УДК 519.217

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЛОКАЛЬНЫХ ТРЕНДОВ В СТАЦИОНАРНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Кузнецова М. И., Плотников А. Н.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), г. Самара

Стационарная случайная последовательность или последовательная выборка представляет собой простейший или идеальный временной ряд, в котором изменчивость имеет чисто случайный характер. Элементами структуры таких последовательностей, наиболее наглядными и удобными для анализа, являются положения относительно медианы, образующие двоичные серии, и локальные монотонные тренды. Предельные теоремы, содержащие ответ на вопрос об асимптотической форме распределения длины максимальной медианной и трендовой серии, и определяют интервалы их практически реализуемых значений. При этом результаты, полученные как промежуточные, содержат предельный закон распределения числа серий фиксированной длины. Этот закон, в свою очередь, позволяет сформулировать спектральный критерий случайности временного ряда, поскольку медианные серии и локальные тренды строго стационарного временного ряда образуют устойчиво воспроизводимую инвариантную спектральную структуру. Спектральные полосы представляют собой функции Гаусса, задающие положения и интервалы рассеяния числа серий фиксированной длины каждого типа и знака. Количество и контрастность спектральных полос возрастают по мере увеличения длины последовательности. На рис.1, 2 представлены результаты статистического моделирования. Гистограммы числа серий фиксированной длины построены по $\boldsymbol{r = 200}$ реализациям нормальной выборки объёма $\boldsymbol{n = 1000}$. Сглаживающие кривые – функции Гаусса с числовыми характеристиками табл. 1, 2.

Таблица 1. Средние и дисперсии числа медианных серий фиксированной длины

l	1	2	3	4	5	6	≥ 7
$\frac{\mu}{n}$	0,125	0,063	0,032	0,016	0,008	0,004	$\frac{1}{2^{l+2}}$
$\frac{\sigma^2}{n}$	0,109	0,051	0,026	0,014	0,007	0,004	$\frac{1}{2^{l+2}}$

Таблица 2. Средние и дисперсии числа простых восходящих локальных трендов фиксированной длины

l	2	3	4	5	≥ 6
$\frac{\mu}{n}$	0,208	0,092	0,026	0,006	$\frac{l^2+l-1}{(l+2)!}$
$\frac{\sigma^2}{n}$	0,141	0,060	0,022	0,006	$\frac{l^2+l-1}{(l+2)!}$

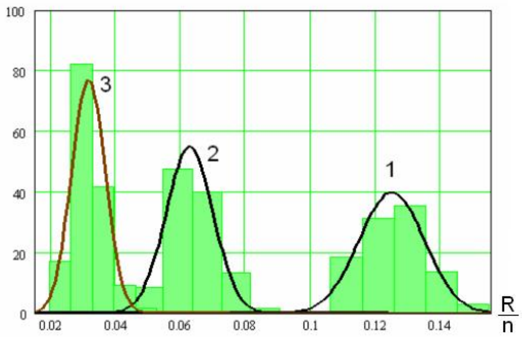

Рис. 1. Теоретическое и экспериментальное распределение числа медианных серий длины $\boldsymbol{l = 1 \div 3}$

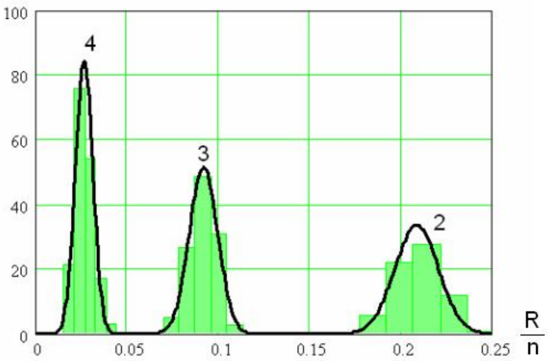

Рис. 2. Теоретическое и экспериментальное распределение числа простых восходящих локальных трендов длины $\boldsymbol{l = 2 \div 4}$

В заключение отметим следующий интересный факт. Кодированные последовательные разности во временном ряду стационарного процесса образуют двойную битовую цепь. Каждая из двух линий внутри себя состоит из невзаимодействующих битов, то есть совпадает с орлянкой. При этом каждый бит одной линии связан с двумя ближайшими битами соседней. Непосредственным приложением полученных результатов к методам Монте-Карло представляется тестирование алгоритмических генераторов псевдослучайных последовательностей.

Фактически речь идёт о теоретико-вероятностном обосновании алгоритма многоступенчатой мониторинговой фильтрации генерируемой (или любой исследуемой) последовательности. В простейшем варианте структура серий в цепи кодированных разностей и в её нечётной и чётной подпоследовательностях составляют шесть фильтрующих ступеней, образуемых границами интервалов сходимости по вероятности длины максимальных серий нулей и единиц. Спектральный характер структуры серий позволяет по мере установления границ сильной сходимости для каждой спектральной полосы спектра серий, в принципе, сколь угодно увеличивать количество фильтрующих ступеней, повышая тем самым надёжность теста.