Учитывая, что

$$K_1\ \sin(\varphi_1) = \frac{-\chi_2}{\omega_1(\chi_2-\chi_1)}\dot{x}_1 + \frac{1}{\omega_1(\chi_2-\chi_1)}\dot{x}_2\,,$$

$$K_2\ \sin(\varphi_2) = \frac{\chi_1}{\omega_2(\chi_2-\chi_1)}\dot{x}_1 - \frac{1}{\omega_2(\chi_2-\chi_1)}\dot{x}_2\,,$$

запишем управление в исходных координатах

$$U^0 = p_1\dot{x}_1 + p_2\dot{x}_2\,, \tag{18}$$

где коэффициенты

$$p_1 = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\chi_2}{\omega_1(\chi_2-\chi_1)}A_{11}\cdot(N_4\cdot m_1 - N_2\cdot m_2) - \frac{1}{c}\cdot\frac{\chi_1}{\omega_2(\chi_2-\chi_1)}A_{22}\cdot(N_3\cdot m_1 - N_1\cdot m_2),$$

$$p_1 = \frac{1}{c}\cdot\frac{1}{\omega_1(\chi_2-\chi_1)}A_{11}\cdot(N_4\cdot m_1 - N_2\cdot m_2) + \frac{1}{c}\cdot\frac{1}{\omega_2(\chi_2-\chi_1)}A_{22}\cdot(N_3\cdot m_1 - N_1\cdot m_2).$$

Таким образом, применение метода усреднения в сочетании с методом динамического программирования Беллмана позволило получить аналитическое решение (18) для оптимального управления системой (1).

Литература

1. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969. 360 с..
2. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1981. 400 с.
3. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 384 с.
4. Хапаев М.М. Усреднение в теории устойчивости. М:Наука, 1986. 191с.
5. Заболотнов Ю.М. Теория колебаний. Самара: СГАУ, 1999. 168 с.

Е.Г. Завьялова

СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, ОСНОВАННЫХ НА РЕШЕНИИ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

(Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет))

Работа посвящена сравнительному исследованию алгоритмов численного моделирования электромагнитного поля, основанных на использовании различных математических описаний этого поля. Описание электромагнитной волны в однородном пространстве осуществляется с помощью нижеследующих математических моделей.

Первая модель основана на использовании уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_x}{\partial t} = -\dfrac{1}{\varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}} \dfrac{\partial H_y}{\partial z}, z \in (0, L], t \in (0, T]; \\ \dfrac{\partial H_y}{\partial t} = -\dfrac{1}{\mu_0} \dfrac{\partial E_x}{\partial z}, z \in (0, L], t \in (0, T]; \\ E_x \big|_{z=0} = \sin(\omega t), t \in (0, T]; E_x \big|_{t=0} = 0, z \in [0, L]; \\ H_y \big|_{t=0} = 0, z \in [0, L], \end{cases}$$

где L – длина расчетной области пространства; T – время распространения волны; μ_0 - магнитная постоянная; ε_0 – электрическая постоянная; $\tilde{\varepsilon}$ - относительная диэлектрическая проницаемость; E_x - напряженность электрического поля и H_y - напряженность магнитного поля при поляризации следующего вида $\vec{E} = (E_x \quad 0, \quad 0), \vec{H} = (0 \quad H_y, \quad 0)$; $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda_0}$ – несущая частота.

Вторая модель основана на использовании волнового уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{n^2}{c^2} \cdot \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = 0, \quad t \in [0; T], z \in [0, L]; \\ E_{z=0} = \sin(\omega t), E_{z=L} = 0, \quad t \in (0; T]; \\ E_{t=0} = 0, \dfrac{\partial E_x}{\partial t}_{t=0} = 0, \quad z \in (0; L), \end{cases}$$

где L – длина расчетной области пространства; T – время распространения волны; $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda_0}$ – несущая частота; c – скорость света, причем $c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$; n – показатель преломления среды, причем $n^2 = \tilde{\varepsilon}$.

Для решения уравнений Максвелла используется явно-неявная конечно-разностная схема, а для решения волнового уравнения используется простейшая явная конечно-разностная схема. В работе получены результаты теоретического и экспериментального исследования каждой разностной схемы. Проведено сравнение разработанных вычислительных алгоритмов по критерию затрат машинного времени, необходимого для расчета электромагнитного поля. Результаты сравнения позволяют сделать следующий вывод: из двух рассмотренных здесь алгоритмов численного моделирования электромагнитного поля, алгоритм, основанный на решении системы уравнений Максвелла, несколько проигрывает альтернативному алгоритму по критерию вычислительных затрат. Однако этот проигрыш характеризуется значениями 10-20 %.

Литература

1. Борн, М. Основы оптики [Текст]/ М. Борн, Э. Вольф. – М: Наука, 1973. -720 с.

2. Самарский, А.А. Численные методы математической физики [Текст]/ А.А. Самарский, А. В. Гулин. – М: Научный мир, 2003. -316 с.