УДК 629.78:351.814.3

Искандаров Н. Ф., Мещанов А. С.

УГЛОВАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ВОЗВРАЩАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ ПРИ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Введение. Решается задача стабилизации заданного программного движения возвращаемого многоразового космического аппарата (ВМКА)**,** совершающего перемещения по сложной траектории в условиях постоянного воздействия неопределенных возмущений по коэффициентам аэродинамического момента и центра давления. Рассматриваются программы по углам Эйлера [1]:

$$\vartheta_n(t)=\vartheta_n(t_i)+\dot\vartheta_n(t_i)(t-t_i),\quad \psi_n(t)=\psi_n(t_i)+\dot\psi_n(t_i)(t-t_i),\quad \varphi_n(t)=\varphi_n(t_i)+\dot\varphi_n(t_i)(t-t_i),\ (1)$$

где $t\in I_i=(t_{i-1},t_i]\in I=(t_0,t_k]$, а $\vartheta_n(t_i),\dot\vartheta_n(t_i),\psi_n(t_i),\dot\psi_n(t_i),\varphi_n(t_i),\dot\varphi(t_i)$ - известные на каждом шаге I_i программные углы и угловые скорости, $i=\overline{1,k}$.

Задачи. 1. Найти такие нормированные управления u_x,u_y,u_z

$$|u_x|\le 1,\ |u_y|\le 1,\ |u_z|\le 1, \qquad (2)$$

чтобы отклонения

$$x_1(t)=\vartheta(t)-\vartheta_n(t),\ \ x_3(t)=\psi(t)-\psi_n(t),\ \ x_5(t)=\varphi(t)-\varphi_n(t) \qquad (3)$$

углов ϑ,ψ,φ от программных значений (1) на заданных интервалах времени $I_i=(t_{i-1},t_i]$, $i=\overline{1,k}$ с постоянным значением $(t_i-t_{i-1})=\Delta t_c$, начиная с момента возникновения скользящего режима $t^i_{ск}\in I_i$, убывали по модулю экспоненциально и удовлетворяли вместе со своими производными $\dot x_j(t_i)$ ограничениям:

$$\left|x_j(t_i)\right|\le 0{,}05\left|x_j(t^i_{ck})\right|,\qquad \left|\dot x_j(t_i)\right|\le 0{,}05\left|\dot x_j(t^i_{ck})\right| \qquad (4)$$

при нулевых установившихся значениях, $x_j(\infty)=\dot x_j(\infty)=0,\ i=\overline{1,k},\ \ j=1{,}3{,}5.$

2. Найти такое многообразие скольжения S, чтобы с момента t^i_{ck} начала скользящего режима движения по каждому из трех отклонений x_j вместе с производными $\dot x_j$ были селективно инвариантными, то есть не зависели от x_i и $\dot x_i$, $i\ne j,\ i,j=1{,}3{,}5$ и были инвариантны к неопределенным ограниченным параметрическим возмущениям, которыми являются отклонения $\Delta m_x,\Delta m_y,\Delta m_z$ и Δc_α коэффициентов m_x,m_y,m_z возмущающего аэродинамического момента и коэффициента c_α центра давления от своих номинальных значений $m_{x0},m_{y0},m_{z0},c_{\alpha0}$.

Решение задачи. Для решения задачи на скользящих режимах сначала переходим в координаты углов Эйлера и их производных. Находя производные от проекций угловых скоростей $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ на связанные с аппаратом оси Ox, Oy, Oz в кинематических уравнениях

$$\omega_x = \dot{\varphi} - \dot{\vartheta}\sin\psi,\ \omega_y = \dot{\psi}\cos\varphi + \dot{\vartheta}\cos\psi\sin\varphi,\ \omega_z = -\dot{\psi}\sin\varphi + \dot{\vartheta}\cos\psi\cos\varphi, \qquad (5)$$

получаем систему уравнений углового движения аппарата в виде:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \ddot{\varphi} - \ddot{\vartheta}\sin\psi - \dot{\vartheta}\dot{\psi}\cos\psi; \quad \dot{\omega}_y = \ddot{\psi}\cos\varphi + \ddot{\vartheta}\cos\psi\sin\varphi - \dot{\vartheta}\dot{\psi}\sin\psi\sin\varphi + \omega_z\dot{\varphi}; \\ \dot{\omega}_z = -\ddot{\psi}\sin\varphi + \ddot{\vartheta}\cos\varphi\cos\psi - \dot{\vartheta}\dot{\psi}\sin\psi\cos\varphi - \omega_y\dot{\varphi}; \quad \dot{\omega}_x = M_x / I_x; \\ \dot{\omega}_y = (I_x - I)\omega_x\omega_z / I + M_y / I; \quad \dot{\omega}_z = (I_x - I)\omega_x\omega_y / I + M_z / I, \end{cases} \qquad (6)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ заданы в (5), а проекции M_x, M_y, M_z суммарного момента сил относительно центра масс на связанные оси выражаются формулами:

$$\begin{aligned} &M_x = m_x QSl + P_x^m \bar{c}_1 l u_x(t); \quad M_y = \left[-c_n(c_\alpha - c_T)V_z/(V\sin\alpha) + m_y\right]QSl + P_z^m(c_z - c_T)lk_u u_z(t); \\ &M_z = \left[c_n(c_\alpha - c_T)V_y/(V\sin\alpha) + m_z\right]QSl - P_y^m\left(c_y - c_T\right)lk_u u_y(t). \end{aligned} \qquad (7)$$

В (6), (7) I_x и I - моменты инерции ВМКА относительно оси Ox и осей Oy, Oz; $Q = \rho V^2/2$ - скоростной аэродинамический напор; V - модуль скорости относительно набегающего потока, V_x, V_y, V_z - её проекции на связанные оси; P_x^m, P_y^m, P_z^m - максимальные значения тяги двигателей, обеспечивающих вращающие моменты относительно осей Ox, Oz, Oy; m_x, m_y, m_z и c_α - коэффициенты возмущающего аэродинамического момента и центра давления:

$$m_x = m_{x0} + \Delta m_x(t),\ m_y = m_{y0} + \Delta m_y(t),\ m_z = m_{z0} + \Delta m_z(t),\ c_\alpha = c_{\alpha 0} + \Delta c_\alpha(t) \qquad (8)$$

с известными номинальными значениями $m_{x0}, m_{y0}, m_{z0}, c_{\alpha 0}$ и неопределенными ограниченными возмущениями $\Delta m_x(t)$, $\Delta m_y(t), \Delta m_z(t), \Delta c_\alpha(t)$ с известными граничными значениями; угол атаки α находится из соотношения

$$\cos\alpha = V_x / V = \left(V_1\sin\vartheta\cos\psi - V_2\sin\psi + V_3\cos\vartheta\cos\psi\right)/V, \qquad (9)$$

составляющие V_1, V_2, V_3 вектора $\bar{V}$ находятся из решения навигационной задачи; l - длина ВМКА; S - характерная площадь; $\bar{c}_1$ – коэффициент плеча соответствующей пары сил; c_T – коэффициент центра масс; c_n - аэродинамический коэффициент нормальной силы; c_x, c_y, c_z – коэффициенты, характеризующие расположение управляющих двигателей на корпусе аппарата, в дальнейшем полагается $c_y = c_z = c_g$; $k_u -$ коэффициент усиления, учитывающий возрастание тяги двигателя в результате обдува реактивной струи набегающим потоком.

Выразим $\ddot{\vartheta}, \ddot{\psi}, \ddot{\varphi}$ из первых трех уравнений системы (6), записав их, после подстановки выражений $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$ из вторых трех уравнений, в виде:

$$a_{i1}\ddot{\vartheta} + a_{i2}\ddot{\psi} + a_{i3}\ddot{\varphi} = b_i, \quad i = \overline{1,3}. \qquad (10)$$

Решая алгебраические уравнения (10), получаем систему шестого порядка

$$\ddot{\vartheta} = \Delta_1 / \Delta, \qquad \ddot{\psi} = \Delta_2 / \Delta, \qquad \ddot{\varphi} = \Delta_3 / \Delta, \qquad (11)$$

где $\Delta_1 = a_{32}b_2 - b_3 a_{22}$, $\Delta_2 = a_{21}b_3 - a_{31}b_2$, $\Delta_3 = a_{11}(a_{22}b_3 - a_{32}b_2) + b_1(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22})$;

$a_{11} = -\sin\psi$; $a_{12} = 0$; $a_{13} = 1$; $a_{21} = \cos\psi\sin\varphi$; $a_{22} = \cos\varphi$; $a_{23} = 0$; $a_{31} = \cos\varphi\cos\psi$;

$a_{32} = -\sin\varphi$; $a_{33} = 0$, $\Delta = a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22} = -\cos\psi \neq 0$ *при* $\psi \neq \nu\pi/2$, $\nu = 1,3,5,\ldots$.

Для формирования системы нормального вида в отклонениях от программного движения и их производных правые части b_i уравнений (10) разобьем на слагаемые: $b_i = b_{if} + b_{iB} + b_{iD} + b_{ih}$, $i = \overline{1,3}$; $b_{1f} = \dot{\psi}\dot{\vartheta}\cos\psi$; $b_{1B} = P_x^m \bar{c}_1 l / I_x$; $b_{1D} = QSl / I_x$; $b_{1h} = 0$;

$b_{2f} = -\omega_z\dot{\varphi} + \dot{\vartheta}\dot{\psi}\sin\psi\sin\varphi + (I_x - I)\omega_x\omega_z / I$; $b_{2B} = P_z^m(c_z - c_T)lk_u / I$; $b_{2D} = b_{2D\alpha} + b_{2Dm_y}$;

$b_{2D\alpha} = -c_n V_z QSl / (V\sin\alpha \cdot I)$; $b_{2Dm_y} = QSl / I$; $b_{2h} = c_n c_T V_z QSl / (V\sin\alpha \cdot I)$; $b_{3f} = \omega_y\dot{\varphi} +$

$+ \dot{\vartheta}\dot{\psi}\sin\psi\cos\varphi + (I_x - I)\omega_x\omega_y / I$; $b_{3B} = -P_y^m(c_y - c_T)lk_u / I$; $b_{3D} = b_{3D\alpha} + b_{3Dm_z}$;

$b_{3D\alpha} = c_n V_y QSl / (V\sin\alpha \cdot I)$; $b_{3Dm_z} = QSl / I$; $b_{3h} = -c_n c_T V_y QSl / (V\sin\alpha \cdot I)$.

В системе (11) перейдем в координаты отклонений и их производных:

$$\begin{aligned} &x_1(t) = \vartheta(t) - \vartheta_n(t),\ x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{\vartheta}(t) - \dot{\vartheta}_n(t);\ x_3(t) = \psi(t) - \psi_n(t), \\ &x_4(t) = \dot{x}_3(t) = \dot{\psi}(t) - \dot{\psi}_n(t);\ x_5(t) = \varphi(t) - \varphi_n(t),\ x_6(t) = \dot{x}_5(t) = \dot{\varphi}(t) - \dot{\varphi}_n(t). \end{aligned} \qquad (12)$$

Тогда система (5), (6), преобразованная к виду (11), принимает нормальный вид:

$$\dot{x} = f(x,t) + B(x_3, x_5, t)u + D(x_3, x_5, t)F(t) + h(x_3, x_5, t), \qquad (13)$$

где $x = (x_1, \ldots, x_6)^T$; $u = (u_1, u_2, u_3)^T = (u_x, u_y, u_z)^T$; $f = (f_1, \ldots, f_6)^T$; $f_1 = x_2$;

$f_2 = (a_{32}b_{2f} - a_{22}b_{3f}) / \Delta$; $f_3 = x_4$; $f_4 = (a_{21}b_{3f} - a_{31}b_{2f}) / \Delta$; $f_5 = x_6$;

$f_6 = = [a_{11}(a_{22}b_{3f} - a_{32}b_{2f}) + b_{1f}(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22})] / \Delta$; $F(t) = F_0 + F(t)$, $F_0 = (m_{x0}, m_{y0}, m_{z0}, c_{\alpha 0})^T$,

$\Delta F(t) = (\Delta m_x(t), \Delta m_y(t), \Delta m_z(t), \Delta c_\alpha(t))^T$;

$$h(x_3, x_5, t) = (h_1, \ldots, h_6)^T = = \left(0, \frac{(b_{2h}a_{32} - b_{3h}a_{22})}{\Delta}, 0, \frac{(-a_{31}b_{2h} + b_{3h}a_{21})}{\Delta}, 0, \frac{(-a_{32}a_{11}b_{2h} + b_{3h}a_{11}a_{22})}{\Delta}\right),$$

ω_x, ω_y, ω_z находятся из уравнений (5), а $f(t), h(x_3, x_5)$ и $B(x_3, x_5), D(x_3, x_5)$ при подстановке в их элементы выражений для ϑ, ψ, φ и $\dot{\vartheta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ из (12). В системе (13) выполняются известные условия инвариантности скользящего режима к векторам номинальных F_0 и неопределенных $\Delta F(t)$ возмущений [2].

Разрывное управление u находится из условий приведения системы (13) в скользящий режим на многообразии с селективной инвариантностью координат в x:

$$S(s = Cx = 0), \quad s = (s_1, s_2, s_3)^T, s_i = c^{iT}x, \ i = \overline{1,3}, \ C = \begin{pmatrix} c^{1T} \\ c^{2T} \\ c^{3T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Условия приведения изображающей точки (и.т.) в скользящий режим на S (14) предполагают выполнение необходимых и достаточных условий существования скользящего режима и достаточных условий попадания для каждой из гиперплоскостей $S_i(s_i = c^{iT}x = 0)$ в отдельности [2]: $\lim\limits_{s_i \to +0} \dot{s}_i < 0$, $\lim\limits_{s_i \to -0} \dot{s}_i > 0$, $\dot{s}_i s_i < 0, \ i = \overline{1,3}.$

Для выполнения данных условий управление $u = (u_x, u_y, u_z)^T$ находится как сумма

$$u = u_0 + u_{\Delta F}$$

со слагаемым $u_0 = (u_{0x}, u_{0y}, u_{0z})^T$ для номинальных составляющих в системе (13) и слагаемым $u_{\Delta F} = (u_{\Delta Fx}, u_{\Delta Fy}, u_{\Delta Fz})^T$ для преодоления воздействия вектора неопределенных возмущений ΔF [2].

Система скользящего режима на S, определяемая, например, по методу эквивалентного управления В.И. Уткина, с учетом условий инвариантности, запишется как

$$\dot{x} = (\mathrm{E} - (CB)^{-1}C) f(x) \quad (15)$$

или в раскрытом виде

$$\dot{x}_1 = -c_1x_1, \ \dot{x}_3 = -c_3x_3, \ \dot{x}_5 = -c_5x_5, \ t \in \mathrm{I}_i = (t_{i-1}, t_i], i = \overline{1,k}; \ x_2 = -c_1x_1, \ x_4 = -c_3x_3, \ x_6 = -c_5x_5$$

и имеет на каждом шаге решение

$$x_j(t) = exp(-c_j(t - t_{ck}^i)x_j(t_{ck}^i), \ \dot{x}_j(t) = x_{j+1}(t) = -c_j exp(-c_j(t - t_{ck}^i)x_j(t_{ck}^i), \ \ j = 1,3,5, \ i = \overline{1,k}.$$

Из данного решения помимо инвариантности к неопределенным возмущениям

$\Delta F(t)$ непосредственно следует и селективная инвариантность всех трех каналов стабилизации в скользящем режиме. Результаты численного моделирования системы (13) с управлением, полученным по методу работы [2], полностью согласуются с приведенным решением системы уравнений скользящего режима (15).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-01-97021 р_поволжье_а.

Библиографический список

1 Голубев Ю.Ф. Реализация требуемого аэродинамического ускорения при спуске в атмосфере [Текст]/ Ю.Ф. Голубев, Е.А. Степанова. Препринт Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша АН СССР, 1983, № 82. – М.:1983. – 28 с.

2 Мещанов А.С. Уравнения скольжения на подвижных многообразиях и синтез векторных управлений для нелинейных объектов при неопределенных возмущениях [Текст]/ А.С. Мещанов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2008, № 2, - С.51-56.