

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
(СГАУ)

СТАНДАРТ ОРГАНИЗАЦИИ

Комплексная система управления качеством деятельности вуза

СТО СГАУ 02068410-009-2007

**ОБРАБОТКА И ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ
ИЗМЕРЕНИЙ**

Самара 2007

ПРЕДИСЛОВИЕ

Стандарт разработан на основе следующих основных документов в области стандартизации и метрологии:

- Федеральный закон «О техническом регулировании» от 27 декабря 2002 г. №184-ФЗ с изменениями от 9 мая 2005 г.; 1 мая, 1 декабря 2007 г.; 23 июля 2008 г.; 18 июля, 23 ноября, 30 декабря 2009 г., 21 июля 2011г.

- Федеральный закон «Об обеспечении единства измерений» от 26 июня 2008 г. № 102-ФЗ;

- Национальные и межгосударственные стандарты по техническому регулированию, стандартизации и метрологии.

СВЕДЕНИЯ О СТАНДАРТЕ

- 1 Разработан отделом стандартизации и метрологии СГАУ
- 2 Утверждён и введён в действие приказом ректора СГАУ
№ 238-О от 1 ноября 2007 г.
- 3 Взамен СТП КуАИ 6.2.6-90. НИР. Метрологическая экспертиза
- 4 В текст стандарта внесены изменения в соответствии с
приказом ректора СГАУ от 02.12.2011 № 414-О

Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован или распространен без разрешения отдела стандартизации и метрологии СГАУ

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1 Область применения	1
2 Нормативные ссылки	2
3 Общие положения	3
4 Обработка результатов прямых измерений	7
4.1 Статистическая обработка группы результатов равноточных наблюдений	7
4.2 Определение условий достаточности однократных наблюдений при выполнении измерений	16
4.3 Проверка равноточности измерений и обработка результатов неравноточных измерений	18
5 Обработка результатов косвенных и совокупных измерений	21
6 Форма представления результатов измерений	24
Приложение А Условные обозначения	26

СТАНДАРТ ОРГАНИЗАЦИИ

ОБРАБОТКА И
ОФОРМЛЕНИЕ
РЕЗУЛЬТАТОВ
ИЗМЕРЕНИЙ

СТО СГАУ 02068410-009-2007

1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Настоящий стандарт предназначен для сотрудников университета при выполнении научно-исследовательских работ, связанных с проведением испытаний (измерений), а также для студентов при обработке и оформлении результатов измерений.

2 НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящем стандарте использованы ссылки на следующие нормативные документы:

РМГ 29-99 Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения

ГОСТ 8.207-76 Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений

МИ 1317-2004 Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

МИ 1552-99. Рекомендации. Государственная система обеспечения единства измерений. Применение «Руководства по выражению неопределённости измерений»

МИ 2232-2000 Государственная система обеспечения единства измерений. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Оценивание погрешности измерений при ограниченной исходной информации

МИ 2083-90 Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей

3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

3.1 Количественная статистическая обработка и анализ результатов измерений проводятся для решения следующих задач:

- сокращение объема экспериментальных данных путем замены многочисленных исходных данных несколькими величинами, которые могут достаточно надежно отражать полученную информацию;

- оценка достоверности экспериментальных результатов, получение количественных характеристик надежности данных, решение вопросов, связанных с определением необходимого или оптимального количества измерений;

- выявление объективных закономерностей при сравнении различных групп результатов измерений, выявление и отделение случайных изменений измеряемой величины от влияния неконтролируемых факторов.

На рисунке 1 показана классификация измерений.

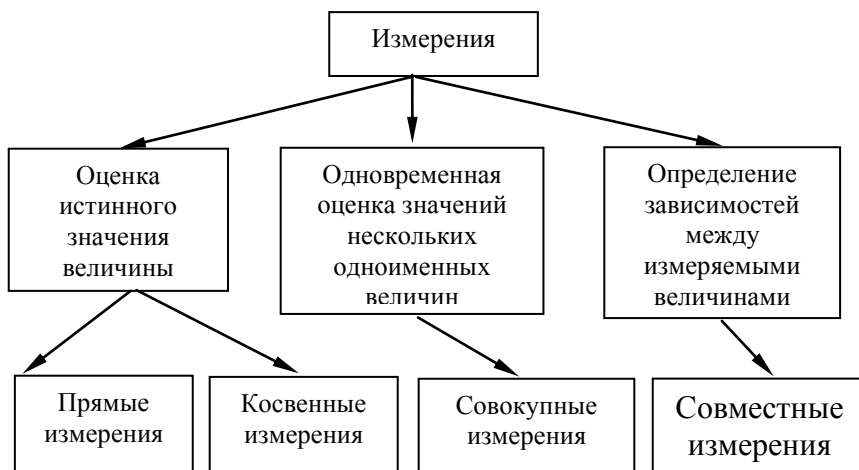


Рисунок 1 – Классификация измерений

3.2 Конечной целью измерительного эксперимента являются:

- оценка истинного значения измеряемой величины;
- отыскание параметров эмпирических формул, устанавливающих зависимость между несколькими измеряемыми величинами;
- подбор вида эмпирических формул, исследование корреляционных зависимостей.

3.3 В зависимости от конечной цели эксперимента и способа обработки экспериментальных данных для нахождения результата измерения разделяются на прямые, косвенные, совместные и совокупные.

3.3.1 Прямое измерение - измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных в результате выполнения измерения.

Основным видом измерений является прямое измерение, поэтому в настоящем стандарте основное внимание уделено способам обработки результатов прямых измерений.

3.3.2 Косвенное измерение – измерение, при котором искомое значение величины находят на основании результатов прямых измерений других величин, функционально связанных с искомой величиной.

При косвенном измерении значение измеряемой величины получают путем решения уравнения:

$$x_i = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n),$$

где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ - значения величин, полученных прямыми измерениями.

Перечень условных обозначений, использованных в настоящем стандарте, представлен в приложении А.

3.3.3 Совместные измерения – одновременно проводимые измерения двух или нескольких неодновременных величин для определения зависимости между ними.

Порядок обработки результатов совместных измерений и форма представления их результатов зависят от физической модели объекта измерений и задач эксперимента. Единые требования для различных видов измерений в этом случае не устанавливаются. Обработка результатов может проводиться с помощью метода наименьших квадратов, регрессионного и дисперсионного анализа и других. При оформлении результатов совместных измерений указывается порядок обработки результатов или даётся ссылка на общепринятую методику обработки, если таковая существует.

3.3.4 Совокупные измерения – одновременно проводимые измерения нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин определяют путём решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях.

3.4 Любое исследование считается законченным, когда результаты наблюдений статистически обработаны и материал представлен надлежащим образом. Формы представления результатов измерений показаны на рисунке 2.

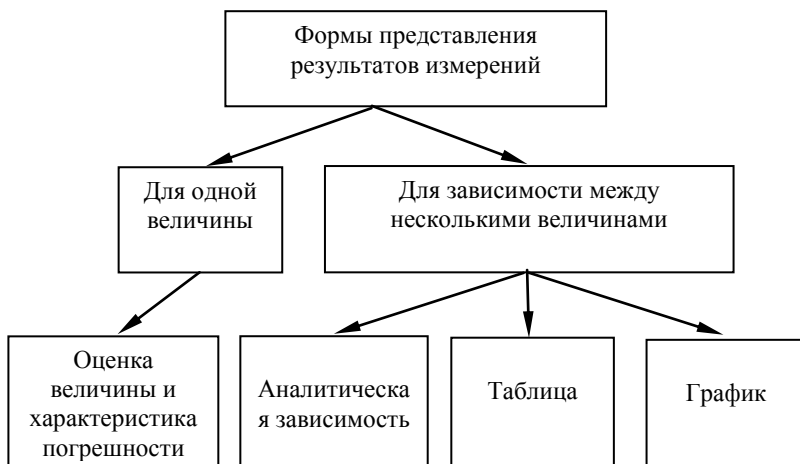


Рисунок 2 – Формы представления результатов измерений

3.5 Методы статистического анализа результатов наблюдений не обеспечивают в полной мере правильность и точность полученных данных, так как экспериментальные данные могут содержать систематические погрешности, не выявляемые и не устранимые методами статистического анализа.

3.6 Методические вопросы получения достоверных экспериментальных данных рассматриваются метрологией, а способы и пути устранения систематических погрешностей являются специфическими для каждого конкретного исследования. Эти вопросы решаются исследователем при разработке методики эксперимента.

4 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В зависимости от объекта исследования, характеристик средств измерений, принятой модели объекта и решаемых задач измерения выполняются с однократными или многократными наблюдениями.

В первом случае методикой выполнения измерений заранее устанавливается процедура, соблюдение которой обеспечивает получение результата измерений с погрешностью, не превышающей допустимую.

Во втором случае погрешность результата определяется после проведения измерений путем статистической обработки группы результатов измерений.

4.1 Статистическая обработка группы результатов равноточных наблюдений

4.1.1 Порядок обработки результатов

В общем случае при статистической обработке группы результатов измерений в соответствии с ГОСТ 8.207 следует выполнить следующие операции:

- 1) исключить из результатов наблюдений грубые ошибки и известные систематические погрешности путем введения поправок;
- 2) вычислить среднее арифметическое значение исправленных результатов, которое принимается за окончательный результат измерения;
- 3) вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата измерения;

4) проверить гипотезу о том, что результаты измерений принадлежат закону нормального распределения;

5) вычислить доверительные границы случайной погрешности (случайной составляющей погрешности) результата измерения;

6) вычислить границы неисключённой систематической погрешности (неисключённых остатков систематической погрешности) результата измерения;

7) вычислить доверительные границы погрешности результата измерения.

На рисунке 3 показан порядок обработки результатов прямых равноточных измерений.

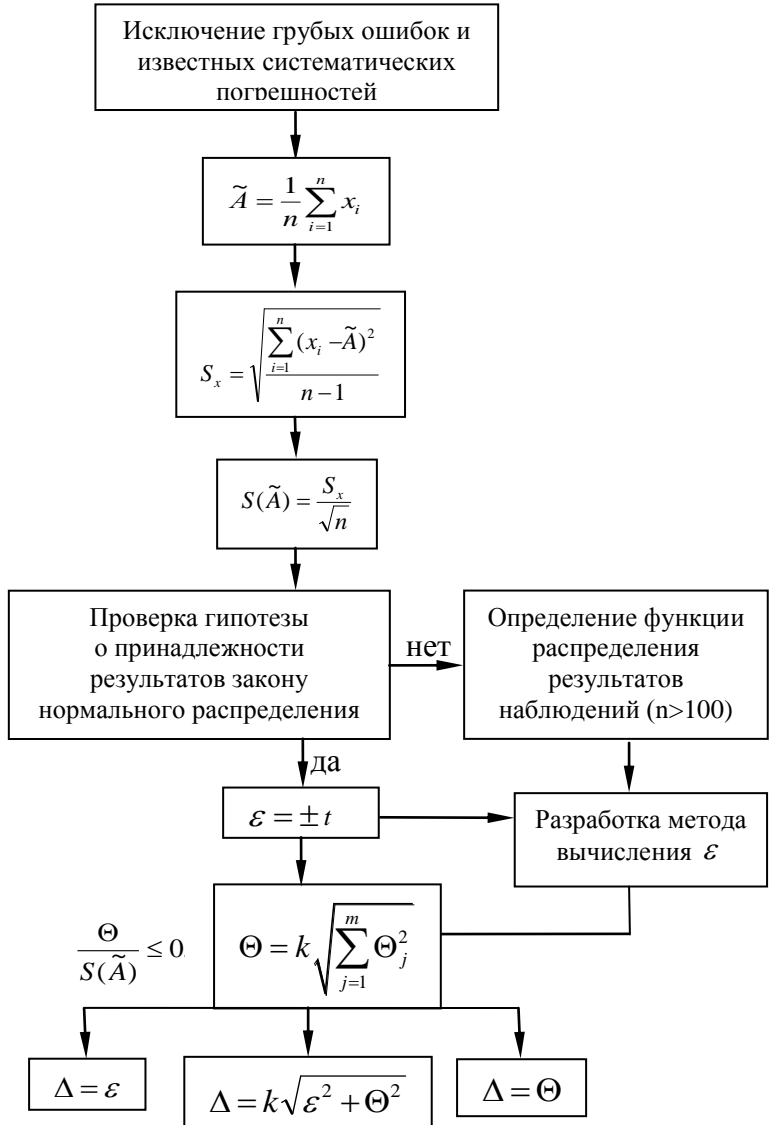


Рисунок 3 - Порядок обработки результатов прямых равноточных измерений

4.1.2 Исключение грубых ошибок

При математической обработке результатов измерений не учитываются заведомо неверные результаты (грубые ошибки, промахи), которые возникают вследствие нарушения основных условий измерения или в результате недосмотра экспериментатора. При обнаружении грубой ошибки результат измерения следует отбросить, а само измерение повторить, если это возможно.

Признаком результата, содержащего грубую ошибку, является его резкое отличие по величине от результатов остальных измерений. В этом случае необходимо проверить, не нарушены ли основные условия измерения. Если такая проверка не была сделана своевременно, то вопрос о наличии грубой ошибки решается путем сравнения его с остальными результатами измерения.

Применение методов статистической обработки результатов требует большого количества повторных измерений (как правило, не менее 100) и предполагает принадлежность данных закону нормального распределения.

Вопрос о выборе метода обработки экспериментальных результатов решается исследователем в каждом конкретном случае.

4.1.3 Результат измерения и оценка его среднего квадратического отклонения

Согласно ГОСТ 8.207 за результат измерения принимают среднее арифметическое значение результатов наблюдений, в

которые предварительно введены поправки для исключения систематических погрешностей:

$$\tilde{A} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i .$$

Понятие среднего арифметического значения имеет четкий смысл и содержание только для закона нормального распределения результатов наблюдений.

Если распределение описывается другими законами и имеет несимметричную форму, то использование среднего арифметического значения может привести к ошибочным заключениям. В этом случае следует провести преобразование исходных чисел (например – находя логарифмы, возводя в степень, извлекая корни) так, чтобы их распределение стало симметричным, или использовать такие величины, как медиана и мода.

Медиана $x_{0,5}$ - это такое значение случайной величины, при котором одна половина значений x меньше её, а другая - больше (медиана делит площадь гистограммы пополам).

Мода - это наиболее часто появляющееся значение x . Если данные представлены в виде гистограммы или сгруппированы по интервалам, то в качестве моды обычно выбирается среднее значение интервала с наиболее часто встречающимся значением x .

Как правило, при вычислении среднего арифметического значения целесообразно получать результат с числом значащих цифр, на одну большим, чем в исходных данных. При

последующей статистической обработке данных необходимое число значащих цифр должно быть уточнено и обосновано.

Рассеивание результатов отдельных наблюдений относительно действительного значения измеряемой величины определяется средним квадратическим отклонением результата наблюдения σ_x - параметром функции распределения результатов наблюдений, от которого зависит форма кривой нормального распределения.

Чаще всего, до проведения измерений значение σ_x неизвестно, поэтому при статистической обработке используют его оценку S_x , определяемую по формулам:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n-1}}; \quad (1)$$

или:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \tilde{A}^2 \cdot n}{n-1}}; \quad (2)$$

где x_i - i -ый результат наблюдений;

\tilde{A} - результат измерения (среднее арифметическое значение исправленных результатов наблюдений);

n - число результатов наблюдений;

S_x - оценка среднего квадратического отклонения результатов наблюдений.

Формулы (1) и (2) равносильны, однако формула (2) более удобна при выполнении расчетов.

Мерой неопределенности возможной случайной погрешности значения физической величины, полученной по результатам многократных независимых измерений, является величина оценки среднего квадратического отклонения результата измерения $S(\tilde{A})$.

Согласно ГОСТ 8.207 эта величина определяется по формулам:

$$S(\tilde{A}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A})^2}{n(n-1)}},$$

или:

$$S(\tilde{A}) = \frac{S_x}{\sqrt{n}}.$$

Величина $S(\tilde{A})$ измеряется в тех же единицах, что и результаты наблюдений. Среднее квадратическое отклонение значения результата измерений всегда меньше по величине, чем аналогичная характеристика для отдельных наблюдений, поскольку оно характеризует неопределенность нахождения среднего арифметического значения.

4.1.4 Определение доверительных границ случайной погрешности результата измерения

Числовые значения характеристик и параметров, которые определяются при статистическом анализе, не имеют конечных значений, все они имеют вероятностный характер.

Степень надёжности полученных результатов определяется величиной доверительной вероятности P , которая показывает вероятность того, что действительное значение исследуемой переменной будет лежать в указанном диапазоне. Числовое значение доверительной вероятности выбирается исследователем в соответствии с требуемым уровнем надежности результатов.

В соответствии с ГОСТ 8.207 доверительная вероятность должна быть равна 0,95 или 0,99. Первое значение рекомендуется для большинства технических измерений, второе – для ответственных измерений, которые невозможно повторить.

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения - это тот интервал, в который с заданной вероятностью должно попасть среднее арифметическое значение при бесконечном увеличении объема выборки. Ширина интервала доверительных границ для результата измерения определяется степенью разброса значений, измеряемого средним квадратическим отклонением и степенью значимости допустимого выхода за эти пределы, которые устанавливает исследователь. Чем меньше допускаемая вероятность погрешности, выходящей за пределы

установленных доверительных границ, тем эти границы должны быть шире.

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения в соответствии с ГОСТ 8.207 устанавливаются для результатов измерений, описываемых законом нормального распределения.

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения (без учета знака) ε_j находятся по формуле:

$$\varepsilon_j = t \cdot S(\tilde{A}),$$

где t - коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности P и числа результатов наблюдений n .

Значения коэффициента t приведены в приложении к ГОСТ 8.207.

В качестве функции плотности распределения вероятностей погрешности измерений или ее составляющих, согласно МИ 1317, следует принимать нормальный (нормальный усеченный) закон при условии, что реальная функция плотности распределения функция симметричная, одномодальная, отличная от нуля на конечном интервале значений аргумента, а другая информация о плотности распределения отсутствует.

Если распределение результатов наблюдений отличается от нормального, то методы вычисления доверительных границ случайной погрешности должны быть указаны в методике выполнения измерений. Для этого в методике должна быть приведена и обоснована на основе достаточного количества измерений выбранная функция распределения результатов измерений.

4.1.5 Доверительные границы неисключённой систематической погрешности результата измерения

Систематические погрешности должны быть определены и исключены с помощью поправок из результатов измерений на начальном этапе обработки данных. В экспериментальной практике встречаются случаи, когда определить величину систематической погрешности и исключить её из результата измерения в принципе невозможно, такие погрешности называются неисключёнными.

Неисключённая систематическая погрешность результата имеет следующие группы составляющих:

- 1) инструментальные, определяемые свойствами выбранных средств измерения;
- 2) методические, связанные с допущениями и упрощениями, сделанными при выводе формулы измерения, с погрешностями поправок;
- 3) прочие, например, вызванные влиянием внешних условий или погрешностями в установке измерительных

преобразователей, которые не могут быть зафиксированы в ходе данного эксперимента.

Поскольку расчетным путем определить влияние второй и третьей групп составляющих практически невозможно, то при постановке эксперимента их следует или сводить к величине, не превышающей погрешностей средств измерений, или предусмотреть в методике измерения определение границ этих составляющих.

При суммировании неисключённых систематических погрешностей они рассматриваются как случайные величины с равномерным распределением, если нет данных о виде распределения.

Границы неисключённой систематической погрешности Θ результата измерения согласно ГОСТ 8.207 вычисляются путем построения композиции неисключённых систематических погрешностей средств измерений, метода и погрешностей, вызванных другими источниками, по формуле:

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2},$$

где Θ_j - граница j -ой неисключённой систематической погрешности;

k - коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью;

m - число суммируемых погрешностей.

При доверительной вероятности $P=0,95$ коэффициент k принимают равным 1,1. Для доверительной вероятности $P=0,99$ величина коэффициента k зависит от числа суммируемых неисключенных систематических погрешностей и соотношения их величин.

Если число суммируемых неисключенных систематических погрешностей более четырех ($m>4$), то коэффициент k принимают равным 1,4.

Если число суммируемых погрешностей равно или менее четырех ($m\leq 4$), то для определения величины коэффициента k ГОСТ 8.207 рекомендует использовать приводимый в нем график зависимости:

$$k = f(m, l),$$

где m - число суммируемых погрешностей;

l - отношение величины, наиболее отличающейся от всех остальных составляющих, к величине, ближайшей к ней составляющей.

Согласно графику максимальная величина коэффициента k составляет 1,4 при $m=3$ и 4; 1,3 при $m=2$ в случае равенства двух составляющих, и уменьшается до величины 1...1,1 при $l>8$. Поэтому при наличии составляющей, превышающей остальные не менее чем в восемь раз, величину коэффициента k принимают равной единице.

Доверительную вероятность для вычисления границ неисключенной систематической погрешности принимают той же, что и при вычислении доверительных границ случайной погрешности результата измерения.

4.1.6 Определение доверительной границы погрешности результата измерения

Способ определения границы погрешности результата измерения зависит от соотношения величины доверительной границы неисключенной систематической погрешности Θ и оценки среднего квадратического отклонения результата измерения $S(\tilde{A})$.

Если $\Theta/S(\tilde{A}) \leq 0,8$, то неисключенную систематическую погрешность не учитывают, т.е. в этом случае суммарная погрешность результата измерения определяется случайной погрешностью $\Delta = \varepsilon$.

Если $\Theta/S(\tilde{A}) > 8$, то суммарная погрешность результата измерения целиком определяется неисключенными систематическими погрешностями, т.е. случайные погрешности не учитываются. Такое положение имеет место при технических измерениях.

Если отношение $\Theta/S(\tilde{A})$ лежит в диапазоне от 0,8 до 8, то при определении суммарной погрешности учитывают оба типа погрешностей. В этом случае расчет суммарной

погрешности проводят в соответствии с п. 2.1.5 настоящего стандарта.

ГОСТ 8.207 в последнем случае допускает возможность определения границ погрешности результата по следующей эмпирической формуле:

$$\Delta = \frac{\varepsilon + \Theta}{S(\tilde{A}) + \sqrt{\sum_{j=1}^m 1/3(\Theta_j^2)}} \sqrt{\sum_{j=1}^m \frac{(\Theta_j^2)}{3} + S^2(\tilde{A})}$$

4.2 Определение условий достаточности однократных наблюдений при выполнении измерений

Однократные наблюдения являются достаточными для определения измеряемой величины с определенной погрешностью только в случае выполнения измерений по типовой методике, при разработке и метрологической аттестации, которой были определены не только погрешности средства измерения, но и характеристики распределения самой измеряемой величины.

Проверка достаточности однократных измерений (при доверительной вероятности $P=0,95$) при разработке методики выполнения измерений должна проводиться в следующем порядке:

1) Исходя из задачи измерений, устанавливается допустимое значение погрешности Δ_r .

2) Путем теоретического анализа характеристик измеряемой величины или экспериментально определяются среднее квадратическое отклонение результата наблюдения σ_x или его оценка S_x .

Так как при однократных измерениях число наблюдений $n=1$, то:

$$\sigma(\tilde{A}) = \sigma_x, \quad \text{или} \quad S(\tilde{A}) = S_x.$$

3) Определяются доверительные границы случайной погрешности результата измерения для самого неблагоприятного случая - при нормальной функции распределения:

$$\varepsilon_j = 2\sigma_x \quad \text{или} \quad \varepsilon = 2S_x$$

4) Согласно ГОСТ 8.207 определяются доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата измерения по формуле:

$$\Theta = 1,1 \sqrt{\sum_{j=1}^m \Theta_j^2},$$

где Θ_j - границы j -ой неисключенной систематической погрешности средств измерений, метода и погрешностей, вызванных другими источниками.

5) Определяются доверительные границы погрешности результата измерения:

$$\Delta = 1,1\sqrt{\varepsilon_j^2 + \Theta^2} .$$

б) Если $\Delta = \Delta_r$, то измерения с однократными наблюдениями возможны.

4.3 Проверка равноточности измерений и обработка результатов неравноточных измерений

4.3.1 Для уменьшения систематической погрешности во многих случаях используется способ разделения результатов измерения на серии, которые были получены для разных условий эксперимента (например, с помощью применения различных средств измерений для определения одного и того же параметра).

В этих случаях при обработке результатов измерения возникают две задачи: проверка равноточности этих серий и - в случае отрицательного вывода - обработка полученных неравноточных результатов.

Первая задача возникает тогда, когда априори неизвестны средние квадратические отклонения каждого результата, и они оцениваются по результатам измерений.

4.3.2 Для определения доверительных интервалов среднего квадратического отклонения результата измерения σ_x или его квадрата - дисперсии σ_x^2 следует воспользоваться тем, что некоторая случайная величина:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_x^2}{\sigma_x^2},$$

где n – число измерений;

σ_x^2 – дисперсия измеряемой величины;

S_x^2 – оценка дисперсии,

имеет χ^2 – квадрат распределение с $(n-1)$ степенями свободы.

В этом случае с вероятностью P выполняются следующие неравенства:

$$\frac{n-1}{\chi_{n-1; 1-\frac{P}{2}}^2} \cdot S_x^2 \leq \sigma_x^2 \leq \frac{n-1}{\chi_{n-1; 1+\frac{P}{2}}^2} \cdot S_x^2,$$

где $\chi_{m,\beta}^2$ – процентная точка распределения типа χ^2 -квадрат.

Серии измерений можно считать равноточными, если доверительные интервалы дисперсий в различных сериях измерений перекрываются.

Пример. Пусть в двух сериях измерений $n_1 = 10$ и $n_2 = 12$ получены следующие оценки дисперсии: $S_1^2 = 0,26$ и $S_2^2 = 0,7$.

Определим с вероятностью $P = 0,9$ доверительные интервалы для дисперсии в каждой из серий.

Из таблицы процентных точек x_u – квадрат распределения имеем:

$$x^2_{10-1}, \quad 1+(0,9/2) = 3,33,$$

$$x^2_{10-1}, \quad 1-(0,9/2) = 16,92,$$

$$x^2_{12-1}, \quad 1+(0,9/2) = 4,57,$$

$$x^2_{12-1}, \quad 1-(0,9/2) = 19,68.$$

Тогда:

$$S^2_{1H} = (10-1)/16,92 \cdot 0,26 = 0,14,$$

$$S^2_{1B} = (10-1)/3,33 \cdot 0,26 = 0,84,$$

$$S^2_{1H} = (12-1)/19,68 \cdot 0,7 = 0,39,$$

$$S^2_{1B} = (12-1)/4,57 \cdot 0,7 = 1,68.$$

Доверительные интервалы перекрываются, поэтому с вероятностью $P=0,9$ можно считать, что эти серии измерений являются равноточными.

4.3.3 В случае неравноточных измерений оценка измеряемой величины определяется следующим образом:

$$\tilde{A} = \frac{\sum_{j=1}^N (\tilde{A}_j / S_j^2)}{\sum_{j=1}^N (1 / S_j^2)},$$

где \tilde{A}_j и S_j - оценки измеряемой величины и среднего квадратического отклонения в каждой из N серий измерений.

Оценка среднего квадратического результата измеряемой величины вычисляется по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{1}{\sum_{j=1}^N (1/S_j^2)}} .$$

Определение доверительных границ случайной, систематической неисключённой и общей погрешности результата измерений проводится как для равноточных измерений (п. 2.1).

5 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ И СОВОКУПНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 При косвенных измерениях искомое значение измеряемой величины x находят на основании известной зависимости между x и величинами x_1, x_2, \dots, x_n , определяемыми прямыми измерениями:

$$x = F(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Обработка результатов таких измерений должна проводиться следующим образом:

1) Для каждой из величин x_i , определяемых прямыми измерениями, вычисляется оценка, погрешность её определения Δ_{i_0} и среднее квадратическое отклонение погрешности $\sigma_{\Delta i}$ (или ее оценка $S_{\Delta i}$).

2) Определяется оценка измеряемой величины:

$$\tilde{x} = F(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Для исключения смещения оценки результата \tilde{x} следует сначала усреднить величины \tilde{x}_i , а затем определять \tilde{x} , а не наоборот.

3) Определяются значения весовых коэффициентов погрешностей:

$$k_i = (\partial F / \partial x_i),$$

соответствующих измеренным значениям \tilde{x}_i .

4) Определяется погрешность результата косвенных измерений:

$$\Delta_x = \sum_{i=1}^n k_i \Delta_i .$$

5) Определяется среднее квадратичное отклонение погрешности:

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\sum_{i=1}^n k_i^2 \sigma_{\Delta i}^2} .$$

Последняя формула справедлива в том случае, если Δ_x распределена по нормальному закону. В других случаях расчёт дает завышенную оценку. Поэтому в критических случаях для того, чтобы не использовать более точные средства измерения, целесообразно провести специальные исследования по определению вида распределения погрешности Δ_x .

Пример. Пусть электрическая мощность определяется косвенными измерениями по формуле:

$$P = I^2 R .$$

Измеренные значения параметров и характеристики их погрешностей следующие:

$$I = 1,02; 1,03; 0,95; 0,99; 1,01 \text{ A}; \quad \Delta_i = 0,05 \text{ A}; \quad \sigma_{\Delta i} = 0,02 \text{ A} .$$

$$R = 101; 100; 102 \text{ Ом}; \quad \Delta_R = 2 \text{ Ом}; \quad \sigma_{\Delta R} = 0,5 \text{ Ом} .$$

$$\tilde{R} = (1/3) \sum_{i=1}^5 R_i = 101 \text{ Ом}$$

$$1) \tilde{I} = (1/5) \sum_{i=1}^5 I_i = 1,00 \text{ A};$$

$$2) \tilde{P} = \tilde{I}^2 \tilde{R} = 101 \text{ Вт.}$$

$$3) k_I = (\partial P / \partial I) = 2IR = 200,$$

$$k_R = (\partial P / \partial R) = I^2 = 1.$$

$$4) \Delta_P = k_I \Delta_I + k_R \Delta_R = 200 \cdot 0,05 + 1,2 = 12 \text{ Вт.}$$

5)

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{k_I^2 \sigma_{\Delta I}^2 + k_R^2 \sigma_{\Delta R}^2} = \sqrt{200^2 \cdot 0,02^2 + 1^2 \cdot 0,5^2} \approx 4$$

Вт.

Таким образом, результаты измерения:

$$P = 101 \text{ Вт}; \Delta_P = 12 \text{ Вт}; \sigma_{\Delta P} = 4 \text{ Вт.}$$

5.2 При совокупных измерениях величины y_1, y_2, \dots, y_m находятся путем решения системы из s ($s \geq m$) уравнений, в которые входят результаты измерения некоторых других величин x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\varphi_i(y_1, y_2, \dots, y_m; x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, s.$$

Порядок обработки результатов таких измерений зависит от числа проведенных совокупных измерений s .

Если $s=m$, то по результатам измерений составляется система уравнений, в которой число уравнений равно числу измеряемых величин. Решением полученной системы уравнений каждая измеряемая величина косвенно выражается через результаты совокупных измерений. Дальнейшую обработку следует проводить по правилам обработки результатов наблюдений при косвенных измерениях (п.4.1 настоящего стандарта).

Если число различных совокупных измерений больше числа измеряемых величин ($s>m$), то обработку результатов измерений проводят с помощью метода наименьших квадратов.

6 ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Результат измерений представляется именованным или неименованным числом.

Совместно с результатом измерений должны быть представлены характеристики его погрешности или их статистические оценки.

МИ 1317 определены следующие группы характеристик погрешностей измерений:

- Нормы характеристик погрешностей измерений (нормы погрешностей измерений) - задаваемые в качестве требуемых или допускаемых.

- Приписанные характеристики погрешностей измерений – приписываемые совокупности измерений, выполняемых по определенной (стандартизованной или аттестованной) методике.

- Статистические оценки характеристик погрешностей измерений (статистические оценки погрешностей измерений) - отражающие близость отдельного экспериментально полученного результата измерения к истинному значению измеряемой величины.

При массовых технических измерениях, выполняемых в процессах разработки, испытаний, контроля и эксплуатации образцов применяются, в основном, нормы характеристик погрешностей измерений, а также приписанные характеристики погрешностей измерений.

При измерениях, выполняемых при проведении научных исследований и метрологических работ (определение физических констант, свойств образцов, аттестация средств измерений и т. п.), обычно применяются статистические оценки погрешности измерений.

Основные формы записи результата измерений:

\tilde{A} , $\tilde{\sigma}$ – оценка результата и характеристика, или статистическая оценка среднего квадратического отклонения результата измерений;

\tilde{A} ; Δ_l ; Δ_h ; P – оценка результата и характеристика, или статистическая оценка нижней и верхней границ интервала, в котором измеряемая величина находится с вероятностью P ;

$\tilde{A} \pm \Delta$; P – то же, в случае симметричного доверительного интервала.

Если результат измерений или определенная группа результатов измерений получены по стандартной или аттестованной методике выполнения измерений, то вместо характеристик погрешности измерений их можно сопровождать ссылкой на документ (аттестат), удостоверяющий характеристики погрешностей, получаемых при использовании данной методики, и условия применимости этой методики.

Если результат измерений получен по методике, когда характеристики погрешности измерений оценивались в процессе самих измерений или непосредственно перед ними, то

он должен сопровождаться статистическими оценками характеристик погрешности измерений.

Совместно с результатом измерений, при необходимости, приводятся дополнительные данные и условия измерений.

Наименования разряда числовых значений результатов измерений должны быть такими же, как наименования разряда числовых значений среднего квадратического отклонения абсолютной погрешности измерений или значений границ, в которых находится абсолютная погрешность измерения (или статистических оценок этих характеристик погрешности).

ПРИЛОЖЕНИЕ А
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- x - измеряемая величина;
- F, f - функциональные зависимости;
- \tilde{A} - среднее арифметическое значение результатов измерений;
- $x_{0,5}$ - медиана;
- σ_x - среднее квадратическое отклонение результата измерений;
- σ_x^2 - дисперсия среднего квадратического отклонения результата измерений;
- s_x - оценка среднего квадратического отклонения результата измерений;
- n - число результатов измерений;
- m - число суммируемых погрешностей;
- k - коэффициент, определяемый доверительной вероятностью;
- l - отношение величины, наиболее отличающейся от остальных составляющих, к величине ближайшей к ней составляющей;
- $\sigma(\tilde{A})$ - среднее квадратическое отклонение результата измерений;
- $S(\tilde{A})$ - оценка среднего квадратического отклонения результата измерений;
- P - доверительная вероятность, т. е. вероятность того, что действительное значение измеряемой величины лежит в пределах доверительных границ;
- t - коэффициент Стьюдента;
- ε - доверительная граница случайной погрешности результата измерения;
- Θ - доверительная граница неисключенной систематической погрешности результата измерения;
- Δ_r - допустимое значение погрешности при проведении измерения;

Δ_l, Δ_h - соответственно, нижняя и верхняя границы интервала, в котором с заданной доверительной вероятностью находится измеряемая величина;
 Δ - то же в случае симметричного доверительного интервала.