оптимальном по расходу рабочего тела пространственном многовитковом перелёте КА с малой тягой с высокоэллиптической геоцентрической орбиты на низко эллиптическую селеноцентрическую.

Использование комбинированных схем выведения (последовательное использование двигателей большой и малой тяги) позволяет сократить длительность манёвров КА. Ю. А. Захаров в работе [84] рассматривает задачу оптимального перелёта лунного буксира с большой и малой тягой. Приводятся решения для импульсной постановки задачи (с большой тягой) и математическая модель для плоского оптимального перелёта с малой тягой в рамках задачи двух тел.

В работе Г.С. Нариманова [85] рассмотрены методы предварительного выбора траекторий полёта КА с большой и малой тягой, приближённые и точные методы расчёта траекторий КА, методы расчёта траекторий сближения двух КА, выполнения манёвра и коррекции орбит, приведены методики выбора межпланетных траекторий, траекторий достижения Луны и возвращения на Землю. В работе приводится оценка влияния различного рода ошибок на полёт космического аппарата, а также методики расчёта коррекции траекторий и маневрирования межпланетных КА и искусственных спутников Земли, излагаются вопросы оптимизации энергетических затрат с учётом обеспечения заданной точности полёта.

Работа [86] О.Л. Стариновой посвящена вопросам перелётов в системе Земля-Луна с малой тягой. В работе сформулирована задача оптимизации

движения материальной точки постоянной массы между круговыми компланарными орбитами под действием силы, обратно пропорциональной квадрату расстояния от притягивающего центра с точки зрения быстродействия. Получены приближенное аналитическое и численное решение задачи оптимизации на основе принципа максимума Понтрягина. На базе математической модели движения КА, полученной в [86], разработана математическая модель, используемая в данной диссертационной работе.

В работе С. А. Ишкова, В. В. Салмина [87] проанализированы вопросы программ управления при перелётах КА с двигателем малой тяги между некомпланарными круговыми орбитами. С использованием метода усреднения авторами получена модель движения КА. В работе произведён поиск оптимальной программы управления минимизирующей расход рабочего тела с учётом ограничений, обусловленных динамикой углового вращения КА. Авторами приведены результаты расчёта энергетики межорбитальных переходов с низкой геоцентрической орбиты на орбиту стационарного ИСЗ.

Во всех вышеперечисленных работах рассматривается движение в гравитационных полях близких к сфероидальной форме. Вопросы управления движением КА в окрестности тел сложной формы исследованы значительно слабее. Поведение КА в гравитационном поле тела неправильной формы заметно отличается от движения вблизи сфероидальных и/или эллипсоидальных тел, форма которых в некотором приближении может считаться правильной. В таких случаях нельзя использовать Кеплеровские законы движения и полученные на их основе программы управления. Отсутствие методики формирования программного управления может привести к существенным неопределённостям в определении запаса рабочего тела, необходимого для проведения миссии заданной продолжительности со всеми запланированными исследованиями [93]. Даже поддержание рабочей орбиты у тела со сложным гравитационным полем требует разработки методики определения программного управления и существенных затрат рабочего тела [79, 86, 87].

Традиционным подходом к проектированию миссии и проектного облика

КА с ЭРДУ является минимизация массы рабочего тела, необходимого для выполнения динамических манёвров, определяемых целями исследования [29, 68, 88]. Именно такой подход к проектированию миссии предлагается использовать в данной работе. Для описания гравитационного поля исследуемого астероида предлагается использовать подход, описанный в [5], который позволит сформировать оптимальное программное управление для требуемых динамических манёвров и провести проектно-баллистический анализ миссии в целом [93].

В качестве критерия оптимальности баллистического проектирования миссии будем использовать максимальную массу полезной нагрузки исследовательской миссии при фиксированной длительности миссии и выполнении всех её целей.

Для формулирования задачи оптимизации введём:

- $\mathbf{x}(t)$ - вектор фазовых координат $\mathbf{x}(t) \in X$ КА, который, в зависимости от рассматриваемого участка движения, может содержать различные переменные, где X - множество допустимых фазовых координат;
- $\mathbf{u}(t)$ - вектор функций управления, на компоненты которых могут быть наложены ограничения, связанные с конструктивными особенностями КА, так что $\mathbf{u}(t) \in U$, где U - множество допустимых управлений;
- \mathbf{p} - фиксированный вектор проектных параметров КА и ЭРДУ;
- \mathbf{b} - вектор баллистических параметров, ограниченный для конкретной миссии $\mathbf{b} \in B$.

Требуется рассчитать баллистические характеристики миссии КА с ЭРДУ к малому телу Солнечной системы при фиксированных проектных параметрах и стартовой массе КА:

$$M_{PT}^{\min} = \min_{\mathbf{u} \in U, \mathbf{b} \in B} M_{PT} (M_0 = \text{fixe}, T = \text{fixe}, \mathbf{x} \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{p} = \text{fixe}, \mathbf{b}), \quad (1.1)$$

где M_0 - стартовая масса КА, M_{PT} - масса рабочего тела, T - длительность миссии, X - множество граничных условий для фазовых координат КА,

определяемое целями миссии. Различные цели межпланетных перелётов требуют различных модификаций граничных условий задачи оптимизации и различных параметров включённых в вектор баллистических параметров перелётов.

Миссии, рассматриваемые в диссертационной работе, не предполагают возвращения КА или его части на Землю, требуется только доставить аппарат в определённую точку Солнечной системы и выполнить требуемые манёвры на орбите исследуемого тела. Как и в большинстве реальных миссий, предполагается, что выведение КА из сферы действия Земли осуществляется за счёт двигательной установки разгонного блока или ракеты-носителя с заданным гиперболическим избытком гелиоцентрической скорости Δv_{sun} . Затем разгонный блок отделяется и все остальные динамические манёвры выполняются за счёт собственной двигательной установки КА. Движение рассматривается в соответствии с теорией сфер действия. Траектория разбивается на два участка – гелиоцентрический (перелёт Земля - объект исследования) и объектоцентрический (манёвры относительно объекта исследования). На гелиоцентрическом участке движения учитываются только гравитационные воздействия Солнца, Земли и объекта исследования (как материальной точки), на объектоцентрическом участке - гравитационное воздействие тела неправильной формы и Солнца.

Граничные условия на гелиоцентрическом участке движения задаются в форме:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0, \quad M(0) = M_0, \quad \mathbf{r}(T_1) = \mathbf{r}_k, \quad \mathbf{V}(T_1) = \mathbf{V}_k, \quad M(T_1) = M_0 - M_{PT_1}^{\min}. \quad (1.2)$$

Здесь T_1 - длительность гелиоцентрического участка. Вектор баллистических параметров для этого участка содержит только дату старта D_0 , определяющую положение r_0 и скорость аппарата v_0 в начальный момент времени $t=0$ и гиперболический избыток скорости разгонного блока Δv_{sun} . Положение r_k и скорость v_k КА в конечный момент времени определяются целью перелёта. Вектор фазовых координат КА на участке гелиоцентрического движения задаётся

в комбинированной гелиоцентрической системе координат, подробно описанной в разделе 2.1. Фазовые координаты небесных тел на текущие дату и время определялись в инерциальной гелиоцентрической эклиптической системе координат по эфемеридам DE431 [89], и затем пересчитывались в комбинированную гелиоцентрическую систему координат.

На объектоцентрическом участке движения для межорбитальных переходов решается задача о вычислении расхода рабочего тела и длительности манёвра при выбранном законе управления. Для манёвра поддержания объектоцентрической орбиты в течение заданного времени решается задача о вычислении требуемого расхода рабочего тела при выбранном законе управления.

Второй участок движения может включать различные манёвры, в зависимости от программы исследований рассматриваемой миссии. В данной работе предполагается, что следующий набор единичных манёвров, позволит выполнить всю требуемую программу исследований:

- поддержание заданной объектоцентрической орбиты;
- изменение высоты перицентра, апоцентра или среднего радиуса орбиты;
- изменение плоскости объектоцентрической орбиты.

При необходимости могут быть использованы и другие объектоцентрические манёвры, для осуществления которых программы номинального управления могут быть получены на базе предлагаемой методики.

Выводы по главе:

1. Проведён обзор разработанных за последнее десятилетие проектов КА с ЭРДУ для исследования малых тел Солнечной системы и обзор работ, посвящённых управлению движением КА, функционирующим вблизи объектов неправильной формы, опубликованных в период с 2000 по 2021 гг.

2. Выявлена необходимость разработки математических моделей, позволяющих анализировать управляемое движение КА с ЭРДУ в окрестности тела с гравитационным полем сложной конфигурации и проводить проектно-

баллистический расчёт исследовательских миссий к таким объектам.

3. Сформулирована постановка задачи баллистического проектирования миссии КА с ЭРДУ по изучению малых тел Солнечной системы.

2 Математические модели движения космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой

2.1 Математическая модель движения космического аппарата в комбинированной гелиоцентрической системе координат

Как уже упоминалось, гелиоцентрическое движение КА удобно моделировать в комбинированной гелиоцентрической системе координат (рисунок 2.1). В полюсе системы координат находится Солнце, полярная ось направлена на восходящий узел орбиты. Положительный угол u (аргумент широты u) отсчитывается от восходящего узла орбиты до радиус-вектора \mathbf{r} против часовой стрелки. Радиус-вектор \mathbf{r} соединяет центры масс Солнца и КА. Пространственное положение плоскости орбиты задаётся долготой восходящего узла Ω и наклоном орбиты i относительно плоскости эклиптики. Радиальная компонента вектора скорости v_r направлена по радиус-вектору \mathbf{r} . Трансверсальная компонента скорости v_u направлена перпендикулярно радиус-вектору \mathbf{r} в сторону направления вектора скорости \mathbf{V} .

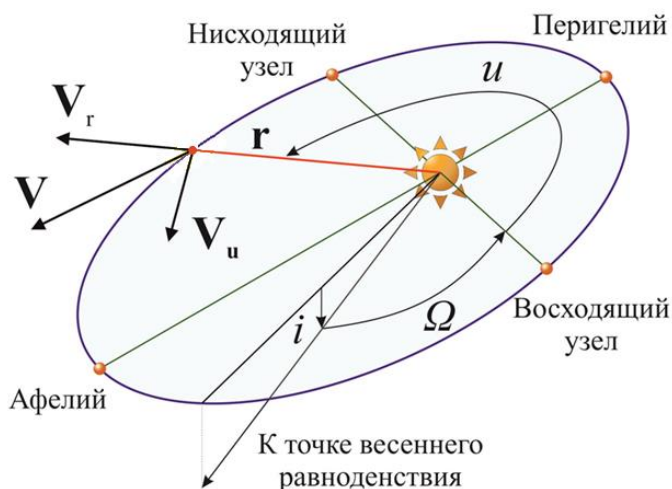


Рисунок 2.1 - Комбинированная гелиоцентрическая система координат

В этом случае вектор фазовых координат КА имеет вид:

$$\mathbf{x} = (r, u, V_r, V_u, \Omega, i, m)^T, \quad (2.1)$$

где r - текущее расстояние от КА до Солнца, m - текущая масса израсходованного рабочего тела, отнесённая к стартовой массе КА.

Все фазовые координаты в (2.1) безразмерные. Для перевода размерных фазовых координат в безразмерную форму использовались следующие соотношения. Время в секундах, необходимо умножить на

$$t_{kof} = \frac{1}{R_{\oplus}} \sqrt{\frac{\mu_{\odot}}{R_{\oplus}}}. \quad (2.2)$$

Расстояние от Солнца в метрах умножить на

$$r_{kof} = \frac{1}{R_{\oplus}}. \quad (2.3)$$

Угловые величины (аргумент перицентра, долгота восходящего узла, наклонение и углы управления), перевести в радианы

$$u_{kof} = \frac{\pi}{180^\circ}. \quad (2.4)$$

Величины, имеющие размерность скорости (компоненты вектора скорости и скорость истечения рабочего тела ЭРДУ), умножить на

$$V_{kof} = \sqrt{\frac{R_{\oplus}}{\mu_{\odot}}}. \quad (2.5)$$

Величины, имеющие размерность ускорения (компоненты ускорения от тяги двигателей и возмущающих ускорений) умножить на

$$a_{kof} = \frac{R_{\oplus}^2}{\mu_{\odot}}. \quad (2.6)$$

В формулах (2.2) – (2.6) $R_{\oplus} = 1,495978707 \cdot 10^{11}$ м – астрономическая единица, $\mu_{\odot} = 1,32712440018 \cdot 10^{20}$ м³/с² – гравитационный параметр Солнца.

В этих координатах уравнения движения КА в безразмерной форме на гелиоцентрическом участке будут иметь вид [17]:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dr}{dt} = V_r, \\
\frac{du}{dt} = \frac{V_u}{r} - \frac{\sin u}{\operatorname{tg} i \cdot V_u} \cdot \left(\frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{1-m} \cdot \sin \lambda_2 + f_n \right), \\
\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_u^2}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{1-m} \cdot \cos \lambda_1 \cdot \cos \lambda_2 + f_r, \\
\frac{dV_u}{dt} = -\frac{V_r \cdot V_u}{r} + \frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{1-m} \cdot \sin \lambda_1 \cdot \cos \lambda_2 + f_u, \\
\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\sin u}{\sin i \cdot V_u} \cdot \left(\frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{1-m} \cdot \sin \lambda_2 + f_n \right), \\
\frac{di}{dt} = \frac{\cos u}{V_u} \cdot \left(\frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{1-m} \cdot \sin \lambda_2 + f_n \right), \\
\frac{dm}{dt} = \frac{a_0 \cdot \chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \cdot \delta}{c}.
\end{array} \right. \quad (2.7)$$

Здесь f_r , f_u , f_n , - компоненты безразмерного вектора возмущающего ускорения, a_0 - безразмерная величина номинального ускорения от тяги двигателей в момент старта, c - безразмерная скорость истечения рабочего тела, $\delta \in \{0, 1\}$ - функция включения выключения двигателей, λ_1 , λ_2 - углы управления, определяющие направление маршевого ускорения от ЭРДУ в орбитальной системе координат. Угол управления λ_1 - угол между радиус-вектором \mathbf{r} и проекцией ускорения на плоскость орбиты, λ_2 - угол между ускорением и его проекцией на плоскость орбиты. Схема определения углов управления показана на рисунке 2.2.

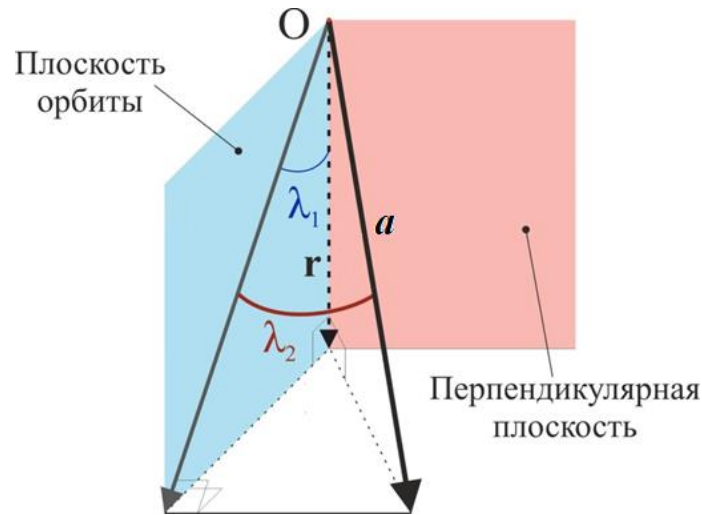


Рисунок 2.2 – К определению углов управления λ_1 , λ_2

При использовании различных энергоустановок величина ускорения КА может не только увеличиваться с расходом рабочего тела, но и изменяться из-за изменения уровня энергии, подающейся на двигательную установку. Например, при использовании энергоустановки на базе солнечных батарей, электрическая мощность будет падать обратно пропорционально квадрату расстояния от КА до Солнца. Этот факт учитывается безразмерной функцией

изменения мощности энергоустановки $\chi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{N(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})}{N_0}$. Уравнения

движения (2.7) получены в предположении, что при падении мощности уменьшается расход рабочего тела и тяга ЭРДУ, а скорость истечения рабочего тела остаётся неизменной.

При моделировании гелиоцентрического движения в качестве возмущающих ускорений учитывались ускорения от сил притяжения других небесных тел (планет и целевого астероида).

2.2 Модель движения космического аппарата относительно небесного тела неправильной формы в рамках задачи n тел

2.2.1 Используемая модель гравитационного поля объекта исследования неправильной формы

Задача n -тел является фундаментальной задачей небесной механики и состоит в следующем. Имеются n материальных точек (начальные положения и скорости которых известны) взаимодействующих по закону всемирного тяготения Ньютона. Требуется найти фазовые координаты точек для всех последующих моментов времени.

Для произвольного n задача не решена до сих пор, хотя существует множество аналитических и численных методов, которые позволяют получить приближённое решение. Это решение позволяет для заданных начальных условий определить положение каждой из n точек с любой необходимой для практики точностью для любого конечного отрезка времени. Но эти методы неспособны дать ответ на вопрос о поведении точек на сколь угодно большом неограниченном промежутке времени [1].

В данной работе для описания гравитационного потенциала небесного тела неправильной формы U используется суперпозиция гравитационных потенциалов n гравитирующих точек, масса m_i и радиус вектор \mathbf{R}_i относительно барицентра которых определяются из условия наибольшего соответствия гравитационному потенциалу реального объекта:

$$U = \frac{G}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n \frac{m_i^2 m_j^2}{\left| \sum_{k=1}^n \mathbf{R}_k m_k (m_j - m_i) + m_i m_j (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i) \right|}. \quad (2.8)$$

Если КА рассматривать, как одну из точечных масс, входящих в систему и добавить эту точку в уравнение (2.8) с индексом 0 (рисунок 2.3), то получим формулу для гравитационного потенциала системы притягивающих точек,

включая КА с массой m_0 и радиус-вектором относительно барицентра \mathbf{R}_0

$$U = \frac{G}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{\substack{j=0 \\ (j \neq i)}}^n \frac{m_i^2 m_j^2}{\left| \sum_{k=0}^n \mathbf{R}_k m_k (m_j - m_i) + m_i m_j (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i) \right|}. \quad (2.9)$$

Известно [91], что вектор силы притяжения, действующей на точку массой m_0 с радиус-вектором относительно барицентра $\mathbf{r} \equiv \mathbf{R}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ со стороны остальных n точек системы равен градиенту гравитационного потенциала системы притягивающих точек, вычисленному по координатам x_0, y_0, z_0 (см. рисунок 2.3).

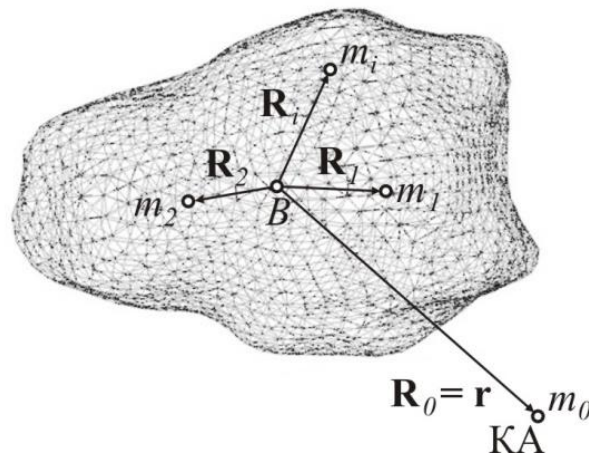


Рисунок 2.3 – Параметры модели гравитационного потенциала как суперпозиции гравитирующих точек на примере астероида 99942 Apophis

Для формирования математической модели движения КА в окрестности объекта исследования считалось, что он заменяется системой массивных точек, вращающихся относительно барицентра с постоянной угловой скоростью на неизменном расстоянии. Уравнения движения КА в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \text{grad } U + \mathbf{a} + \mathbf{f}, \\ \frac{dm}{dt} = \frac{a_0 \cdot \delta}{c \cdot r_{\text{ГЕЛ}}^2}, \end{cases} \quad (2.10)$$

где

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_t \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \\ \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \sin \lambda_1 \cos \lambda_2 \\ \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \sin \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Для моделирования пассивного движения КА достаточно знать массы и координаты всех точек входящих в систему в каждый момент времени. При расчёте движения КА относительно объекта исследования мы использовали следующие допущения:

- объект исследования является твёрдым телом - расстояния между притягивающими точками, учитываемыми в гравитационном потенциале не изменяются;
- масса объекта исследования неизменна;
- угловая скорость собственного вращения объекта исследования является постоянным вектором, то есть прецессия оси вращения и неравномерность величины угловой скорости не учитываются;
- объект исследования заменяется системой массивных точек, вращающихся относительно барицентра системы с постоянной угловой скоростью.

Однако задача n тел в классической постановке плохо применима к определению программ управления маневрирующими космическими аппаратами, особенно для поиска программ оптимального управления из-за громоздкости необходимых вычислений. На данный момент в общем виде задача $N \geq 3$ тел может быть решена только численно.

2.2.2 Предварительное определение параметров гравитационного поля объекта нерегулярной формы на основе наблюдений с Земли

Рассмотрим простейший случай, в котором небесное тело неправильной

формы описывается суперпозицией двух гравитирующих точек. Такое представление можно получить, используя информацию об объекте исследования доступную при предварительном планировании миссии – массу объекта m_{ast} , угловую скорость собственного вращения ω_{ast} , минимальную и максимальную площади проекций отражающей поверхности объекта исследования S_{min} , S_{max} на линию визирования. Последние могут быть получены по результатам измерения блеска объекта, наблюдаемого с Земли. На рисунке 2.4 представлена кривая изменения относительного блеска астероида 433 Эрос [60].

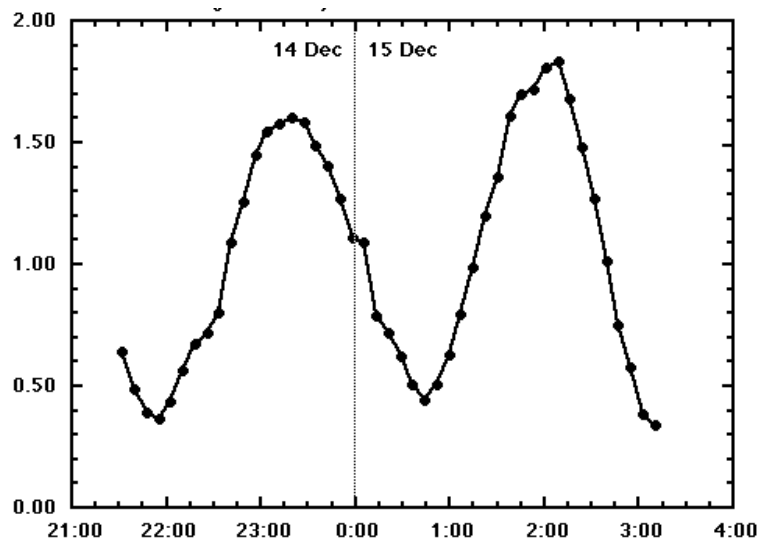


Рисунок 2.4 – Кривая изменения относительного блеска астероида 433 Эрос (14-15 декабря 1998)

Методика расчёта распределения массы объекта между двумя притягивающими центрами разработана автором диссертации, подробно описана в работе [5] и основывается на следующих предположениях:

- известны следующие характеристики объекта исследования: максимальная S_{max} и минимальная S_{min} площади проекции поверхности на линию визирования, масса объекта исследования m_{ast} и угловая скорость его собственного вращения ω_{ast} ;

- объект исследования представляет собой две притягивающие точки массы (m_1 , m_2) и расстояние между которыми d определяются из следующих соображений:

- плотность объекта исследований постоянна во всех его точках;

- массы притягивающих центров пропорциональны объёму сегментов сфер радиуса r_1 и r_2 , центры которых находятся на расстоянии d ;
- радиусы сегментов сфер r_1 и r_2 определяются по максимальной S_{\max} и минимальной S_{\min} площади проекции поверхности на линию визирования;
- расстояние между притягивающими точками d обеспечивает равенство силы притяжения и центробежной силы инерции.

Эти предположения позволяют определить параметры простейшей модели гравитационного поля (m_1 , m_2 , d - массы притягивающих точек и расстояние между ними) согласно следующему алгоритму [5].

1. По известной массе и периоду обращения определяется расстояние между притягивающими точками, соответствующее последнему предположению

$$d = \sqrt[3]{\frac{Gm_{ast}}{\omega_{ast}^2}}.$$

2. По известным минимальной и максимальной площади проекций отражающей поверхности S_{\min} , S_{\max} определяются радиусы шаров, входящих в

объединение: радиус большего шара по формуле $r_1 = \sqrt{\frac{S_{\min}}{\pi}}$, радиус меньшего

шара r_2 определяется уравнением $S_{\max} = \pi(r_1^2 + r_2^2) + \frac{r_1^2}{2} \sin(2\theta_1) + \frac{r_2^2}{2} \sin(2\theta_2) - \theta_1 r_1^2 - \theta_2 r_2^2$,

где $\cos \theta_1 = \frac{d^2 + r_1^2 - r_2^2}{2dr_1}$, $\cos \theta_2 = \frac{d^2 - r_1^2 + r_2^2}{2dr_2}$.

3. Из предположения равномерной плотности объекта определяются объёмы частей астероида и соответствующие массы

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{32d^3 r_1^3 - (d^2 + r_1^2 - r_2^2 + 4dr_1)(2dr_1 - d^2 - r_1^2 + r_2^2)^2}{32d^3 r_2^3 - (d^2 - r_1^2 + r_2^2 + 4dr_2)(2dr_2 - d^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}, \quad (2.11)$$

$$m_1 + m_2 = m.$$

На рисунке 2.5 представлен алгоритм расчёта параметров модели гравитационного потенциала.

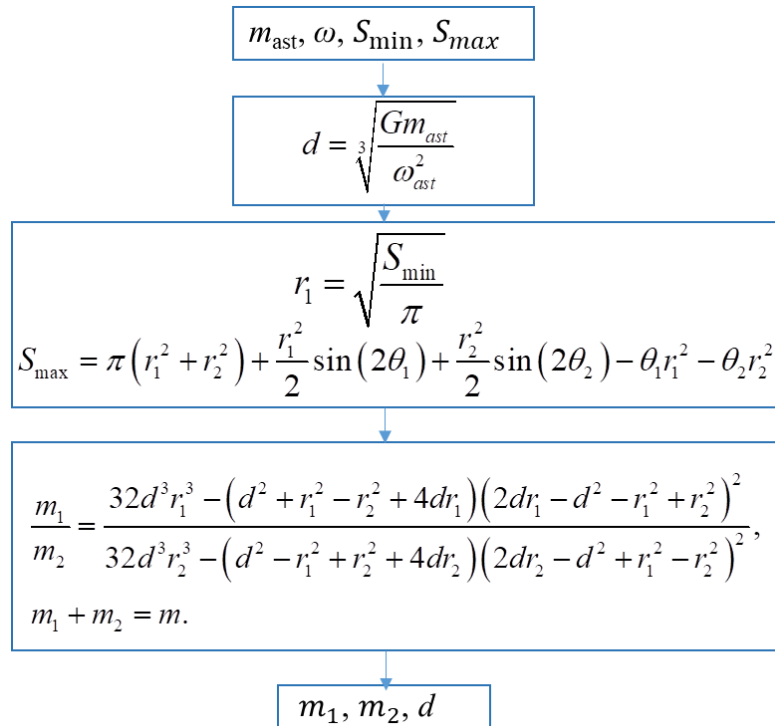


Рисунок 2.5 - Алгоритм расчёта параметров модели гравитационного потенциала

Например, для астероида 99942 Апофис, получено, что в случае использования двух притягивающих центров, гравитационное поле можно представить как суперпозицию двух гравитирующих точек массой $m_1 = 4,248 \cdot 10^{10}$ кг, $m_2 = 1,062 \cdot 10^{10}$ кг вращающихся на расстоянии 270 м с угловой скоростью $5,741 \cdot 10^{-5}$ рад/с. На рисунке 2.5 показаны линии уровня гравитационного потенциала астероида 99942 Апофис с массой $5,310 \cdot 10^{10}$ кг и периодом вращения 30,4 часа [73]. При этом погрешность, вычисленная по отклонению величины гравитационного потенциала от потенциала, полученного на основе модели однородного твёрдого тела имеющего форму астероида, не превышает 10% до расстояния 100 метров от барицентра системы [73].

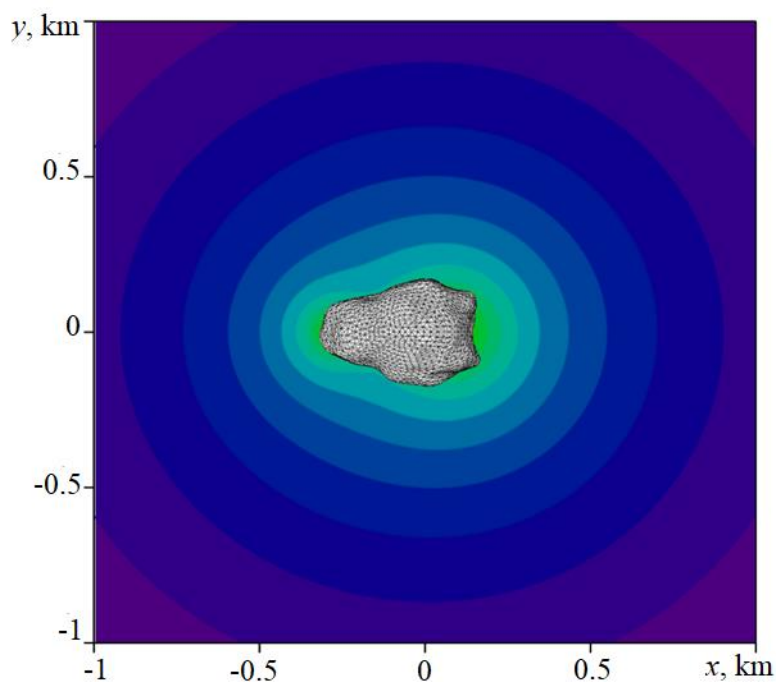


Рисунок 2.6 - Линии уровня гравитационного поля в простейшем случае двух притягивающих центров для астероида 99942 Apophis

2.2.3 Гравитационные ускорения, действующие на космический аппарат со стороны объекта исследования нерегулярной формы

Движение КА описывается в инерциальной объектоцентрической системе координат (СК) центр которой связан с барицентром системы материальных точек, описывающих гравитацию астероида. Основная плоскость СК совмещена с плоскостью движения первых двух гравитирующих точек, полярная ось направлена в этой плоскости в сторону точки весеннего равноденствия (Рисунок 2.7).

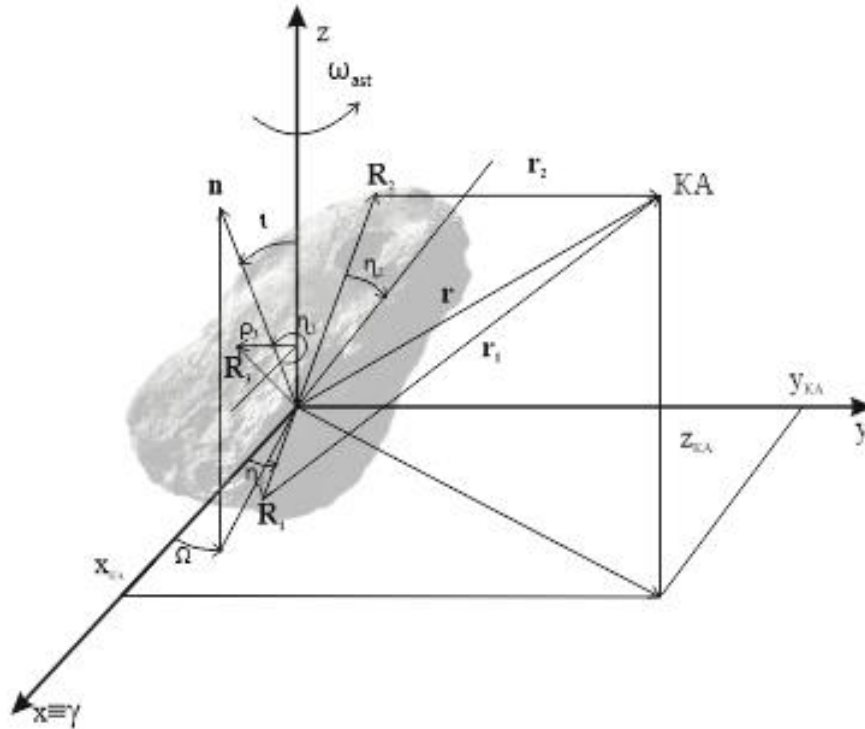


Рисунок 2.7 - Комбинированная объектоцентрическая система координат для расчёта движения относительно небесного тела неправильной формы

Положение центра масс КА относительно барицентра определяется радиус-вектором \mathbf{r} . Положение плоскости орбиты КА задаётся углами Ω и i . Координаты радиус-вектора КА в этой системе координат определяется зависимостями:

$$\mathbf{r} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u \\ \sin \Omega \cdot \cos u + \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u \\ \sin i \cdot \sin u \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Радиус-вектора первых двух притягивающих центров расположены в основной плоскости СК и имеют координаты $\mathbf{R}_1 = R_1 \begin{pmatrix} \cos(\eta_0 + \omega_{ast} t) \\ \sin(\eta_0 + \omega_{ast} t) \\ 0 \end{pmatrix}$ и

$$\mathbf{R}_2 = R_2 \begin{pmatrix} -\cos(\eta_0 + \omega_{ast} t) \\ -\sin(\eta_0 + \omega_{ast} t) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad \text{Эти координаты получены в предположении, что}$$

расстояние от барицентра системы до гравитирующих точек не изменяется и вектор угловой скорости астероида является постоянным по величине и сонаправлен оси Z описанной объектоцентрической системы координат.

Расстояние от притягивающих точек до КА задаётся векторами $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$ и $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_2$. Найдём проекции первого из этих векторов на оси орбитальной системы координат.

Проекция вектора $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$ на радиус вектор КА \mathbf{r} определяется зависимостями

$$r_{1r} = \text{Пр}_{\mathbf{r}} \mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}}{r} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \cdot \mathbf{r}}{r} = r - \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}}{r}, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} r_{1r} &= r - R_1 \cdot \cos \eta \cdot (\cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) - \\ &- R_1 \cdot \sin \eta \cdot (\sin \Omega \cdot \cos u - \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) = \\ &= r - R_1 \cdot (\cos(\eta - \Omega) \cdot \cos u + \sin(\eta - \Omega) \cdot \sin i \cdot \sin u). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Здесь $\eta = \eta_0 + \omega_{ast} t$ - угловое положение первых двух притягивающих точек (Рисунок 2.7).

Единичный вектор нормали к плоскости орбиты КА определяется

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin i \cdot \cos \Omega \\ -\sin i \cdot \sin \Omega \\ \cos i \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Проекция вектора $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$ вектор нормали к плоскости орбиты КА \mathbf{n} определяется зависимостями

$$r_{1n} = \text{Пр}_{\mathbf{r}} \mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = (\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{n}, \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} r_{1n} &= \text{Пр}_{\mathbf{r}} \mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = (\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{n}; \\ r_{1n} &= R_1 \cdot \cos \Omega \cdot \sin i \cdot \sin \eta - R_1 \cdot \sin \Omega \cdot \sin i \cdot \cos \eta = \\ &= R_1 \cdot \sin i \cdot (\cos \Omega \cdot \sin \eta - \sin \Omega \cdot \cos \eta) = R_1 \cdot \sin(\eta - \Omega) \cdot \sin i. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Найдём единичный вектор трансверсального направления и проекцию вектора $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$ на это направление

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r}, \quad (2.18)$$

$$r_{1f} = \text{Пр}_{f} \mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{f}}{|\mathbf{f}|} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{n})}{r} = \frac{\mathbf{n} \cdot ((\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) \times \mathbf{r})}{r} =$$

$$= -\frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{R}_1 \times \mathbf{r})}{r}, \quad (2.19)$$

$$r_{1f} = -\cos i \cdot [R_1 \cos \eta \cdot (\sin \Omega \cdot \cos u + \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) -$$

$$-R_1 \sin \eta \cdot (\cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u)]$$

$$-R_1 \cos \eta \cdot \cos \Omega \cdot \sin u \cdot \sin^2 i \cdot \sin i - R_1 \sin \eta \cdot \sin \Omega \cdot \sin u \cdot \sin^2 i =$$

$$= R_1 [-\cos \eta \cdot \cos u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i - \cos \eta \cdot \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos^2 i + \sin \eta \cdot \cos u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i -$$

$$-\sin \eta \cdot \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos^2 i - \cos \eta \cdot \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \sin^2 i - \sin \eta \cdot \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \sin^2 i] =$$

$$= R_1 (\cos u \cdot \cos i \cdot \sin(\eta - \Omega) - \sin u \cdot \cos^2 i \cdot \cos(\eta - \Omega) - \sin u \cdot \sin^2 i \cdot \cos(\eta - \Omega)) =$$

$$= R_1 (\cos u \cdot \cos i \cdot \sin(\eta - \Omega) - \sin u \cdot \cos(\eta - \Omega)). \quad (2.20)$$

Аналогичным образом определим проекции вектора $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_2$ на радиальное, нормальное и трансверсальное направление:

$$r_{2r} = \text{Пр}_{r} \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}}{r} = \frac{(\mathbf{r} + \mathbf{R}_2) \cdot \mathbf{r}}{r} = r + \frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{r}}{r};$$

$$r_{2r} = r - R_2 \cdot \cos \eta \cdot (\cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) +$$

$$+ R_2 \cdot \sin \eta \cdot (\sin \Omega \cdot \cos u + \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) =$$

$$= r - R_2 \cdot (\cos(\eta + \Omega) \cdot \cos u + \sin(\eta + \Omega) \cdot \sin i \cdot \sin u); \quad (2.21)$$

$$r_{2n} = \text{Пр}_{n} \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = (\mathbf{r} - \mathbf{R}_2) \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{n};$$

$$r_{2n} = R_2 \cdot \sin \Omega \cdot \sin i \cdot \cos \eta - R_2 \cdot \cos \Omega \cdot \sin i \cdot \sin \eta =$$

$$= R_2 \cdot \sin i \cdot (\sin \Omega \cdot \cos \eta - \cos \Omega \cdot \sin \eta) = R_2 \cdot \sin(\Omega - \eta) \cdot \sin i. \quad (2.22)$$

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r};$$

$$r_{2f} = \text{Пр}_{f} \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{f}}{|\mathbf{f}|} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_2) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{n})}{r} = \frac{\mathbf{n} \cdot ((\mathbf{r} - \mathbf{R}_2) \times \mathbf{r})}{r} = -\frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{R}_2 \times \mathbf{r})}{r}; \quad (2.23)$$

$$r_{2f} = R_2 \cdot (\cos u \cdot \cos i \cdot \sin(\eta - \Omega) - \sin u \cdot \cos(\eta - \Omega)).$$

Как упоминалось выше, большинство астероидов имеют сложную форму и при более детальном описании их гравитационных полей требуется использование большего количества гравитирующих точек. Получим проекции радиус вектора между i -ой притягивающей точкой и КА на орбитальную систему

координат. Предположим, что i -ая точка имеет координаты в объектоцентрической системе координат, связанной с первыми двумя точками (см. рисунок 2.6):

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} \rho_i \cos \eta_i \\ \rho_i \sin \eta_i \\ z_i \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Тогда пользуясь найденными векторными зависимостями (2.15) и (2.18) получим:

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} r(\cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) - \rho_i \cdot \cos \eta_i \\ r(\sin \Omega \cdot \cos u + \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) + \rho_i \cdot \sin \eta_i \\ r \sin i \cdot \sin u - z_i \end{pmatrix}; \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} r_{ir} &= \text{Пр}_{\mathbf{r}} \mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}}{r} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \cdot \mathbf{r}}{r} = r - \frac{\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{r}}{r}; \\ r_{ir} &= r - [\rho_i \cdot \cos \eta \cdot (\cos \Omega \cdot \cos u - \sin \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) + \\ &+ \rho_i \sin \eta \cdot (\sin \Omega \cdot \cos u + \cos \Omega \cdot \cos i \cdot \sin u) + z_3 \cdot \sin u \cdot \sin i] = \\ &= r - \rho_i (\cos(\eta + \Omega) \cdot \cos u + \rho_i \cdot \sin(\eta + \Omega) \cdot \sin i \cdot \sin u + z_3 \cdot \sin u \cdot \sin i); \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} r_{in} &= \text{Пр}_{\mathbf{r}} \mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{n}; \\ r_{in} &= \rho_i \cdot \cos \Omega \cdot \sin i \cdot \sin \eta - z_i \cdot \cos i - \rho_i \cdot \sin \Omega \cdot \sin i \cdot \cos \eta = \\ &= \rho_i \cdot \sin i \cdot \sin(\eta - \Omega) - z_i \cdot \cos i. \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{n}}{r}; \\ r_{if} &= \text{Пр}_{\mathbf{f}} \mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{f}}{|\mathbf{f}|} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{n})}{r} = \frac{\mathbf{n} \cdot ((\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \times \mathbf{r})}{r} = -\frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{R}_i \times \mathbf{r})}{r}; \quad (2.28) \\ r_{if} &= \rho_i (\cos u \cdot \cos i \cdot \sin(\eta - \Omega) - \sin u \cdot \cos(\eta - \Omega) + z_i \cdot \cos u \cdot \cos i). \end{aligned}$$

Полученные зависимости позволяют определить проекции векторов гравитационных ускорений от всех притягивающих точек. Для случая двух притягивающих точек это проекции будут иметь вид

$$\mathbf{gradU} = \begin{pmatrix} gradU_r \\ gradU_f \\ gradU_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{r1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{r2}}{r_2^3} \\ -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{f1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{f2}}{r_2^3} \\ -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{n1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{n2}}{r_2^3} \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

$$\text{где } \mu_{ast} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \quad r_{1,2} = \sqrt{r_{r,2}^2 + r_{f,2}^2 + r_{n,2}^2}. \quad (2.30)$$

Возмущающее ускорение от гравитационного воздействия Солнца определяется формулой:

$$\mathbf{f} = -2 \frac{r_x^3 \mu_{Sun}}{r_{ast}^3 \mu_{ast}} \cos(\mathbf{S}, \mathbf{r}) \cdot \mathbf{S}, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} -N_1 \cos u + N \sin u \\ N_1 \sin u + N \cos u \\ \sin i \cos \Omega \sin \psi_s \cos i_s - \cos i \sin \psi_s \sin i_s - \sin i \sin \Omega \cos \psi_s \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

где

$$N_1 = \cos \Omega \cos i \cos i_s \sin \psi_s + \sin i \sin i_s \sin \psi_s - \cos \psi_s \cos i \sin \Omega, \quad (2.33)$$

$$N = \sin \Omega \cdot \cos i_s \cdot \sin \psi_s + \cos \Omega \cdot \cos \psi_s. \quad (2.34)$$

Здесь \mathbf{S} – вектор направления на Солнце от барицентра, i_s – наклонение плоскости эклиптики к «экватору» объекта исследования, ψ_s – угол между осью ox объектоцентрической системы координат и направлением на Солнце (отсчитывается в плоскости эклиптики и зависит от текущей даты).

На рисунке 2.8 представлено изменение проекций безразмерного возмущающего ускорения от Солнца, действующего на КА, движущегося по околокруговой орбите близкой к плоскости «экватора» на расстоянии 90 км от центра масс астероида 433 Эрос.

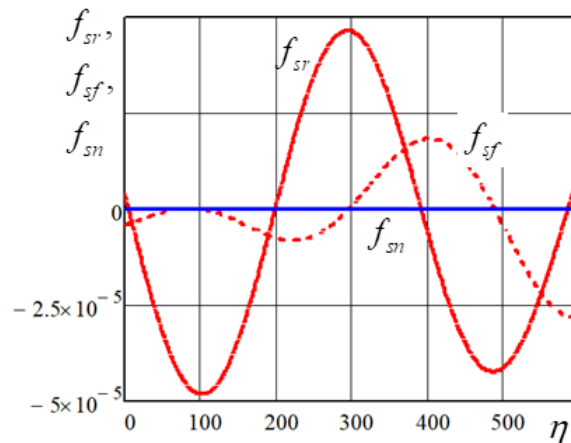


Рисунок 2.8 - Изменение проекций безразмерного возмущающего ускорения от Солнца, действующего на КА при движении в окрестности астероида 433 Эрос

На рисунке 2.9 представлена зависимость точности различных математических моделей гравитационного потенциала полученные в работе [67]. Сравнение проводилось с данными, полученными в результате выполнения миссии «NEAR Shoemaker». Результаты, полученные в [67] показывают, что использование модели гравитационного потенциала (2.29) приводят к погрешностям, не превышающим 10 % вплоть до поверхности астероида.



Рисунок 2.9 - Предельные значения относительной погрешности для разных моделей гравитационного потенциала астероида 433 Эрос

На рисунках 2.10, 2.11 представлены изменения проекций гравитационных ускорений, действующих в фиксированной точке пространства со стороны астероида 99942 Apophis, представленного суперпозицией трёх гравитирующих точек при вращении астероида.

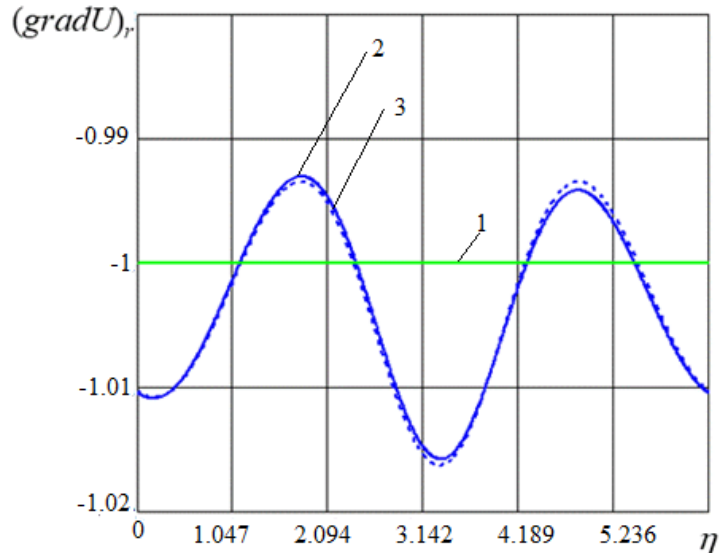


Рисунок 2.10 – Радиальная проекция безразмерного гравитационного ускорения от астероида 99942 Apophis, представленного суперпозицией одной, двух и трёх гравитирующих точек

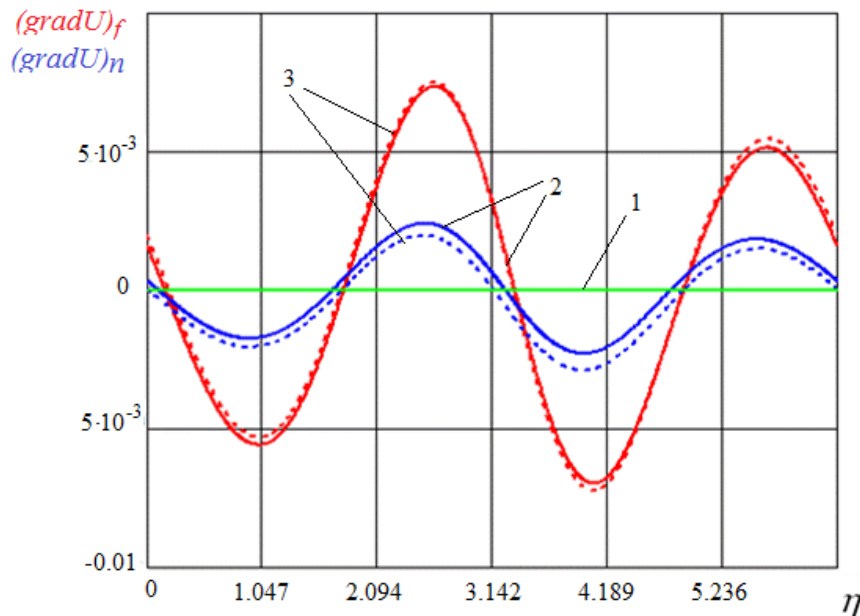


Рисунок 2.11 – Проекция на трансверсальное (красные линии) и бинормальное (синие линии) направление гравитационного ускорения от астероида 99942 Apophis, представленного суперпозицией одной, двух и трёх гравитирующих точек

Данные, представленные на рисунках 2.10, 2.11 получены для пробной точки имеющей следующие барицентрические координаты $r=1000$ м, $i=18,3$ градусов, $\Omega=1$ градусов, $u=10$ градусов. Данные расчётов показывают, что введение третьей притягивающей точки уточняет модель гравитационного поля астероида 99942 Apophis не более чем на 0,5 %. Однако для такого уточнения необходимо более точно знать форму астероида, и, в этом случае, уже можно использовать описание гравитационного поля как тела известной формы с

постоянной плотностью.

2.3 Модель движения космического аппарата в оскулирующих элементах

2.3.1 Уравнения изменения оскулирующих элементов под действием притяжения системы притягивающих точек

Для формирования номинальных программ управления движением КА в окрестности небесного тела неправильной формы удобно пользоваться уравнениями в оскулирующих элементах, считая отклонения гравитационных ускорений от ускорений от центрального гравитационного поля и ускорение от тяги ЭРДУ возмущающими ускорениями.

$$\begin{aligned}
 \frac{dA}{dt} &= \frac{2p}{(1-e^2)^2} \sqrt{\frac{p}{\mu}} (e \sin \vartheta a_r + (1+e \cos \vartheta) a_\tau), \\
 \frac{dq_1}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left(-\cos u a_r + \left(1 + \frac{r}{p}\right) \sin u a_\tau + \frac{r}{p} (q_1 a_\tau - q_2 a_n \operatorname{ctg} i \sin u) \right), \\
 \frac{dq_2}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left(\sin u a_r + \left(1 + \frac{r}{p}\right) \cos u a_\tau + \frac{r}{p} (q_2 a_\tau + q_1 a_n \operatorname{ctg} i \sin u) \right), \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\sin u}{(1+e \cos \vartheta) \sin i} a_n, \\
 \frac{di}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{\cos u}{(1+e \cos \vartheta)} a_n, \\
 \frac{d\tau}{dt} &= \frac{p^2}{e\mu(1+e \cos \vartheta)^2} \left((eN \sin \vartheta - \cos \vartheta) a_r + \frac{N}{1+e \cos \vartheta} a_\tau \right).
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Здесь $A = \frac{p}{1-e^2}$ - большая полуось орбиты, e - эксцентриситет, p - фокальный параметр, ω - угловое расстояние от перицентра до восходящего узла, $q_1 = e \sin \omega$,

$q_2 = e \cos \omega$ - составляющие вектора Лапласа, i - наклонение орбиты, τ - время прохождения через перицентр, ϑ - угол истинной аномалии, $u = \omega + \vartheta$ - аргумент широты, t - время, $\mathbf{a} = (a_r, a_f, a_n)^T$ - проекции возмущающего ускорения (отличного от гравитационного притяжения материальной точки) на направление радиуса-вектора, на перпендикулярное к нему в плоскости орбиты и на перпендикулярное плоскости орбиты,

$$N = \frac{2}{1 + e \cos \vartheta} \int_0^{\vartheta} \frac{\cos \vartheta'}{(1 + e \cos \vartheta')^3} d\vartheta'. \quad (2.30)$$

Угол истинной аномалии связан с временем движения по орбите t уравнением:

$$t - \tau = p \sqrt{\frac{p}{\mu_0}} \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta'}{(1 + e \cos \vartheta')^2}. \quad (2.31)$$

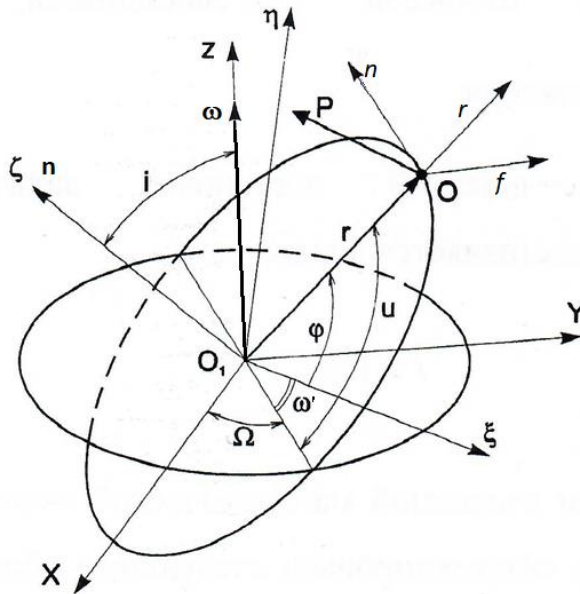


Рисунок 2.12 – К определению оскулирующих элементов

Используем для описания движения следующую систему координат $O_1 \xi \eta \zeta$ (рисунок 2.12): центр системы координат O_1 совпадает с барицентром системы, ось $O_1 \xi$ направлена в перицентр орбиты, ось $O_1 \zeta$ совпадает с нормалью к плоскости орбиты, ось $O_1 \eta$ дополняет систему координат до правой. В качестве опорной системы координат используем описанную в разделе 2.2.2

объектоцентрическую систему координат, связанную с астероидом (см. рисунок 2.7).

Пространственное движение центра масс КА будет представлять собой результат сложения двух движений: передвижения в мгновенной плоскости орбиты и вращения этой плоскости относительно притягивающего центра.

Все безразмерные переменные в дальнейшем отмечаются звёздочкой. Соответствующие значения размерных переменных можно найти при помощи следующих соотношений:

$$\begin{aligned} A &= A^* \cdot A_0, \quad t = t^* \cdot A_0 \sqrt{\frac{A_0}{\mu}}, \\ a &= a^* \cdot \frac{\mu}{A_0^2}, \quad c = c^* \cdot \sqrt{\frac{\mu}{A_0}}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

где μ – гравитационный параметр рассматриваемого небесного тела.

При рассмотрении управляемого движения КА в уравнениях (2.31) необходимо учитывать управляющие и возмущающие составляющие ускорения:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_t \\ a_n \end{pmatrix} = \mathbf{a} + \mathbf{f} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_f \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_r \\ f_f \\ f_n \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

Величина и направление управляющего ускорения определяется целью манёвра и определяется в главе 3. Величина и направление возмущающего ускорения определяется в следующем разделе.

2.3.2 Возмущения от замены гравитационного поля одной притягивающей точки на суперпозицию гравитирующих точек

Для использования уравнений движения в форме (2.31) необходимо вычислить возмущающие ускорения от замены силы притяжения одной притягивающей точки массой $m_{ast} = \sum_{i=1}^n m_i$ на суперпозицию n притягивающих

точек. Вычислим возмущающее ускорение как разницу между притяжением одной притягивающей точки с массой m_{ast} и притяжением от n различных точек:

$$\Delta \mathbf{f} = G \cdot grad \left(\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{\substack{j=0 \\ (j \neq i)}}^n \frac{m_i^2 m_j^2}{\left| \sum_{k=0}^n \mathbf{R}_k m_k (m_j - m_i) + m_i m_j (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i) \right|} - \frac{m_0 \sum_{i=1}^n m_i}{|\mathbf{R}_0|} \right). \quad (2.34)$$

В частности, для простейшего случая описания астероида как системы двух гравитирующих точек имеем

$$\Delta \mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} \Delta f_{r1} \\ \Delta f_{f1} \\ \Delta f_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(m_{ast} - m_2) \frac{r + R_1 \cos(\eta - \Omega)}{r_1^3} \\ (m_{ast} - m_2) \frac{R_1 \sin(\eta - \Omega)}{r_1^3} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

$$\Delta \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} \Delta f_{r2} \\ \Delta f_{f2} \\ \Delta f_{n2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (m_{ast} - m_1) \frac{r + R_2 \cos(\eta - \Omega)}{r_2^3} \\ -(m_{ast} - m_1) \frac{R_2 \sin(\eta - \Omega)}{r_2^3} \\ 0 \end{pmatrix},$$

где расстояния от КА до притягивающих центров r_1 и r_2 определяются как длины векторов с координатами (2.14), (2.17), (2.20) – (2.23).

Выводы по главе:

1. Разработана математическая модель описания гравитационного поля астероида как суперпозиции n притягивающих точек.
2. Разработан алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек.
3. На базе этой модели разработана математическая модель движения КА в системе координат, связанной с барицентром небесного тела.
4. Для формирования номинального программного управления КА с ЭРДУ при

межорбитальных перелётах и поддержания орбиты у объекта исследования разработана модель движения в оскулирующих элементах с учётом возмущений от гравитирующих точек.

3 Методика формирования законов управления космическим аппаратом

В данной работе движение КА в соответствии с теорией сфер действия разбито на два участка: первый - участок гелиоцентрического перелёта, второй – движение в окрестности объекта исследования.

Предполагается, что КА выводится из сферы действия Земли с заданным гиперболическим избытком скорости, полученным за счёт разгонного блока. Затем, за счёт собственной двигательной установки, КА совершает гелиоцентрический перелёт к объекту исследования, формирует рабочую орбиту и остаётся на ней длительное время.

Номинальное управление вектором тяги КА может быть получено на основе различных моделей движения.

3.1 Формирование программы номинального управления на гелиоцентрическом участке движения

На участке перелёта Земля – объект исследования оптимальный вектор управляющих функций $\mathbf{u}(t) = (\lambda_{1opt}(t), \lambda_{2opt}(t), \delta)^T$ определяется с использованием принципа максимума Понтрягина в рамках пространственной ограниченной задачи двух тел, то есть рассматривается только притяжение Солнца [17], притяжение от Земли и объекта исследования учитываются как возмущающие факторы. В качестве математической модели движения используется система дифференциальных уравнений, описывающая управляемое движение КА с ЭРДУ в комбинированной гелиоцентрической системе координат (2.7).

На данном участке движения проводится поиск номинального управления движением центра масс КА, оптимального с точки зрения расхода рабочего тела

при фиксированной длительности перелёта. Вводится вектор сопряжённых переменных $\mathbf{P} = (P_r, P_u, P_{V_r}, P_{V_\tau}, P_\Omega, P_i, P_m)^T$ и составляется Гамильтониан [7]:

$$\begin{aligned}
H = & P_r \cdot V_r + P_u \cdot \left(\frac{V_u}{r} - \frac{\cos i \cdot \sin u \cdot \sin \lambda_2 \cdot a}{\sin i \cdot V_\varphi} + f_n \cdot \frac{\cos i \cdot \sin u}{\sin i \cdot V_u} \right) + \\
& + P_{V_r} \cdot \left(\frac{V_u^2}{r} + f_r + \cos \lambda_2 \cdot \cos \lambda_1 \cdot a \right) + \\
& + P_{V_u} \cdot \left(-\frac{V_r \cdot V_u}{r} + f_\tau + \cos \lambda_2 \cdot \sin \lambda_1 \cdot a \right) + \\
& + P_\Omega \cdot \left(\frac{\sin u \cdot \sin \lambda_2 \cdot a}{\sin i \cdot V_u} + f_n \cdot \frac{\sin u}{\sin i \cdot V_u} \right) + \\
& + P_i \cdot \left(\frac{\cos u \cdot \sin \lambda_2 \cdot a}{V_u} + f_n \cdot \frac{\cos u}{V_u} \right) + P_m \cdot \frac{a_0 \cdot \delta}{c_0}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Оптимальное направление вектора ускорения $\lambda_{1opt}(t)$, $\lambda_{2opt}(t)$ и функция включения-выключения двигателей δ определяется из условия максимума Гамильтониана [91]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \lambda_{1opt} = \frac{P_{V_u}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\tau}^2}} \\ \cos \lambda_{1opt} = \frac{P_{V_r}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\tau}^2}} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \sin \lambda_{2opt} = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ \cos \lambda_{2opt} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{array} \right\}, \delta = \begin{cases} 0, & \Delta < 0 \\ 1, & \Delta > 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}
A = & P_{V_r} \cdot \cos \lambda_{1opt} + P_{V_u} \cdot \sin \lambda_{1opt}, \\
B = & P_u \cdot \frac{\cos i \cdot \sin u}{\sin i \cdot V_u} + P_\Omega \cdot \frac{\sin u}{\sin i \cdot V_u} + P_i \cdot \frac{\cos u}{V_\tau}, \\
\Delta = & -P_u \cdot \frac{\cos i \cdot \sin u \cdot \sin \lambda_2}{\sin i \cdot V_u} + P_{V_r} \cdot \cos \lambda_2 \cdot \cos \lambda_1 + P_{V_u} \cdot \cos \lambda_2 \cdot \sin \lambda_1 + \\
& + P_\Omega \cdot \frac{\sin u \cdot \sin \lambda_2}{\sin i \cdot V_u} + P_i \cdot \frac{\cos u \cdot \sin \lambda_2}{V_u} + P_m \cdot \frac{a_0 \cdot (1-m)}{c_0}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Дифференциальные уравнения для сопряжённых переменных определяются зависимостями.

$$\begin{aligned}
\frac{dP_r}{dt} &= \frac{P_u V_u}{r^2} + P_{V_r} \left(\frac{V_u^2}{r^2} - \frac{2}{r^3} \right) - P_{V_u} \frac{V_r V_u}{r^2} + \frac{2a_0 \delta}{r^3} \left(\frac{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_u}^2}}{(1-m)} \cos \lambda_2 + \frac{P_m}{c} \right) + \\
&+ (-P_u \cos i \sin u + P_\Omega \sin u + P_i \sin i \cos u) \frac{2a_0 \delta \sin \lambda_2}{\sin i V_u r^3 (1-m)}, \\
\frac{dP_u}{dt} &= \frac{P_u \cos i \cos u - P_\Omega \cos u + P \sin i \sin u}{V_u \sin i} \frac{a_0 \delta \sin \lambda_2}{r^2 (1-m)}, \\
\frac{dP_{V_r}}{dt} &= -P_r + P_{V_\phi} \frac{V_u}{r}, \\
\frac{dP_{V_u}}{dt} &= \frac{P_{V_u} V_r - 2P_{V_r} V_u - P_u}{r} + \\
&+ (-P_u \cos i \sin u + P_\Omega \sin u + P_i \cos u \sin i) \frac{a_0 \delta \sin \lambda_2}{\sin i V_u^2 r^2 (1-m)}, \\
\frac{dP_i}{dt} &= -(P_u + P_\Omega \cos i) \frac{a_0 \delta \sin u \sin \lambda_2}{V_u \sin^2 i r^2 (1-m)} + \\
&+ (P_u \cos i \sin u - P_\Omega \sin u - P_i \sin i \cos u) \frac{a_0 \delta \sin \lambda_2}{\sin i V_u r^2 (1-m)^2}, \\
\frac{dP_\Omega}{dt} &= 0 \Rightarrow P_\Omega(t) \equiv const, \\
\frac{dP_m}{dt} &= -\frac{a_0 \delta \sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_u}^2}}{r^2 (1-m)^2} \cos \lambda_2.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Как уже упоминалось, большинство малых тел Солнечной системы движутся по эллиптическим орбитам, не лежащим в плоскости эклиптики. Это требует при формировании граничных условий использовать реальные эфемериды объекта исследования, которые существенно изменяются в зависимости от даты.

Для выбора начального приближения оптимальной даты старта для формирования программного управления на гелиоцентрическом участке движения решалась задача о перелёте на орбиту со средними оскулирующими элементами орбиты объекта исследования (использовались большая полуось и эксцентриситет орбиты) лежащей в плоскости эклиптики при не фиксированном радиус-векторе и угловой дальности перелёта. В этом случае граничные условия на правом конце траектории должны обеспечивать выполнение условий:

$$a(t_1) = \frac{r^2 V_u^2}{1 - (rV_u^2 - 1)^2 - (rV_r V_u)^2} = a_k, \quad (3.5)$$

$$e(t_1) = \sqrt{(rV_u^2 - 1)^2 + (rV_r V_u)^2} = e_k, \quad (3.6)$$

Здесь t_1 - время завершения гелиоцентрического участка, $a(t_1)$ и a_k - большая полуось орбиты, полученная при выполнении манёвра и требуемая, $e(t_1)$ и e_k - эксцентриситет орбиты, полученной при выполнении манёвра и требуемый. Формулы (3.5) и (3.6) определяют гладкое многообразие S , заданное двумя условиями, зависящими от трёх переменных. Таким образом, для определения наилучшего положения КА на целевой эллиптической орбите необходимо записать одно условие трансверсальности, которое должно связывать сопряжённые переменные P_r, P_{V_r}, P_{V_u} в момент времени завершения гелиоцентрического участка.

Получим это условие. Многообразие S является одномерным, то есть кривой в трёхмерном пространстве. Найдём направляющий вектор касательной к этой кривой. Преобразуем условия (3.5) и (3.6) к виду, более удобному для определения производных:

$$f_1(r, V_r, V_u) = r^2 V_u^2 - a_k \left(1 - (rV_u^2 - 1)^2 - (rV_r V_u)^2 \right) = 0, \quad (3.7)$$

$$f_2(r, V_r, V_u) = (rV_u^2 - 1)^2 + (rV_r V_u)^2 - e_k^2 = 0. \quad (3.8)$$

Определим вектора нормалей N_1 и N_2 к поверхностям, заданным уравнениями (3.7) и (3.8).

$$\mathbf{N}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2rV_u^2 + a_k \left(2V_u^2 (rV_u^2 - 1) + 2V_u^2 V_r^2 r \right) \\ 2r^2 V_r V_u^2 a_k \\ 2r^2 V_u + a_k \left(4V_u r (rV_u^2 - 1) + 2V_u V_r^2 r^2 \right) \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{N}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2V_u^2(rV_u^2 - 1) + 2V_u^2V_r^2r \\ 2r^2V_rV_u^2 \\ 4V_u r(rV_u^2 - 1) + 2V_uV_r^2r^2 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Направляющий вектор касательной к пересечению поверхностей (3.7) и (3.8) можно определить как векторное произведение нормалей \mathbf{N}_1 и \mathbf{N}_2 .

После вычисления векторного произведения и приведения подобных слагаемых получим:

$$\mathbf{N}_1 \times \mathbf{N}_2 = \begin{pmatrix} -V_r r^2 \\ 1 - rV_u^2 \\ V_u V_r r \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Условие трансверсальности в этом случае будет иметь вид:

$$\mathbf{P} \cdot (\mathbf{N}_1 \times \mathbf{N}_2) = 0 \Rightarrow -P_r r^2 V_r + P_v (1 - rV_u^2) + P_u r V_r V_u = 0. \quad (3.12)$$

Полученное условие трансверсальности позволяет определить оптимальный момент подлёта к объекту исследования в плоском случае (решая трёхпараметрическую краевую задачу) и получить хорошее начальное приближение для решения исходной шестипараметрической задачи (см. рисунок 3.1). Следует учитывать, что условие (3.12) получено для орбиты, плоскость которой совпадает с исходной и для неизменных оскулирующих элементов орбиты небесного тела.

Для уточнения оптимальной даты подлёта к небесному телу использовалась следующая вычислительная процедура.

1. Проводится расчёт оптимального по расходу рабочего тела перелёта на усреднённую эллиптическую орбиту объекта исследования с заданными большой полуосью и эксцентриситетом, лежащую в плоскости эклиптики. Для определения точки прилёта используется условие трансверсальности (3.12). При решении краевой задачи проверяются условия достижения заданной большой полуоси и эксцентриситета и условие трансверсальности

2. Определяются начальные приближения для дат старта и подлёта к

объекту исследования исходя из результатов п. 1 и проводится формирование массива граничных условий перелёта на базе эфемерид объекта исследования (некомпланарное движение).

3. Рассчитываются некомпланарные гелиоцентрические перелёты с датами старта в окрестности найденного начального приближения, и определяется дата старта, оптимальная с точки зрения расхода рабочего тела с учётом отклонения плоскости орбиты от эклиптики и изменения оскулирующих элементов в зависимости от даты подлёта.

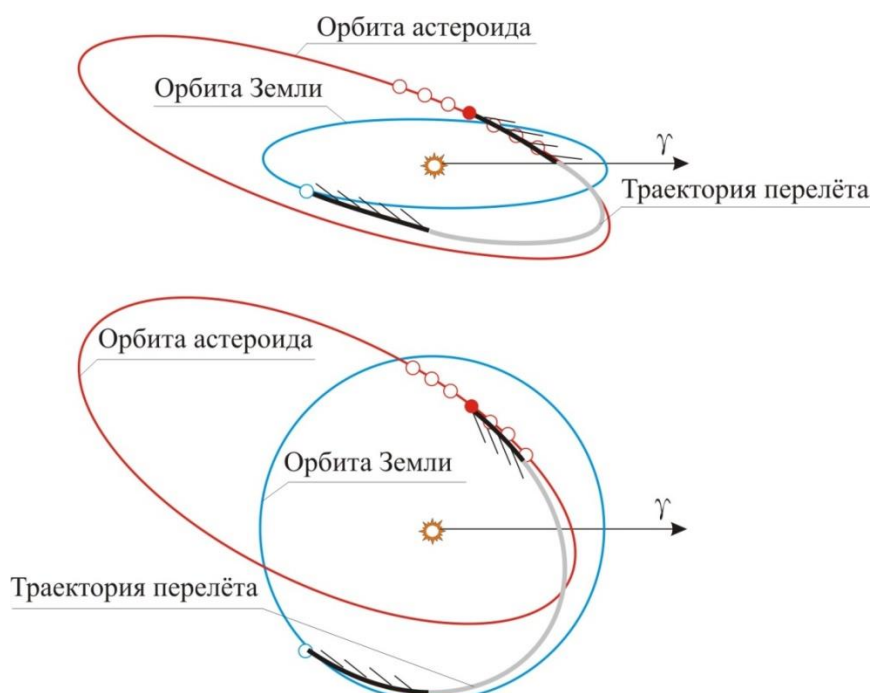


Рисунок 3.1 – К определению начального приближения для решения краевой задачи об оптимальном управлении на гелиоцентрическом участке движения: а) исходная задача, б) упрощённая задача

Данная методика легла в основу программного комплекса, предназначенного для решения задач оптимального управления гелиоцентрическим движением КА с ЭРДУ. Комплекс создан в среде программирования Delphi. Интеллектуальные права на программу для ЭВМ зарегистрированы (№ 2022617889 от 26.04.2022). Свидетельство о регистрации представлено в Приложении А.

Программный комплекс позволяет автоматизировать расчёт таких траекторий, а также отображать траектории гелиоцентрического движения. В программном комплексе реализован модифицированный численный метод Ньютона с переменным шагом для решения двухточечных трёхпараметрической и

шестипараметрической краевой задачи.

Для работы программного комплекса требуется данные по оскулирующим элементам орбиты старта, а также проектные параметры КА и начальное приближение сопряжённых переменных. Автоматизация расчёта происходит за счёт сохранения предыдущих данных расчёта на внешний текстовый файл, переключения между начальной и целевой орбитами планет, загрузки начальных сопряжённых из базы данных по известным решениям перелётов, продолжения расчёта с использованием предыдущих конечных результатов в качестве начальных. Программный комплекс позволяет сохранять полученные данные в виде таблиц и графиков.

3.2 Формирование программ номинального управления движением центра масс на объектоцентрическом участке движения

3.2.1 Традиционная методика формирования номинального управления в окрестности объекта исследования

Полёт КА в окрестности объекта исследования проходит под действием гравитации тела неправильной формы и существенного возмущающего воздействия гравитации Солнца.

В первом приближении, при баллистическом проектировании миссии, будем рассматривать объект исследования как точечную массу, притягивающую КА по закону всемирного тяготения. Возмущения от светового давления на этом участке перелёта не учитывается Солнца [17]. В этом случае, программу номинального управления необходимую для выполнения всех требуемых манёвров можно формировать согласно методике, описанной в разделе 3.1. Полученные при этом потребные на выполнение миссии запасы рабочего тела будут существенно ниже реальных затрат, вследствие значительного неучтённого отклонения гравитационного поля объекта исследования от сферической формы. В реальных

миссиях это обстоятельство преодолевается за счёт использования значительного (обычно двукратного) превышения запасов массы рабочего тела, предназначенного для управления на объектоцентрическом участке движения над рассчитанной потребной массой рабочего тела.

3.2.2 Уточнённая методика формирования номинального управления в окрестности объекта исследования без изменения плоскости орбиты

Движение КА относительно объекта исследования имеет сложный характер. Существует множество подходов и методов для описания гравитационных полей сложной конфигурации с разной степенью точности. В данном разделе мы будем основываться на математической модели гравитационного поля, предложенной в работе [67]. Для формирования номинальной программы управления рассмотрим гравитационное поле астероида как суперпозицию двух притягивающих точек. В этом случае компоненты возмущающего ускорения могут быть получены по формулам (2.35). Рассмотрим отдельно программы номинального управления вектором тяги ЭРДУ для выполнения манёвров без изменения плоскости орбиты и поворота плоскости орбиты.

Рассмотрим плоскую задачу, при которой КА движется в плоскости перпендикулярной собственной угловой скорости астероида. Если учитывать только две первые гравитирующие точки в разложении гравитационного потенциала астероида, вращающиеся относительно барицентра в этой плоскости и пренебречь влиянием других возмущающих ускорений, то орбита КА будет оставаться плоской. Для формирования орбиты КА относительно астероида используются управляющее ускорение, лежащее в плоскости орбиты и имеющее два компонента: радиальное и трансверсальное ускорение. Для преобразования системы уравнений (2.29) исключим из первых трёх уравнений системы

фокальный параметр орбиты параметр орбиты, и, учитывая, что $p = A(1 - e^2)$, $e^2 = q_1^2 + q_2^2$, $e \cos \vartheta = q_1 \cos u + q_2 \sin u$, $e \sin \vartheta = q_2 \sin u - q_1 \cos u$ получим преобразованную систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \frac{2A^{3/2}}{\sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2} \sqrt{\mu}} \left((q_2 \sin u - q_1 \cos u) a_r + (1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u) a_f \right), \\ \frac{dq_1}{dt} &= \sqrt{\frac{A(1 - q_1^2 - q_2^2)}{\mu}} \left(-\cos u a_r + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \sin u a_f + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} (q_1 a_f - q_2 a_n \operatorname{ctg} i \sin u) \right), \\ \frac{dq_2}{dt} &= \sqrt{\frac{A(1 - q_1^2 - q_2^2)}{\mu}} \left(\sin u a_r + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \cos u a_f + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} (q_2 a_f + q_1 a_n \operatorname{ctg} i \sin u) \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Для плоского случая

$$a_n = 0, \quad a_r = \frac{a_0 \delta}{1 - m} \cos \xi, \quad a_f = \frac{a_0 \delta}{1 - m} \sin \xi, \quad (3.14)$$

где ξ - угол между радиус-вектором и направлением ускорения от тяги двигателей в плоскости орбиты. Используя данные преобразования, перепишем систему уравнений (3.13):

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \frac{2A^{3/2}}{\sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2} \sqrt{\mu}} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left((q_2 \sin u - q_1 \cos u) \cos \xi + (1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u) \sin \xi \right), \\ \frac{dq_1}{dt} &= \sqrt{\frac{A(1 - q_1^2 - q_2^2)}{\mu}} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left(-\cos u \cos \xi + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \sin u \sin \xi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_1 \sin \xi}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right), \\ \frac{dq_2}{dt} &= \sqrt{\frac{A(1 - q_1^2 - q_2^2)}{\mu}} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left(\sin u \cos \xi + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \cos u \sin \xi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_2 \sin \xi}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Перейдём в уравнениях (3.15) к новой переменной дифференцирования, используя для этого уравнение связи

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \sqrt{\frac{A(1 + q_1^2 + q_2^2)}{\mu}} \left((1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u)^3 \frac{\mu}{A^2(1 + q_1^2 + q_2^2)^2} - (3.16) \right. \\ \left. - a_n \operatorname{ctg} i \sin u \right).$$

Для плоского случая это уравнение имеет вид

$$\frac{du}{dt} = \frac{(1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u)^2 \sqrt{\mu}}{A^{3/2}(1 + q_1^2 + q_2^2)^{3/2}} \quad (3.17)$$

Разделив каждое из уравнений системы (3.15) на (3.17) получим:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{du} &= \frac{2A^3(1 + q_1^2 + q_2^2)^{3/2}}{\mu\sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2}(1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u)^2} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left((q_2 \sin u - q_1 \cos u) \cos \xi + (1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u) \sin \xi \right), \\ \frac{dq_1}{du} &= \frac{A^2 \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2} (1 + q_1^2 + q_2^2)^{3/2}}{\mu(1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u)^2} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left(-\cos u \cos \xi + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \sin u \sin \xi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_1 \sin \xi}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right), \\ \frac{dq_2}{du} &= \frac{A^2 \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2} (1 + q_1^2 + q_2^2)^{3/2}}{\mu(1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u)^2} \frac{a_0 \delta}{1 - m} \left(\sin u \cos \xi + \left(\frac{2 + q_1 \cos u + q_2 \sin u}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right) \cos u \sin \xi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_2 \sin \xi}{1 + q_1 \cos u + q_2 \sin u} \right). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Подставляя в систему уравнений (3.18) возмущающие ускорения, связанные с описанием поля притяжения объекта исследования суперпозицией гравитирующих точек, можно получить требуемую модель плоского управляемого движения. В частности, в простейшем случае использования двух притягивающих точек получим

$$\begin{cases} \frac{dA}{du} = \frac{2A^3(1 - \sqrt{q_1^2 + q_2^2})}{\mu(1 + q_1^2 + q_2^2)} \cdot K, \\ \frac{dq_1}{du} = \frac{A^2(1 + e)^2}{\mu} \cdot T, \\ \frac{dq_2}{du} = \frac{A^2(1 + e)^2}{\mu} \cdot Z, \end{cases} \quad (3.19)$$

$$K = \frac{a_0 \delta}{1-m} \left(e \sin(u - \omega') \cos \xi + (1 + e \cos(u - \omega')) \sin \xi \right) +$$

где

$$+ \frac{m_1 (r + R_1 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(-e \sin(u - \omega') + 1 + e \cos(u - \omega') \right) \quad (3.20)$$

$$+ \frac{m_2 (r - R_2 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_2^2 + 2rR_2 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(e \sin(u - \omega') - 1 - e \cos(u - \omega') \right),$$

$$\Gamma = \frac{a_0 \delta}{1-m} \left(-\cos \xi \cos(\omega' + \vartheta) + \sin \xi \left(\frac{(2 - e \cos(u - \omega')) \sin(\omega' + \vartheta) + \lambda_1}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) \right) +$$

$$+ \frac{m_1 (r + R_1 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(\cos(\omega' + \vartheta) + \frac{(2 - e \cos(u - \omega')) \sin(\omega' + \vartheta) + \lambda_1}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) - \quad (3.21)$$

$$- \frac{m_2 (r - R_2 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_2^2 + 2rR_2 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(\cos(\omega' + \vartheta) + \frac{(2 - e \cos(u - \omega')) \sin(\omega' + \vartheta) + \lambda_1}{1 - e \cos(u - \omega')} \right),$$

$$Z = \frac{a_0 \delta}{1-m} \left(\cos \xi \sin(\omega' + \vartheta) + \left(\frac{2 - e \cos(u - \omega')}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) \cos(\omega' + \vartheta) \sin \xi + \frac{\lambda_2 \sin \xi}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) -$$

$$+ \frac{m_1 (r + R_1 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(-\sin(\omega' + \vartheta) + \left(\frac{2 - e \cos(u - \omega')}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) \cos(\omega' + \vartheta) \right) \quad (3.22)$$

$$+ \frac{m_2 (r - R_2 \cos(\eta - \Omega))}{\left(\sqrt{r^2 + R_2^2 + 2rR_2 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \left(\sin(\omega' + \vartheta) - \left(\frac{2 - e \cos(u - \omega')}{1 - e \cos(u - \omega')} \right) \cos(\omega' + \vartheta) \right) +$$

$$+ \frac{\lambda_2}{1 - e \cos(u - \omega')} \left(\frac{m_1 R_1 \sin(\eta - \Omega)}{\left(\sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} - \frac{m_2 R_2 \sin(\eta - \Omega)}{\left(\sqrt{r^2 + R_2^2 + 2rR_2 \cos(\eta - \Omega)} \right)^3} \right),$$

где $r = \frac{A(1-e^2)}{1+e \cos(u - \omega')}$ - текущий радиус-вектор КА.

Оптимальный угол установки тяги ξ для совершения манёвров может определяться в соответствии с теорией оптимального управления. Например, с использованием принципа максимума Понтрягина задача об оптимальных манёврах будет приводиться к четырёмпараметрическим краевым задачам, решение которых вызывает известные вычислительные трудности. Эти решения обладают высокой чувствительностью к действующим возмущениям и в условиях

недостаточной осведомлённости о структуре и параметрах гравитационного поля объекта исследования оказываются, практически бесполезными.

Наиболее адекватным подходом при баллистическом проектировании требуемых манёвров относительно тел с нерегулярным гравитационным полем является использование законов управления с обратной связью, построенных на локально-оптимальных законах управления, полученных В.Н. Лебедевым в работе [81]. Формулировки этих законов описаны в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Локально-оптимальные законы управления

Постоянство эксцентриситета	$tg \xi = -\frac{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}{e \cos^2 \vartheta+2 \cos \vartheta+e}$
Постоянство параметра	$\xi = 0, \quad \xi = \pi$
Постоянство положения линии апсид	$tg \xi = ctg \vartheta \frac{(1+e \cos \vartheta)}{2+e \cos \vartheta}$
Постоянство расстояния до перицентра	$tg \xi = \frac{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}{2(1-\cos \vartheta)+e \sin^2 \vartheta}$
Постоянство расстояния до апоцентра	$tg \xi = -\frac{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}{2(1+\cos \vartheta)-e \sin^2 \vartheta}$
Постоянство большой полуоси	$tg \xi = -\frac{e \sin \vartheta}{1+e \cos \vartheta}$
Максимальная скорость изменения эксцентриситета	$tg \xi = \frac{e \cos^2 \vartheta+2 \cos \vartheta+e}{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}$
Максимальная скорость изменения параметра	$\xi = \pm \frac{\pi}{2}$
Максимальная скорость вращения линии апсид	$tg \xi = -tg \vartheta \frac{2+e \cos \vartheta}{(1+e \cos \vartheta)}$
Максимальная скорость изменения расстояния до перицентра	$tg \xi = \frac{2(1-\cos \vartheta)+e \sin^2 \vartheta}{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}$
Максимальная скорость изменения расстояния до апоцентра	$tg \xi = -\frac{2(1+\cos \vartheta)-e \sin^2 \vartheta}{\sin \vartheta(1+e \cos \vartheta)}$
Максимальная скорость изменения большой полуоси (тангенциальная тяга)	$tg \xi = \frac{1+e \cos \vartheta}{e \sin \vartheta}$

Основное достоинство локально-оптимальных законов управления - это их простая аналитическая форма. Однако существует несколько существенных особенностей, ограничивающих их использование.

Для систем с существенными возмущающими факторами, к которым

относится системы уравнений движения КА в окрестности объектов с иррегулярным гравитационным полем управления, обеспечивающие постоянство орбитальных параметров, должны быть скорректированы. Направление тяги в этом случае следует выбрать таким образом, чтобы вектор, равный сумме векторов возмущающей силы и силы тяги, составлял с радиус вектором угол ξ , определяемый соответствующим соотношением.

В условиях движения в окрестности тела с иррегулярным гравитационным полем возмущения от его не центральности велики и существенно меняются во времени. Например, на рисунках 3.2 – 3.4 показаны зависимости возмущающего ускорения, действующие на КА, движущемся в соответствии с законом сохранения радиуса перицентра с начальной круговой орбитой радиусом 25000 км по орбите с небольшим наклоном (1,7 градус) относительно основной плоскости вращения. Эти возмущения могут быть рассчитаны по формулам (2.35) полученным во второй главе диссертации. Данные моделирования показывают, что возмущающие ускорения имеют два периода изменения. Первый (в данном случае меньший) связан с собственным вращением астероида, второй – с движением КА по орбите.

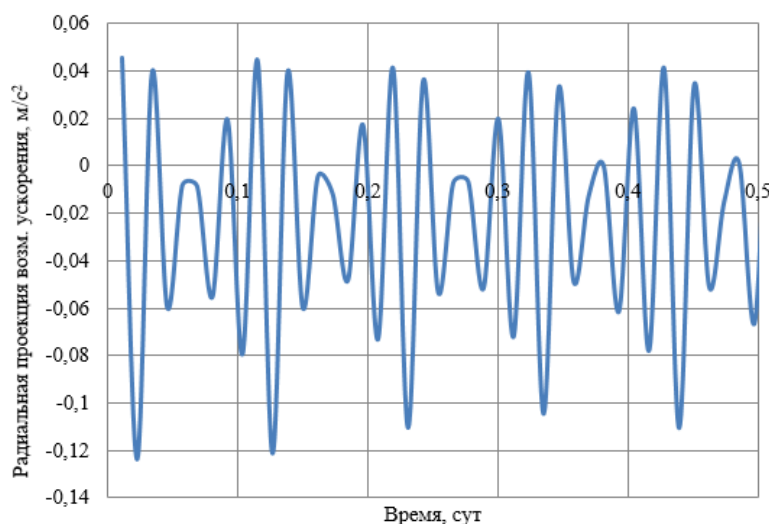


Рисунок 3.2 - Радиальная проекция возмущающего ускорения

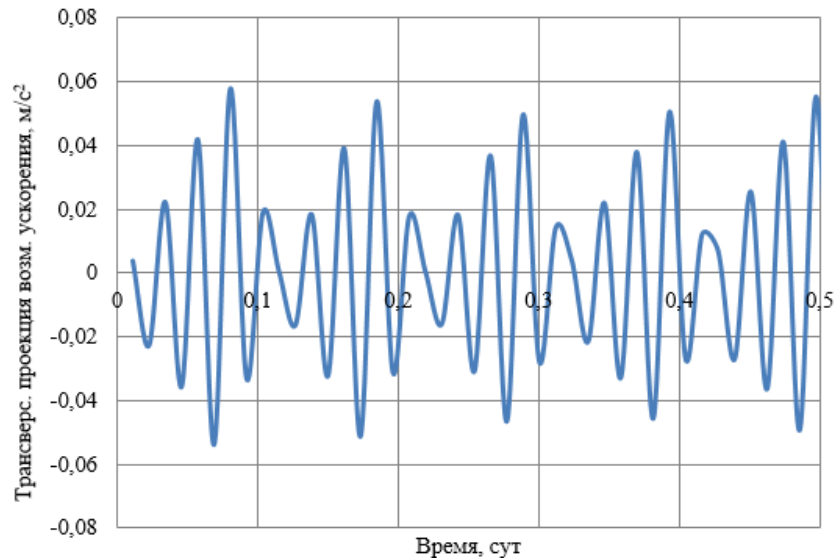


Рисунок 3.3 – Трансверсальная проекция возмущающего ускорения

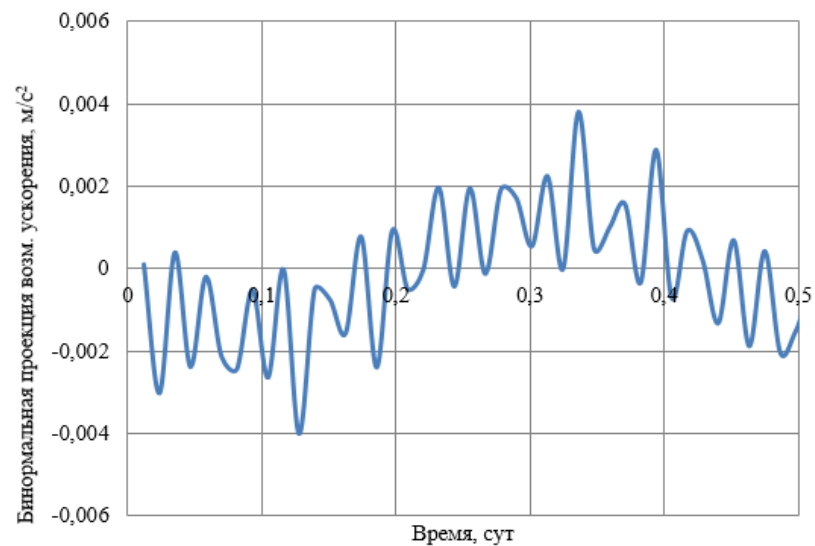


Рисунок 3.4 – Бинормальная проекция возмущающего ускорения

Применение данных корректирующих поправок к управляющему ускорению позволяет поддерживать требуемый орбитальный параметр с точностью моделирования.

На рисунках 3.5 – 3.7 показаны скорректированные проекции управляющего ускорения и изменение радиус-вектора КА за первые сутки движения для манёвра поддержания радиуса перицентра орбиты.

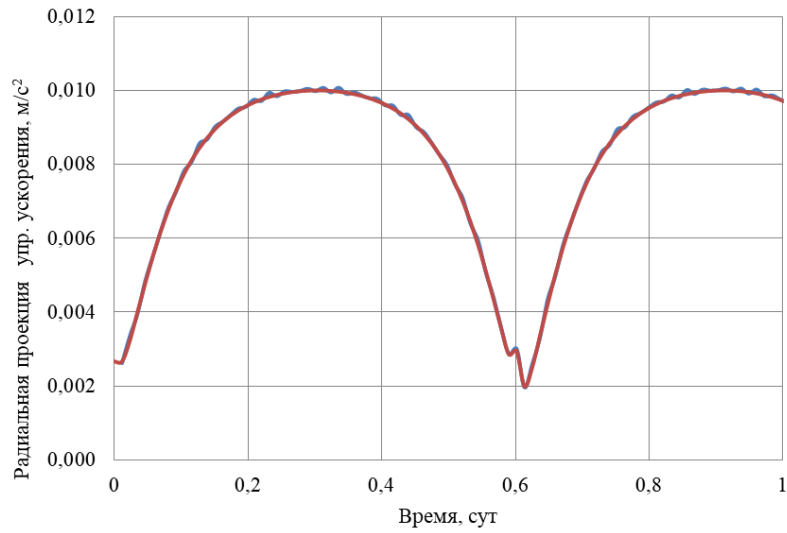


Рисунок 3.5 – Радиальная составляющая управляющего ускорения с коррекцией

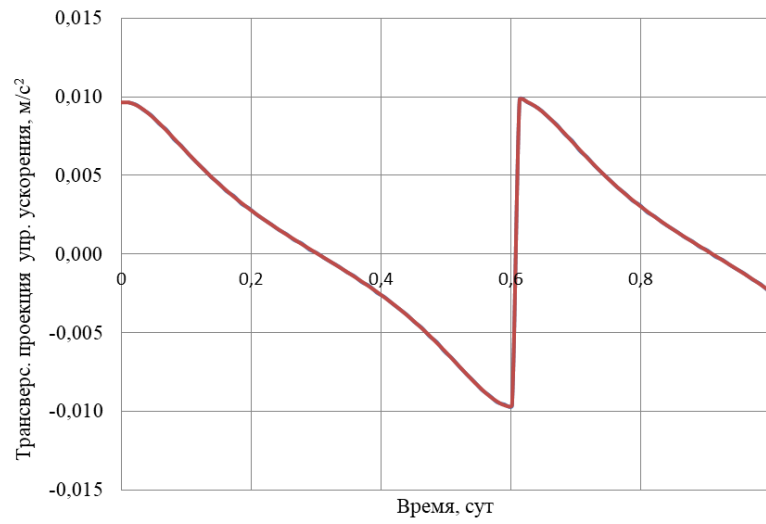


Рисунок 3.6 – Трансверсальная составляющая управляющего ускорения с коррекцией

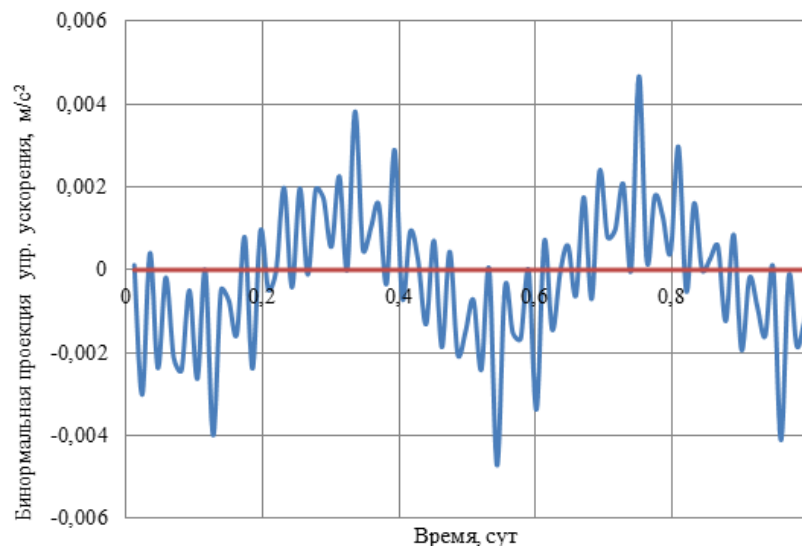


Рисунок 3.7 – Бинормальная составляющая управляющего ускорения с коррекцией

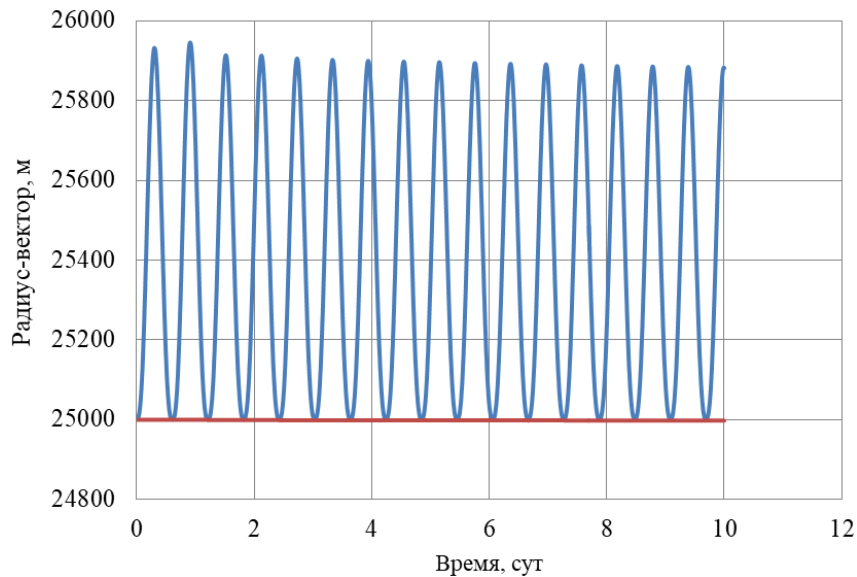


Рисунок 3.8 – Изменение радиус-вектора КА для манёвра поддержания радиуса перицентра

Использование первой группы законов управления позволяет поддерживать заданное значение одного из оскулирующих элементов в течение любого времени, однако при этом двигательная установка постоянно остаётся включённой. Это приводит к большим затратам рабочего тела на манёвр поддержания орбиты.

Для второй группы законов управления, обеспечивающих наибольшую скорость изменения орбитальных элементов, наличие возмущающих ускорения не препятствует достижению цели манёвра, а только замедляет его выполнение в случае, если ускорение от силы тяги больше возмущающего ускорения по модулю. В случае использования коррекции управляющего ускорения в соответствии с действующими возмущениями, длительность манёвров совпадает с невозмущённым управляемым движением, а расход рабочего тела увеличивается.

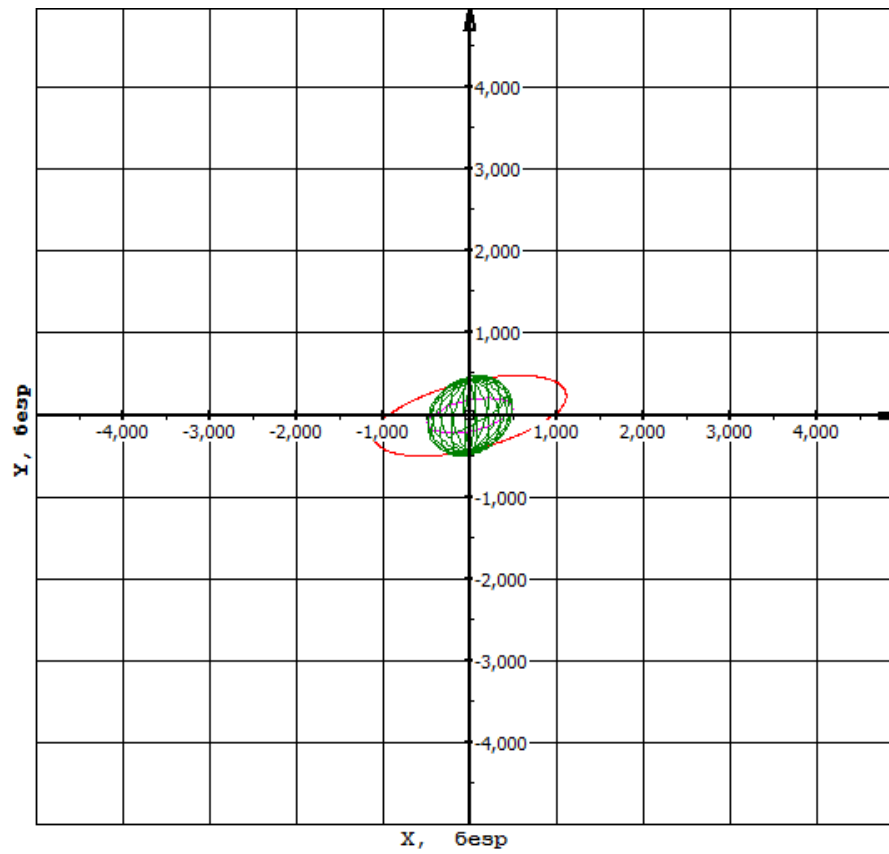


Рисунок 3.9 – Моделирование движения КА под действием управления, обеспечивающего постоянство эксцентриситета

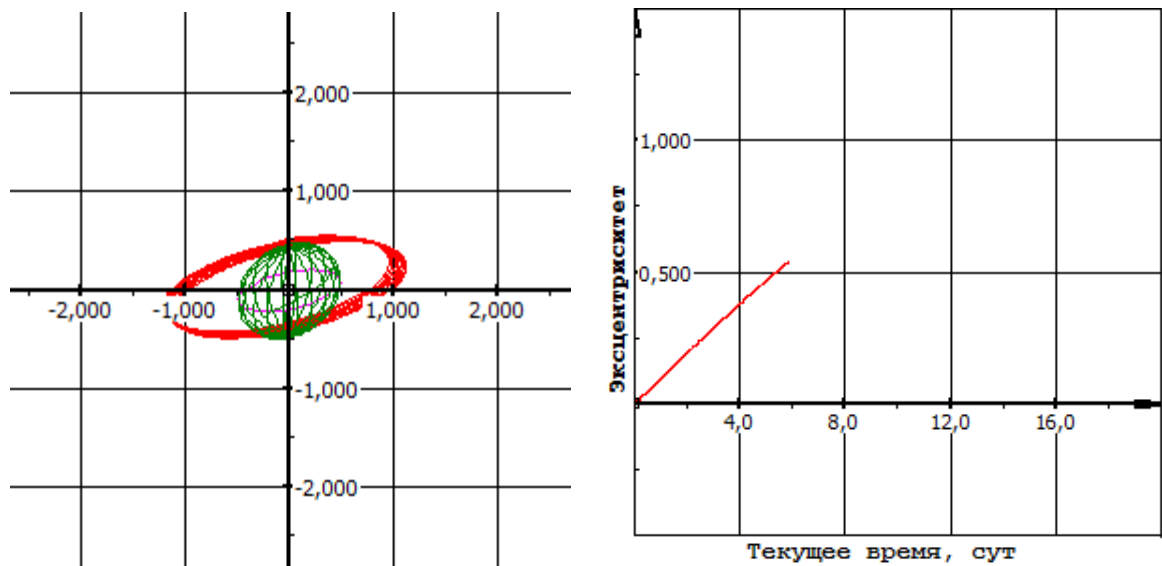


Рисунок 3.10 – Моделирование движения КА под действием управления, обеспечивающего максимальную скорость изменения эксцентриситета

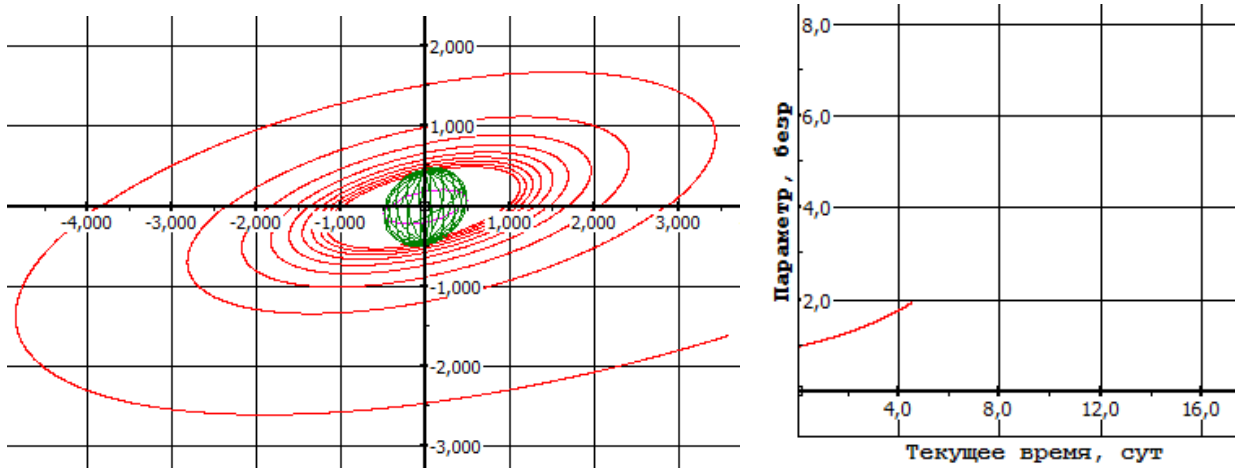


Рисунок 3.11 – Моделирование движения КА под действием управления, обеспечивающего максимальную скорость изменения параметра

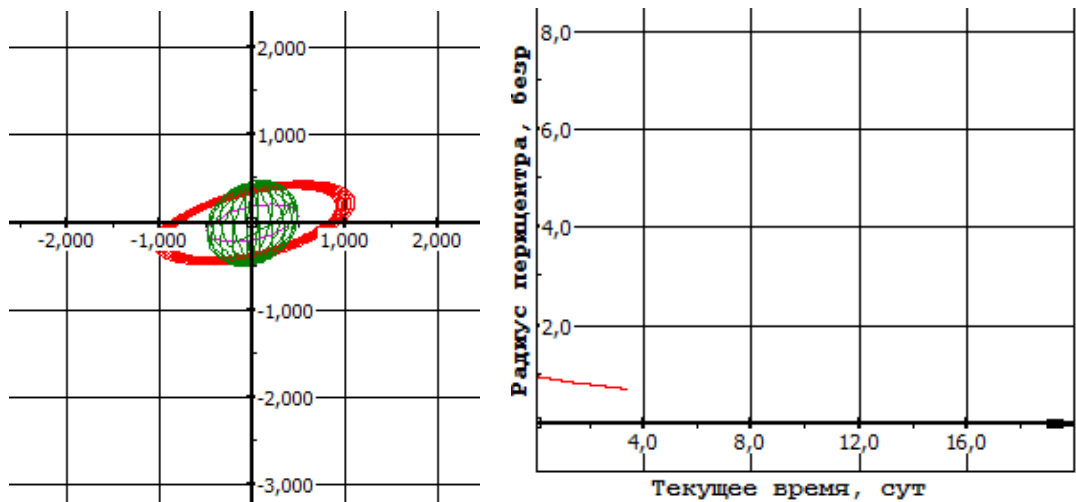


Рисунок 3.12 – Моделирование движения КА под действием управления, обеспечивающего максимальную скорость изменения расстояния до перицентра

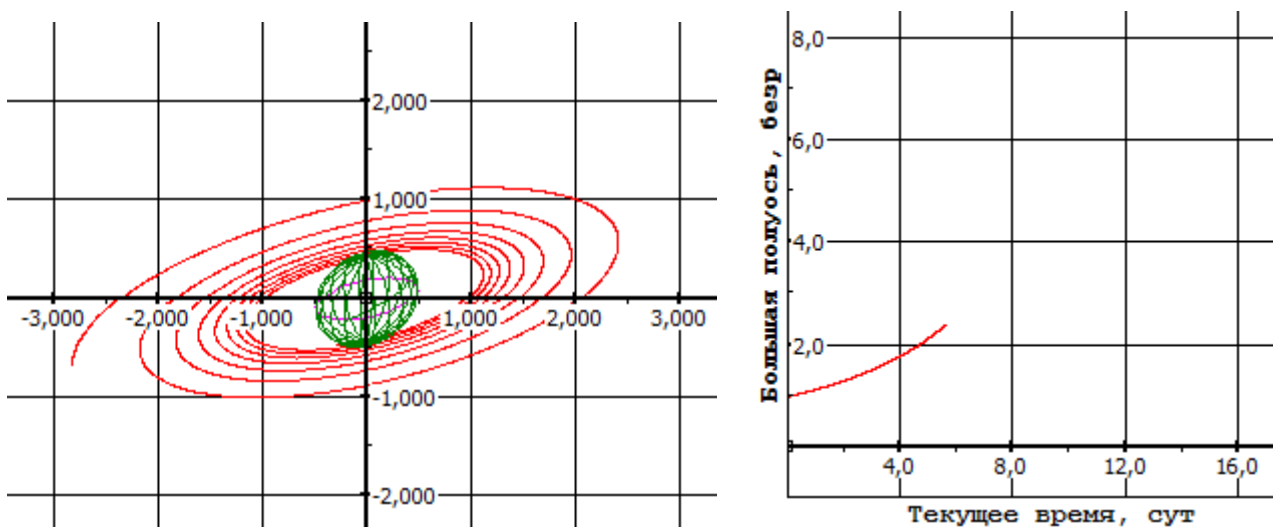


Рисунок 3.13 – Моделирование движения КА под действием управления, обеспечивающего максимальной скорости изменения большой полуоси (тангенциальная тяга)

Результаты моделирования движения под действием некоторых

скорректированных законов управления представлены на рисунках 3.9 - 3.13.

3.2.3 Алгоритм формирования программы номинального управления в окрестности объекта исследования для поддержания рабочей орбиты

Программа управления при поддержании заданной объектоцентрической орбиты может выбираться двумя способами:

- с использованием локально-оптимальных законов, направленных на сохранение одного из оскулирующих элементов орбиты (при этом двигательная установка работает без выключений);
- с использованием релейных законов с зоной нечувствительности и «гистерезисом» (направление управляющего ускорения обеспечивает наискорейшее возвращение контролируемого параметра в заданный диапазон, двигательная установка работает с выключениями).

В данной работе была разработана и использована следующая методика формирования номинального управления для поддержания рабочей орбиты.

Приведём её для наиболее часто используемого манёвра поддержания заданного значения большой полуоси $a_{зад}$ в заданном диапазоне $|a(t) - a_{зад}| \leq \Delta a$. Действие методики основывается на законах локально-оптимального управления наискорейшего уменьшения (угол управления меняется по закону $\lambda_{ум}(t)$) и увеличения (угол управления меняется по закону $\lambda_{ув}(t)$) большой полуоси и алгоритме, схема действия которого изображена на рисунке 3.14.

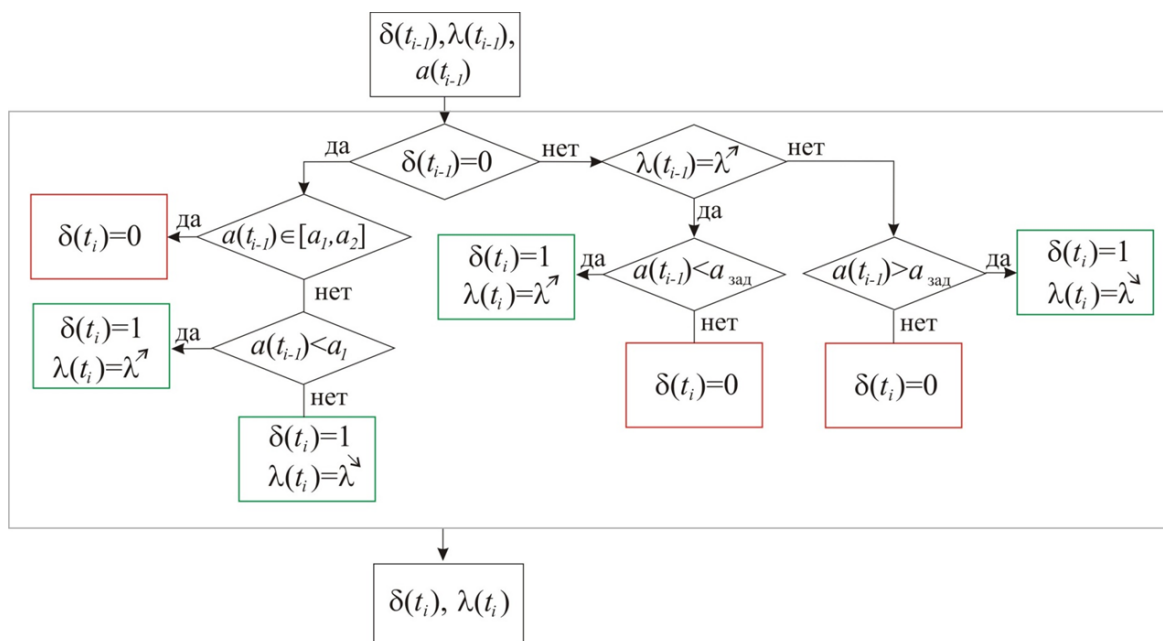


Рисунок 3.14 – Схема алгоритма выбора значений функций управления при поддержании орбиты на объектоцентрическом участке движения

Кратко, этот алгоритм можно описать следующим образом.

1. Двигатель остаётся выключенным $\delta(t)$ и закон управления не определён $\lambda(t) \neq \lambda_{ym}(t)$, $\lambda(t) \neq \lambda_{ye}(t)$ в трёх случаях:

- если $|a(t) - a_{зад}| \leq \Delta a$ и $\delta(t - \Delta t) = 0$ (большая полуось находится в заданном диапазоне и двигатель был выключен на предыдущем шаге);

- если $a(t) \leq a_{зад}$ и $\lambda(t - \Delta t) = \lambda_{ym}$ (большая полуось уменьшалась и стала меньше заданной);

- если $a(t) \geq a_{зад}$ и $\lambda(t - \Delta t) = \lambda_{ye}$ (большая полуось увеличивалась и стала больше заданной).

2. Двигатель включён $\delta(t) = 1$ и закон управления направлен на уменьшение большой полуоси $\lambda(t) = \lambda_{ym}$ в двух случаях:

- если $a(t) > a_{зад} + \Delta a$ (большая полуось вышла за заданный диапазон «вверх»);

- если $a_{зад} < a(t) < a_{зад} + \Delta a$ и $\lambda(t - \Delta t) = \lambda_{ym}$ (большая полуось уменьшалась и пока не достигла заданной).

3. Двигатель включён $\delta(t) = 1$ и закон управления направлен на увеличение

большой полуоси $\lambda(t) = \lambda_{y\bar{c}}$ в двух случаях:

- если $a(t) < a_{зад} - \Delta a$ (большая полуось вышла за заданный диапазон «вниз»):

- если $a_{зад} - \Delta a < a(t) < a_{зад}$ и $\lambda(t - \Delta t) = \lambda_{y\bar{c}}$ (большая полуось увеличивалась и пока не достигла заданной).

Схема работы этого алгоритма приведена на рисунке 3.15.

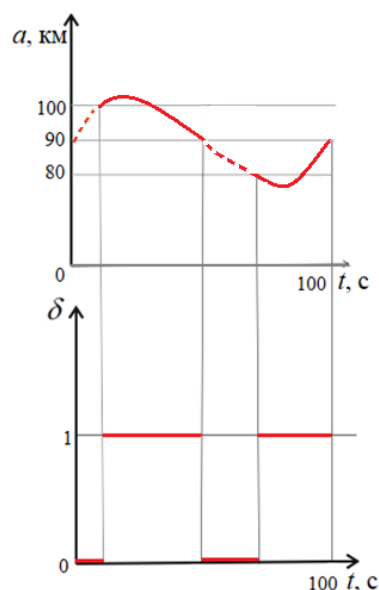


Рисунок 3.15 – Схема поддержания большой полуоси орбиты вблизи тела неправильной формы

Приведённый алгоритм позволяет сократить длительность работы двигателя, и эффективен при движении относительно небесных тел с небольшой степенью нецентральности. Если же тело имеет существенно неправильную форму, то применение такого алгоритма приводит к большому числу включений-выключений двигателей, что снижает его ресурс работы. При этом длительность пассивных участков остаётся небольшой и расход рабочего тела снижается незначительно, по сравнению с применением алгоритма поддержания орбиты на базе локально-оптимального закона управления сохранения оскулирующего элемента.

На рисунке 3.16 представлены результаты моделирования манёвра поддержания орбиты на объектоцентрическом участке движения.

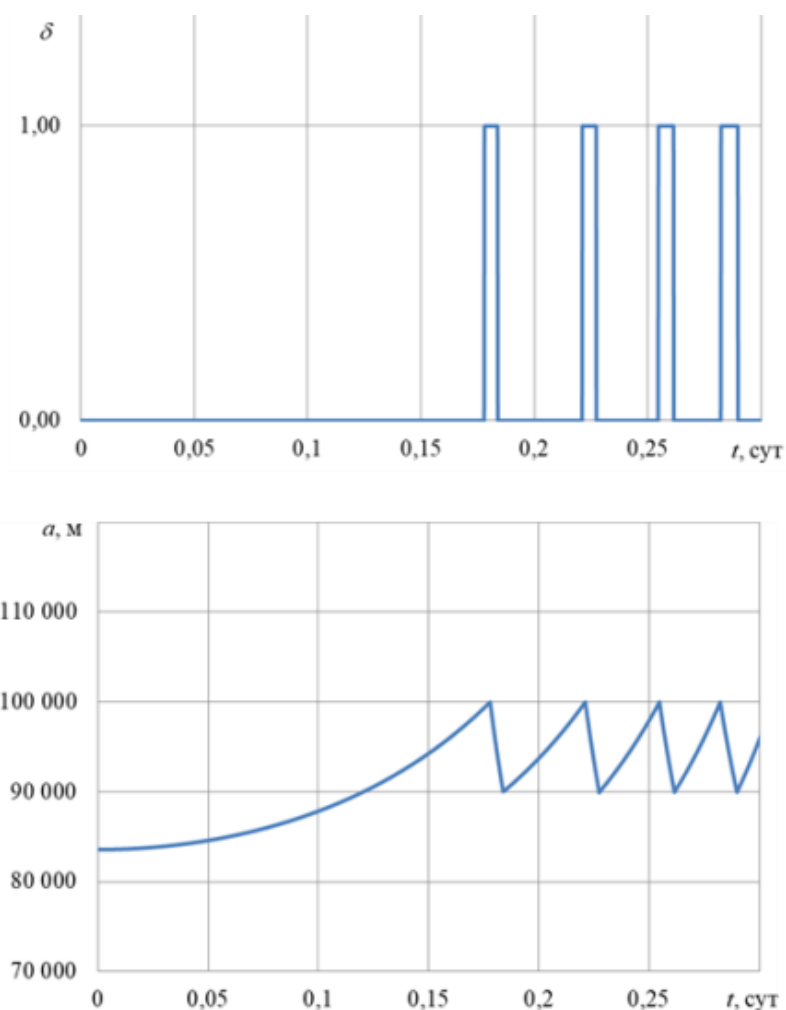


Рисунок 3.16 – Результат моделирования манёвра поддержания орбиты на объектоцентрическом участке движения

3.3 Описание программного комплекса, предназначенного для моделирования объектоцентрического движения

Моделирование и визуализация этапа объектоцентрического движения было реализовано в программном комплексе «Моделирование движения КА с ЭРДУ, предназначенным для исследования малых тел Солнечной системы». Комплекс создан в среде программирования Delphi. Интеллектуальные права на программу для ЭВМ зарегистрированы (№ 2022612731 от 28.02.2022). Свидетельство о регистрации представлено в Приложении Б.

Программный комплекс обеспечивает автоматизацию баллистического проектирования объектоцентрического участка миссии, выбор программ управления, моделирование и визуализацию управляемого движения

относительно малых тел Солнечной системы. В программном комплексе гравитационное поле объекта исследования представлено в виде суперпозиции полей двух массивных точек, вращающихся с угловой скоростью собственного вращения астероида.

На рисунке 3.17 представлено рабочее окно программы исследования астероида при помощи космического аппарата с двигателями малой тяги.



Рисунок 3.17 – Рабочее окно программы

В программном комплексе можно задать необходимые характеристики космического аппарата, двигательной установки и параметры астероида (рисунок 3.18); выбрать закон управления (рисунок 3.19), ввести полярные координаты и оскулирующие элементы начальной орбиты на главной форме (рисунок 3.17), выбрать параметры моделирования (рисунок 3.20). Моделирование движения тел осуществляется численно, методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

В программе выводятся графические результаты моделирования, с помощью которых можно провести анализ исследуемой миссии. Данная программа позволяет убедиться в применимости выбранного метода, визуализировать движение системы, а также провести расчёт и анализ траектории движения исследовательской миссии. В разработанной программе можно ввести дату начала движения, необходимую для расчёта текущих эфемерид астероида и возмущающих ускорений от Солнца.

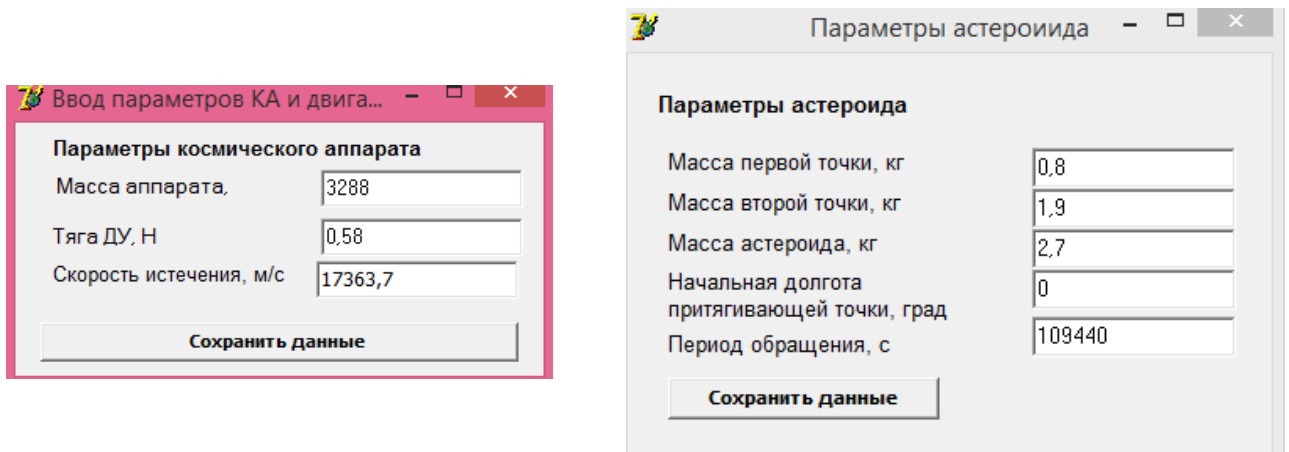


Рисунок 3.18 – Параметры КА и астероида

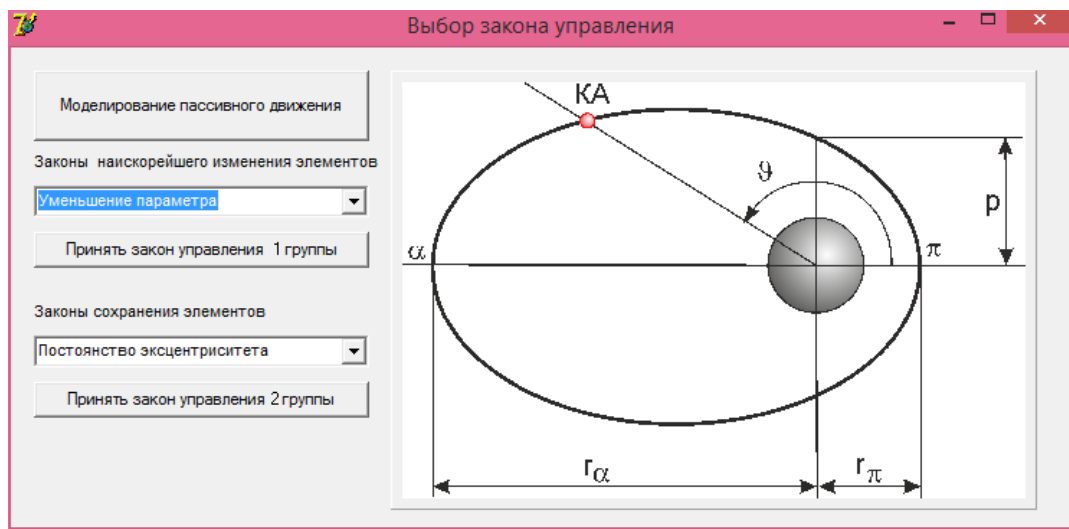


Рисунок 3.19 – Окно для выбора закона управления

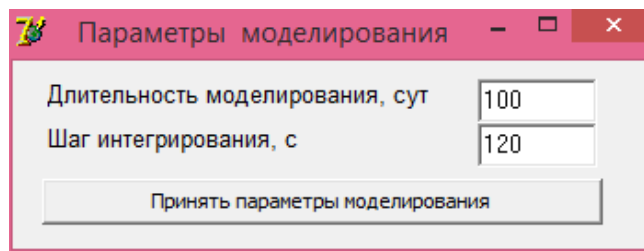


Рисунок 3.20 – Параметры моделирования

Программный комплекс использует уравнения движения (2.7), скорректированные локально-оптимальные законы управления, которые были выбраны для формирования или поддержания орбиты. Результатами работы программного комплекса являются: траектория перелёта; графики изменения оскулирующих элементов орбиты и законов управления КА; таблица с результатами моделирования, которая выводится в текстовый файл.

Для начала расчёта миссии следует ввести параметры КА, астероида,

параметры моделирования и выбрать закон управления. Необходимо задать дату, на которую планируется старт миссии.

Таблица 3.2 – Входные параметры программного комплекса

№	Наименование входного параметра	Величина измерения
1	масса аппарата	кг
2	тяга ДУ	Н
3	скорость истечения	м/с
4	масса первой точки	кг
5	масса второй точки	кг
6	масса астероида	кг
7	начальная долгота притягивающей точки	градус
8	период обращения	с
9	шаг интегрирования	с
10	длительность моделирования	сут

Выходные данные программного комплекса подразделяются на части «Траектория», «Численные результаты», «Графические результаты моделирования». В левой части формы с названием «Траектория» появится траектория движения астероида и космического аппарата (таблица 3.3).

Таблица 3.3 – Выходные параметры программного комплекса раздела «Траектория»

№	Наименование выходного параметра	Назначение выходного параметра
1	Астероид	Сфера зелёного цвета на главной форме в разделе «Траектория». Размеры сферы соответствуют максимальному размеру астероида. Условно считается, что попадание КА в эту сферу приводит к столкновению с астероидом и прекращению моделирования
2	Космический аппарат	Траектория КА - линия красного цвета на главной форме в разделе «Траектория» Линия зелёного цвета - изменение параметров орбиты и углов управления на форме «Графические результаты моделирования».

На рисунках 3.21 и 3.22 представлена визуализация работы в разделах «Траектория», «Численные результаты», «Графические результаты моделирования».

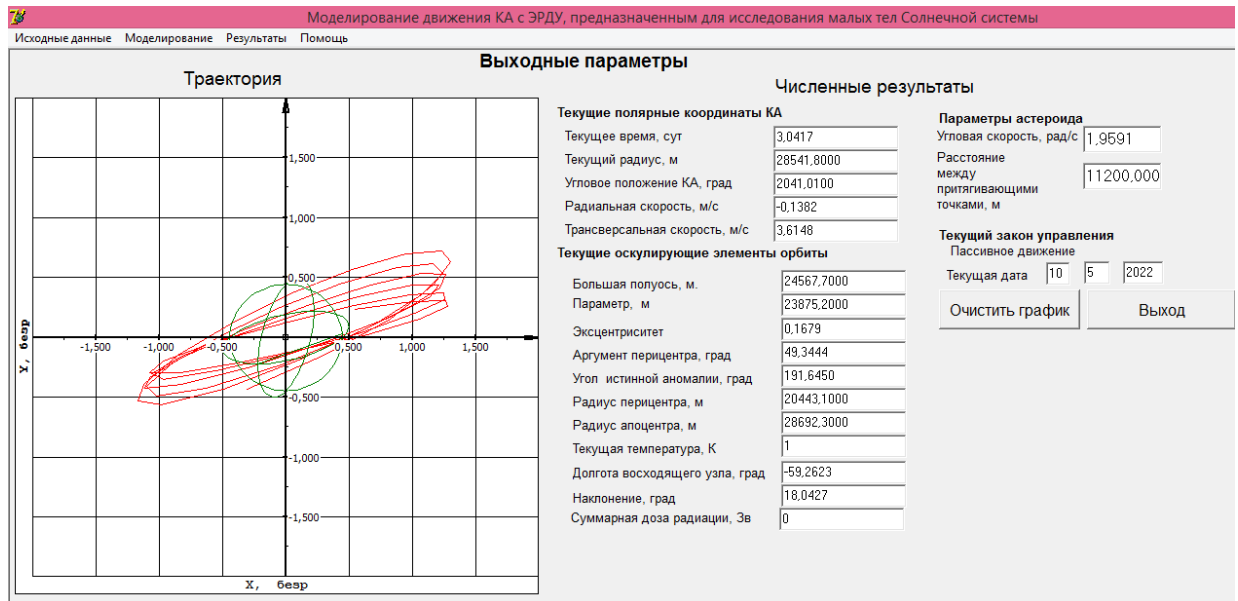


Рисунок 3.21 – Визуализация работы программного комплекса в разделах «Траектория» и «Численные результаты»

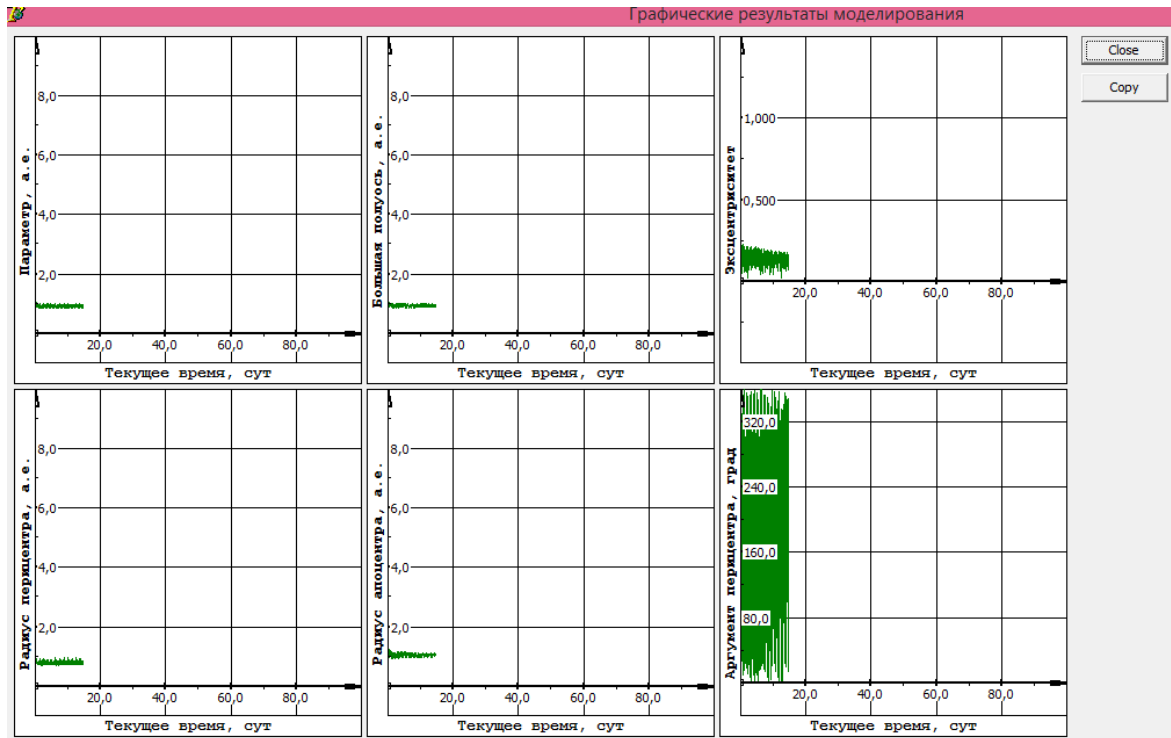


Рисунок 3.22 - Визуализация работы программного комплекса в разделах «Графические результаты моделирования»

Численные результаты моделирования выводятся в текстовый файл, последовательность и размерность выводимых параметров показаны в таблице 3.4.

Таблица 3.4 - Выходные параметры программного комплекса раздела «Численные результаты»

№	Наименование выходного параметра	Величина измерения
---	----------------------------------	--------------------

1	текущее время	сут
2	текущий радиус	км
3	угловое положение КА	градус
4	радиальная скорость	м/с
5	трансверсальная скорость	м/с
6	большая полуось	км
7	фокальный параметр	
8	эксцентриситет	
9	аргумент перицентра	градус
10	угол истинной аномалии	градус
11	радиус перицентра	км
12	радиус апоцентра	км
13	текущая температура	К
14	долгота восходящего узла	градус
15	наклонение	градус
16	суммарная доза радиации	Зв
17	угловая скорость астероида	рад/с
18	расстояние между притягивающими центрами	км

Выводы по главе:

1. Описано и исследовано формирование программ номинального управления гелиоцентрическим движением КА на основе принципа максимума Понтрягина.
2. Разработана вычислительная процедура формирования номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условия трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта.
3. Изучены возможности использования скорректированных локально-оптимальных законов управления для совершения частных динамических манёвров в окрестности тела с нерегулярным гравитационным полем.
4. Разработана методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.
5. Описаны программные комплексы для формирования программ управления, моделирования и визуализации на всех участках движения.

4 Методика оптимизации миссий и описание полученных результатов

4.1 Исследовательская миссия «Rosetta» для изучения малых тел Солнечной системы

В качестве примера успешной миссии для исследования малых тел Солнечной системы и валидации предложенной методики проектно-баллистического анализа миссий, в диссертации рассмотрен полёт автоматической межпланетной станции «Rosetta». «Rosetta» – это первый КА, который следовал за кометой по её орбите вокруг Солнца, находясь в гравитационном поле кометы, выполнял совместный полёт, включая обращение вокруг ядра кометы, необходимые манёвры, и первый, который высадил посадочный модуль на ядро кометы.

4.1.1 Гелиоцентрическое движение космического аппарата «Rosetta»

Научные цели миссии и характеристики КА «Rosetta» описаны в разделе 1.2.1, в этом разделе, приводятся более подробная баллистическая схема гелиоцентрического движения.

Запуск КА «Rosetta» состоялся 2 марта 2004 г. ракетой-носителем «Arian 5G+» на рабочую гелиоцентрическую орбиту с гиперболическим избытком скорости 3545 м/с. Баллистическая схема гелиоцентрического движения «Rosetta» предусматривала четыре гравитационных манёвра в сферах действия Земли, Марса и ещё два в сфере действия Земли [40]. Схема и основные этапы полёта КА «Rosetta» показаны на рисунке 4.1 и в таблице 4.1 [40-41].

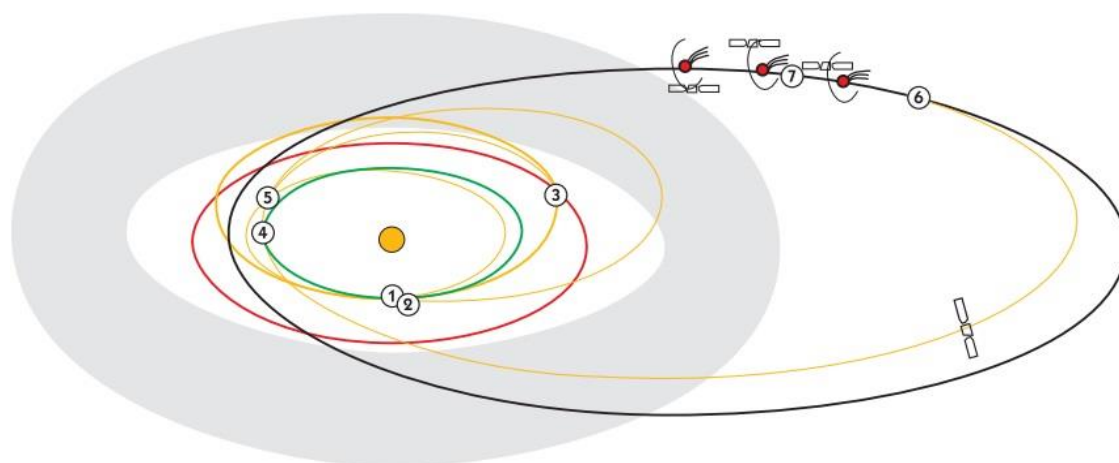


Рисунок 4.1 - Основные этапы полёта КА «Rosetta»

Таблица 4.1 – Основные этапы полёта КА «Rosetta»

№	Дата	Событие
1	Март 2004	Запуск
2	Март 2005	1-й гравитационный манёвр у Земли
3	Февраль 2007	Гравитационный манёвр у Марса
4	Ноябрь 2007	2-й гравитационный манёвр у Земли
5	Ноябрь 2009	3-й гравитационный манёвр у Земли
	Май 2011	Последняя большая коррекция
6	Январь 2014	Начало сближения с кометой
	Май 2014	Уравнивание скоростей КА и кометы
	Август 2014	Начало движения в окрестности кометы
7	Ноябрь 2014	Посадка зонда на ядро
	Декабрь 2015	Окончание работы КА

КА «Rosetta» имел следующие проектные параметры: тип конструкции – коробчатый; габаритные размеры 2,8 м х 2,1 м х 2,0 м; площадь панелей солнечных батарей 64 м² (длина одной панели 14 м); общая длина конструкции (включая длину двух солнечных батарей, соединительные части и приборный блок) 32 м [41]. Солнечные батареи «Rosetta» давали 395 Вт на расстоянии 5,25 а.е. от Солнца, 440 Вт на 4,5 а.е., до 850 Вт на 3,4 а.е. и 8700 Вт в перигелии кометной орбиты. Кроме того, на борту имелись четыре никель-кадмиевые аккумуляторные батареи ёмкостью 10 А·ч, питающие аппарат при нахождении в тени.

Ориентацию и управление станцией обеспечивали 24 двигателя со скоростью истечения 2846 м/с и тягой 10 Н каждый (четыре двигателя из них использовались для создания маршевого ускорения). В состав двигательной установки «Rosetta» входили баки горючего и окислителя ёмкостью по 1106 л и

четыре бака подсистемы наддува (по 35 л). Стартовая масса КА, по данным ЕКА, составляла 3065 кг, из которой 1650 кг приходилось на топливо, что обеспечивало запас характеристической скорости в 2,2 км/с. Научная аппаратура орбитального аппарата имела массу 165 кг, масса посадочного зонда 100 кг, из которых 21 кг приходится на приборы.

В таблице 4.2 представлены характеристики динамических манёвров, проведённых «Rosetta» на этапе гелиоцентрического движения [95].

Таблица 4.2 – Характеристики динамических манёвров КА «Rosetta»

№	Дата	Цель манёвра	Длительность включения двигателей, сек	Расход рабочего тела, кг	Характеристическая скорость манёвра, м/с
1	03.03.2004	Пробное включение двигателей	78,7	1,077	1,000
2	10.05.2004	Манёвр коррекции траектории (МКТ) для перелёта Земля - Земля	11706,3	160,171	152,809
3	16.05.2004	МКТ для перелёта Земля - Земля	392,1	5,364	4,989
4	25.11.2004	МКТ для перелёта Земля - Земля	6,7	0,092	0,090
5	09.12.2004	МКТ для перелёта Земля - Земля	8,6	0,118	0,116
6	17.02.2005	МКТ для обеспечения точности первого гравитационного манёвра в сфере действия Земли	6,3	0,087	0,085
7	04.03.2005	Первый гравитационный манёвр в сфере действия Земли (радиус перигея 8331,8 км, скорость в перигее 10,501 км/с)	0,0	0,000	5889
8	29.09.2006	МКТ для перелёта Земля - Марс	2356,3	32,240	31,791
9	13.11.2006	МКТ для обеспечения точности гравитационного манёвра в сфере действия Марса	7,3	0,100	0,099
10	09.02.2007	МКТ для обеспечения точности гравитационного манёвра в сфере действия Марса	3,4	0,046	0,0455
11	23.02.2007	Гравитационный манёвр у Марса (радиус перицентра 3649,9 км, скорость в перицентре 10,053 км/с)	0,0	0,000	2315
12	26.04.2007	МКТ для перехода Марс - Земля	480,4	6,573	6,526
13	22.10.2007	МКТ для обеспечения точности второго гравитационного манёвра в сфере действия Земли	6,5	0,089	0,088
14	13.11.2007	Второй гравитационный манёвр у Земли (радиус перигея 11672,9 км, скорость в перигее 13,34 км/с)	0,0	0,000	4973
15	23.11.2007	МКТ отлётной траектории от Земли и выход на траекторию пролёта астероида Штейнса	112,2	1,536	1,5269
16	21.02.2008	МКТ отлётной траектории от Земли и	18,2	0,250	0,2483

№	Дата	Цель манёвра	Длительность включения двигателей, сек	Расход рабочего тела, кг	Характеристическая скорость манёвра, м/с
		выход на траекторию пролёта астероида Штейнса			
17	14.08.2008	МКТ для обеспечения требований к относительной траектории пролёта астероида Штейнса	9,4	0,129	0,128
18	04.09.2008	МКТ для обеспечения требований к относительной траектории пролёта астероида Штейнса	8,7	0,119	0,118
19	05.09.2008	Пролёт астероида Штейнса (расстояние 800,7 км, скорость 8,62 км/с)	0,0	0,000	0
20	22.10.2009	МКТ для обеспечения точности третьего гравитационного манёвра в сфере действия Земли	6,5	0,088	0,088
21	13.11.2009	Третий гравитационный манёвр у Земли (радиус перигея 8852 км, скорость в перигее 10,887 км/с)	0,0	0,000	6538
22	23.11.2009	МКТ для обеспечения точности завершения гравитационного манёвра в сфере действия Земли	42,6	0,583	0,58
23	18.06.2010	МКТ для обеспечения требований к относительной траектории пролёта астероида Лютеция	20,2	0,276	0,275
24	10.07.2010	Пролёт астероида Лютеция (3168,2 км и относительная скорость 15 км/с)	0,0	0,000	0
25	17.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	20914,7	286,165	300
26	18.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	1972,8	26,992	30
27	21.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	2275,4	31,133	35
28	23.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	12479,0	170,744	200
29	24.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	2689,0	36,792	45
30	10.02.2011	МКТ для уточнения параметров относительного движения с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	0,6	0,008	0,01
31	17.02.2011	МКТ для уточнения параметров относительного движения с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	1021,9	13,982	17,29
Всего на гелиоцентрическом участке			56623,8	769,39	627,3

Дальнейшее движение КА «Rosetta» проходило в непосредственной близости от кометы, что представляет для целей диссертации наибольший интерес, поэтому опишем это движение более подробно в разделе 4.1.2.

Анализ гелиоцентрического движения КА показал, что основные энергетические затраты выбранной баллистической схемы приходятся на гравитационные манёвры. Суммарный импульс скорости, полученный КА за счёт гравитационных манёвров составляет 19715 м/с. Среди манёвров, выполненных за счёт двигательной установки, наибольшие затраты характеристической скорости потребовались для перехода на первый виток орбиты Земля – Земля (четыре манёвра с суммарной характеристической скоростью 159 м/с), перелёт Земля - Марс (один манёвр с характеристической скоростью 31,8 м/с) и выравнивания скорости КА и кометы (семь манёвров с суммарной характеристической скоростью 627,3 м/с). Суммарные затраты рабочего тела на гелиоцентрическое движение составило 769 кг. Часть манёвров выравнивания скорости непосредственно вблизи кометы (совершённые в 2014 г) анализируются в следующем разделе. Кроме того, было совершено множество манёвров коррекции траектории, общие затраты характеристической скорости на которые были невелики и составили около 9,8 м/с (1,2 % от затрат на три «основных» манёвра).

4.1.2 Движение КА «Rosetta» в непосредственной окрестности кометы

В этом разделе описаны манёвры КА, проведённые с целью выполнения целей миссии при подходе к комете Чурюмова-Герасименко (таблица 4.3) и в её непосредственной окрестности. Эти манёвры до момента сброса зонда на поверхность кометы представлены на рисунках 4.2, 4.3 и в таблице 4.4 [96]. На рисунке 4.2 представлены линии уровня гравитационного потенциала кометы, полученные для суперпозиции двух гравитирующих точек.

Согласно [100] этап маневрирования КА в окрестности кометы начался 7 мая 2014 г. «Rosetta» вышла из состояния «сна» на расстоянии 4,4 а.е. от Солнца и приступила к манёвру выравнивания скорости с кометой. На этот манёвр было затрачено около 730 м/с и он закончился на расстоянии 100 тыс. км при разнице

скоростей КА и кометы 50 м/с. После достижения этого расстояния начался этап дальнего сближения, во время которого относительная скорость была снижена до 3 м/с, а расстояние доведено до 3500 км. На следующем, ближнем участке сближения относительная скорость была уменьшена до 1 м/с, и 8 августа КА был выведен на первую рабочую квази-орбиту относительно кометы [100].

Таблица 4.3 – Характеристики кометы 67P/Чурюмова-Герасименко

Первооткрыватели	Чурюмов Клим Иванович, Герасименко Светлана Ивановна
Дата обнаружения	20 сентября 1969 г.
Орбитальные характеристики:	
Эксцентриситет (e)	0,6315
Большая полуось (a)	3,5073 а. е.
Перигелий (q)	1,2923 а. е.
Афелий (Q)	5,7220 а. е.
Период обращения (P)	6,5680 а. е.
Наклонение орбиты (i)	7,1205 °
Средняя аномалия (M)	164,334 °
Средний радиус сферы действия	62,54 км

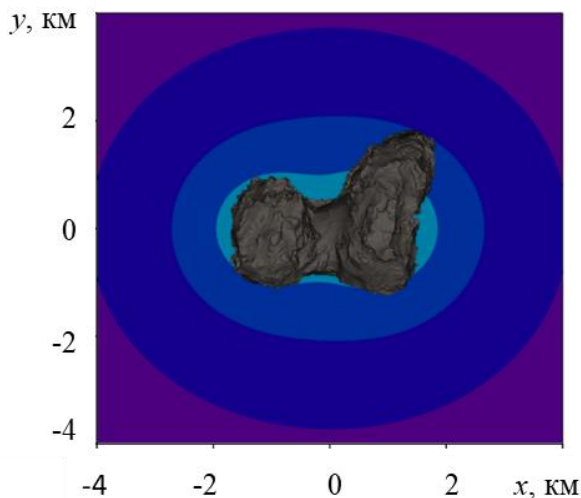


Рисунок 4.2 - Линии уровня гравитационного потенциала для случая двух притягивающих точек для кометы Чурюмова-Герасименко

На таком расстоянии и такой скорости, траектории движения КА относительно кометы представляли собой отрезки гиперболических траекторий. С 10 по 31 августа квази-орбита КА была построена на основе восьми гиперболических дуг (рисунок 4.3). Плоскость орбиты каждой дуги наклонена примерно на 30 градусов от направления на Солнце. Радиус-вектор комета - КА описывал фигуру похожую на пирамиду с вершиной в окрестности кометы

направленной к солнечной стороне кометы. Первые 3 дуги лежали в основании этой пирамиды и образовывали замкнутый треугольник на высоте 90-120 км над поверхностью кометы. Последние 3 дуги образуют замкнутый треугольник на расстоянии 50-70 км. Две промежуточные дуги являются переходными и пересекают первый и второй «треугольники». Относительная скорость КА и кометы составляет около 0,5 м/с. Радиус перицентра первых трёх дуг составлял около 90 км для первых трёх дуг и для последних трёх дуг 50 км. КА перемещался 3-4 дня по каждой дуге. Выход на первую дугу осуществлялся при расстоянии 120 км от ядра кометы. Для осуществления переходов с одной гиперболической дуги на другую использовались манёвры с характеристической скоростью около 0,8 м/с.

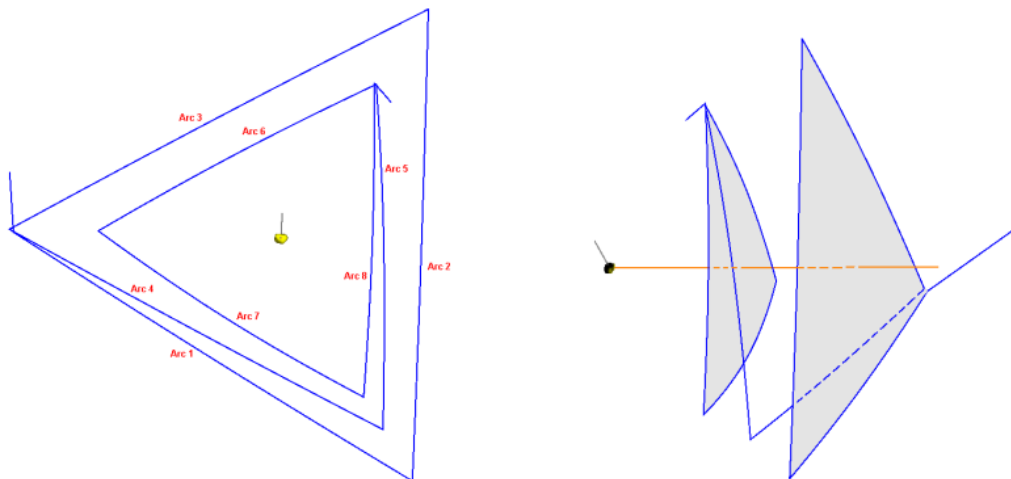


Рисунок 4.3 – Квази-орбита КА на этапе ближнего сближения с кометой

В процессе движения по такой траектории уточнялись характеристики кометы, например, ошибка определения гравитационного параметра кометы по результатам анализа движения по первым трём дугам уменьшилась с $135,4 \text{ м}^3/\text{с}^2$ до $90,1 \text{ м}^3/\text{с}^2$.

Далее КА входил в гравитационную сферу действия кометы и начинался этап картографирования поверхности и уточнения динамических и кинематических свойств кометы. При номинальном радиусе кометы 2 км наблюдение осуществлялось с расстояния менее 23 км до кометы. На этом расстоянии и скорости траектория КА (рисунок 4.4) уже состояла из четырёх 180-градусных дуг околокруговых орбит радиусом 20 км (период 7,5 дней),

расположенных в двух плоскостях, наклонённых на 30 градусов к направлению на Солнца, чтобы избежать затенения солнечных батарей КА. Места посадки наблюдались сначала с круговой орбиты радиусом 10 км, близкой к плоскости дневного терминатора кометы (менее 20 градусов). Затем, после подтверждения КА был выведен на более близкую орбиту с радиусом перицентра 5 км, расположенным над зоной посадки.

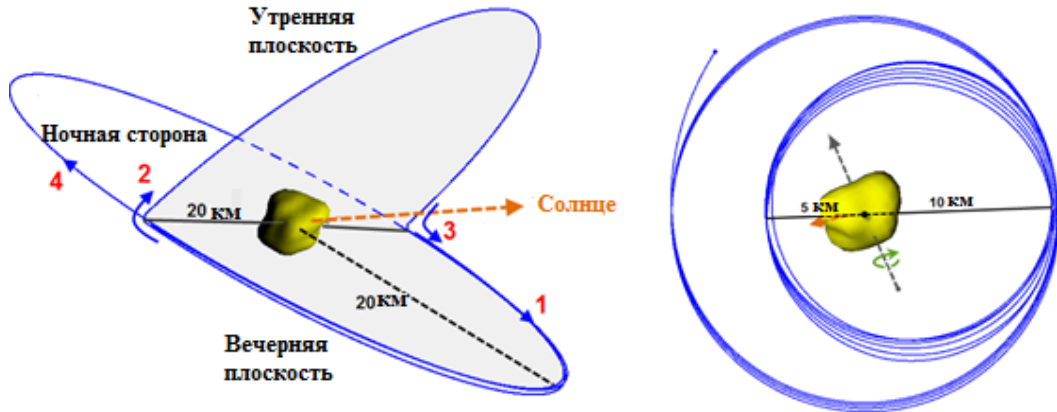


Рисунок 4.4 – Манёвры КА в процессе картографирования и ближнего наблюдения кометы

Таблица 4.4 – Манёвры, проведённые КА на стадии подхода к комете

Дата в 2014	Цель манёвра	Длительность включения двигателей, с	Расход рабочего тела, кг	Характеристическая скорость, м/с	Расстояние до кометы, км
7 мая	Тестирование ДУ	1174,4	16,1	20,000	1870000
22 мая	Выравнивание скорости КА и кометы	16110,8	220,4	289,590	954000
4 июня	Выравнивание скорости КА и кометы	13589,0	185,9	269,485	396000
18 июня	Выравнивание скорости КА и кометы	4200,1	57,5	88,733	166000
2 июля	Дальнее сближение	2707,5	37,0	58,701	45000
9 июля	Дальнее сближение	1168,7	16,0	25,718	19000
16 июля	Дальнее сближение	495,0	6,8	10,963	8200
23 июля	Дальнее сближение	217,2	3,0	4,823	3500
3 авг.	Ближнее сближение	144,2	2,0	3,206	1000
6 авг.	Ближнее сближение	40,1	0,5	0,892	400
8 авг.	Выход на первую рабочую орбиту	44,9	0,6	1,000	90-120
10 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 1)	39,1	0,5	0,870	90-120
13 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 2)	39,1	0,5	0,870	90-120
17 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 3)	37,2	0,5	0,830	90-120
20 авг.	Поддержание квази-	32,3	0,4	0,720	50-70

Дата в 2014	Цель манёвра	Длительность включения двигателей, с	Расход рабочего тела, кг	Характеристическая скорость, м/с	Расстояние до кометы, км
	орбиты у кометы (пирамида 4)				
24 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 5)	26,9	0,4	0,600	50-70
27 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 6)	26,0	0,4	0,580	50-70
31 авг.	Поддержание квази-орбиты у кометы (пирамида 7)	26,0	0,4	0,580	50-70
3 сент.	Переход на круговую орбиту с наклоном - 60 градусов к направлению на Солнце	25,1	0,3	0,560	высота 29 км
7 сент.	Переход на круговую орбиту с наклоном +60 градусов	20,2	0,3	0,450	высота 29 км
10 сент.	Переход на орбиту картографирования на 4 витка	8,6	0,1	0,193	высота 19 км
24 сент.	Переход на переходную орбиту	1,5	0,0	0,033	эллипс 19,0 x 9,8
15 окт.	Переход на орбиту близкого наблюдения	7,4	0,1	0,166	высота 9,8
28 окт.	Переход с орбиты близкого наблюдения	2,6	0,05	0,058	высота 9,8 - 29
31 окт.	Переход на орбиту сброса зонда	4,3	0,1	0,096	высота 29,0
3 нояб.	Корректирующий импульс перехода на парковочную орбиту	0,2	0,05	0,005	высота 29,0
9 нояб.	Корректирующий импульс перехода на парковочную орбиту	0,1	0,03	0,003	высота 29,0
12 нояб.	Переход на орбиту сброса зонда	37,4	0,5	0,8358	высота 29,0
12 нояб. 08:35 UTC	Сброс зонда	0,1	0,0	0,001153	высота 22,5

После отделения зонда для наблюдения за его посадкой КА был отведён на замкнутые орбиты на расстоянии 10-20 км с плоскостью, близкой к плоскости дневного терминатора. Сразу после окончания фазы трансляции результатов посадки активность кометы была низкой, так как комета находилась ещё достаточно далеко от Солнца. Затем активность кометы повысилась, что ухудшило возможности прогнозирования орбит, и КА был переведён на квази – орбитальное движение, составленное из гиперболических дуг на расстоянии около 70 км над

поверхностью. КА сопровождал комету до 30 сентября 2016 г., когда он закончил существование столкновением с поверхностью кометы [99].

4.1.3 Применение разработанной методики к расчёту аналога миссии «Rosetta» с электроракетными двигателями

Оценим возможности разработанной методики баллистического проектирования миссии на примере расчёта миссии КА «Rosetta» с электроракетными двигателями. Для краткости в дальнейшем изложении будем называть такой КА «Rosetta-2». Будем считать неизменными ключевые даты миссии (старта, гравитационных манёвров, подлёта к комете) и оценим массы рабочего тела, необходимые для перелёта по той же схеме, но с электроракетной двигательной установкой. Предположим, что четыре осевых двигателя реальной двигательной установки заменены на два ионных двигателя NSTAR [98, 99] с тягой 0,02 Н, скоростью истечения рабочего тела 32000 м/с и мощностью 0,64 кВт каждый. Для осуществления манёвров будем использовать только один из двух двигателей.

Следует отметить, что панели солнечные батареи КА «Rosetta» (64 м²) обеспечивали на расстоянии 1 а.е. от Солнца 10,9 кВт и 658 Вт на расстоянии 4 а.е. от Солнца [103]. То есть энергоустановка реального КА могла бы обеспечить включение электроракетного двигателя для всех трёх наиболее энергетически напряжённых гелиоцентрических манёвров и на участке движения в окрестности кометы.

В таблице 4.5 показаны выбранные проектные и баллистические характеристики миссии «Rosetta-2» и сравнение этих характеристик с данными по исходной миссии. Из расчётов исключены тестовые включения двигателей, и объединены повторяющиеся манёвры коррекции траектории. Для расчёта траектории считалось, что времена включения двигателей для выполнения того или иного манёвра миссий совпадают, а длительность работы ЭРДУ и

направление тяги при включении двигателя на гелиоцентрических участках движения выбиралось так, чтобы обеспечивать повторение баллистической схемы движения КА «Rosetta».

Таблица 4.5 – Сравнение баллистических характеристик миссий «Rosetta» и «Rosetta-2» на гелиоцентрическом участке движения

Дата	Цель манёвра	Расход рабочего тела, кг	Длительность включения двигателей, сут
10.05.2004	Манёвр коррекции траектории (МКТ) для перелёта Земля - Земля	15,105	279,715
04.03.2005	Первый грав. манёвр в сфере действия Земли	-	0,000
29.09.2006	МКТ для перелёта Земля - Марс	3,042	56,338
23.02.2007	Гравитационный манёвр в сфере действия Марса	-	0,000
26.04.2007	МКТ для перехода Марс - Земля	0,630	11,661
13.11.2007	Второй грав. манёвр в сфере действия Земли	-	0,000
23.11.2007	МКТ для перехода Земля - пролёт астероида Штейнса	0,192	3,563
05.09.2008	Пролёт астероида Штейнса	-	0,000
13.11.2009	Третий грав. манёвр в сфере действия Земли	-	0,000
18.06.2010	МКТ для перехода Земля - пролёт астероида Лютеция	0,081	1,507
10.07.2010	Пролёт астероида Лютеция	-	0,000
17.01.2011	МКТ для выравнивания скорости с кометой 67/Чурюмова-Герасименко	59,129	1094,973
Сумма		78,2	1447,912

На рисунке 4.5 показана полученная траектория движения с выделенными участками работы ЭРДУ, а на рисунке 4.6 – изменение массы КА в процессе гелиоцентрического движения. Участки траектории, на которых двигательная установка работает, соответствуют жирным линиям.

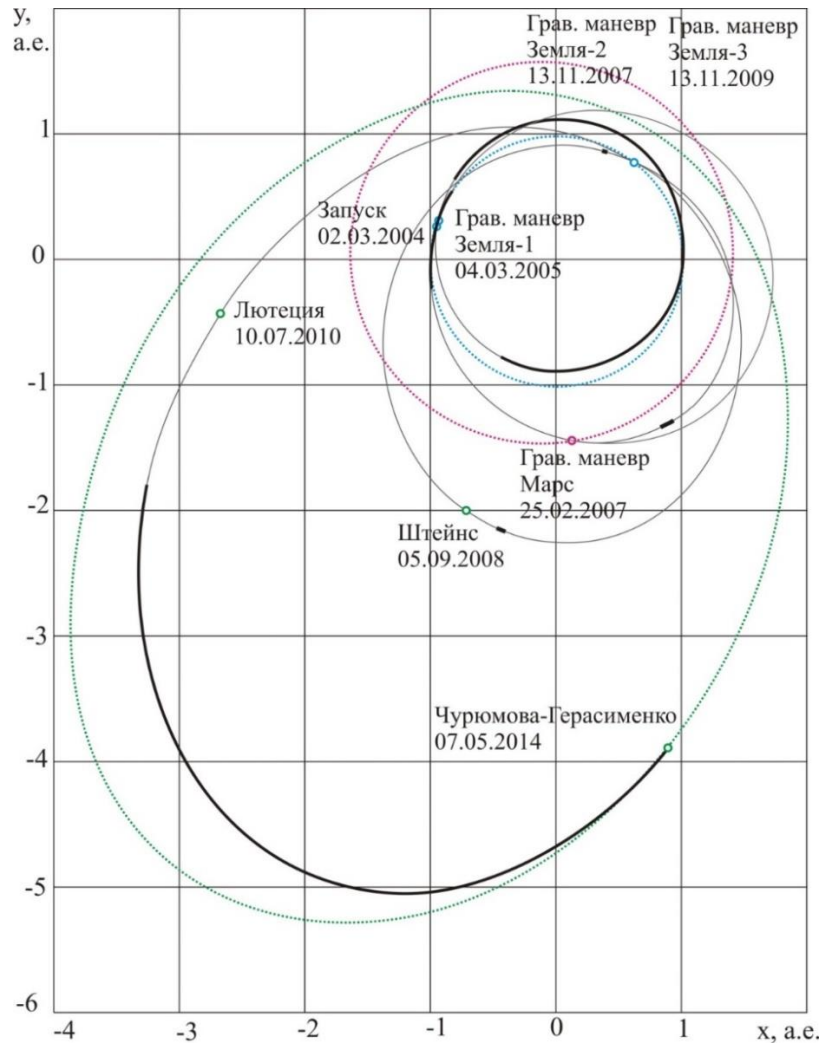


Рисунок 4.5 – Результаты баллистического проектирования миссии «Rosetta-2» с ЭРДУ

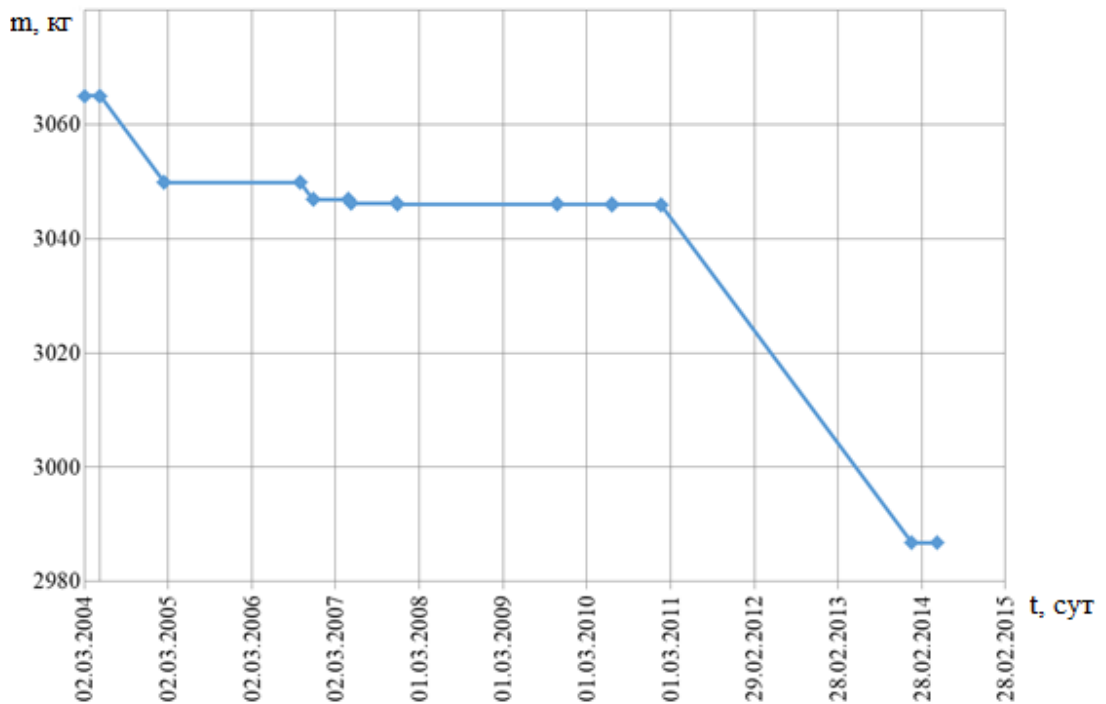


Рисунок 4.6 – Изменение массы КА «Rosetta-2» на траектории гелиоцентрического движения

На рисунке 4.7 показаны результаты расчёта угла между направлением тяги

ЭРДУ и радиус-вектором КА, обеспечивающем повторение баллистической схемы миссии «Rosetta».

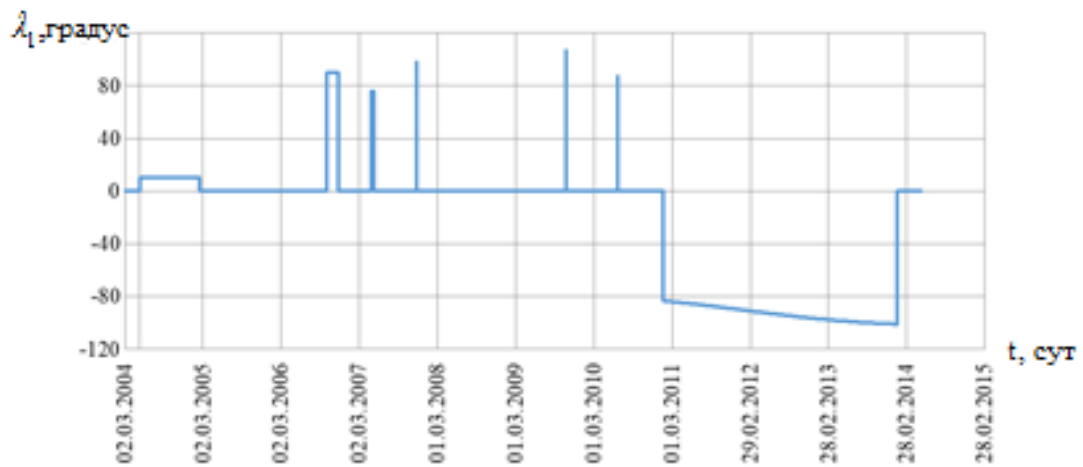


Рисунок 4.7 – Изменение угла между вектором тяги ЭРДУ и радиус-вектором КА «Rosetta-2» на траектории гелиоцентрического движения

Данные расчётов показывают, что миссия могла бы быть осуществлена с использованием ЭРДУ, при этом суммарная длительность работы ЭРДУ составила 1447,9 суток, что не превышает ресурса двигателя. Наибольшую длительность имели участки включения двигателей для осуществления первого гравитационного манёвра у Земли и выравнивания скорости КА и кометы Чурюмова-Герасименко при завершении гелиоцентрического перелёта. Использование ЭРДУ позволило существенно уменьшить расход рабочего тела (более чем на 600 кг), что можно было бы использовать для размещения на КА дополнительной полезной нагрузки.

Движение КА «Rosetta-2» в окрестности кометы Чурюмова-Герасименко рассчитывалось по методике, описанной в главе 3 данной диссертации, по упрощённой схеме, повторяющей основные этапы сценария КА «Rosetta» и не включающей участки коррекции и измерения положения КА относительно кометы (рисунок 4.8).

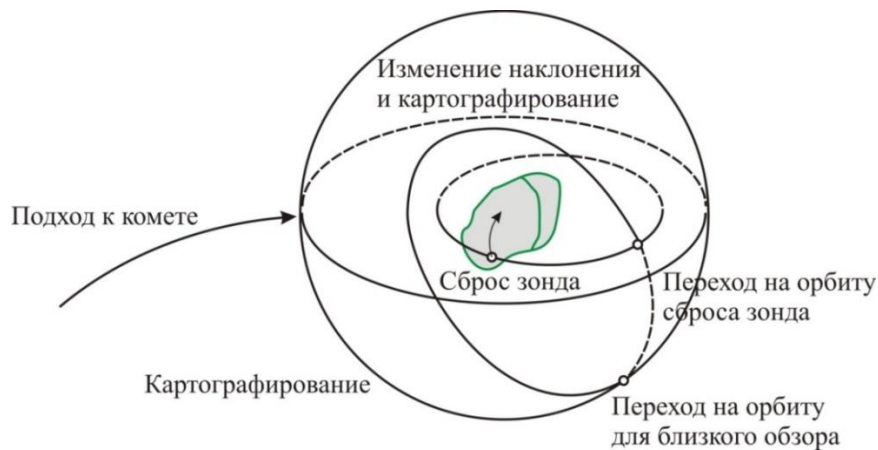


Рисунок 4.8 – Функциональный сценарий действий КА «Rosetta-2» в окрестности кометы

Таким образом, упрощённый сценарий действий КА в окрестности кометы содержит пять манёвров:

- 1) формирование заданной орбиты у объекта неправильной формы;
- 2) изменение наклона орбиты, для картографирования с различных углов зрения и поддержание орбиты с изменённым наклоном для картографирования;
- 3) переход на орбиту близкого обзора и поддержание этой орбиты для окончательного выбора точки посадки зонда;
- 4) переход и поддержание парковочной орбиты;
- 5) переход на орбиту сброса зонда.

Следует уточнить, что 12 марта 2003 г., в рамках подготовки миссии ЕКА «Rosetta», с помощью космического телескопа «Хаббл» были сделаны фотоснимки кометы, по которым были определены её характеристики: период вращения – 8640 с, масса – $1 \cdot 10^{13}$ кг, $S_{\min} = 1,13 \cdot 10^7$ м², $S_{\max} = 1,42 \cdot 10^7$ м². Соотношения (2.11) и разработанная методика определения параметров модели гравитационного поля позволили получить предварительное представление ядра кометы как суперпозиции двух точек массой $m_1 = 6,403 \cdot 10^{12}$ кг и $m_2 = 3,579 \cdot 10^{12}$ кг с расстоянием между ними $d = 1720,2$ м.

Начальные и конечные условия для каждого манёвра в формате $(r, \text{км}; V_r, \text{м/с}; V_\varphi, \text{м/с}; i, \text{градус})$ представлены в таблице 4.6. Конкретное угловое положение КА и долгота восходящего узла орбит считались при расчёте и

моделировании свободными величинами.

Таблица 4.6 – Начальные и конечные условия манёвров КА «Rosetta-2» в окрестности кометы

№	Даты в 2014 г.	Цель манёвра	Граничные условия участков		Расход рабочего тела, кг
			начало	конец	
1	8.08 – 3.09	Формирование заданной орбиты у объекта неправильной формы	$(120, V_r, V_\varphi, 0)$	$(29, 0, 0,152, 0)$	0,040
2	3.09	Изменение наклона орбиты на - 60 градусов	$(29, 0, 0,152, 0)$	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,014
	3.09 - 7.09	Поддержание орбиты картографирования с наклоном - 60 градусов	$(29; 0, 0,152, -60)$	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,216
	7.09	Изменение наклона орбиты на + 60 градусов	$(29; 0, 0,152, -60)$	$(29; 0, 0,152, 60)$	0,028
	7.09 – 10.09	Поддержание орбиты картографирования с наклоном + 60 градусов	$(29; 0, 0,152, 60)$	$(29; 0, 0,152, 60)$	0,162
3	10.09	Переход на низкую орбиту картографирования	$(29; 0, 0,152, 60)$	$(19, 0, 0,187, -60)$	0,019
	10.09 - 24.09	Поддержание низкой орбиты картографирования	$(19, 0, 0,187, -60)$	$(19, 0, 0,187, -60)$	0,756
	24.09	Переход на переходную орбиту	$(19, 0, 0,187, -60)$	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	0,003
	24.09 – 15.10	Поддержание переходной орбиты	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	1,134
4	15.10	Переход на орбиту ближнего обзора	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	0,015
	15.10 - 28.10	Поддержание орбиты ближнего обзора	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	0,756
	28.10	Переход на парковочную орбиту	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,005
	28.10 - 12.11	Поддержание парковочной орбиты	$(29; 0, 0,152, -60)$	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,810
5	12.11	Переход на орбиту сброса зонда	$(29; 0, 0,152, -60)$	$(22,5; 0, 0,172, -60)$	0,014
	12.11	Сброс зонда	$(120, V_r, V_\varphi, 0)$	$(29, 0, 0,152, 0)$	0,040

Результаты расчёта затрат рабочего тела КА показали, что при той же длительности на гелиоцентрический перелёт было затрачено – 78,2 кг; на манёвры в окрестности кометы – 0,134 кг; на поддержание рабочих орбит в окрестности кометы – 3,8 кг.

После завершения гелиоцентрического участка движения КА получил

изображения ядра кометы, позволяющие уточнить форму ядра кометы и модель гравитационного поля. На рисунке 4.9 представлены изображения кометы, полученные в июле 2014 г.



Рисунок 4.9 – Изображения, полученные с 21 июля по 22 июля 2014 года. В это время космический аппарат "Розетта" находился на расстоянии 4910-4610 км

Методика, описанная в работе [5], позволяет на основе трёхмерной модели формы кометы и предположения о равномерном распределении плотности получить уточнённое представление гравитационного потенциала кометы как суперпозиции трёх или более гравитирующих точек. Сравнение результатов с результатами определения гравитационного поля по прямым измерениям показало, что представление поля по двум точкам даёт ошибку по гравитационному ускорению, не превышающую 2 %, для расстояний от центра масс ядра кометы не меньших 8000 м.

Поскольку траектория движения не проходила ближе к комете, за исключением спуска зонда, было принято решение остановиться на использовании этой модели.

4.2 Баллистическое проектирование миссии космического аппарата с электроракетной двигательной установкой к астероиду 433 Эрос

В данной работе рассматривается задача формирования оптимальных траекторий КА с ЭРДУ для исследовательской миссии к астероиду, предусматривающей пребывание в течение пяти лет около астероида на околокруговой орбите. Рассмотрены два варианта расчёта миссии: использование традиционной модели, где астероид рассматривается, как шарообразное тело; использование усложнённой модели гравитационного поля астероида (где астероид рассматривается в виде двух массивных точек).

В работе произведён предварительный расчёт программных траекторий и необходимые запасы рабочего тела, для выполнения всех планирующихся для успешного выполнения задач миссии: гелиоцентрический перелёт Земля – окрестность объекта исследования; формирование заданной около-круговой рабочей орбиты относительно объекта; поддержание заданной около-круговой рабочей орбиты относительно объекта; изменение (увеличение или уменьшение) высоты рабочей орбиты относительно объекта; изменение наклона рабочей орбиты относительно объекта.

Таблица 4.7 – Физические и орбитальные характеристики астероида Эрос.

Физические характеристики астероида 433 Эрос	
Масса, кг	$6,69 \cdot 10^{15}$
Плотность, кг/см ³	2,67
Геометрические размеры, км	34,4x11,2x11,2
Средняя температура поверхности, К	227
Диаметр, км	16,84
Период собственного вращения, ч	5,27
Орбитальные характеристики	
Эксцентриситет	0,22263
Большая полуось, а.е.	1,45796
Аргумент перигелия, градус	178,79567
Наклонение, градус	10,8289
Период обращения, сут	642,989
Долгота восходящего узла, градус	304,33453
Средняя угловая скорость, градус/сут	0,55986
Средний радиус сферы действия, км	354,32

Астероид Эрос 433 является околоземным астероидом группы Амуры (орбиты полностью находятся снаружи орбиты Земли). Астероид имеет сравнительно небольшой вес для своих внушительных размеров (Таблица 4.7). Астероид движется по эллиптической траектории вокруг Солнца.

Эрос принадлежит к спектральному классу S – кремниевые астероиды, которые имеют достаточно высокую яркость альbedo. На рисунке 4.10 представлена форма астероида и линии уровня гравитационного потенциала, полученные для суперпозиции двух и трёх гравитирующих точек.

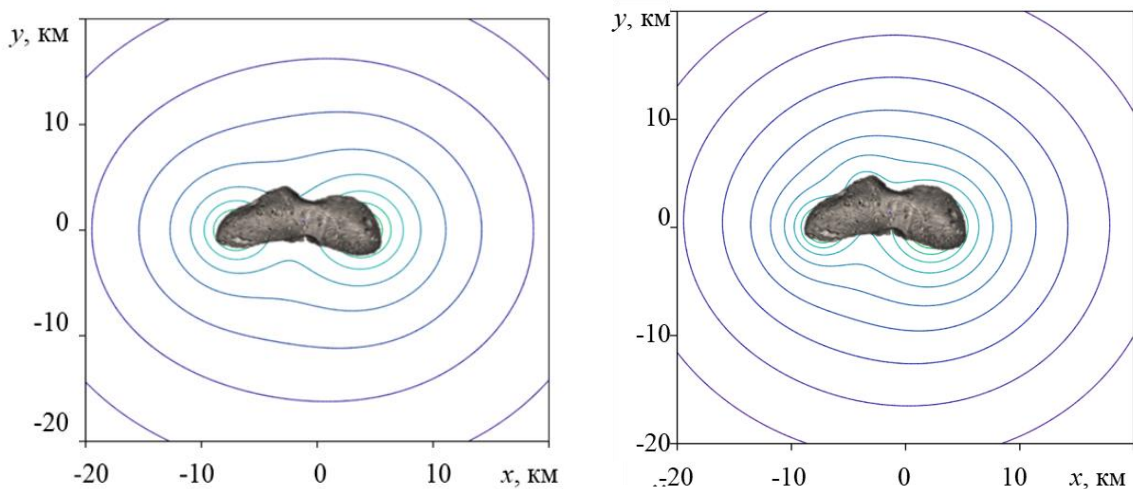


Рисунок 4.10 – Форма и линии уровня гравитационного потенциала, полученные для суперпозиции двух и трёх гравитирующих точек для астероида 433 Эрос

Такие астероиды содержат большое количество полезных ископаемых (на Эросе было обнаружено содержание золота, серебра, меди и др. полезных ископаемых в таком объёме, в каком человечество не добыло за всю историю). Проанализировав доплеровские измерения астероида Эрос, полученные благодаря космической станции «NEAR Shoemaker», были определены основные физические параметры астероида с высокой степенью точности.

С точки зрения опасности для Земли, в ближайшее сближение, Эрос имеет малою вероятность столкновения с Землёй. Самое тесное сближение астероида Эрос и Земли в двадцатом столетии произошло 23 января 1975 г. Расстояние составило около 0,15 а.е. (22 млн. км). Последующее тесное сближение произошло в 2012 г. – астероид приблизился к Земле на расстояние 26,7 млн. км, что позволило увидеть его даже в домашние телескопы. Ожидаемое сближение на

минимальное расстояние с Эросом будет в 2056 г., что делает астероид ещё более интересным объектом для изучения.

На рисунке 4.11 представлена схема расположения орбит планет и астероида Эрос в Солнечной системе.

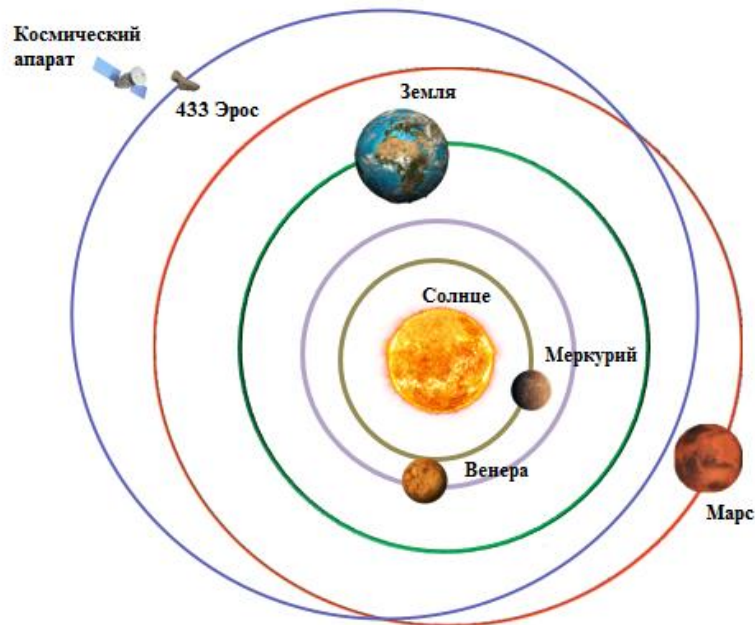


Рисунок 4.11 – Схема расположения тел в системе

Эрос - один из хорошо изученных астероидов, но учёные полагают, что в течение последующих 2 млн. лет его орбита может измениться так, что астероид будет пересекать земную орбиту. Последствия столкновения с данным небесным телом могут иметь разрушительный характер для всего человечества, поэтому целесообразно проводить длительное наблюдение за этим астероидом.

4.2.1 Использование традиционной модели в рамках исследовательской миссии к астероиду

Традиционная схема предварительного баллистического расчёта миссии предусматривает выбор программы управления и моделирование движения КА в рамках теории сфер действия с учётом притяжения одного небесного тела на каждом участке траектории. Траекторию межпланетных перелётов КА традиционно разделяют на три последовательных участка:

- 1) в сфере действия Земли - геоцентрический участок движения;
- 2) участок между сферой действия Земли и рассматриваемой окрестностью тела – гелиоцентрический участок движения.
- 3) в окрестности небесного тела.

Рассматривается следующая баллистическая схема миссии:

- 1) выход из сферы действия Земли с помощью разгонного блока без гелиоцентрического избытка скорости;
- 2) оптимальный по расходу рабочего тела перелёт Земля – астероид 433 Эрос длительностью 440 суток с выравниванием скоростей КА и астероида;
- 3) формирование и поддержание в течение пяти лет объектоцентрической орбиты с радиусом 90 км и наклоном 0,001 градусов относительно плоскости перпендикулярной оси вращения астероида.

С использованием разработанной методики (описанной в разделе 3.1) для плоского гелиоцентрического движения КА к орбите астероида была получена оптимальная по быстродействию траектория и выбрана наилучшая дата подлёта – 4.12.2024 г.

Используя эту дату как начальное приближение для даты подлёта и перебирая даты в её окрестности, было получено, что решение задачи об оптимальном по расходу рабочего тела некомпланарном перелёте обладает близкой оптимальной датой подлёта к астероиду – 1.12.2024 г. Результаты изменения расхода рабочего тела при изменении даты подлёта к астероиду, представлены на рисунке 4.12.

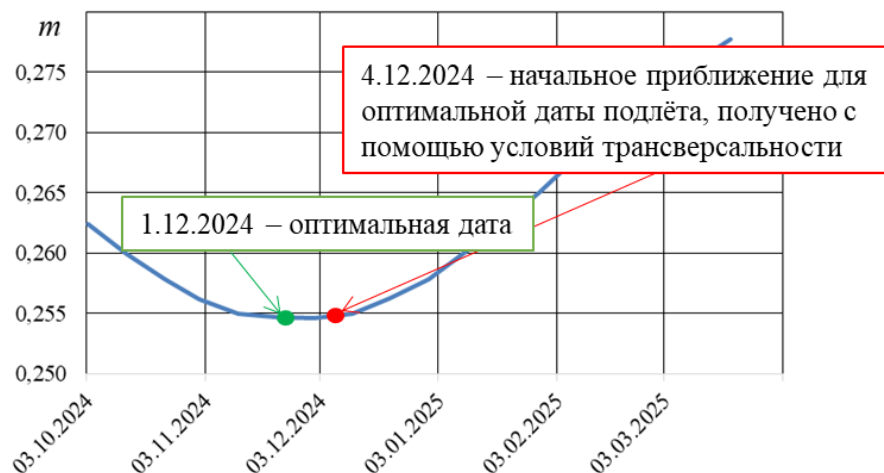


Рисунок 4.12 – Изменение расхода рабочего тела на гелиоцентрическом участке траектории в зависимости от даты старта

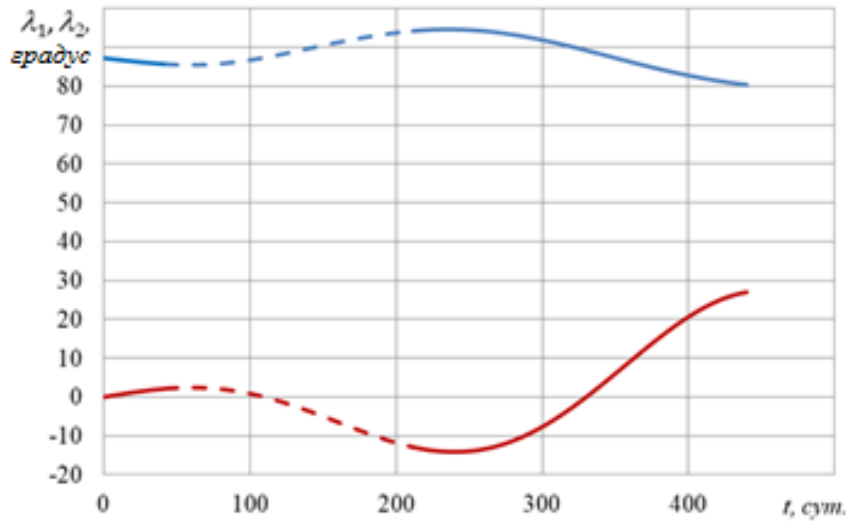


Рисунок 4.13 – Оптимальная программа номинального управления для перелёта Земля - астероид 433 Эрос

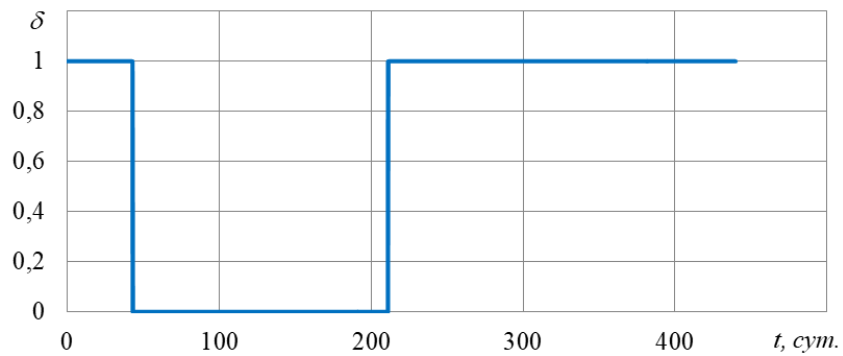


Рисунок 4.14 – Программа включения-выключения двигателя для перелёта Земля - астероид 433 Эрос

На рисунках 4.13, 4.14 представлены оптимальная программа номинального управления направлением тяги и программа включения-выключения ЭРДУ, а на рисунке 4.15 проекции соответствующей траектории движения на плоскость эклиптики и перпендикулярную плоскость.

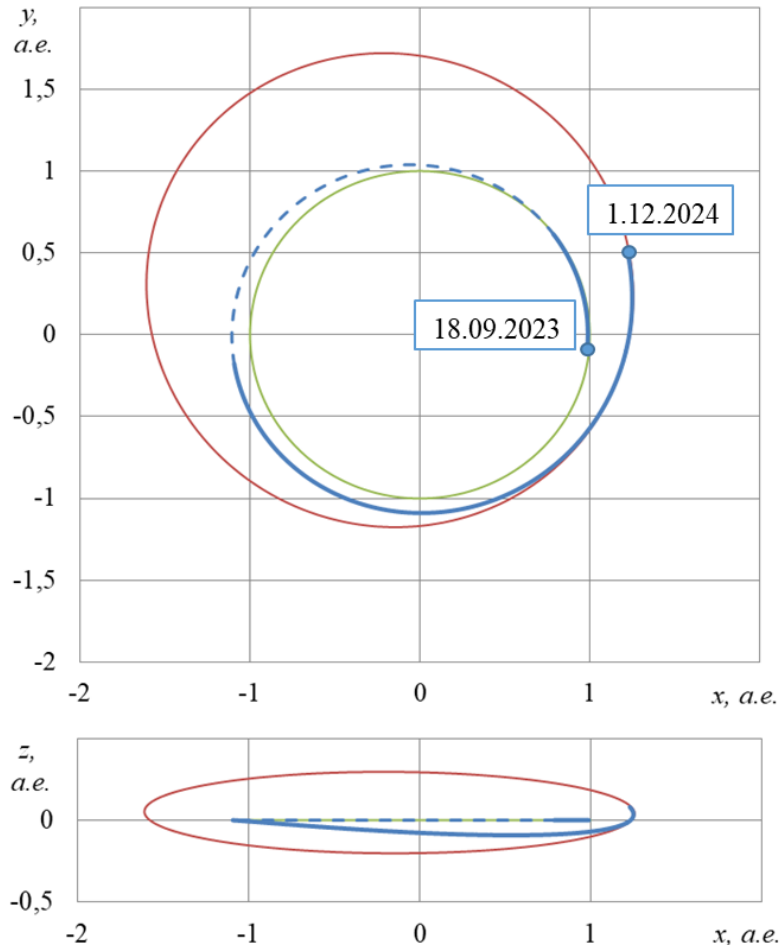


Рисунок 4.15 – Проекция оптимальной гелиоцентрической траектории для перелёта Земля - астероид 433 Эрос

Маневрирование в поле притяжения астероида для этой математической модели предусматривает только расчёт перелёта на околокруговую рабочую орбиту. Расход рабочего тела на поддержание этой орбиты не предусматривается.

Данная миссия рассматривает движение в окрестности астероида с целью наблюдения за его физическими и орбитальными характеристиками. Предполагается, что КА аппарат будет поддерживаться на орбите с расстоянием от барицентра 90 км в течение 5 лет. Результаты расчёта всех участков объектоцентрического движения показаны в таблице 4.8.

4.2.2 Использование уточнённой модели гравитационного поля астероида 433 Эрос в виде суперпозиции двух массовых точек

В реальности сложная форма астероида создаёт существенные

возмущающие ускорения. На рисунках 4.16, 4.17 показаны изменения составляющих гравитационного ускорения при изменении количества гравитирующих точек, описывающих реальное гравитационное поле астероида.

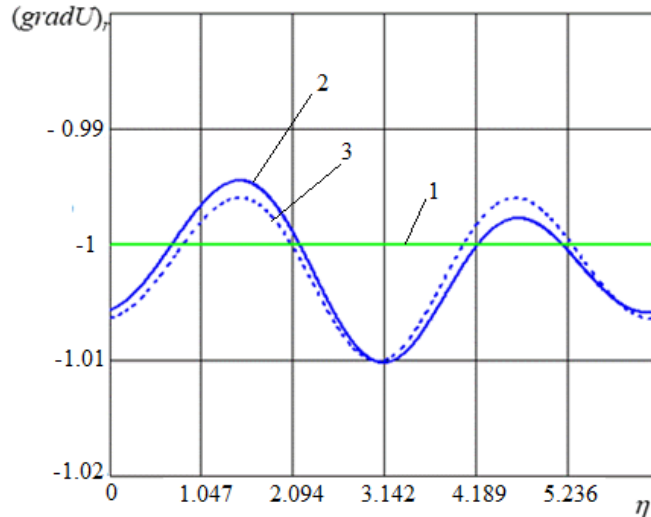


Рисунок 4.16 – Изменение проекции на радиус вектор безразмерного гравитационного ускорения от одной, двух и трёх притягивающих точек, выбранных наилучшим образом для астероида 433 Эрос

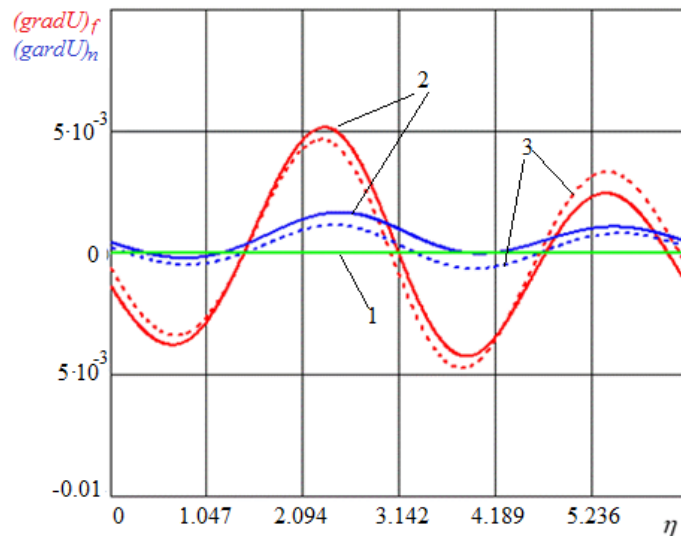


Рисунок 4.17 – Изменение проекций на нормальное (синие линии) и трансверсальное (красные линии) направления вектора безразмерного гравитационного ускорения от одной, двух и трёх притягивающих точек, выбранных наилучшим образом для астероида 433 Эрос

В диссертации использовалась модель гравитационного поля астероида, построенного как суперпозиция двух притягивающих точек. За счёт собственной двигательной установки КА должен преодолеть возмущающие ускорения для формирования и стабилизации рабочей орбиты.

Исследовательская миссия разбивалась на два этапа. Первый этап - гелиоцентрический участок движения с выравниванием скорости

космического аппарата и астероида при помощи ЭРДУ. Вторым этапом - формирование и поддержание рабочей орбиты КА в окрестности Эроса.

На первом участке программа номинального управления была получена с использованием принципа максимума Понтрягина с учётом гравитации Солнца, Земли и астероида (как материальной точки) в гелиоцентрической инерциальной системе координат. Результаты решения были близки к результатам, полученным без учёта гравитации Земли и астероида. Оптимальная дата подлёта к астероиду не изменилась, программа оптимального управления и соответствующая траектория движения практически не изменились, а расход рабочего тела изменился незначительно. Результаты расчёта гелиоцентрического участка показаны в таблице 4.8.

На втором участке движения, в соответствии с методикой [67], гравитационное поле астероида Эрос представляется как суперпозиция полей двух точек массой $4,356 \cdot 10^{15}$ кг, $2,334 \cdot 10^{15}$ кг, вращающихся вокруг барицентра с периодом обращения 5,27 ч. с угловой скоростью собственного вращения астероида ($\omega = 2,478 \cdot 10^{-4}$ рад/с) на расстоянии $d = 10,8$ км (Рисунок 4.18).

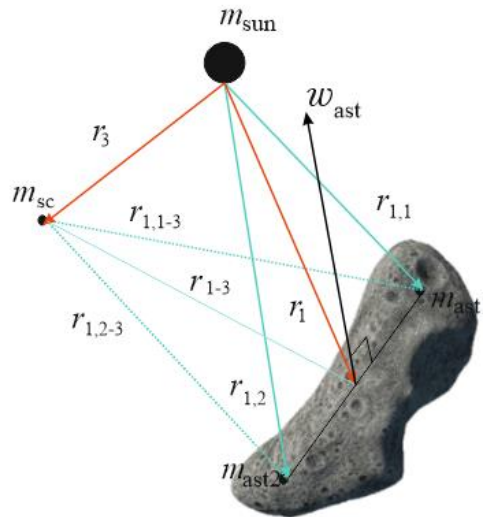


Рисунок 4.18 – К моделированию второго участка движения

В [73] было показано, что при использовании такой модели погрешность в определении гравитационного ускорения астероида не превышает 10% вплоть до поверхности астероида. Кроме астероида, учитывалась гравитация Солнца.

Для определения программ номинального управления на втором участке движения использовалось две различных методики. Для определения управления предназначенного для формирования заданной орбиты – методика формирования управления на основе скорректированных законов локально-оптимального управления, а для длительного поддержания заданной орбиты использовался алгоритм определения программы управления, описанный в разделе 3.2 данной диссертации, поддерживающий постоянным большую полуось орбиты [54].

Результаты расчётов для первого манёвра - формирования рабочей орбиты вблизи астероида радиусом 90 км и наклоном 0,001 градусов относительно плоскости перпендикулярной оси вращения астероида показаны на рисунках 4.19 - 4.20. На рисунке 4.19 представлена номинальная программа управления, на рисунке 4.20 – соответствующая траектория движения. На рисунках 4.21-4.23 представлены графики изменения фазовых координат.

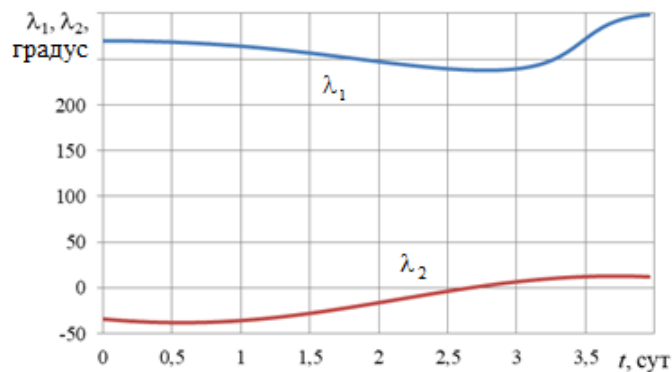


Рисунок 4.19 – Программа номинального управления для формирования рабочей орбиты относительно астероида 433 Эрос

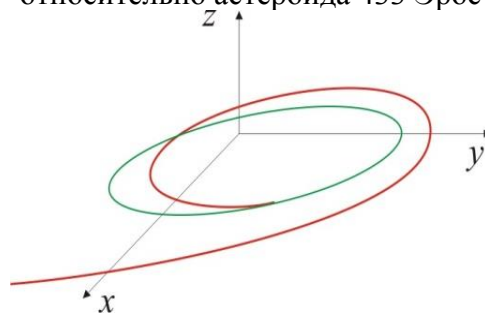


Рисунок 4.20 – Траектория КА соответствующая номинальной программе управления для формирования рабочей орбиты относительно астероида 433 Эрос

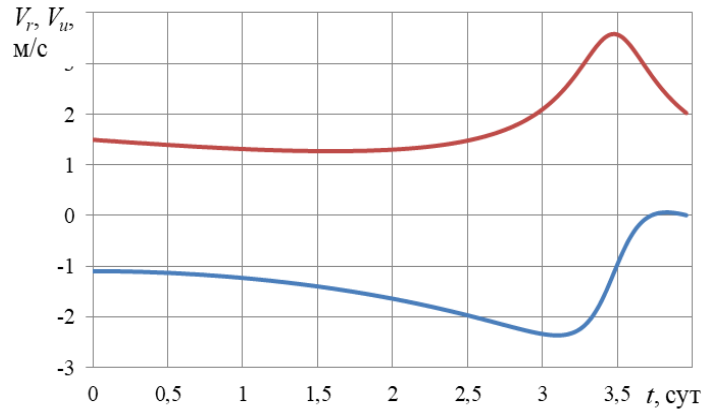


Рисунок 4.21 – Изменение радиальной и трансверсальной скорости от времени в процессе формирования рабочей орбиты относительно астероида 433 Эрос

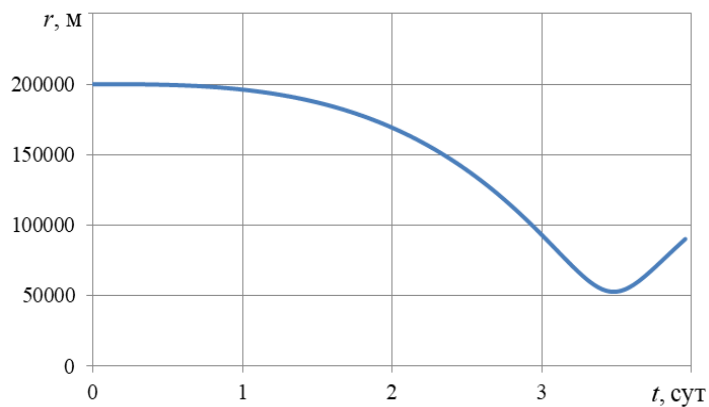


Рисунок 4.22 - Изменение радиус-вектора от времени в процессе формирования рабочей орбиты относительно астероида 433 Эрос

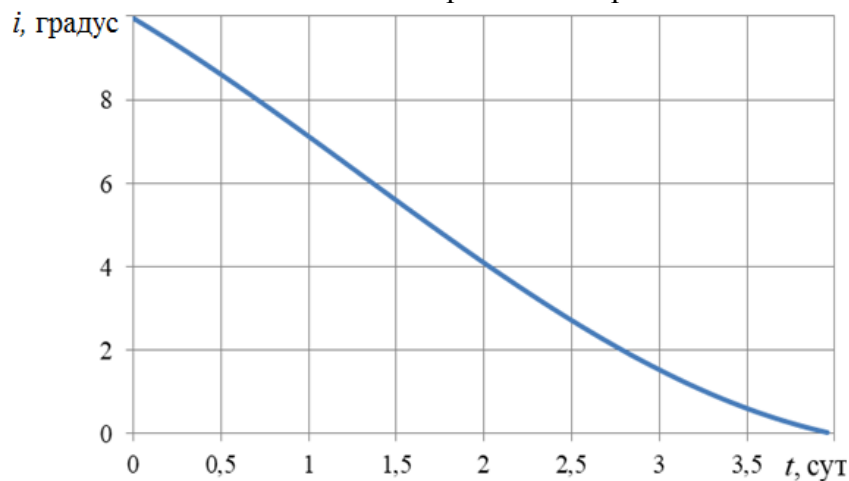


Рисунок 4.23 – Изменение наклона орбиты от времени в процессе формирования рабочей орбиты относительно астероида 433 Эрос

Второй манёвр - поддержание рабочей объектоцентрической круговой орбиты радиусом 90 км и наклоном 0,001 градусов относительно плоскости перпендикулярной оси вращения астероида. На рисунках 4.24-4.25 представлена орбита при пассивном движении и поддержание орбиты с помощью скорректированного локально-оптимального закона управления.

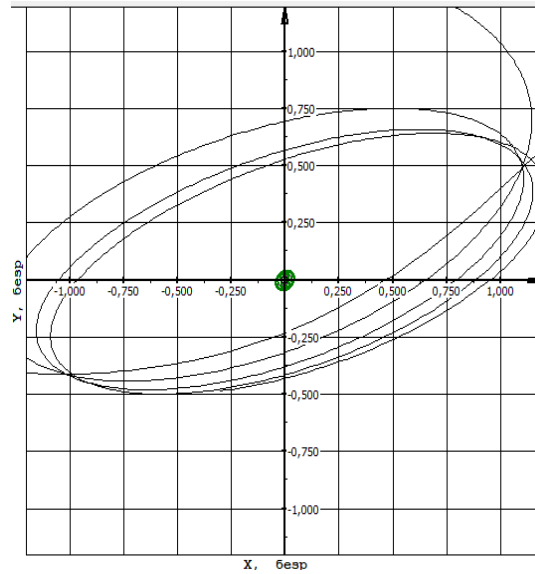


Рисунок 4.24 – Орбита КА при пассивном движении

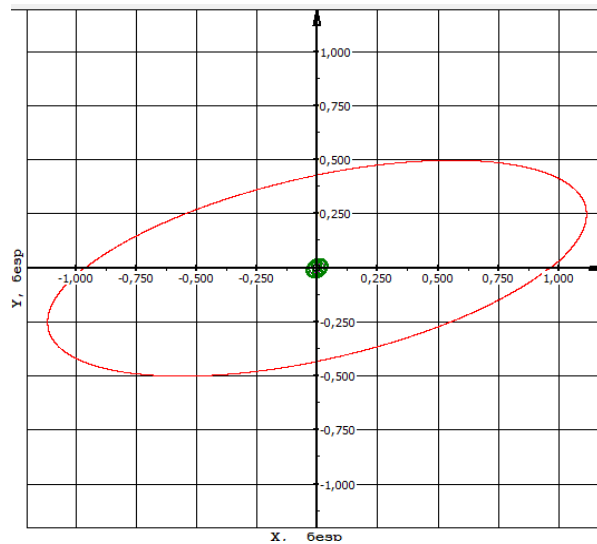
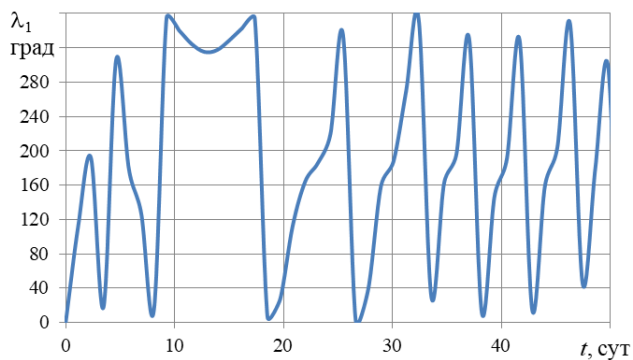
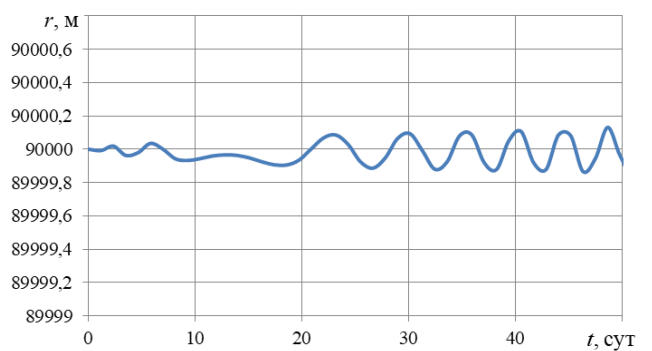


Рисунок 4.25 – Результат использования разработанной методики поддержания орбиты

Рисунок 4.26 б) демонстрирует результат применения разработанного алгоритма поддержания рабочей орбиты, с использованием скорректированного локально-оптимального управления, стабилизирующий орбиту закон изменения угла управления показан на рис. 4.26 а).



а)



б)

Рисунок 4.26 – Поддержание орбиты с помощью скорректированного локально-оптимального закона управления: а) стабилизирующее орбиту управление, б) изменение радиуса орбиты

Поскольку для стабилизации орбиты используется локально-оптимальный закон управления поддержания большой полуоси, то в процессе движения изменяется долгота наклонение и восходящего узла орбиты. Наблюдаются незначительные колебания координаты z от плоскости перпендикулярной оси вращения астероида в пределах $\pm 1,7$ км и наклонения орбиты в пределах $\pm 2,8 \cdot 10^{-3}$ градусов, что является допустимым для целей данной миссии.

Основные баллистические результаты синтеза миссии с использованием традиционной и уточнённой гравитационной модели астероида представлены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 - Результаты синтеза миссии к астероиду 433 Эрос по традиционной и уточнённой моделям

Этапы перелёта	Традиционная модель		Уточнённая модель	
	Длительность манёвра, сут	Расход рабочего тела, кг	Длительность манёвра, сут	Расход рабочего тела, кг
Перелёт Земля – Эрос	440	125,7	440	127,3
Формирование орбиты	4,38	0,017	4,81	0,024
Поддержание орбиты	1826	-	1826	213,8
Суммарные затраты на миссию	2380,4	138,3	2380,8	341,2

Можно отметить, что учёт массы астероида на гелиоцентрическом участке движения приводит к незначительному увеличению длительности и расхода рабочего тела КА. Учёт неправильной формы астероида на этапе формирования рабочей орбиты также не приводит к возникновению существенных погрешностей, но теперь это происходит из-за краткости самого манёвра. Хотя относительное увеличение длительности и расхода рабочего тела уже составляют более 10 % и 40 % соответственно. При расчёте другой миссии, включающей множество манёвров в окрестности небесного тела неправильной формы, эти погрешности могут существенно повлиять на результаты баллистического проектирования.

Наиболее существенно неправильная форма астероида влияет на этап поддержания рабочей орбиты, который в традиционном случае вообще не

учитывался. Суммарный расход рабочего тела превышает даже затраты на гелиоцентрическое движение. Суммарные же результаты расчёта необходимых запасов рабочего тела превышают более чем в 1,5 раза массу рабочего тела, полученную на традиционной модели, что позволяет утверждать, что использование модели астероида как сферического тела при расчётах объектоцентрического движения является некорректным подходом.

Выводы по главе:

1. Использование в качестве математической модели гравитационного потенциала небесного тела суперпозиции гравитирующих точек для формирования программного управления движением КА наблюдения с ЭРДУ эффективно при синтезе миссий к небесным телам неправильной формы.

2. На этапе планирования миссии небесное тело может быть описано как суперпозиция двух массивных точек, массы и расстояние между которыми определяются из астрометрических данных, полученных с Земли.

3. Разработанные методики, алгоритмы и вычислительная процедура являются эффективным инструментарием для баллистического проектирования миссий к телам неправильной формы и позволяют исследовать эффективность полученных программ управления и рассчитывать запасы рабочего тела на все необходимые для выполнения миссии манёвры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведённого исследования была разработана методика баллистического проектирования миссии КА с ЭРДУ для исследования малых тел Солнечной системы, позволяющая повысить эффективность исследовательских космических миссий.

Были получены новые научные результаты.

- Математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы.
- Алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек.
- Вычислительная процедура формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом движении с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта.
- Методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.
- Результаты применения разработанных методик к проектированию двух миссий КА с ЭРДУ к комете Чурюмова - Герасименко и астероиду 433 Эрос.

По результатам диссертационных исследований можно сделать следующие выводы.

- Разработанные математические модели объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы могут быть использованы при баллистическом

проектировании миссий.

- Разработанный алгоритм позволяет определить параметры математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек.
- Использование условий трансверсальности для получения начальных дат старта является эффективной вычислительной процедурой;
- Разработанная методика формирования номинальных программ управления позволяет определять баллистические параметры миссий КА и ЭРДУ к малым телам Солнечной системы.
- Применение локально-оптимальных законов управления, с учётом предложенных корректирующих поправок позволяет изменять или стабилизировать траекторию движения КА с ЭРДУ в окрестности тела неправильной формы.
- Участки поддержания рабочих орбит у небесных тел неправильной формы требуют большего расхода рабочего тела, чем участки изменения орбиты.

Разработанная методика может быть использована для баллистического проектирования миссий направленных на астрофизические исследования астероидов и комет и на противодействие астероидно-кометной опасности, включённых в «Проект стратегии развития космической деятельности России до 2030 года и на дальнейшую перспективу». Поэтому данное направление исследований целиком соответствует приоритетам Федерального космического агентства России.

Список литературы

1. Соколов, Л.Л. Особенности движения астероида 99942 Apophis / Л.Л. Соколов, А.А. Башаков, Н.П. Питьев – Текст: непосредственный // *Астрономический вестник* 2008. – Т. 42. – № 1. – С. 20–29.
2. Хартов, В.В. Новый этап создания автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований / В.В. Хартов – Текст: непосредственный // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. – 2011. – № 3. – С. 3-10.
3. Ивашкин, В.В. Анализ оптимальности траекторий экспедиции Земля–астероид–Земля / В.В. Ивашкин, А. Лан – Текст : непосредственный // *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*. – 2017. – 25 с.
4. Кульков, В.М. К вопросу проектирования малых космических аппаратов с маршевой электроракетной двигательной установкой для исследования окололунного пространства / В. М. Кульков – Текст: непосредственный // *Вестник НПО. С.А. Лавочкина*. – 2013. – № 4. – С. 68-74.
5. Starinova, O.L. Electrospinning and Electrospraying - Techniques and Applications: Using the iESP Installed on the Space Station Moving in an Irregular Gravitational Field of the Asteroids Eros and Gaspra / O.L. Starinova, A.Y. Shornikov, E.A. Nikolaeva. - London: IntechOpen Limited, 2019. –Chapter 5. – P. 89-107.
6. Ren, Y. On tethered sample and mooring systems near irregular asteroids / Y. Ren, J. Shan// *Advances in Space Research* – 2014. – № 8. – P. 1608-1618.
7. Xuanyu, X. A numerical comparison of spherical, spheroidal and ellipsoidal harmonic gravitational field models for small non-spherical bodies: examples for the Martian moons / H. Xuanyu, C. Jekeli // *Journal of Geodesy* – N. 89. – № 22015. – P. 159-177.
8. Ивашкин, В. В. Анализ орбитального движения спутника астероида Апофис / В.В. Ивашкин, А. Лан – Текст: непосредственный // *Космические исследования*. – 2017. – Т. 55. – № 4. – С. 268-277.

9. Wang, X. Analysis of the potential field and equilibrium points of irregular-shaped minor celestial bodies / X. Wang, Yu Jiang, C. Gong // *Astrophysics and Space Science* – 2014. – N. 353. – № 1. – 105-121 с.
10. Лан, А. Анализ космических траекторий для экспедиции Земля–Апофис и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис / А. Лан – Текст: непосредственный // *Инженерный журнал: Наука и инновации*. – 2017. – № 7. – С. 1-19.
11. Ивашкин, В. В. Комплексный метод оптимизации космических траекторий малой тяги и его применение к задаче полёта от Земли к астероиду Апофис / В. В. Ивашкин, И. В. Крылов – Текст: непосредственный // *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*. – 2011. – № 056. – 32 с.
12. Grebow, D. Stability and targeting in the final orbit of the Dawn / D. Grebow, N. Bradley, B. Kennedy // *Proceedings of the 29th Meeting of Space Flight Mechanics AAS/AIAA*. – 2019. – pp. 13-17.
13. Grebow, D. Design and execution of the Dawn HALO to LAMO transmission on Ceres / D. Grebow // *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*. – 2016. – P. 1 - 18.
14. Abrahamson, M. J. The Dawn Orbit Determination Team: Trajectory Modeling and Reconstruction processes at Mesta / B. Kennedy, M. Abrahamson; A. Ardito, D. Han, R. Haw, N. Mastrodemos, S. Nandi, R. Park, B. Rush, D. Vaughan // *23rd AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Kauai, Hawaii* – 2013. – P. 1-20.
15. Абламейко, С. В. Малые космические аппараты: пособие для студентов факультетов радиофизики и компьютер. технологий, мех.-мат. и геогр. / С. В. Абламейко, В. А. Саечников, А. А. Спиридонов // *Аэрокосмические технологии*. – 2012. – 159 с. – Текст: непосредственный
16. Овчинников М. Ю., Системы ориентации спутников: от Лагранжа до Королева/ М. Ю. Овчинников – Текст: непосредственный // *Соросовский образовательный журнал*. –1999. –№ -12. – С. 91-98.

17. Старинова О.Л., Расчёт межпланетных перелётов космических аппаратов с малой тягой/ О.Л. Старинова. – Изд. 2-е, М.:ЛЕНАНД. – 2020. –200 с. – Текст: непосредственный.
18. Космическая страница Гюнтера- информация о космических полётах, ракетах и спутниках – URL: <http://space.skyrocket.de> (дата обращения: 10.11.2020) – Текст: электронный.
19. Полищук, Г.М. Перспективные проекты автоматических космических комплексов для исследования планет-гигантов и их спутников / Г.М. Полищук – Текст: непосредственный // Полет. – 2005. – №7. – С. 3-11.
20. Цандер, Ф. А. Перелеты на другие планеты // Ф. А. Цандер // Техника и жизнь. — 1924. — № 13. — С. 15—16. – Текст: непосредственный.
21. Чуэйри, Э. Новый рассвет электрических ракет / Э. Чуэйри – Текст: непосредственный // В мире науки – 2009. – №5. – С. 34-41
22. Gonzalez, J. Activities on Electric Propulsion at ESA / J. Gonzalez // Space Propulsion Conference. –2016. – P. 1-10.
23. Killinger, R. Electric propulsion system RITA for ARTEMIS / R. Killinger, H. Bassner, G. Kinlane, J. Muller // 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit. – 1999.
24. Wallace, N. The GOCE Ion Propulsion Assembly - Lessons Learnt from the First 22 Months of Flight Operations / N. Wallace, P. Jameson, S. Saunders // 32nd International Electric Propulsion Conference. IEPC-2011-327. – 2011. – P. 11-15.
25. Kuninaka, H. Ion engines for electric motors: scientific problems of turning niche technology into a game, changing the rules of the game / H. Kuninaka, K. Nishiyama, Y. Shimizu, I. Funaki, H. Koizumi, S. Hosoda, D. Nakata // 31st International Electric Propulsion Conference, IEPC-2009-267. – 2009. – P. 32-49.
26. Estublier, D. Electric Propulsion on SMART-1/ D. Estublier, G. Saccoccia, J. Gonzalez // ESA bulletin. – № 129. – 2007. – P. 40-46.
27. Dawn at Ceres. NASA press kit – URL: <https://science.nasa.gov/resource/dawn-at-ceres-press-kit/> (дата обращения: 10.11.2020) – Текст: электронный.

28. Kuninaka, H. Hayabusa-2: A Carbonaceous Asteroid Sample Return Mission / H. Kuninaka, H. Ya no // The 10th IAA International Conference on Low-Cost Planetary Missions. – 2013. – P. 571-581
29. Wilson, R. J. The BepiColombo Spacecraft, its Mission to Mercury and its Thermal Verification / R. J. Wilson, M. Shelkle // 46th Lunar and Planetary Science Conference. – 2015. – P. 1-12.
30. Полищук, Г.М. Автоматические космические аппараты для фундаментальных и прикладных научных исследований / Г.М. Полищука, К.М. Пичхадзе. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. –2010. – 659 с. – Текст: непосредственный.
31. Кульков, В. М. Исследование проектных параметров и анализ эффективности применения унифицированных платформ с электроракетными двигателями в составе малых космических аппаратов / В. М. Кульков – Текст: непосредственный // Вестник Московского авиационного института. – 2012. – Т. 19. – №. 2. – С. 18-28.
32. Мартынов, М. Б. Концепция применения электроракетной двигательной установки в научных космических проектах: преимущества и особенности, примеры реализации / М. Б. Мартынов, В. Г. Петухов– Текст: непосредственный // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2011. – №. 2. – С. 3-11.
33. Власенков, Е. В. Проектный облик перспективного малого космического аппарата с маршевой электроракетной двигательной установкой / Е. В. Власенков – Текст: непосредственный // Вестник МАИ. – 2012. – №. 11. – С. 33-53.
34. Ахметжанов, Р. В. Применение электроракетной двигательной установки на базе высокочастотного ионного двигателя мощностью до 600 Вт для межпланетных космических аппаратов / Р. В. Ахметжанов – Текст: непосредственный //Известия Российской академии наук. Энергетика. – 2019. – №. 3. – С. 14-25.

35. Константинов, М. С. Анализ влияния характеристик энергетической установки при использовании ЭРДУ в проекте исследования Меркурия / М. С. Константинов, А. А. Орлов – Текст: непосредственный //Известия Российской академии наук. Энергетика. – 2018. – №. 3. – С. 106-118.
36. Woolley, R. Optimized Low-Thrust Missions from GTO to Mars / R. Woolley, Z. Olikara // IEEE Aerospace Conference 2019. – IEEE, 2019. – P. 1-10.
37. He, S. Optimal design of near-Earth asteroid sample-return trajectories in the Sun–Earth–Moon system / S. He //Acta Mechanica Sinica. – 2016. – Т. 32. – №. 4. – P. 753-770.
38. Kulumani, S. Systematic Design of Optimal Low-Thrust Transfers for the Three-Body Problem / S. Kulumani, T. Lee // The Journal of the Astronautical Sciences. – 2019. - Vol. 66. – No. 1. – pp 1-31.
39. Petukhov, V.G. Simultaneous optimization of the low-thrust trajectory and the main design parameters of the spacecraft / V.G. Petukhov, M.S. Konstantinov, V.S. Vuk // Advances in the Astronautical Sciences. – 2017. – pp 639-653.
40. Rosetta — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Rosetta> (космический_аппарат). — (дата обращения: 01.08.2021).– Текст: электронный.
41. Орбитальный аппарат Rosetta — URL: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Rosetta/The_Rosetta_orbiter (дата обращения: 01.08.2021). – Текст: электронный.
42. Deep Space 1 — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Deep_Space_1 – (дата обращения 16.09.2021). – Текст: электронный.
43. Deep Space 1 — URL: <https://www.jpl.nasa.gov/missions/deep-space-1-ds1>– (дата обращения 16.09.2021). – Текст: электронный.
44. Лаборатория реактивного движения — научно-исследовательский центр NASA - Deep Space 1 — URL: <https://www.jpl.nasa.gov/nmp/ds1/index.php> – (дата обращения 16.09.2021) – Текст: электронный.
45. Лисов, И. Deep Space 1 достиг цели / И. Лисов – Текст: непосредственный //

Новости космонавтики. — ФГУП ЦНИИмаш, 1999. — Т. 9. — 38 с.

46. Smart 1 — URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Smart 1](https://ru.wikipedia.org/wiki/Smart_1) – (дата обращения 16.09.2021) – Текст: электронный.
47. ESA science and technology- SMART-1 — URL: <https://sci.esa.int/web/smart-1> – (дата обращения 16.09.2021) – Текст: электронный.
48. Hayabusa — URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Hayabusa> – (дата обращения 16.07.2021) – Текст: электронный.
49. Michel, P. Dynamical origin of the asteroid (25143) Itokawa: the target of the sample-return Hayabusa space mission / P. Michel, M. Yoshikawa. // *Astronomy & Astrophysics*. — 2006. — P. 817-820.
50. Tsuda, Y. System design of the Hayabusa 2—Asteroid sample return mission to 1999 JU3 / Tsuda, Yuichi // *Acta Astronautica*. — 2013. — P. 356-362.
51. Dawn — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Dawn> (космический_аппарат) (дата обращения 16.07.2021) – Текст: электронный.
52. Sanctis, De. Vesta's mineralogical composition as revealed by the visible and infrared spectrometer on Dawn / De Sanctis, M. Cristina // *Meteoritics & Planetary Science*. — 2013. — P. 2166-2184.
53. Астероид — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Астероид>– (дата обращения 16.09.2021) – Текст: электронный.
54. Stuart, J. S. Observational constraints on the number, albedos, sizes, and impact hazards of the near-Earth asteroids. / J. S. Stewart // *Massachusetts Institute of Technology*. — 2003. — С. 295-311.
55. Stokes, G. H. A Study to determine the feasibility of extending the search for near-Earth objects to smaller limiting diameters / G. H. Stokes // *Report of the Near-Earth Object Science Definition Team*. —2003. — 21 p.
56. Галушина, Т. Ю. Обзор популяции астероидов, сближающихся с Землей / Т.Ю. Галушина, В.С. Павел – Текст: непосредственный // *Физика космоса: труды 44-й Международной студенческой научной конференции* — 2015. — С. 25-36.

57. Шустов, Б. М. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра / Б. М. Шустов, Л. В. Рыхлова –М.: Физматлит. —2010. — 372 с. – Текст: непосредственный.
58. Сеначин, В. Н. Некоторые вопросы гравитационного моделирования на сферической поверхности Земли / В. Н. Сеначин, Л. М. Лютая, М. В. Сеначин – Текст: непосредственный // Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук. —2015. — С. 43-48.
59. Слюта, Е. Н. Форма малых тел Солнечной системы / Е. Н. Слюта – Текст: непосредственный //Астрономический вестник. Исследования солнечной системы. —2014. —234 с. –
60. NASA – Near Earth asteroids — URL: https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/mission/near/near_traj.html (дата обращения 16.07.2021) – Текст: электронный.
61. Werner, R. A. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia / R. A. Werner, D. J. Scheeres // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 1996. – Vol. 65. – № 3. – P. 313-344.
62. Аксенов Е. П. Теория движения искусственных спутников Земли / Е. П. Аксенов. – Наука. Гл. ред. физ.-мат. Лит, 1977. – 360 с. – Текст: непосредственный.
63. Hu, H. A numerical comparison of spherical, spheroidal and ellipsoidal harmonic gravitational field models for small non-spherical bodies: examples for the Martian Moons / H. Hu, S. Jekeli // Journal of Geodesy. – 2015. – No. 2. – P. 159-177.
64. Columbi, E. Structure preserving approximations of conservative forces for application to small-body dynamics / E. Columbi, N. Anil, B. Hirani, F. Benjamin, F. Villac // Journal of Guidance, Control and Dynamics. –2009. – С. 1847-1858
65. Park, Mu-In. Remarks on the scalar graviton decoupling and consistency of Hořava gravity / Mu-In Park // Classical and Quantum Gravity. – 2010. – P. 1-8.

66. Shornikov, A. Yu. [Starinova O.](#) Boundary problem solution of an optimal control transfer between circular orbits for an electric propulsion spacecraft in an irregular gravitational field of an asteroid / A. Yu. Shornikov, O. L. Starinova // AIP Conference Proceedings. — 2017. — Vol. 1798. — P. 1-7.
67. Шорников, А.Ю. Моделирование гравитационного поля сложной конфигурации / А.Ю. Шорников, О.Л. Старинова – Текст: непосредственный // Известия Самарского научного центра РАН. — 2015. — Т. 17, №2. — С. 167-170.
68. Кульков, В.М. К вопросу проектирования малых космических аппаратов с маршевой электроракетной двигательной установкой для исследования окололунного пространства / Кульков В.М. – Текст: непосредственный // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2013. – №. 4. – С. 68-74.
69. Willis, M. Analytical approach to spacecraft formation-flying with low-thrust relative spiral trajectories / M. Willis, S. D'Amico // Acta Astronautica. – 2018. – P. 175-190.
70. Петухов, В. Г. Совместная оптимизация управления и основных траекторных и проектных параметров межпланетного космического аппарата с электроракетной двигательной установкой / В. Г. Петухов, А. В. Иванюхин, В. С. Вук – Текст: непосредственный // Космические исследования. – 2019. – Т. 57. – №. 3. – С. 212-228.
71. Петухов, В.Г. Автоматизация задач вычисления оптимальных траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками / В.Г. Петухов, Г.А Попов – Текст: непосредственный // Системный анализ, управление и навигация. – 2018.– С. 109-111.
72. Ивашкин, В.В. Анализ возможности создания стабильного спутника астероида Апофис как однородного трёхосного эллипсоида / В.В. Ивашкин, П. Гуо – Текст: непосредственный // Доклады Академии наук. – Федеральное государственное бюджетное учреждение " Российская академия наук". – 2019. – Т. 489. – №. 1. – С. 27-33.

73. Понтрягин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин и др. – М.: «Наука», 1976 – 392 с. – Текст: непосредственный.
74. Kiforenko, B. M. Minimum time transfers of a low-thrust rocket in strong gravity fields / B. M. Kiforenko, Z. V. Pasechnik, S. B. Kyrychenko, I. Y. Vasiliev // *Acta Astronautica*. – 2003. – Vol. 52. – No. 8. – P. 601-611.
75. Kiforenko, B. M. Quasioptimal interorbit transfers of a low-thrust spacecraft in strong central newtonian gravity field / B. M. Kiforenko, I. Y. Vasiliev // *Acta Astronautica*. – 2009. – Vol. 65. – No. 1-2. – P. 82-94.
76. Петухов, В. Г. Оптимизация многовитковых перелётов между некомпланарными эллиптическими орбитами / В. Г. Петухов – Текст: непосредственный // *Космические исследования*. – 2004. – Т. 42. — Вып. 3. — С. 260-279.
77. Gelman, M. Asymptotic optimization of very long, low thrust propelled inter-orbital maneuvers / M. Gelman, A. Kogan, A. Gipsman // *Acta Astronautica*. -2000. – Vol. 47. — №. 2-9. – P. 489-502.
78. Пимкина, Т. В. Краевая задача оптимального управления орбитальным движением космического аппарата пониженной размерности / Т. В. Пимкина, Ю. Н. Челноков – Текст: непосредственный // *Математика. Механика: Сб. науч. тр.* — 2003. – Вып. 5. – С. 168-170.
79. Ахметшин, Р. З. Плоская задача оптимального перелёта космического аппарата с малой тягой с высокоэллиптической орбиты на геостационарную орбиту / Р.З. Ахметшин – Текст: непосредственный // *Космические исследования*.- 2004.- Т. 42. Вып. 3.- С. 248-259.
80. Yang, G. Earth-Moon Trajectory Optimization Using Solar Electric Propulsion / Gao Yang // *Chinese Journal of Aeronautics*. —2007. – №. 20. – P. 452-463.
81. Лебедев, В. Н. Расчёт движения космического аппарата с малой тягой / В. Н. Лебедев. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с. – Текст: непосредственный.
82. Петухов, В. Г. Оптимизация межпланетных траекторий космических

- аппаратов с идеально-регулируемым двигателем методом продолжения /В. Г. Петухов – Текст: непосредственный // Космические исследования. — 2008.— Т. 4 — Вып. 3. — С. 224-237.
83. Betts, John T. Optimal Low Thrust Trajectories to the Moon / John T. Betts, O. Erb Sven // SIAM J. Applied dynamic systems. –2003. – Vol. 2, No. 2. – P. 144–170.
84. Захаров, Ю. А. Проектирование межорбитальных космических аппаратов / Ю. А. Захаров – М.: Машиностроение, 1984. — 176 с. – Текст: непосредственный.
85. Нариманов, Г.С. Основы теории полета космических аппаратов / Под редакцией Г. С. Нариманова, М. К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1972. — 608 с. – Текст: непосредственный.
86. Старинова, О. Л. Оптимальное по быстродействию движение между круговыми компланарными орбитами/ О.Л. Старинова – Текст: непосредственный // Известия СНЦ РАН. –2005. – Т. 7, №1. – С. 92-99.
87. Ишков, С. А. Оптимальные программы управления в задаче межорбитального перелёта с непрерывной тягой / С. А. Ишков, В. В. Салмин – Текст: непосредственный // Космические исследования. — 1984.— Т. 22. — Вып. 1. — С. 210-219.
88. Воронцов, В. А. Перспективный космический аппарат для исследования Венеры. Проект" Венера-Д" / В.А. Воронцов, М.Г. Лохматова, М.Б. Мартынов, К.М. Пичхадзе, А.В. Симонов, В.В. Хартов, Л.В. Засова, Л.М. Зеленый, О.И. Кораблев – Текст: непосредственный //Вестник НПО им. СА Лавочкина. – 2010. – №. 4. – С. 62-67.
89. Faulkner, U. M. Planetary and Lunar ephemerides DE431 and DE430 / W. M. Faulkner, D. G. Williams, D. H. Vosh, R. S. Park, P. Kuchinka // IPN report 42-196. – 2014. – 81. – P. 62-67
90. Суханов, А.А. Астродинамика / А.А. Суханов // М.: ИКИ – 2010. – 201 с. – Текст: непосредственный.

91. Матерова, И. Л. Формирование селеноцентрической орбиты космическим аппаратом с малой тягой / И. Л. Матерова, О. Л. Старинова – Текст: непосредственный // Известия Самарского научного центра РАН. – 2011. – №4. – С. 264 -267.
92. Дубошин, Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы / Г. Н. Дубошин – М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит. – 1976 – 864 с. – Текст: непосредственный.
93. Сергаева, Е. А. Проектно-баллистический анализ миссии длительного исследования астероида Апофис наноспутником с электроракетной двигательной установкой / Е. А. Сергаева, О. Л. Старинова, А. Ю. Шорников – Текст: непосредственный // Космические аппараты и технологии – 2020. – №3 (33). – С. 161-170.
94. Santos, L.B.T. A Particle-Linkage Model for Elongated Asteroids with Three-Dimensional Mass Distribution / L.B.T Santos, L.O. Marchi, S. Aljbaae, P.A. Sousa-Silva, D.M. Sanchez, A.F.B.A. Prado // MNRAS – 2020 – P. 1–14
95. Budnik, F. Rosetta Navigation at its Mars Swing-by / F. Budnik, T. Morley // Proceedings 20th International Symposium on Space Flight Dynamics – 2007. – P. 1 - 10.
96. Morley, T. Rosetta navigation from reactivation until arrival at comet 67P Churyumov-Gerasimenko / Trevor Morley, Frank Budnik, Bernard Godard, Pablo Munoz, Vishnu Janarthanan // Proceedings 25th International Symposium on Space Flight Dynamics – 2015. – P. 1-11.
97. Bond, T. NSTAR Ion Engine Power Processor Unit Performance: Ground Test and Flight Experience / T. Bond, G. Benson, G. Cardwell, J. Hamley // Aerospace Power Systems Conference. – 1999. – P. 1-11.
98. ESA – Thruster Burn Kicks off Crucial Sseries of Manoeuvres — URL: <https://blogs.esa.int/rosetta/2014/05/07/thruster-burn-kicks-off-crucial-series-of-manoevres/> (дата обращения 21.03.2022). – Текст: электронный.

99. Ulamec, S. Rosetta Lander—After seven years of cruise, prepared for hibernation / S. Ulamec, J. Biele, C. Fantinati, J.F. Fronton, P. Gaudon, K. Geurts, C. Krause, O. Küchemann, M. Maibaum, B. Pätz, R. Roll // Acta Astronautica. – 2012 – №81(1) – P.151-159.
100. Herfort, U. Trajectory Preparation for the Approach of Spacecraft Rosetta to Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko / U. Herfort, M. Carlos // Proceedings 25th International Symposium on Space Flight Dynamics – 2015. – P. 1-14

Приложение А



Рисунок А.1 - Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ

Приложение Б



Рисунок Б.1 – Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ