УДК 681.5.01:658.5

Мещанов А. С., Туктаров Э. А.

СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ В СТАБИЛИЗАЦИИ СМЕНЯЕМЫХ ПРОГРАММ ДВИЖЕНИЙ СИСТЕМ С ЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ ПРИ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Введение. Рассматривается управляемая система регулярной формы

$$\dot{X} = A(t)X + B(t)u + D(t)F(t), \qquad (1)$$

где $t \in I = [t_0, \infty)$, $X = (X_1, ..., X_n)^T$ - вектор отклонений от некоторого первоначального программного движения объекта, $X \in \Omega_X$; $u = (u_1, ..., u_m)^T$ – векторное управление, $u \in \Omega_u$; $A(t)$, $B(t)$, $D(t)$ - матрицы размерности $n \times n, n \times m, n \times l$, $F(t)$ - $l \times 1$- столбец;

$$A(t) = A_0(t) + \Delta A(t), \quad B(t) = B_0(t) + \Delta B(t), \quad D(t) = D_0 + \Delta D(t), \quad F(t) = F_0(t) + \Delta F(t) \qquad (2)$$

с номинальными (известными, с индексом «0») и неопределенными (с индексом «Δ») слагаемыми. Параметрические $\Delta A(t)$, $\Delta B(t)$, $\Delta D(t)$ и внешние $\Delta F(t)$ возмущения являются ограниченными. Предполагается выполнение условий инвариантности скользящего режима системы (1) на некотором подвижном $(n-m)$ – мерном многообразии

$$S(s = C(t)X = 0), \qquad (3)$$

а именно, условий:

$$\Delta A(t) = B_0(t)\Lambda_{\Delta A}(t), \quad \Delta B(t) = B_0(t)\Lambda_{\Delta B}(t), \quad D_0(t) = B_0(t)\Lambda_{D_0}, \quad \Delta D(t) = B_0(t)\Lambda_{\Delta D}. \qquad (4)$$

В системе (1)-(4) регулярной формы первые $n-m$ строк $B_{01}(t)$ матрицы $B_0(t)$ являются нулевыми: $B_0(t) = \begin{pmatrix} B_{01}(t) \\ B_{02}(t) \end{pmatrix}$, $\quad B_{01}(t) \equiv 0 - (n-m) \times m; \quad |B_{02}(t)| \neq 0 \ \forall t \in I.$

Задача. Вектор X должен по норме за требуемое время $T_{nn} = t_{nn} - t_0$ экспоненциально сходиться к новому заданному программному движению $X_z(t)$, которое представим в виде двух $(n-m) \times 1$, $m \times 1$ – субвекторов X_z^1, X_z^2

$$X_z(t) = \left(X_z^{1T}, \quad X_z^2\right)^T, \qquad (5)$$

с указанными прямыми показателями качества переходного процесса, включающими в себя также нулевые перерегулирование и установившееся отклонение в условиях постоянного воздействия перечисленных ограниченных возмущений.

Порядок решения. Для решения задачи находятся: условия инвариантности скользящего режима к задаваемой новой программе движения; разрывное векторное управление u, приводящее систему в отклонениях от заданной программы $X_z(t)$ в скользящий режим;

$(n-m)-$ мерное подвижное в общем случае многообразие S (3), в скольжении по которому решается поставленная задача.

Условия инвариантности к заданной программе. Для их нахождения перейдем в отклонения $x(t)=(x_1(t),...,x_1(t))^T$ вектора $X(t)$ от заданной программы $X_z(t)$:

$$x(t) = X(t) - X_z(t). \tag{6}$$

Исходная система (1) в силу (6) и равенства $\dot{x}(t) = \dot{X}(t) - \dot{X}_z(t)$ запишется:

$$\dot{x} = A(x + X_z) + Bu + DF - \dot{X}_z. \tag{7}$$

Перепишем исходную систему (7) в более раскрытом виде:

$$\dot{x} = (A_0(t) + \Delta A(t))\ x + (B_0(t) + \Delta B(t))\ u + (D_0(t) + \Delta D(t))\,F(t) + (A_0(t) + \Delta A(t))\,X_z - \dot{X}_z. \tag{8}$$

Найдем уравнения скользящего режима на $(n-m)-$ мерном многообразии

$$S(s = (s_1,...,s_m)^T = C(t)x = C^1(t)x^1 + C^2(t)x^2 = 0), \tag{9}$$

где вектор x и $m \times n-$ матрица $C(t)$ представлены через субвекторы x^1 и x^2 с размерами $(n-m)\times 1$ и $m \times 1$, $x = \left(x^{1T},\quad x^{2T}\right)^T$ и $m \times (n-m)$ и $m \times m$ субматрицы $C^1(t)$ и $C^2(t)$.

Согласно методу эквивалентного управления В. И. Уткина, полагаем

$$\dot{s} = \dot{C}x + C\dot{x} = \dot{C}x + C(A_0 + \Delta A)x + C(B_0 + \Delta B)u + C(D_0 + \Delta D)F + C((A_0 + \Delta A)X_z - \dot{X}_z) = 0 \tag{10}$$

и с учетом второго условия инвариантности в выражениях (4) получаем

$$\begin{gathered} B = B_0 + \Delta B = B_0(E + \Lambda_{\Delta B}), \quad (CB)^{-1} = (CB_0(E + \Lambda_{\Delta B}))^{-1}, \quad u = u_{экв} = -(E + \Lambda_{\Delta B})^{-1}(CB_0)^{-1} \times \\ \times[\dot{C}x + CA_0x + CB_0\Lambda_{\Delta A}x + CB_0(\Lambda_{D_0} + \Lambda_{\Delta D})F + C((A_0 + \Delta A)X_z - \dot{X}_z)]. \end{gathered} \tag{11}$$

Подставляя $u = u_{экв}$ в систему (8) с учетом $x^2 = -(C^2)^{-1}C^1x^1$ в силу (9) получаем систему скользящего режима $(n-m)-$ го порядка:

$$\dot{x}^1 = ((E_{n-m}, 0_{n-m,m}) - B_{01}(CB_0)^{-1}C)\left[A_0\begin{pmatrix} E_{n-m} \\ -(C^2)^{-1}C^1 \end{pmatrix}x^1 + A_0X_z - \dot{X}_z\right] - B_{01}(CB_0)^{-1}\dot{C}x. \tag{12}$$

С учетом регулярности система скользящего режима (12) упрощается до вида

$$\dot{x}^1 = (A_{011} - A_{012}(C^2)^{-1}C^1)x^1 + A_{011}X_z^1 + A_{012}X_z^2 - \dot{X}_z^1, \quad x^2 = -(C^2)^{-1}C^1x^1. \tag{13}$$

Система скользящего режима (13) инвариантна к параметрическим и внешним возмущениям, но для отработки отклонений до нулевых значений требуется инвариантность и к программе $X_z(t) \in \Omega_{X_z}$. Для этого достаточно, чтобы в системе (13)

$$\dot{X}_z^1 = A_{011}X_z^1 + A_{012}X_z^2. \tag{14}$$

Субвектор X_z^1 находится как решение системы (14) для произвольно (в пределах ограничений $X_z(t) \in \Omega_{X_z}$) задаваемых начальных условий $X_z^1(t_0)$ и постоянных или переменных составляющих $m \times 1-$субвектора X_z^2. Другим способом определения программы является задание постоянного субвектора X_z^1 с определением субвектора $X_z^2(t)$ по системе алгебраических уравнений с переменными коэффициентами

$$A_{012}(t) X_z^2(t) = -A_{011}(t) X_z^1. \tag{15}$$

С выполнением условий (14), (15) выполняются требования к объекту управления и задаваемому программному движению $X_z(t)$. Произвольно могут задаваться согласно системе (15) только субвектор X_z^2 (постоянным или переменным) и субвектор начальных условий программного движения $X_z^1(t_0)$.

Синтез разрывного управления. Представим систему (8) в виде

$$\dot{x} = A_0(t)x + (B_0(t) + \Delta B(t))u + (D_0(t) + \Delta D(t))F(t) + \Delta A(t)(x + X_z(t)) + h_0(t), \tag{16}$$

где $h_0(t) = A_0(t) X_z(t) - \dot{X}_z(t)$ является номинальным $n \times 1-$вектором. Для ее приведения в скользящий режим на многообразие S (9) для каждой отдельно взятой гиперплоскости $S_j(s_j = \ C_j^T(t)x = 0)$ должны выполняться [1]: необходимые и достаточные условия существования скользящего режима $\lim\limits_{s_j \to +0} \dot{s}_j < 0, \quad \lim\limits_{s_j \to -0} \dot{s}_j > 0, \quad j = \overline{1,m}$ и достаточные условия попадания изображающей точки (и.т.) за конечное время в сколь угодно малую окрестность этой гиперплоскости $s_j \dot{s}_j < 0, \ \ j = \overline{1,m},$ где производные $\dot{s}_j$ находятся в силу системы (1)-(4) независимо от возможного возникновения скользящих режимов на других гиперплоскостях $S_i, i \neq j.$ Для выполнения перечисленных условий векторные производная $\dot{s}$ и разрывное управление u раскладываются на слагаемые номинальные $\dot{s}_0$, u_0 и зависящие от неопределенностей $\dot{s}_\Delta, u_\Delta$:

$$\dot{s} = \dot{s}_0 + \dot{s}_\Delta, \quad u = u_0 + u_\Delta, \tag{17}$$

где $\dot{s}_0 = \dot{C}(t)x + C(t)(A_0(t)x + D_0(t)F_0(t) + h_0(t)) + C(t)B_0(t)u_0,$ $\quad \dot{s}_\Delta = C(t)[\Delta A(t)(x + X_z) + \Delta B(t)(u_0 + u_\Delta) + D_0(t)\Delta F(t) + \Delta D(t)(F_0(t) + \Delta F(t))] + C(t)B_0(t)u_\Delta,$ $\quad u_0 = (C(t)B_0(t))^{-1}\{K_g g + K_s s - \dot{C}(t)x - C(t)(A_0(t)x + D_0(t)F_0(t) + h_0(t))\},$ $\quad u_\Delta = (C(t)B_0(t))^{-1} u_\Delta^*,$ $\quad u_\Delta^* = (u_{1\Delta}^*, \ldots, u_{m\Delta}^*)^T$, и составляющие $u_{j\Delta}^*$, $j = \overline{1,m}$ формируются в виде сумм

$$u^*_{j\Delta} = u^*_{j\Delta A} + u^*_{j\Delta Bu_0} + u^*_{jD_0\Delta F} + u^*_{j\Delta DF_0} + u^*_{j\Delta D\Delta F} + u^*_{j\Delta Bu_\Delta} \qquad (18)$$

со слагаемыми, находимыми в силу достаточных условий $\dot{s}_{j\Delta} s_j < 0$ попадания и.т. на гиперплоскости S_j, $j = \overline{1,m}$. Более подробно методика определения слагаемых управлений $u^*_{j\Delta}$ (18) представлена в работе [1].

Синтез подвижного многообразия скольжения по заданным показателям качества переходных процессов. Ограничимся одним из методов синтеза, ориентированным на систему скользящего режима (18) с исключенным субвектором x^2. Для системы (10) в регулярной форме нахождение матрицы C многообразия S (11) упрощается, так как в этом случае $B_{01}(t) \equiv 0_{(n-m)\times m} \forall t \in I$, и система (18) упрощается до вида

$$\dot{x}^1 = A_{011}x^1 - A_{012}(C^2)^{-1}C^1x^1, \quad x^2 = -(C^2)^{-1}C^1x^1.$$

В данной системе при заданной субматрице C^2, $|C^2(t)| \neq 0 \forall t \in I$, матрица $A_{012}(C^2)^{-1}$ принимается за $(n-m)\times m$- матрицу входа линейного управления $u_л = -C^1(t)x^1$, где $m\times(n-m)$ – субматрица $-C^1(t)$ принимается за $m\times(n-m)$- матрицу коэффициентов $K(t)$ линейного управления $u_л = K(t)x^1$ и находится, например, по методу работы [2].

Полученные результаты найдут применение в отслеживании сменяемых программных движений динамических объектов и, в частности, траекторий маневрирования малых беспилотных летательных аппаратов со сравнительно высокой точностью и малыми энергетическими затратами на управление u_0 при условиях (14), (15).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, № 12-01-97021 р_поволжье_а

Библиографический список

1 Мещанов А.С. Приведение на подвижное многообразие скольжения систем с линейными нестационарными объектами в общем случае входа неопределенных возмущений [Текст]/ А.С. Мещанов// Авиакосмическое приборостроение. –2008. – № 5. – С. 16-20.

2 Мещанов А.С. Синтез линейных систем с заданным качеством процессов управления по норме вектора состояния [Текст]/ А.С. Мещанов// Вестник КГТУ им.А.Н. Туполева. –2009. – № 4. – С. 107-114.