УДК 681.5.01:658.5

Калимуллин Р. Ф., Мещанов А. С.

АСТАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА СЛЕЖЕНИЯ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ РЕЖИМЕ С НУЛЕВЫМ ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЕМ ПРИ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Введение. Следящая система состоит из механического дифференциала, тахогенератора - датчика угловой скорости, потенциометра - датчика угла, электронного усилителя, генератора, двигателя постоянного тока, редуктора и механической обратной связи с передаточными функциями: $W_{\text{ТГ}} = K_{ТГ}P$, $W_{\text{П}} = K_{П}$, $W_{\text{У}} = K_{У}$, $W_{\text{Г}} = K_{Г}/(T_{Г}P+1)$, $W_{\text{Д}} = K_{Д}/((T_{Д}P+1)P)$, $W_{Д}^{f} = K_{Д}^{f}/((T_{Д}P+1)P)$, $W_{P} = K_{P}$, $W_{OC} = K_{OC}$. Задающее воздействие $y = a\,t1(t)$, возмущающее воздействие по нагрузке на валу двигателя $f(t) = M_{н}1(t)$. Применение линейного управления с обычной фиксированной структурой при указанных воздействиях сопряжено с ненулевой установившейся ошибкой слежения (скоростной и статической ошибками) $\delta(\infty)$ и колебательным в общем случае свойством переходного процесса. В этой связи предлагается управление с переменной структурой на скользящем режиме.

Постановка задач. 1. Найти такое управление u с переменной структурой, чтобы: а) время переходного процесса $t_{пп}$ не превышало одной секунды; б) установившаяся ошибка $\delta(\infty)$ и перерегулирование $\sigma\%$ были нулевыми; с) затухание ошибки до нулевых значений осуществлялось по экспоненте и занимало большую часть времени переходного процесса $t_{пп}$. 2. Промоделировать систему управления в Matlab 7 с целью сопоставления получаемых численных результатов с данными аналитического решения первой задачи.

Решение задачи для номинальной системы. Для формирования управления, обеспечивающего выполнение первой задачи, переходим в координаты ошибки $\delta(t)$ и ее производных. С учетом применимости управления при любых начальных условиях полагаем $y(t) = at$ и $M_c(t) = M_c = const$. Приходим к уравнению

$$(a_0D^3 + a_1D^2 + a_2D)\delta(t) = -K_{OC}K_{Г}K_{Д}K_{P}u(t) + K_{OC}K_{Д}^{f}K_{P}M_{C} + aa_2, \qquad (1)$$

где $a_0 = T_{Г}T_{Д}$, $a_1 = T_{Г} + T_{Д}$, $a_2 = 1$. Вводя обозначения $x_1 = \delta$, $x_2 = \dot{\delta} = \dot{x}_1$, $x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{\delta}$, переходим к системе уравнений в форме Фробениуса

$$\dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = x_3,\ \dot{x}_3 = -(a_2/a_0)x_2 - (a_1/a_0)x_3 - (K_{раз}/a_0)u + (K_{OC}K_{Д}^{f}/a_0)M_{C} + aa_2/a_0, \qquad (2)$$

где $K_{раз} = K_{OC}K_{Г}K_{Д}K_{P}$. Управление u задаем в виде суммы

$$u = u_P + u_{ном}, \qquad (3)$$

где u_P - разрывное управление, $u_{ном}$ – номинальное постоянное управление, компенсирующее действие $y(t) = at$ и $M_c(t) = M_c = const$:

$$u_{ном} = (K_{OC} K_{Д}^{f} M_C + a a_2) / K_{раз}. \qquad (4)$$

Коэффициенты, постоянные времени и момент нагрузки в системе равны:

$$K_Г = 2;\ K_Д = 0{,}5\ рад/с;\ K_Д^f = 0{,}0005\ \ (рад/с)/Нм;\ K_{OC} = 50;\ K_{раз} = K_{OC} K_Г \times \\ \times K_Д K_P = 62{,}5;\ T_Г = 0{,}5\ с;\ T_Д = 0{,}3\ с;\ a = 0{,}052\ \ рад/с;\ M_C = 2000\ \ Н\,м. \qquad (5)$$

Пусть скользящий режим протекает на плоскости

$$S(s = C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3 = 0),\ \ C_3 = 1. \qquad (6)$$

Его уравнения найдем, например, по методу эквивалентного управления В. И. Уткина [1]. С учетом инвариантности к параметрам и внешним воздействиям для формы Фробениуса (2), эти уравнения запишутся в виде системы

$$\dot{x}_1 = x_2;\quad \dot{x}_2 = -C_1 x_1 - C_2 x_2. \qquad (7)$$

В силу условия $s = C_1 x_1 + C_2 x_2 + x_3 = 0$ (6), имеющего место в скольжении, $x_3 = -C_1 x_1 - C_2 x_2$. Постоянные C_1, C_2 находятся по заданному времени переходного процесса $t_{пп} = (5 \div 10) / \min_i |\operatorname{Re} P_i|,\quad i = 1{,}2,$ и нулевым перерегулированию и установившейся ошибке $\delta(\infty)$ по формулам Виета $C_1 = P_1 P_2$, $C_2 = \ = -(P_1 + P_2)$, где P_i - корни характеристического уравнения системы (7) $p^2 + \ + C_2 p + C_1 = 0$. Полагая $P_1 = -5$, $P_2 = -7$, получаем $t_{пп} = 0.5 \div 1\, с$ и $C_1 = P_1 P_2 = 5 \cdot 7 = 35$, $C_2 = -(P_1 + P_2) = 5 + 7 = 12$. Перерегулирование и частота колебаний будут минимальными в силу задания корней P_1, P_2 вещественными отрицательными, а установившаяся ошибка нулевой в силу отрицательности вещественной части корней. Найдем разрывное управление, приводящее систему в скользящий режим на плоскости S(6). Для определения u_p в управлении u (3), подставим в исходную систему (2), (3) выражение номинального управления $u_{ном}$ (4). Получаем систему:

$$\dot{x}_1 = x_2;\quad \dot{x}_2 = x_3;\quad \dot{x}_3 = -(a_2 / a_0) x_2 - (a_1 / a_0) x_2 - (K_{раз} / a_0) u_p. \qquad (8)$$

Для нахождения управления u_p ограничимся, например, алгоритмом В. И. Уткина [1],

$$u_P = \psi_1 x_1 + \psi_2 x_2 + \psi_3 x_3;\ \psi_i = \alpha_i\ при\ s x_i > 0;\ \psi_i = \beta_i\ при\ s x_i > 0,\ \ i = \overline{1{,}3}, \qquad (9)$$

не накладывающим ограничений на задание плоскости скольжения и, тем самым, на устойчивость и качество скользящего режима. Запишем систему (8) в виде

$$\dot{x} = Ax + bu_p, \qquad (10)$$

где $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ b_3\end{pmatrix}$, $a_{31}=0,\quad a_{32}=-a_2/a_0,\quad a_{33}=-a_1/a_0;\quad b_3=-K_{раз}/a_0$. Составляющие $\alpha_i, \beta_i,\ i=\overline{1,2},$ алгоритма (9) должны удовлетворять неравенствам [1]:

$$\alpha_1>0,\ \ \beta_1<0;\ \ \alpha_2>(C_1-|a_{32}|)/|b_3|,\ \ \beta_2<(C_1-|a_{32}|)/|b_3|;\alpha_3>(C_2-|a_{33}|)/|b_3|,\ \ \beta_3<(C_2-|a_{33}|)/|b_3|. \quad (11)$$

Таким образом, сформировано полное разрывное управление u (3) для слежения за линейно нарастающим задающим воздействием. Так как алгоритм (9), (11) [1] определен только из условия попадания $\dot{s}s<0$ изображающей точки системы на плоскость S, без учета условий существования скольжения, то для их выполнения в полученных неравенствах (11) следует α_i увеличивать, а β_i уменьшать по результатам моделирования. В этой связи отметим, что применение для формирования u_p алгоритма работы [2] также как и (9) не накладывает ограничений на задание параметров C_1, C_2, C_3, но позволяет уменьшить число логических переключающих устройств по сравнению с алгоритмом (9) в n раз, где n - размерность системы, причем плоскости переключений структур управления могут и не совпадать с координатными, что позволяет улучшать динамические свойства систем на скользящих режимах и, в частности, существенно уменьшать и минимизировать энергетические затраты на управление.

Решение задачи при неопределенных возмущениях. Рассмотрим систему (2) в предположении, что параметры системы (коэффициенты передачи и постоянные времени) и момент сопротивления (5), входящие в исходное дифференциальное уравнение (1), являются только номинальными (в дальнейшем с индексом «0»), а действительные их значения содержат еще и неопределенные слагаемые (с символом «Δ»), переменные и в течение сравнительно малых промежутков времени переходных процессов: $K_Г=K_{Г0}+\Delta K_Г(t);\quad K_Д=K_{Д0}+\Delta K_Д(t),\ рад/с;\quad K_Д^f=K_{Д0}^f+\Delta K_Д^f(t), (рад/с)/Нм;$ $K_{раз}=K_{раз\,0}+\Delta K_{раз}(t);\quad T_Э=T_{Э0}+\Delta T_Э, с;\quad T_Г=T_{Г0}+\Delta T_Г, с; T_Д=T_{Д0}+\Delta T_Д, с;\quad M_C=M_C+\Delta M_C, Нм.$ Предполагается, что неопределенные слагаемые являются ограниченными и не превышают, например, десяти процентов от номинальных значений (5). Данные отклонения от номинальных значений определяются допустимым разбросом параметров от изделия к изделию, старением элементов и воздействиями внешней среды.

Представим управление в такой системе (2) в виде суммы [2]:

$$u=u_0+u_\Delta, \quad (12)$$

где $u_0 = u_P + u_{ном}$ является управлением, найденным для номинальной системы (2), не содержащей неопределенные возмущения, а u_Δ предназначено для преодоления их воздействия на процесс приведения системы с учетом неопределенностей в скользящий режим на плоскости скольжения S (6). Управление u_Δ определяется таким образом, чтобы выполнялось достаточное условие попадания изображающей точки системы на плоскость S (6) и при ограниченных неопределенностях: $\dot{s}s < 0$. Как показали результаты моделирования с различными типами разрывных управлений u_P [1, 2] и u_Δ переходные процессы с учетом неопределенных возмущений удовлетворяют поставленной задаче и практически не отличаются от процессов в номинальной системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-01-97021 р_поволжье_а.

Библиографический список

1 Уткин, В. И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой [Текст] / В. И. Уткин. - М.: Наука, 1974.- 272 с.

2 Мещанов, А. С. Приведение линейных стационарных объектов на многообразия скользящего режима при неопределенностях [Текст]/ А. С. Мещанов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2013, № 2. вып.1.- С.157-163.