



$$\sum_{j \in J_{ni}} c_{nij} x_{ni} - \sum_{j \in J_{ni}} \sum_{m=1}^{N_u} c_{nijm} y_{nijm} \geq c_{ni}^D; \quad \forall i, n; \quad (8г)$$

$$\sum_{n=1}^{N_U} x_{ni} = 1; \quad \sum_{m=1}^{N_U} y_{ijm} = 1; \quad i = \overline{1, N_Z}, \quad j \in J_{jn}, \quad (8д)$$

где  $c_{ni}^D$  – величина дохода, покрывающего издержки и обеспечивающего прибыль актору, проводящему аутсорсинг;  $x_{ni}$ ,  $y_{ijm}$  – булевы переменные, определенные в (4) и (7);  $c_{ni}$ ,  $c_{nij}$ ,  $c_{nijm}$  – стоимости соответствующих проектных заданий.

Для решения задачи P2P аутсорсинга предлагается использовать модель итерационного аукциона [5], что позволяет обеспечить достижение целевой функции (8а).

### Литература

1. Lednev A. Mobile P2P taxi service // MSc Dissertation, University of Surrey, 2010. – 75 p.
2. Иващенко А.В. Управление согласованным взаимодействием пользователей интегрированной информационной среды предприятия. Самара: Самарский научный центр РАН, 2011. – 100 с.
3. Орлов С.П., Леднев А.М., Иващенко А.В. Применение модели P2P аутсорсинга в задачах управления проектами на предприятии нефтегазовой отрасли // Вестник Волжского университета им. Татищева. - № 2(21).- 2013.– С.34-41
4. Орлов С.П. Оптимизационно-имитационное моделирование при структурном синтезе управляющих вычислительных систем// Вестник СамГТУ. Сер. Технические науки, №1,1994. - С. 56-65.
5. Ivaschenko A., Lednev, A. Auction model in the problem of active programmers management interacting in P2P networks // ICAART 2013, 5th International Conference on Agents and Artificial Intelligence. Barcelona: SCITEPRESS. – 2013. - Vol. 1. - Pp. 431-434.

В.В. Любимов, А.А. Осипов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВТОРИЧНОГО РЕЗОНАНСА ПРИ ВХОДЕ В АТМОСФЕРУ АСИММЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

(Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет))

### Введение

Вторичные резонансные эффекты, связанные с явлением внешней устойчивостью резонансов, имеют место в задачах возмущенного вращательного движения космических аппаратов (КА). Данные задачи, относящиеся к классу задач пассивной стабилизации движения, включают в себя оценку точности и устойчивости подобных режимов движения КА. Исследуемые эффекты проявляются в высших приближениях метода усреднения и приводят к эволюции



медленных переменных на нерезонансных участках движения. На практике эти эффекты могут привести к сильной раскрутке КА и способствовать эволюции медленных переменных системы, переходящей в длительный резонанс.

### Постановка задачи

Научная проблема, рассматриваемая в данной работе, характеризуется отсутствием результатов исследования внешней устойчивости резонансов в динамике твердого тела при входе в атмосферу с немалыми асимметриями. Исходя из данной проблемы, формулируется следующая задача: используя одну из известных математических моделей вращательного движения КА с малой асимметрией, рассматриваемых в работах [1-3], смоделировать вращательное движение КА для немалых асимметрий на этапе его входа в атмосферу.

### Решение задачи.

Для решения данной задачи применяется система уравнений движения асимметричного твердого тела в атмосфере, описанная в работах [1, 2]:

$$\bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} = -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2) + \varepsilon m^A \omega_{1,2}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \cos(2\theta + 2\theta_3) + \varepsilon m_{x0}^\phi qSL/I + \varepsilon m_x^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x qSL/I, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{F_a}{4\omega_a^2} \frac{d\alpha}{dt} = & -\Psi \frac{\omega^2 \operatorname{tg} \alpha}{4\omega_a^2 \pi} - \varepsilon \frac{m_{x0}^\phi qSL \operatorname{tg} \alpha \omega_{1,2}}{4\omega_a^2 I} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1) - \\ & - \varepsilon \frac{\omega_{1,2} \operatorname{tg} \alpha}{4\omega_a^2} \left[ (10 + \bar{I}_x) \omega_x \omega_{1,2} - 2(2 + \bar{I}_x) \omega_x^2 + (\operatorname{tg}^2 \alpha - 4) \omega_{1,2}^2 \right] m^A \cos(2\theta + 2\theta_3) \mp \\ & \mp \varepsilon \frac{qSL}{2\omega_a} \left( m_{yn}^{\bar{\omega}_{yn}} \bar{\omega}_{yn} + m_{yn}^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x \right) - \varepsilon \frac{\omega_{1,2} qSL \operatorname{tg} \alpha}{4\omega_a^2 I} \left( m_x^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x + m_x^{\bar{\omega}_{yn}} \bar{\omega}_{yn} \right) - \\ & - \varepsilon \frac{C_{yv} qS}{mv} \frac{(\bar{I}_x \omega_x - \omega_{1,2})(\bar{I}_x \omega_x - 2\omega_{1,2})}{4\omega_a^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2}, \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}. \quad (4)$$

Здесь  $\theta = \varphi_n - \pi / 2$ ;  $\Psi = 2\pi \dot{\omega} / \omega^2 = O(\varepsilon)$ , расчеты показывают, что для переменной  $\omega$  на периоде изменения  $T = 2\pi / \omega$  выполняется соотношение  $T \dot{\omega} / \omega = O(\varepsilon)$ , следовательно, данная переменная является медленной; уравнения (1) и (2) определяют изменение угловой скорости КА относительно продольной оси  $X$  и угла атаки;  $m_x^A, m^A, m^A, m_{x0}^\phi, \theta_1, \theta_2, \theta_3$  - функции, характеризующие величину и взаимное расположение аэродинамической и массовой асимметрий КА,  $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$ ,



$$m_1^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_y^\phi - C_x \overline{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha -$$

$$-\frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xc}^\phi + C_{yn} \overline{\Delta z}) \mp \frac{\bar{I}_{xz}}{2\omega_a} \left[ \omega_x \omega_{1,2} (\omega_x + \omega_{1,2} \operatorname{tg}^2 \alpha) - \omega_x^2 (\omega_x \mp 2\omega_a) \right],$$

$$m_2^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_z^\phi + C_x \overline{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha +$$

$$+\frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xs}^\phi + C_{yn} \overline{\Delta y}) \pm$$

$$\pm \frac{\bar{I}_{xy}}{2\omega_a} \left[ \omega_x \omega_{1,2} (\omega_x + \omega_{1,2} \operatorname{tg}^2 \alpha) - \omega_x^2 (\omega_x \mp 2\omega_a) \right],$$

$$\sin \theta_1 = m_1^A / m^A, \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A, m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2},$$

$$m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xs}^\phi + C_{yn} \overline{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha - \bar{I}_{xy} \omega_{1,2}^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

$$m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xc}^\phi + C_{yn} \overline{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha - \bar{I}_{xz} \omega_{1,2}^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A, \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A; \omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2};$$

$$m^A = \sqrt{\bar{I}_{yz}^2 + \overline{\Delta I}^2}, \sin 2\theta_3 = \overline{\Delta I} / m^A, \cos 2\theta_3 = -\bar{I}_{yz} / m^A,$$

$$\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I, \bar{I}_{xz} = I_{xz} / I, \bar{I}_{yz} = I_{yz} / I, \overline{\Delta I} = \Delta I / I,$$

$$\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x}{2} \pm \omega_a - \text{частоты "прямой" и "обратной" прецессий};$$

$\omega_x - \omega_{1,2}$  - резонансная расстройка КА ;

$$F_a = -\frac{M_{zn}^\alpha}{I} + \frac{\omega_{1,2}^2}{\cos^2 \alpha} + (\bar{I}_x \omega_x - \omega_{1,2})(\bar{I}_x \omega_x - 2\omega_{1,2}).$$

В системе (1)-(4) возможен главный резонанс вида  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$ .

Примем параметр инерционной асимметрии КА  $m^A=0$ . Предположим, что обобщенные параметры асимметрии  $m_x^A, m^A, m_x^\phi$  не являются малыми величинами. Движение тела будем рассматривать на этапе входа в атмосферу, когда квадрат частоты является малой величиной  $\omega=0(\varepsilon)$ . В этом случае, низкочастотные уравнения движения тела сохраняют вид (1)-(4).

Система уравнений (1)-(4) при немалых рассматриваемых параметрах асимметрии численно интегрируется, и по результатам интегрирования строятся графики зависимостей угловой скорости и угла нутации от времени. На рис. 1 и рис. 2 показываются вторичные резонансные эффекты, переходящие в дли-



тельный главный резонанс, реализующиеся при ортогональной асимметрии твердого тела.

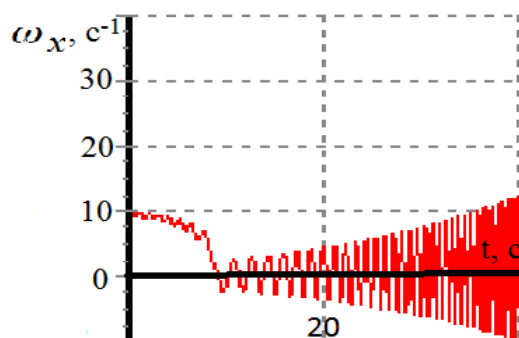


Рис. 1. Зависимость угловой скорости тела от времени

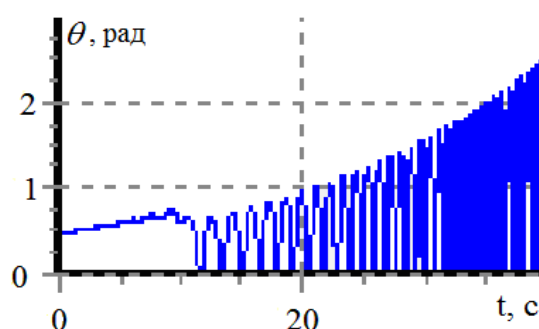


Рис. 2. Зависимость угла атаки от времени

### Вывод

В заключение полученные результаты сравниваются с результатами, полученными в работах [1-3]. Делается вывод, что при входе в атмосферу твердого тела с немалыми параметрами асимметрии наблюдаются аналогичные вторичные резонансные эффекты, как и при движении в плотных слоях атмосферы тела с малой асимметрией. Однако, при входе в атмосферу твердого тела с немалыми параметрами асимметрии, эволюция угловой скорости, вызванная влиянием главного резонанса, более существенна по величине и реализуется на меньших интервалах времени.

### Литература

1. Заболотнов, Ю.М. Вторичные резонансные эффекты при движении космических аппаратов в атмосфере с малыми углами атаки [Текст] / Ю.М. Заболотнов, В.В. Любимов // Вестник рос. академии космонавтики им. К.Э. Циолковского. Часть I. Управление движением и навигация летательных аппаратов. Самара. – 2000. – С.38-86.

2. Заболотнов, Ю.М. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере [Текст] / Ю.М. Заболотнов, В.В. Любимов // Космические исследования. 1998.- Т.36, № 2.- С.206-214.

3. Ярошевский, В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере [Текст] / В.А. Ярошевский. – М.: Машиностроение, 1978. – 168с.