

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан



М.Е. Федина

2024г.

ПРОГРАММА КОМПЛЕКСНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
для поступающих в магистратуру

Направление подготовки 01.04.03 Механика и математическое моделирование  
Профиль «Вычислительные технологии в механике сплошных сред»

Форма обучения  
Очная

Самара 2024

## Аннотация программы

Программа включает в себя основные вопросы фундаментальных математических и механических дисциплин. В каждой из дисциплин выделены основные понятия, теории и методы, являющиеся важными для освоения курсов, предусмотренных федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования. Ключевые вопросы в каждом блоке предполагают владение теоретическим материалом и должны сопровождаться практическими примерами и иллюстрироваться задачами, решение которых строится на основе излагаемой теории.

\*

\*

\*

### Тема 1. Линейная алгебра и геометрия

Матрицы и определители. Алгебраические операции над матрицами. Ранг матрицы и его вычисление. Обратная матрица. Основные свойства определителей. Алгебраические дополнения и миноры. Линейные системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Формулы Крамера. Определение линейного векторного пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Размерность и базис векторного пространства. Операторы в линейных пространствах. Сумма и произведение линейных операторов. Представление линейного оператора матрицей. Преобразование матрицы линейного оператора матрицей. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Обратный оператор и его матрица. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.

### Тема 2. Математический анализ

Понятие числа. Рациональные, иррациональные и действительные числа. Точная верхняя и точная нижняя грань ограниченного числового множества. Предельные точки числового множества. Числовые последовательности. Понятие предела числовой последовательности. Критерий и признаки сходимости числовой последовательности. Сравнение бесконечно малых последовательностей. Замечательные пределы. Числовые ряды. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов. Понятие функции. Предел функции. Непрерывность функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Формула Тейлора. Степенные ряды. Основные теоремы интегрального исчисления. Первообразная функции и ее неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Техника неопределенного интегрирования. Криволинейные интегралы. Кратные интегралы на плоскости и в пространстве. Вычисление кратных интегралов. Замена переменных в кратном интеграле. Поверхностные интегралы. Теорема Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса.

### Тема 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Дифференциальное уравнение первого порядка. Поле направлений, изоклины и интегральные кривые. Простейшие методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы нелинейных дифференциальных уравнений. Линейные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай простых и кратных корней характеристического уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Поиск частного решения по виду правой части. Метод вариации постоянных. Нормальная линейная система уравнений с периодическими коэффициентами. Теорема Ляпунова. Фазовое пространство

автономной системы дифференциальных уравнений. Фазовые траектории и фазовый поток. Положения равновесия и замкнутые траектории. Периоды. Изменения фазового объема (формула Лиувилля). Понятие об устойчивости по Ляпунову решения системы дифференциальных уравнений. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Исследование устойчивости по линейному приближению. Критические случаи. Автономная нелинейная система на плоскости. Особые точки. Классификация особых точек. Поведение фазовых траекторий в окрестности особых точек. Предельный цикл двумерной автономной системы.

#### **Тема 4. Уравнения в частных производных**

Понятие о системе нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Порядок системы. Линейные и квазилинейные системы. Нормальная система уравнений в частных производных. Постановка задачи Коши для нормальной системы. Характеристические направления и характеристики нелинейной системы уравнений в частных производных. Инвариантность характеристик при замене координат. Классификация нелинейных систем уравнений в частных производных: гиперболические, эллиптические и параболические системы. Уравнения первого порядка. Интегральная поверхность. Конус Монжа. Характеристики уравнения первого порядка. Уравнения второго порядка, их классификация и характеристики. Канонические формы гиперболического, эллиптического и параболического линейного уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Приведение к каноническому виду линейного уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Уравнения гиперболического типа. Волновое уравнение. Характеристики волнового уравнения. Формулировка основных задач для волнового уравнения. Одномерное волновое уравнение. Интеграл Даламбера. Решение краевых задач для волнового уравнения методом отражений. Уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона. Теорема о максимуме. Постановка краевых задач для уравнения Пуассона. Задача Дирихле и Неймана. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формула Грина для оператора Лапласа. Представление дважды непрерывной дифференцируемой функции в виде суммы потенциалов. Потенциалы объема, простого и двойного слоя. Функция Грина. Решение краевых задач с помощью функции Грина. Функция Грина для шара и полупространства. Интеграл Пуассона. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле и Неймана для канонических областей. Гармонические функции. Теорема о среднем арифметическом и принцип максимума гармонических функций. Аналитичность гармонической функции. Уравнения параболического типа. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле и его характеристики. Принцип максимума. Краевые задачи для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных и его применение к решению гиперболических, эллиптических и параболических уравнений. Задача о собственных значениях и собственных функциях. Разделение переменных в уравнении Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Анализ размерностей и группы преобразований. Автомодельные переменные и автомодельные решения. Применение анализа размерностей к построению частных точных решений уравнений математической физики.

#### **Тема 5. Численные методы**

Математические модели и численные методы. Аппроксимация функций. Численное дифференцирование. Численное интегрирование. Численное решение систем уравнений (линейные системы, системы нелинейных уравнений). Алгебраическая проблема собственных значений. Поиск минимума. Минимум функций многих переменных. Минимизация функционала. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Методы численного решения (метод малого параметра, метод Адамса, методы семейства Рунге-Кутты). Краевые задачи (метод стрельбы, уравнения высокого порядка, разностный метод – линейные и нелинейные задачи). Задачи на собственные значения. Уравнения в частных производных Аппроксимация. Сетка и шаблон. Явные и неявные схемы. Невязка.



Методы составления схем. Аппроксимация и ее порядок. Устойчивость. Неустойчивость. Основные понятия. Принцип максимума. Метод разделения переменных. Метод энергетических неравенств. Сходимость. Основная теорема. Оценка точности. Сравнение схем на тестах.

Уравнение переноса. Линейное уравнение. Квазилинейное уравнение. Параболические уравнения. Одномерное уравнение. Постановка задач. Семейство неявных схем. Асимптотическая устойчивость неявной схемы. Монотонность. Явные схемы. Наилучшая схема. Криволинейные координаты. Квазилинейное уравнение. Многомерное уравнение. Экономичные схемы. Продольно-поперечная схема. Локально-одномерный метод. Метод Монте - Карло. Эллиптические уравнения. Стационарные решения эволюционных задач. Оптимальный шаг. Вариационные и вариационно-разностные методы. Гиперболические уравнения. Волновое уравнение. Схема «крест». Неявная схема. Двухслойная акустическая схема. Инварианты. Явная многомерная схема. Одномерные уравнения газовой динамики. Интегральные уравнения. Корректно поставленные задачи. Разностный метод. Метод последовательных приближений. Метод Галеркина. Некорректные задачи. Регуляризация. Вариационный метод регуляризации. Уравнение Эйлера.

Статистическая обработка эксперимента. Ошибки эксперимента. Величина и доверительный интервал. Сравнение величин. Нахождение стохастической зависимости.

Метод конечных элементов. Концепция метода конечных элементов. Преимущества и недостатки. Дискретизация области. Разбиение области на элементы. Нумерация узлов. Линейные интерполяционные элементы. Одномерный симплекс-элемент. Двумерный симплекс-элемент. Трехмерный симплекс-элемент. Интерполирование векторных величин. Интерполяционные полиномы для дискретизированной области. Рассмотрение некоторых краевых задач с помощью метода конечного элемента. Простой пример: перенос тепла в стержне. Уравнения метода конечных элементов: задачи теории поля. Уравнения метода конечного элемента: теория упругости.

#### **Тема 6. Теория функций комплексного переменного**

Понятие комплексного числа. Модуль и фаза комплексного числа. Функции комплексного переменного. Основные свойства элементарных функций. Производная функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана. Основные свойства элементарных функций. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Понятие об аналитической функции комплексного переменного. Аналитическое продолжение. Однозначные и многозначные аналитические функции. Ветви аналитической функции. Изолированные особые точки аналитической функции. Ряды Лорана. Полюсы и существенно точки. Понятие о вычетах. Вычет относительно бесконечно удаленной точки. Теоремы о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Разложение на простейшие дроби с помощью вычетов. Суммирование рядов с помощью вычетов. Логарифмический вычет. Конформное отображение. Круговое свойство и свойство сохранения углов. Основная задача теории конформных отображений. Отображения, осуществляемые основными элементарными функциями. Принцип сохранения области. Принцип сохранения границ при конформном отображении. Принцип симметрии Римана-Шварца. Отображение многоугольников (интеграл Кристоффеля-Шварца). Интегральное преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Формула обращения. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля. Смешанная задача для полуплоскости. Формула Келдыша – Седова.

#### **Тема 7. Вариационное исчисление**

Понятие функции и функционала. Экстремумы функционала. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация функционала. Вычисление первой вариации интегрального функционала. Экстремали интегрального функционала. Уравнения Эйлера. Инвариантность уравнений Эйлера. Необходимые условия экстремума функционала. Вторая вариация функционала. Вычисление второй вариации интегрального функционала. Необходимое условие неотрицательности второй вариации (условие Лежандра). Достаточные

условия экстремума функционала. Теория Гамильтона – Якоби полей экстремалей. Каноническая форма уравнений Эйлера. Изопериметрические вариационные задачи и задачи с неголономными ограничениями. Множители Лагранжа. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности. Вариационные задачи с частными производными. Вариация интегрального функционала в случае фиксированной и переменной области. Инвариантность функционала относительно группы преобразований. Теорема Нетер.

#### **Тема 8. Теория вероятностей и математическая статистика**

Элементарная теория вероятностей. Вероятностная модель эксперимента со случайными исходами. Операции над событиями и операции над множествами. Классическое определение вероятности. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей. Формула полной вероятности. Формула и теорема Байеса. Независимые события. Парная независимость и независимость в совокупности. Схемы Бернулли. Полиномиальная схема. Предельные теоремы для схемы Бернулли: теоремы Пуассона и Прохорова. Локальная теорема Муавра – Лапласа и оценка на скорость сходимости. Приложения к комбинаторике. Случайная величина. Случайная величина. Распределение случайной величины. Свойства функций распределения. Дискретное, непрерывное и абсолютно непрерывное распределения. Свойства. Примеры вероятностных распределений. Совместные распределения. Совместное распределение независимых случайных величин (вероятности, функции распределения и плотности). Свертки мер. Свертки мер, имеющих плотность. Распределение суммы независимых случайных величин. Независимость функций от независимых случайных величин.

Математическое ожидание. Свойства математических ожиданий. Медиана.

Дисперсия. Свойства дисперсии. Неравенство Чебышёва. Математическое ожидание и дисперсия для равномерного и нормального распределений. Приложения к комбинаторике. Ковариация. Связь с независимостью. Коэффициент корреляции. Приложения к теории чисел.

Различные виды сходимости последовательности случайных величин. Связь между сходимостями. Закон больших чисел и усиленный закон больших чисел. Следствия. Метод Монте-Карло.

Производящие функции для целозначных случайных величин. Математическое ожидание для комплекснозначных случайных величин. Ковариация.

Характеристическая функция случайной величины. Свойства. Характеристическая функция нормального распределения. Теоремы о связи между математическим ожиданием и характеристической функцией. Формула обращения. Следствия формулы обращения. Сумма независимых нормальных случайных величин.

Равносильность сходимости по распределению, сходимости характеристических функций и сходимости математических ожиданий функций от случайных величин. Равномерная сходимость к непрерывной функции распределения.

Различные варианты центральной предельной теоремы. Центральная предельная теорема в форме Леви. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Центральная предельная теорема в форме Линденберга. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова. Оценки на скорость сходимости.

Математическая постановка задач статистики. Два определения выборки; эмпирическое распределение. Выборочные характеристики как оценки генеральных: моменты, значение функции распределения в точке, квантили. Выборка из нормального распределения: лемма Фишера.

Оценивание параметров. Требования, предъявляемые к оценкам: состоятельность, несмещенность, асимптотическая нормальность, эффективность. Метод моментов; состоятельность и асимптотическая нормальность оценок метода моментов. Метод максимального правдоподобия; асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия. Неравенство Рао-Крамера. Достаточные статистики, полные статистики,

теорема Рао-Блекуэлла-Колмогорова.

Доверительные интервалы: определение, построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения. Построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. Асимптотические доверительные интервалы.

### **Тема 9. Математическая логика и дискретная математика**

Таблицы истинности, логика, доказательства. Высказывания и логические связки. Условные высказывания. Эквивалентные высказывания. Аксиоматические системы: умозаключения и доказательства. Полнота в логике высказываний. Карты Карно. Коммутационные схемы. Теория множеств. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Венна. Булевы алгебры. Отношения. Частично упорядоченные множества. Отношения эквивалентности. Логика, целые числа и доказательства. Целые числа и доказательства. Основные положения теории доказательства и теории целых чисел. Математическая индукция. Делимость. Простые числа. Сравнения. Функции и матрицы. Функции. Специальные функции. Матрицы. Мощность. Алгоритмы и рекурсия. Циклы и алгоритмы для матриц. Рекурсивные функции и алгоритмы. Сложность алгоритмов. Алгоритмы сортировки.

Графы, ориентированные графы и деревья. Графы. Ориентированные графы. Деревья. Пути и циклы Эйлера. Матрицы инцидентности и смежности. Задача о кратчайшей цепи в графе с ребрами единичной длины. Задача о кратчайшей цепи в графе с ребрами произвольной длины. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших путей в орграфе. Потoki в сетях. Нахождение максимального потока.

Теория чисел. Решето Эратосфена. Метод выделения множителей Ферма. Алгоритмы деления и алгоритм Евклида. Цепные дроби. Подходящие дроби.

Комбинаторика и вероятность. Основные комбинаторные принципы. Комбинаторный принцип сложения. Перестановки и сочетания. Формирование перестановок и сочетаний. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки с повторениями. Перестановки без повторений. Основные правила комбинаторики. Главная теорема комбинаторики (Теорема о включениях и исключениях). Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Введение вероятности. Обобщенные перестановки и сочетания. Перестановки сочетания с повторением. Принцип клеток. Теорема Баяеса. Цепи Маркова.

Некоторые специальные вопросы теории рекурсии. Однородные линейные рекуррентные отношения. Неоднородные линейные рекуррентные отношения. Конечные разности. Факториальные многочлены. Суммирование разностей.

### **Тема 10. Аналитическая механика**

Системы отсчета и геометрические характеристики движения (классическая кинематика). Основные понятия и предположения классической механики. Основные задачи и методы классической механики. Основные теоремы и законы механики (количество движения, момент количества движения, кинетическая энергия системы). Движение материальной точки в центральном поле (пример использования законов сохранения). Применение основных теорем механики в неинерциальных системах отсчета. Применение основных теорем механики к движению систем переменной массы.

Ковариантная форма уравнений движения (уравнения Лагранжа). Вывод уравнений Лагранжа. Исследование уравнений Лагранжа. Использование уравнений Лагранжа для описания движения систем с механическими связями (классификация механических связей, возможные и виртуальные перемещения и скорости, число степеней свободы и обобщенные координаты, идеальные связи, использование уравнений Лагранжа для систем, содержащих механические голономные связи).

Динамика твердого тела. Равновесие и движение вблизи положения равновесия. Линейное приближение уравнений, описывающих движение вблизи положения равновесия. Устойчивость равновесия. Общие понятия об устойчивости. Суждение об асимптотической



устойчивости по первому приближению. Критерии асимптотической устойчивости линейного приближения. Устойчивость равновесия консервативной системы. Потенциальные ямы и барьеры. Устойчивость равновесия диссипативной системы. Функция Ляпунова. Движение консервативной системы в малой окрестности положения равновесия (в линейном приближении). Действие внешней силы, зависящей явно от времени, на произвольную стационарную систему при ее движении вблизи положения устойчивого равновесия (в линейном приближении).

Движение в потенциальных полях. Канонические уравнения Гамильтона. Первые интегралы движения. Скобки Пуассона. Циклические координаты. Элементы вариационного исчисления. Действие по Гамильтону. Вариация действия. Вариационный принцип Гамильтона. Связь законов сохранения (первых интегралов) со свойствами пространства и времени. Теорема Эммы Нетер. Интегральные инварианты (интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов. Инвариантность фазового объема. Теорема Лиувилля. Классификация интегральных инвариантов. Теорема Ли Хаужуна). Канонические преобразования. Уравнения Гамильтона-Якоби. Движения в стационарном потенциальном поле (консервативные и обобщенно-консервативные системы).

#### **Тема 11. Элементы тензорного анализа**

Криволинейные координаты. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Понятие о тензоре. Метрический тензор и связанные с ним соотношения. Дискриминантный тензор. Алгебра тензоров. Простейшие свойства тензоров. Дифференцирование координатных тензоров. Символы Кристоффеля. Ковариантное дифференцирование. Свойства ковариантного дифференцирования. Основные интегральные и дифференциальные операции. Ортогональные координаты. Физические компоненты тензоров. Симметричный тензор второго ранга. Главные направления, главные значения и инварианты.

#### **Тема 12. Механика сплошных сред**

Общие соотношения механики сплошных сред. Пространственные и материальные координаты. Закон движения сплошной среды. Поле вектора скорости и поле вектора ускорения сплошной среды. Описание движения сплошной среды методом Лагранжа и методом Эйлера. Эквивалентность обоих подходов. Движение частицы сплошной среды. Тензоры деформации. Инварианты деформации. Главные значения и главные оси деформации. Условия совместности (сплошности) деформации. Геометрически линейная механика (теория деформаций). Мгновенное состояние движения сплошной среды. Тензор скорости деформаций. Распределение скоростей в жидкой частице. Объемные и поверхностные силы. Вектор и тензор напряжений. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Уравнение движения сплошной среды. Закон изменения количества движения и закон изменения момента количества движения. Теорема о кинетической энергии. Понятие об определяющих уравнениях. Простейшие классические среды. Теория упругости. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного однородного тела. Упругие постоянные и связь между ними. Формула Клайперона и формула Кастильяно. Формула Бетти. Основные уравнения и задачи теории упругости. Основные уравнения статики упругого тела. Прямая и обратная задача теории упругости. Уравнения упругого равновесия в перемещениях. Общее решение уравнений в перемещениях. Основные уравнения теории упругости в напряжениях. Полуобратный метод Сен-Венана. Принцип Сен-Венана. Простейшие задачи теории упругости. Метод суперпозиции. Общие теоремы и вариационные принципы теории упругости. Теорема Клайперона. Теорема о единственности решения. Теорема Бетти. Вариационные принципы. Принцип минимума потенциальной энергии. Принцип минимума дополнительной работы. Вариационный принцип Рейсснера. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина. Метод Канторовича. Метод Трещца. Уравнения теории упругости в криволинейных координатах. Компоненты метрического тензора и символы Кристоффеля для некоторых ортогональных криволинейных координат. Уравнения

в полярных координатах. Уравнения в цилиндрических координатах. Уравнения в сферических координатах. Кручение прямых брусьев. Постановка задачи и основные уравнения. Перемещения при кручении призматических брусьев и теорема о циркуляции касательного напряжения. Функция кручения. Теорема о максимуме касательного напряжения. Мембранная аналогия. Изгиб прямых брусьев. Постановка задачи и основные уравнения. Центр изгиба. Изгиб бруса эллиптического поперечного сечения. Изгиб бруса прямоугольного поперечного сечения. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация. Функция напряжений. Плоское напряженное состояние. Обобщенное плоское напряженное состояние. Перемещения в плоской задаче. Теорема Леви-Мичелла. Представление бигармонической функции. Плоская задача в декартовых координатах. Плоская задача в полярных координатах. Комплексное представление функции напряжений. Комплексное представление компонент тензора напряжений (формулы Колосова-Мусхелишвили). Задача о всестороннем растяжении плоскости с круговым отверстием.

Динамика идеальной среды. Законы движения идеальной жидкости. Уравнение состояния и термодинамические величины. Общая теория установившихся движений идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли. Интеграл Бернулли для несжимаемой тяжелой жидкости. Потенциальные течения идеальной жидкости. Интеграл Коши-Лагранжа. Свойства гармонических функций. Задача о движении сферы в безграничном объеме идеальной несжимаемой жидкости. Комплексные потенциалы простейших потоков. Решение задачи обтекания методом конформных отображений. Постулат Жуковского-Чаплыгина. Формула циркуляции. Примеры применения метода конформных отображений. Обтекание эллипса и пластинки. Крыловые профили Жуковского-Чаплыгина.

Динамика несжимаемой вязкой жидкости. Ньютоновская вязкая жидкость и ее реологическое уравнение. Реологические законы неньютоновских вязких несжимаемых жидкостей. Уравнение Навье-Стокса динамики ньютоновской несжимаемой среды. Подобие течений вязкой несжимаемой жидкости. Основы теории размерностей. П-теорема. Примеры решения уравнений Навье-Стокса. Простейшие линейные задачи. Интегрирование уравнений Навье-Стокса: линеаризованные, автомодельные и численные решения. Обтекание шара при малых значениях числа Рейнольдса; формула Стокса и ее обобщение. Ламинарный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Взаимодействие конвекции и диффузии в потоке несжимаемой вязкой жидкости. Ламинарный пограничный слой. Вывод уравнений Прандтля движения вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое. Простейшие автомодельные решения уравнений ламинарного пограничного слоя. Пограничный слой на продольно обтекаемой пластине. Примеры плоских «свободных» пограничных слоев: дальний след за телом, «затопленная» струя, бьющая за точечным источником. Задача о плоской пристенной струе. Общий случай точных автомодельных решений уравнений стационарного плоского пристенного пограничного слоя.

### **Тема 13. Математическое моделирование в естествознании**

Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования. Фундаментальные законы природы и примеры моделей, получаемых из фундаментальных законов природы (закон сохранения массы, сохранение энергии, сохранение числа частиц, совместное применение нескольких законов). Вариационные принципы и математические модели. Примеры иерархии моделей. Универсальность математических моделей. Модели механических систем. Исследование математических моделей. Применение методов подобия. Принцип максимума и теоремы сравнения. Метод осреднения. Дискретные математические модели.

### **Тема 14. Вычисления в системах компьютерной алгебры**

Основные правила работы с пакетом Maple. Основные вычислительные навыки. Основные характеристики пакета. Отличия в идеологиях MathCAD и Maple (сравнительный анализ пакетов). Внутренняя структура среды Maple. Экранный интерфейс Maple. Меню команд. Строка пиктограмм. Справочная система Maple.

Решение алгебраических уравнений. Решение системы нелинейных уравнений. Решение



трансцендентных уравнений. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение дифференциальных уравнений. Решение рекуррентных и функциональных уравнений. Графические возможности Maple.

### **Тема 15. Основы программирования на примере Python**

Основы синтаксиса языка программирования Python. Обзор основных типов данных. Числа и элементарная математика. Переменные. Условные выражения и циклы. Массивы. Определения функций. Модули. Рекурсия. Типы данных. Алгоритмы и структура данных. Эффективность. Сортировка и поиск. Стеки и очереди. Программирование на Python (вычисления и переменные, строки, списки, кортежи и словари, циклы, встроенные функции Python, полезные модули Python, типовые задачи программирования на Python, объектно-ориентированное программирование на Python). Импорт и работа с библиотеками (math, random, numpy, pandas, matplotlib).

### **Вопросы к собеседованию**

1. Матрицы и определители. Алгебраические операции над матрицами. Ранг матрицы и его вычисление. Обратная матрица. Основные свойства определителей. Алгебраические дополнения и миноры. Линейные системы уравнений.
2. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.
3. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления.
4. Основные теоремы интегрального исчисления. Первообразная функции и ее неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Техника неопределенного интегрирования.
5. Простейшие методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
6. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай простых и кратных корней характеристического уравнения.
7. Неоднородные линейные уравнения. Поиск частного решения по виду правой части. Метод вариации постоянных.
8. Одномерное волновое уравнение. Интеграл Даламбера. Решение краевых задач для волнового уравнения методом отражений.
9. Уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона.
10. Уравнения параболического типа. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле и его характеристики.
11. Математические модели и численные методы. Аппроксимация функций. Численное дифференцирование. Численное интегрирование. Численное решение систем уравнений (линейные системы, системы нелинейных уравнений).
12. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Методы численного решения (метод малого параметра, метод Адамса, методы семейства Рунге-Кутты).
13. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (метод стрельбы, уравнения высокого порядка, разностный метод – линейные и нелинейные задачи).
14. Статистическая обработка эксперимента. Ошибки эксперимента
15. Метод конечных элементов. Основная концепция метода и его реализация.
16. Понятие комплексного числа. Модуль и фаза комплексного числа. Функции комплексного переменного. Основные свойства элементарных функций. Производная функции комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
17. Понятие функции и функционала. Экстремумы функционала. Простейшая задача

- вариационного исчисления. Вариация функционала. Вычисление первой вариации интегрального функционала. Экстремали интегрального функционала. Уравнения Эйлера.
18. Графы, ориентированные графы и деревья. Графы. Ориентированные графы. Деревья. Пути и циклы Эйлера. Матрицы инцидентности и смежности.
19. Комбинаторика и вероятность. Основные комбинаторные принципы. Комбинаторный принцип сложения. Перестановки и сочетания. Формирование перестановок и сочетаний. Размещения с повторениями. Размещения без повторений.
20. Таблицы истинности, логика, доказательства. Высказывания и логические связи. Условные высказывания. Эквивалентные высказывания. Аксиоматические системы: умозаключения и доказательства.
21. Некоторые специальные вопросы теории рекурсии. Однородные линейные рекуррентные отношения. Неоднородные линейные рекуррентные отношения.
22. Основные задачи и методы классической механики.
23. Использование уравнений Лагранжа для описания движения систем с механическими связями (классификация механических связей, возможные и виртуальные перемещения и скорости, число степеней свободы и обобщенные координаты, идеальные связи, использование уравнений Лагранжа для систем, содержащих механические голономные связи).
24. Криволинейные координаты. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Понятие о тензоре. Метрический тензор и связанные с ним соотношения.
25. Тензоры деформации. Инварианты деформации. Главные значения и главные оси деформации.
26. Теория упругости. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного однородного тела. Упругие постоянные и связь между ними.
27. Анизотропные среды. Виды анизотропии.
28. Простейшие задачи теории упругости. Метод суперпозиции. Общие теоремы и вариационные принципы теории упругости.
29. Плоская деформация. Функция напряжений. Плоское напряженное состояние. Обобщенное плоское напряженное состояние. Перемещения в плоской задаче.
30. Представление бигармонической функции. Плоская задача в декартовых координатах. Плоская задача в полярных координатах.
31. Задачи о концентрации напряжений. Задача о всестороннем растяжении плоскости с круговым отверстием.
32. Пространственные задачи теории упругости.
33. Динамика идеальной среды. Законы движения идеальной жидкости.
34. Динамика несжимаемой вязкой жидкости. Ньютоновская вязкая жидкость и ее реологическое уравнение.
35. Простейшие математические модели и основные понятия математического моделирования.
36. Теория подобия. П-теорема. Критерии подобия физических явлений.
37. Теория ламинарного пограничного слоя.
38. Простейшие задачи механики разрушения.
39. Коэффициенты интенсивности напряжений.
40. Инвариантные интегралы механики разрушения.

### Список рекомендуемой литературы

#### Тема 1. Линейная алгебра и геометрия

- Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М.: Проспект, 2015. 400 с.
- Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. Санкт-Петербург: Лань, 2020. 224 с.
- Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. Ч.1. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2020.

272 с.

Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. Ч.2. Линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2018. 368 с.

Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. Ч.3. Основные структуры алгебры. М.: МЦНМО, 2018. 272 с.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 432 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 476 с.

Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. Санкт-Петербург: Лань, 2020. 416 с.

## **Тема 2. Математический анализ**

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 608 с.

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 800 с.

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 656 с.

Понтрягин Л.С. Анализ бесконечно малых. М.: URSS, 2018. 256 с.

Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. В двух частях. Ч.1. Основные операции анализа. Ч. II Трансцендентные функции. М.: URSS, 2015. 864 с.

Хинчин А.Я. Восемь лекций по математическому анализу. М.: URSS, 2020. 280 с.

Хинчин А.Я. Краткий курс математического анализа. М.: URSS, 2021. 632 с.

## **Тема 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: URSS, 2021. 206 с.

Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: МЦНМО, 2018. 344 с.

Ибрагимов Н.Х. Обыкновенные дифференциальные уравнения (пособие для практических занятий). М.: МГУИТ им. И.М. Губкина, 2005.

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: URSS, 2017. 240 с.

Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: URSS, 2019 г. 336 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: URSS, 2016. 512 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: URSS, 2019. 240 с.

Эльсгольд Л.Э. Дифференциальные уравнения. М.: URSS, 2021. 312 с.

## **Тема 4. Уравнения в частных производных**

Арнольд В.И. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: МЦНМО, 2017. 184.

Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2008. 400 с.

Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989. 48 с.  
<http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983. 280 с.  
<http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М.: Наука, 1966.

Кошляков Р.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М. Высшая школа, 1970. 710 с.

Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 832 с.

Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977. 431 с.

Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 2004. 800 с.

Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. М. Изда-во иностранной



литературы, 444 с.

Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными (3-е изд.). М.: Наука, 1961. 400 с.

Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

Полянин А.Д., Журов А.И. Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики. М.: ИПМех РАН, 2020. 34 с. <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. М.: Физматлит, 2002. 432 с. <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М.: Физматлит, 2005. 256 с. <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=pde>

### **Тема 5. Численные методы**

Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2017. 272 с.

Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы. Книга 1. Численный анализ. М.: Академия, 2013. 304 с.

Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы. Книга 2. Методы математической физики. М.: Академия, 2013. 306 с.

Каплун А.Б., Морозов Е.М., Шамраева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. М.: URSS, 2021. 272 с.

Каханер Д, Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998. 574 с.

Кукуджанов В.Н. Численные методы в механике сплошных сред. Курс лекций. М.: Изд-во МАТИ, 2006. 157 с.

Морозов Е.М., Муйзинек А.Ю., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера. М.: URSS, 2018. 456 с.

Присекин В.П., Расторгуев Г.И. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел. Новосибирск: издательство Новосибирского государственного технического университета, 2010. 117 с.

Русина Л.Г. Вычислительная математика. Численные методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений и систем. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 168 с.

### **Тема 6. Теория функций комплексного переменного**

Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 749 с. [http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev\\_TFKP.pdf](http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev_TFKP.pdf)

Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М.: Гостехиздат, 1950. 703 с.

Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. М.: Просвещение, 1977. 320 с.

Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: URSS, 2021. 440 с.

Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Физматлит, 2010. 319 с.

Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2-х частях. Ч.1. Функции одного переменного. М.: URSS, 2020. 344 с.

Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2-х частях. Ч.2. Функции нескольких переменного. М.: URSS, 2015. 464 с.

### **Тема 7. Вариационное исчисление.**

Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматлит, 1961.

Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И. Вариационное исчисление: Задачи и примеры с подробными решениями. М.: URSS, 2020. 168 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/variational.htm>

Люстерник Л.А. Кратчайшие линии. Вариационные задачи. М.: URSS, 2020. 104 с.

Полак Л.С. Вариационные принципы механики. Их развитие и применение в физике. М.: URSS, 2017. 600 с.

Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. М.: URSS, 2019. 208 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/variational.htm>

#### **Тема 8. Теория вероятностей и математическая статистика**

Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. М.: Бином, 2015. 320 с.

Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Юрайт, 2015. 480 с.

Гнеденко Б.В. Курс теории вероятности. Либроком, 2011. 490 с.

Дерр В.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Санкт-Петербург: Лань, 2021. 596 с.

Млодинов Л. Несовершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью. М.: Гаятри/livebook, 2010. 352 с.

Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: [Электронный ресурс] учеб. Пособие. М.: ФЛИНТА, 2011. -210с. URL:<http://www.biblioclub.ru>

Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Компьютерно-ориентированный курс: [Электронный ресурс] М.: Дрофа, 2008. -471с. URL:<http://www.biblioclub.ru>

#### **Тема 9. Математическая логика и дискретная математика**

Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Вильямс, 2019. 960 с.

Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. 328 с. <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Vilenkin1969ru.pdf>

Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2019. 400 с.

Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. М.: Мир, 1998. 703 с.

Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. М.: Бином, 2015. 320 с.

Flajolet P., Sedgewick R. Analytic Combinatorics. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 826 p.

#### **Тема 10. Аналитическая механика**

Айзерман М.А. Классическая механика. М.: Физматлит, 2005. 380 с.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>

Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2008. 264 с.

Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т.1: кинематика, статика, динамика точки, (2-е изд.), М.: Наука, 1977. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>

Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, т.2: динамика системы, аналитическая механика, элементы теории потенциала, механики сплошной среды, специальной и общей теории относительности, М.: Наука, 1977.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>

Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Черных А.И. Лекции по аналитической механике. М.&Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2017. 236.

Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике. М.: Физматлит, 2002. 400 с.

Паншина А.В., Чуркин В.М. Аналитическая механика. Теоретическая механика в решениях задач из сборника И.В. Мещерского. М.: URSS, 2022. 200 с.

#### **Тема 11. Элементы тензорного анализа**

Келлер И.Э. Тензорное исчисление. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 176 с.

Речкалов В.Г. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Челябинск, 2008. 140 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Rechkalov2008ru.pdf>

Рыжак Е.И. Бескоординатное тензорное исчисление для механики сплошных сред. М.: МФТИ, 2011. 170 с.

## **Тема 12. Механика сплошных сред**

Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В. Нелинейная механика разрушения. – Самара: Самарский университет, 2001. – 632 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm>

Введение в механику сплошных сред. Под ред. Черных К.Ф. Ленинград: Изд-во Ленинградского университета, 1984. 277 с.

Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. Механика сплошных сред. Часть 1. Основы и классические модели жидкостей. М.: Наука. Физматлит, 2000. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/fluid.htm>

Иванов М.Г. Размерность и подобие. Долгопрудный, 2013. 68 с. <https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost/estestvo-b009.pdf>

Каплун А.Б., Морозов Е.М., Шамраева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. М.: URSS, 2021. 272 с.

Келлер И.Э. Тензорное исчисление. Санкт-Петербург: Лань, 2012. 176 с.

Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 846 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/fluid.htm>

Матвиенко Ю.Г. Основы физики и механики разрушения. М.: URSS, 2022. 144 с.

Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Либроком, 2010. 322 с.

Морозов Е.М., Муйзимнек А.Ю., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера. М.: URSS, 2018. 456 с.

Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm>

Партон В.З. Механика разрушения. От теории к практике. М.: ЛКИ, 2020. 240 с.

Полилов А.Н. Экспериментальная механика композитов. Учебное пособие — Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. — 375 с.

Полилов, А. Н. Этюды по механике композитов / Полилов А. Н. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2016. - 320 с.

Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения. М.: URSS, 2022. 80 с.

Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 2014. 752 с.

Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. М.: URSS, 2019. 456 с.

Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Лань, 2004. Т.1. 568 с. Т.2. 586 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/continuous.htm>

Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/other.htm>

Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. М.: Физматлит, 2009. 336 с.

Степанова Л.В. Цифровая фотоупругость и ее применение для задач механики разрушения. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2021. 76 с.

Учайкин В.В. Механика. Основы механики сплошных сред. Санкт-Петербург, М., Краснодар: Лань, 2016. 859 с.

Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. Либроком, 2012. 210 с.

Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Более 1000 задач и упражнений. М.: URSS, 2017. 640 с.

Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. URSS, 2020. 208 с.

Эглит М.Э. (ред.) Механика сплошных сред в задачах. Т.1. Теория и задачи. М.: Московский лицей, 1996. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/continuous.htm>

Эглит М.Э. (ред.) Механика сплошных сред в задачах. Т.2. Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/continuous.htm>

## **Тема 13. Математическое моделирование в естествознании**

Звонарев С.В. Основы математического моделирования. Екатеринбург, Изд-во Урал. Ун-та, 2019. 112 с.

Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики, 2018. 600 с.

Иванов М.Г. Размерность и подобие. Долгопрудный, 2013. 68 с. <https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost/estestvo-b009.pdf>



Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. О построении математических моделей. М. URSS, 2021. 232 с.

Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М.: URSS, 2019. 304 с.

Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005. 320 с.

#### **Тема 14. Вычисления в системах компьютерной алгебры**

Constantinescu A., Korsunsky A. Elasticity with Mathematica: An introduction to continuum mechanics and linear elasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 267 p.

Rand O., Rovenski V. Analytical methods in anisotropic elasticity: with symbolic computational tools. Boston: Birkhauser, 2005. 466 p.

#### **Тема 15. Основы программирования на примере Python**

Бизли Д. Python. Исчерпывающее руководство. М.: URSS, 2023. 368 с.

Седжвик Р., Уэйн К., Дондеро Р. Программирование на языке Python. Санкт-Петербург, 2017. 736 с.

Гэддис Т. Начинаем программировать на Python. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2021. 768 с.

Доусон М. Програмируем на Python. Санкт-Петербург: Питер, 2019. 416 с.

Бэрри П. Изучаем программирование на Python. М.: Эксмо, 2020. 624 с.

Лутц М. Изучаем Python. М.: Диалектика, 2020. Т.1. 832 с. Т.2. 720 с.

Любанович Б. Простой Python. Современный стиль программирования. Санкт-Петербург: Питер, 2021. 592 с.

Полупанов, Д. В. Программирование в Python 3: учебное пособие / Д. В. Полупанов, С. Р. Абдюшева, А. М. Ефимов. Уфа: БашГУ, 2020. 164 с.