

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Дементьев Виталий Евгеньевич

**ОБРАБОТКА МНОГОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО
НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ
СМЕШАННЫХ МОДЕЛЕЙ**

05.13.17 – Теоретические основы информатики

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора технических наук

Научный консультант:

Васильев Константин Константинович,
Заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, профессор

Ульяновск – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ	
ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИХ ФИЛЬТРАЦИИ И ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ	15
1.1. Постановка задачи.....	15
1.2. Особенности получения, обработки и использования данных ДЗЗ	15
1.3. Обзор методов описания многомерных изображений	27
1.4. Обзор методов фильтрации многомерных изображений и обнаружения на них аномалий различного вида.....	53
1.5. Выводы	68
ГЛАВА 2. ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	
70	
2.1. Постановка задачи.....	70
2.2. Синтез дважды стохастических моделей.....	71
2.3. Анализ дважды стохастических моделей	82
2.4. Идентификация параметров дважды стохастических моделей	94
2.5. Моделирование существенно неоднородных изображений.....	125
2.6. Дважды стохастические модели последовательностей изображений.....	133
2.7. Дважды стохастические некаузальные модели изображений.....	137
2.8. Выводы	149
ГЛАВА 3. СИНТЕЗ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ	
ФИЛЬТРАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ	
НА БАЗЕ ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	
151	
3.1. Постановка задачи.....	151
3.2. Синтез алгоритмов фильтрации на основе ДС моделей	152
3.3. Фильтрация дважды стохастических случайных процессов	167
3.4. Эффективность оценивания многомерных случайных полей.....	176
3.5. Некаузальные варианты дважды стохастических фильтров	193
3.6. Фильтрация спутниковых многозональных изображений и их последовательностей.....	221

3.7. Восстановление изображений на основе дважды стохастических моделей.....	229
3.8. Выводы	248
ГЛАВА 4. СЕГМЕНТАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА ИХ ФОНЕ	
4.1. Постановка задачи.....	249
4.2. Сегментация на основе дважды стохастических моделей случайных процессов и полей	250
4.3. Синтез и анализ алгоритмов обнаружения объектов с известными параметрами на фоне многомерных изображений	262
4.4. Эффективность обнаружения протяженных сигналов с известными параметрами.....	268
4.5. Обнаружение аномалий с неизвестными уровнями на многозональных изображениях	282
4.6. Обнаружение аномалий на последовательности кадров многозональных изображений.....	287
4.7. Обнаружение сигналов на фоне мешающих изображений со сложной структурой.....	290
4.8. Обнаружение объекта в условиях априорной неопределенности относительно его угла поворота, масштаба и сдвига	294
4.9. Выводы	305
ГЛАВА 5. РЕАЛИЗАЦИЯ СИНТЕЗИРОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В СИСТЕМАХ ОБРАБОТКИ РЕАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ	
5.1. Постановка задачи.....	307
5.2. Реализация алгоритмов обработки пространственно неоднородных изображений и их последовательностей.....	307
5.3. Применение синтезированных алгоритмов и математических моделей при разработке региональной системы спутникового мониторинга	318

5.4. Использование дважды стохастических моделей при решении задачи позиционирования и автоматического управления беспилотными летательными аппаратами	333
5.5. Использование дважды стохастической модели для задач прогнозирования и оптимизации радиопокрытия	351
5.6. Выводы	364
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	366
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	369
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	370

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы опубликовано большое количество работ, связанных с обработкой изображений и их последовательностей. Это связано с широким спектром практических приложений методов обработки изображений. Важными примерами таких приложений являются задачи дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), обработки видеоданных, анализа медицинских изображений и т.д. Несмотря на достигнутые успехи в решении этих задач, в настоящее время остается ряд значимых нерешенных проблем, препятствующих дальнейшему развитию методов машинного зрения. Среди этих проблем можно выделить вопросы построения математических моделей многомерных массивов коррелированных данных и их оптимальной и субоптимальной обработки. Эти вопросы рассматривались в весьма ограниченном числе работ. В основном иностранные и отечественные специалисты в области обработки изображений стремятся к использованию нейронных сетей и алгоритмов обработки больших данных [Y. LeCun, V. Jain, M. Zeiler], что является перспективным направлением исследований, но не приближает к пониманию многомерных изображений и не дает возможности формирования оптимальных процедур их обработки.

Среди методов описания многомерных изображений (МИ) наиболее перспективными представляются модели изображений, заданных на последовательностях многомерных сеток [К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников, В.В. Сергеев, И.Н. Сеницын, В.А. Соيفер, R. Gonzalez, J. Woods, C. Bouman]. Такое представление изображений позволяет достаточно просто производить с имеющимися моделями изображений операции как поэлементно, так и в целом. Однако построение моделей с помощью задания распределений вероятностей в общем виде достаточно сложно, поэтому используются разнообразные упрощения. Среди таких упрощений важнейшими являются марковость и однородность. Характерными примерами моделей, описывающих изображения с такими свойствами, являются каузальные авторегрессионные (АР) модели

или некаузальные марковские модели. Однако в большинстве случаев подобные модели не позволяют адекватно описывать реальные многомерные сигналы, нестационарные во времени и обладающие пространственной неоднородностью.

Вариантами повышения адекватности представления многомерных изображений могут быть различные модификации гиббсовских моделей. Однако их использование связано со значительными аналитическими трудностями и проблемами идентификации параметров по реальным сигналам. Формирование таких полей зачастую требует достаточно большого количества итераций для обеспечения заданных свойств, но более значительным их недостатком являются сложности аналитического описания и, как следствие, проблемы разработки и технической реализации алгоритмов обработки последовательностей изображений больших размеров.

Поиск новых вероятностных моделей последовательностей многомерных изображений может быть продолжен в области применения смешанных моделей. Например, в последнее время широкое применение в обработке изображений находят текстуры [В.Г. Бондур, Н.И. Аржененко, В.В. Сергеев, А.Ю. Баврина]. Их применение во многом объясняется широким диапазоном получаемых изображений, которые могут быть подобраны достаточно близко к реальным. Однако аналитические сложности делают маловероятным целостное представление реальных изображений, состоящих из большого количества текстурных фрагментов. Смешанные гауссовские модели [Siwei Lyu, P. Simoncelli] и модели на основе гауссовой связки и вейвлет-разложения [N.E. Lasmar, Y. Berthoumieu] дают весьма успешные результаты при работе с известными базами данных, однако не имеют достаточно разработанного математического аппарата для их исследования.

В целом анализ доступной литературы показывает, что задача описания и обработки пространственно неоднородного и нестационарного во времени реального многомерного материала, характерным примером которого являются спутниковые многозональные изображения (МЗИ), в настоящее время не

является решенной. В связи с этим актуальной задачей является построение и исследование математических моделей смешанных многомерных изображений (МИ) с одной стороны, близких по своим свойствам к реальным изображениям, в том числе к снимкам земной поверхности, а с другой, позволяющих выполнять синтез алгоритмов обработки МИ с приемлемыми для практических приложений вычислительными затратами. При этом вместе с разработкой новых моделей необходимо выполнить исследование их характеристик, а также оценить эффективность алгоритмов обработки имитируемых с их помощью изображений.

Актуальность диссертации также может быть подтверждена тем, что тема исследований соответствует «Концепции развития российской космической системы дистанционного зондирования Земли на период до 2025 года», а также соответствует Федеральной целевой программе «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы».

Проблема диссертационного исследования. В настоящее время отсутствуют методы и алгоритмы обработки МИ и их последовательностей, обеспечивающие достаточную эффективность в условиях пространственной неоднородности и мультиспектрального характера реального материала.

Объектом исследования являются многомерные изображения.

Предметом исследования являются вероятностные свойства смешанных моделей случайных полей (СП), а также построение и анализ эффективности алгоритмов обработки изображений, построенных на базе этих моделей.

Цель и задачи исследования. Основной целью диссертационной работы является повышение адекватности представления и эффективности обработки МИ за счет использования смешанных моделей СП. Для достижения названной цели необходимо решить следующие основные задачи:

1. Исследование основных преимуществ и недостатков известных подходов к описанию МИ, их фильтрации и обнаружению аномалий различного вида в том числе в приложении к задачам обработки данных ДЗЗ.

2. Разработка методов описания МИ и их последовательностей на основе смешанных моделей СП, включающих в себя комбинации АР, дважды стохастических (ДС) и разрывных моделей.

3. Разработка методик идентификации параметров смешанных моделей СП на основе реальных МИ и их последовательностей.

4. Синтез и анализ алгоритмов фильтрации и сегментации пространственно неоднородных МИ с помощью методов нелинейного рекуррентного оценивания.

5. Разработка алгоритмов обнаружения объектов на фоне МИ и сравнительный анализ известных и синтезируемых алгоритмов при обработке реальных спутниковых МЗИ.

6. Исследование возможностей адаптации алгоритмов обработки многомерных неоднородных МЗИ на основе псевдоградиентных (ПГ) численных методов.

7. Исследование возможности применения найденных методов для решения практических задач, связанных с обработкой МИ.

8. Разработка пакета программ для реализации основных алгоритмов формирования и обработки последовательностей изображений на основе предложенных моделей.

Методы исследований основаны на применении теории вероятностей, математической статистики и математического моделирования. При этом используются средства современной информатики и вычислительной техники, включая язык программирования MATLAB и среду программирования Visual Studio, а также программные средства работы с графическими изображениями.

Научная новизна результатов исследования:

1. Предложены методы формирования изображений на многомерных сетках с помощью смешанных моделей СП и получены аналитические выражения для вероятностных характеристик таких СП при использовании ДС моделей на базе АР с кратными корнями характеристических уравнений.

2. Разработан численный метод идентификации параметров смешанных моделей МИ на базе процедур ПГ оценивания, обеспечивающий требуемую в практических приложениях точность оценивания.

3. Синтезированы и исследованы методы фильтрации временных последовательностей пространственно неоднородных СП, наблюдаемых на фоне белого шума, обеспечивающие выигрыш до трех раз по величине дисперсии ошибки фильтрации по сравнению с алгоритмами, предполагающими неизменность вероятностных характеристик СП.

4. Синтезированы и исследованы алгоритмы обнаружения объектов в условиях априорной неопределенности относительно уровней яркости в разных спектральных диапазонах, угла поворота, масштаба и локального сдвига на фоне временных последовательностей пространственно неоднородных МЗИ, применение которых приводит к повышению эффективности обнаружения.

5. Синтезирован алгоритм сегментации, основанный на анализе оценок корреляционных характеристик МИ, позволяющий улучшить качество обнаружения на реальном спутниковом материале за счет повышения точности прогноза в область предполагаемого нахождения сигнала

6. Предложены алгоритмы улучшения качества тематического картографирования временных последовательностей спутниковых снимков и процедуры формирования прогнозов относительно расположения контролируемых объектов на базе разработанных ДС фильтров

7. Предложены алгоритмы навигации и управления автономными летательными аппаратами, предполагающие нелинейное комплексирование информации, получаемой в результате совместной обработки данных пространственных дальномеров и бортовых видеокамер.

8. Предложена методика построения и оптимизации карт покрытия сетей сотовой подвижной связи, основанная на выполнении прогноза распространения радиосигнала с помощью смешанной модели МИ.

Практическая ценность результатов исследования заключается в следующем:

1. Полученные аналитические выражения для расчёта вероятностных характеристик и идентификации параметров смешанных моделей МИ и моделей с изменяющимися параметрами обеспечивают адекватное представление реальных данных.

2. Предложенные алгоритмы обработки изображений, основанные на смешанных моделях СП, могут быть использованы разработчиками перспективных систем обработки последовательностей неоднородных изображений.

3. Проведенные исследования известных и синтезированных процедур обнаружения протяженных аномалий на МЗИ дают разработчикам систем обработки таких изображений конкретные рекомендации по применению тех или иных решений в различных условиях.

4. Разработанное программное обеспечение позволяет непосредственно осуществлять обработку различных последовательностей МИ: при работе с данными дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), при навигации и позиционировании автономных транспортных средств, в робототехнике, медицине, задачах оптимизации покрытия сотовых сетей. Кроме того, возможно использование программного пакета для исследования базовых процедур обработки изображений, что может способствовать его применению в учебных целях.

Реализация результатов исследования

Результаты диссертационного исследования использованы при выполнении:

– грантов РФФИ №05-08-33712-а «Обнаружение аномалий с неизвестными параметрами на многозональных изображениях»; №09-01-00091-а «Математические модели многозональных изображений и их последовательностей»; №13-01-00308 «Синтез, вероятностный анализ и методы подгонки смешанных моделей последовательностей изображений на многомерных сетках»; №13-01-97048 «Разработка и анализ алгоритмов

навигации автономных аппаратов, основанных на комплексировании данных инерциальных систем и результатов обработки последовательностей изображений, полученных с бортовых камер»; №16-41-732027 р_офи_м «Построение стохастических моделей и алгоритмов обработки последовательностей неоднородных многозональных изображений для региональных систем экологического мониторинга»; № 18-47-730009р_а «Разработка алгоритмов обработки изображений, ориентированных на реализацию на мобильных устройствах, использующих RISC архитектуру»;

– программы «УМНИК» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (государственный контракт № 5422р/7966);

– программы «СТАРТ» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (государственный контракт № 7538р/10308);

– хозяйственных договоров с ФНПЦ АО «НПО «Марс», исполненных в 2015-2017 гг. и связанных с разработкой алгоритмов навигации и автоматического управления беспилотными летательными аппаратами.

Достоверность результатов исследования

Достоверность результатов обеспечивается корректным применением современного математического аппарата, достаточным учетом влияющих факторов и заданных ограничений. Достоверность научных положений, выводов и методик подтверждена непротиворечивостью применяемых моделей и методов, результатами экспериментальных исследований. Полученные экспериментальные результаты подтверждают теоретические выводы.

Положения, выносимые на защиту:

1. Использование в качестве основы описания неоднородных в пространстве изображений комбинаций ДС моделей позволяет адекватно представлять вероятностные свойства реальных многозональных изображений (МЗИ) и их последовательностей.

2. Методика формирования изображений с изменяющимися в пространстве параметрами, основанная на применении комбинаций модифицированных вариантов EM алгоритма и псевдоградиентных процедур, обеспечивает более точную (до 2 раз) подгонку моделей неоднородных изображений) по сравнению с методикой оценивания в независимых скользящих окнах.

3. Метод и семейство дважды стохастической фильтрации изображений, описываемых с помощью ДС моделей, обеспечивает выигрыш до 3 раз по дисперсии ошибки фильтрации по сравнению с линейными фильтрами.

4. Метод обнаружения сигналов на фоне неоднородных изображений со сложной структурой позволяет повысить эффективность обнаружения до 3-5дБ по уровню сигнала в сравнении с аналогами, предполагающими линейную оценку в область возможного нахождения объекта.

5. Синтезированный алгоритм сегментации МЗИ, учитывающий его межкадровые корреляционные характеристики, позволяет улучшить качество обработки на 15-30 % в сравнении с известными алгоритмами по количеству верно отнесенных пикселей.

6. Комплекс исследовательских программ для имитации последовательностей МИ, проверки адекватности и эффективности разработанных алгоритмов отличается простотой использования и позволяет применять алгоритмы обработки изображений на базе ДС моделей СП для решения разнообразных теоретических и прикладных задач обработки МИ.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Результаты исследования соответствуют следующим пунктам паспорта научной специальности 05.13.17 – Теоретические основы информатики:

5. Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях разработка и исследование методов и алгоритмов анализа текста, устной речи и изображений.

7. Разработка методов распознавания образов, фильтрации, распознавания и синтеза изображений, решающих правил. Моделирование формирования эмпирического знания.

14. Разработка теоретических основ создания программных систем для новых информационных технологий.

Апробация результатов

Основные результаты работы обсуждались и получили положительную оценку на международных конференциях: «Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies» (Самара, 2013), «Open German-Russian Workshop on Pattern Recognition and Image Understanding» (Koblenz, Germany, 2014), «Математические методы и модели: Теория, приложения и роль в образовании» (Ульяновск, 2014), «NEW2AN 2015 Conference» (Санкт-Петербург, 2015), Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии – КрыМиКо'2016» (Севастополь, 2016), «International Workshop on Radio Electronics and Information Technologies, REIT 2017» (Екатеринбург, 2017), «International Conference on Information Technology and Nanotechnology (Самара, 2017, 2018, 2019), Международный московский IEEE-семинар, MWENT – 2018 (Москва, 2018), International Conference on Pattern Recognition and Artificial Intelligence (Montréal, Canada, 2018), 22nd International Conference on Knowledge Based and Intelligent in formation and Engineering Systems (Belgrad, Serbia, 2018), Fuzzy Technologies in the Industry FTI-2018 (Ульяновск, 2018), «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA» (Москва, 2014, 2015, 2017, 2018), Научных сессиях, посвященных дню радио (Москва, 2016, 2017, 2018); и Всероссийских конференциях: «Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем» (Ульяновск, 2013, 2015), а также на конференциях профессорско-преподавательского состава Ульяновского государственного технического университета (2014-2019 гг.).

Публикации. Основные научные результаты диссертационной работы отражены в 148 публикациях, среди которых 54 статьи, в том числе 31 в

журналах из перечня ВАК, 1 монография, 93 работы в трудах и материалах Международных и Всероссийских конференций и семинаров. Получено 5 свидетельств о государственной регистрации программы для ЭВМ, 2 патента на полезную модель и 2 патента на изобретение.

Личный вклад автора

На всех этапах выполнения работы автор принимал личное участие в исследовании, планировании и выполнении экспериментов, анализе полученных результатов и формулировании выводов.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Текст диссертации изложен на 406 страницах машинописного текста, включая 145 рисунков и 15 таблиц. Список литературы содержит 324 наименования.

ГЛАВА 1. ОБЗОР ИЗВЕСТНЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИХ ФИЛЬТРАЦИИ И ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ

1.1. Постановка задачи

В последние десятилетия на орбите нашей планеты была создана представительная группировка разнообразных космических аппаратов, предназначенных для съемки поверхности Земли. Результаты этой съемки можно представить в виде многомерных изображений и временных последовательностей таких изображений. Обработка сигналов такого вида сопряжена с решением важных задач оценивания многомерных пространственно распределенных данных, улучшением их качества и извлечением требуемой информации.

В настоящей главе рассмотрены ключевые задачи дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и проанализированы основные подходы, применяемые для решения данных задач (п. 1.2). Выполнен анализ существующих методов описания многомерных сигналов на основе каузального и некаузального подходов и исследованы варианты имитации пространственно неоднородных изображений (п. 1.3). Представлен краткий обзор наиболее часто применяемых алгоритмов фильтрации изображений, включая предложенные классификации данных алгоритмов, и способов обнаружения аномалий на этих изображениях (п. 1.4). В п. 1.5 сформулированы выводы, отражающие недостатки существующих подходов по описанию и обработке многомерных изображений, а также обоснована необходимость разработки и исследования новых математических моделей и алгоритмов обработки таких изображений.

1.2. Особенности получения, обработки и использования данных ДЗЗ

Под дистанционным зондированием Земли в настоящее время понимается [134, 172, 229, 266] регистрация ее поверхности с помощью

авиационных и космических аппаратов, оборудованных различной съемочной аппаратурой. При этом такая регистрация выполняется в широком диапазоне длин волн, позволяя фиксировать видимое оптическое, инфракрасное, ультрафиолетовое и радиоизлучение [172].

Традиционно к методам дистанционного зондирования относят только те методы, которые позволяют получить с помощью космических или летательных аппаратов изображение земной поверхности в каких-либо участках электромагнитного спектра. В узком смысле ДЗЗ – это получение информации с использованием аппаратуры, установленной на борту космических аппаратов [164].

Данные ДЗЗ, полученные с космического аппарата, характеризуются большой степенью зависимости от прозрачности атмосферы. Поэтому на современных спутниковых системах используется многоканальное оборудование пассивного типа [172, 260], использующее естественное отраженное или вторичное тепловое излучение объектов на поверхности Земли и активного типа, инициированное искусственным источником направленного действия.

Согласно Концепции развития российской космической системы дистанционного зондирования Земли на период до 2025 года [108], многообразие решаемых прикладных и научных задач ДЗЗ, непрерывное расширение состава и рост информационных характеристик бортовых съёмочных и зондирующих приборов, развитие новых технологий интерпретации и использования получаемых космических данных, стремительный процесс технического совершенствования и удешевления космических аппаратов (КА) ДЗЗ, а также набирающая темпы интенсификация международного сотрудничества по созданию глобальных систем наблюдения Земли дают все основания прогнозировать, что в период до 2025 года космические средства ДЗЗ станут наиболее приоритетным и эффективным классом КА гражданского назначения как за рубежом, так и в нашей стране. В

данной концепции обозначены следующие основные направления применения ДЗЗ:

- гидрометеорология, где необходимо с высокой периодичностью получать большой объем данных о состоянии облачных покровов и физико-химических параметрах поверхности Земли;
- экологический мониторинг на глобальном, региональном и локальном уровнях;
- мониторинг чрезвычайных ситуаций, включая обнаружение факта ЧС, оценку масштабов и характера разрушений; прогнозирование землетрясений и других разрушительных природных явлений; оповещение о цунами, наводнениях, селях, химическом и ином заражении местности, лесных пожарах, крупных разливах нефтепродуктов и т. д.;
- создание и обновление общегеографических и тематических картографических материалов;
- информационное обеспечение деятельности по землеустройству, прокладке транспортных магистралей, строительству промышленных объектов и градостроительству, составлению кадастров земельных и иных природных ресурсов;
- информационное обеспечение хозяйственной деятельности в ведущих отраслях социальной экономики, связанных с использованием и переработкой природных ресурсов;
- океанография и океанология (зондирование водных поверхностей с целью определения их свойств);
- фундаментальное изучение закономерностей и тенденций изменения глобальных и крупнейших региональных процессов в атмосфере и других оболочках нашей планеты.

Развитие спутниковых систем ДЗЗ тесно связано с прогрессом в области регистрирующей изображения аппаратуры в целом. Так до середины девяностых годов в основном применялись многозональные системы, которые

имели 3 – 7 спектральных каналов и разрешающую способность 100-200 м. [260]. В настоящее время большинство спутниковых систем позволяют осуществлять многозональную (многоспектральную) съемку при разрешающей способности до 0.6 м. [260]. При этом можно получать информацию об объекте исследования в разных диапазонах: рентгеновском, ультрафиолетовом, видимом, инфракрасном. Дальнейшим развитием многозональной системы является переход к гиперзональному зондированию, когда число спектральных каналов достигает 200 – 1000 при очень высоком спектральном разрешении (от 0.1 – 10 нм) и достаточно хорошем пространственном разрешении (до нескольких десятков сантиметров). Переход от традиционной многозональной съемки к гиперзональной не только увеличивает количество информации, но обеспечивает новый качественный характер данных [181, 260, 266].

На рисунке 1.1 представлены несколько снимков одного и того же участка земной поверхности, сделанных в разных спектральных диапазонах с помощью спутниковой системы MODIS. Первое изображение получено в видимом диапазоне, второе в инфракрасном.

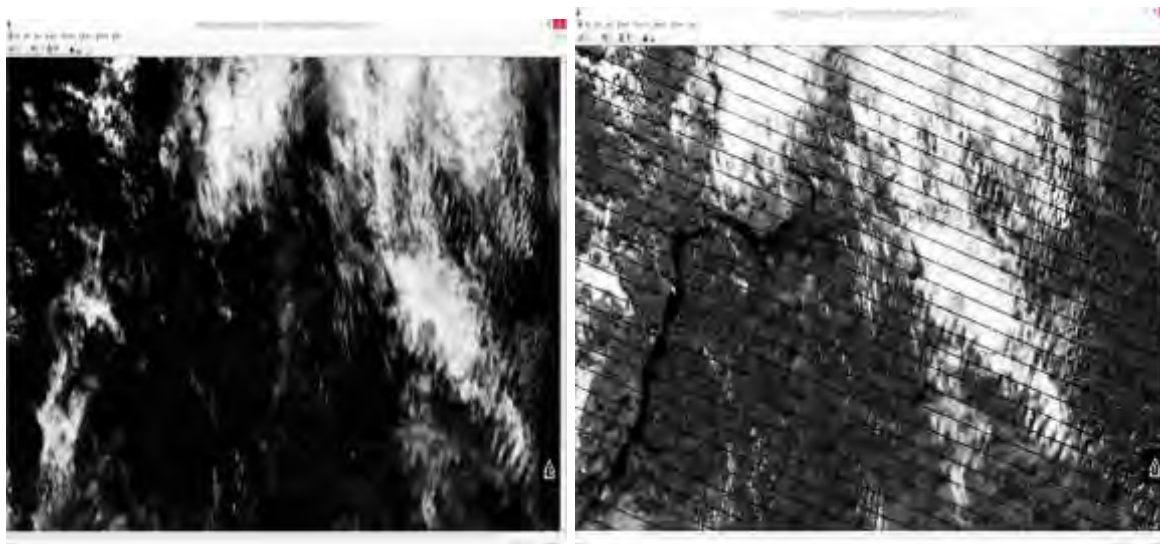


Рисунок 1.1 – Снимки земной поверхности в разных спектральных диапазонах

Несмотря на схожесть изображений, их элементы наблюдаются с разным качеством. Например, изображение реки Волги намного четче выделяется в инфракрасном диапазоне. Все снимки, как изображения одного и того же

участка местности, являются сильно коррелированными, что может вызвать серьезные проблемы при попытках визуальной селекции наиболее информативных участков поверхности.

В общем виде схема обработки МЗИ [189, 229], предполагающая в том числе анализ и обработку этих изображений, включая их фильтрацию, сегментацию и детектирование объектов интереса, близка к процессу обработки обычных плоских изображений. В то же время имеются важные особенности, определяющие сложность решения задач обработки МЗИ. Среди этих особенностей важное место занимают сложные корреляционные зависимости, определяющие характер отдельного МЗИ, а также временных последовательностей таких МЗИ, зарегистрированных в разные моменты времени. Кроме этого характерным является слабая визуальная различимость областей, содержащих важную информацию. При этом эти области могут проявляться лишь на некоторой части исходного спутникового материала.

Указанные особенности требуют адаптации известных алгоритмов обработки изображений, а в ряде случаев разработки новых уникальных решений. Тем не менее, МЗИ обычно представляется в виде набора двумерных изображений, каждое из которых получено в собственном спектральном диапазоне и представляет собой двумерный массив чисел, соответствующих интенсивности излучения, зарегистрированного соответствующим датчиком от элемента поверхности Земли [201, 205]. Тогда само МЗИ можно задать как своеобразный трехмерный массив, каждый элемент которого может быть определен тремя координатами: двумя пространственными и одним номером спектрального канала. Соответственно последовательность многозональных изображений описывается четырехмерным массивом (рисунок 1.2) с двумя особыми измерениями, определяемыми текущим номером спектрального канала и моментом времени регистрации МЗИ.

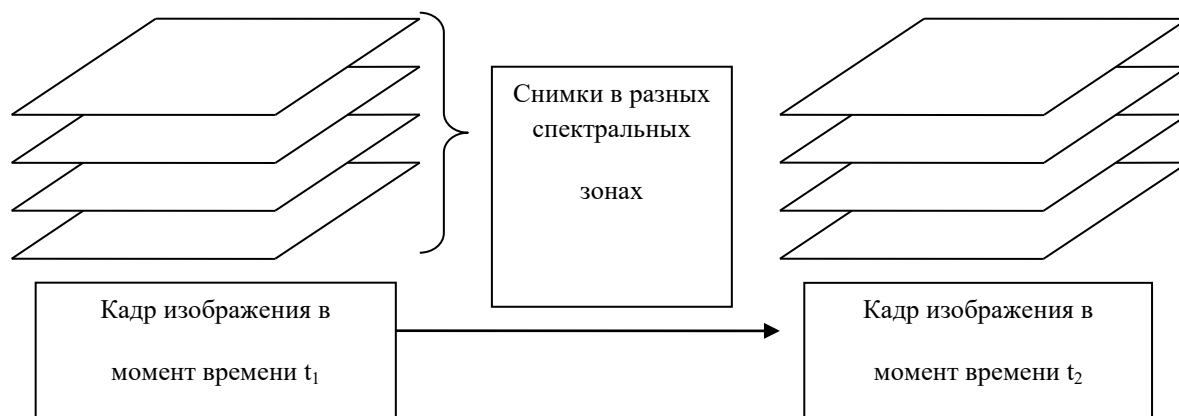


Рисунок 1.2 – Условная схема, описывающая изменяющееся во времени многозональное изображение

Регистрируемые массивы информации и результаты их обработки необходимо сохранять в промежуточных файлах, сжатых одним из известных способов кодировки (tiff, jpg и т.д.) [105, 158, 181, 266, 284]. Для удобства последующей обработки подобные файлы сопровождаются дополнительной информацией, позволяющей определить время и место регистрации МЗИ, его статистические характеристики (минимальное, максимальное и среднее значение яркостей в спектральном диапазоне, разброс этих яркостей и т. д.), дополнительные сведения (тип регистрирующей аппаратуры и особенности регистрации).

Как правило, все действия по обработке спутниковой информации классифицируются на две группы: предварительную обработку и тематический анализ [105, 167, 189]. В ходе предварительной обработки информация, зарегистрированная космическим аппаратом, транслируется в форму, пригодную для хранения и дальнейшей обработки. Кроме этого предварительная обработка предполагает радиометрическую калибровку МЗИ, его географическую привязку и соответствующую геометрическую коррекцию [172, 205, 260]. После устранения пространственных искажений выполняют анализ полученного материала и выделение наиболее важных и информативных с точки зрения решаемой задачи спектральных слоев. Для

этого наиболее широко используются метод главных компонент и метод «наложения» [8, 167, 181, 260].

Основной идеей метода главных компонент является вращение осей спектрального пространства таким образом, чтобы добиться максимальной некоррелированности координат анализируемых точек. Очевидно, при этом происходит изменение координат каждого пикселя относительно новых осей, т. е. меняются их яркостные значения. Продольная секущая, которая соответствует главной оси эллипса, называется первой главной компонентой данных.

Направление первой главной компоненты – первый собственный вектор, а ее длина – первое (максимальное) собственное число. Новая ось спектрального пространства определяется этой первой главной компонентой, а точкам в системе координат, соответствующей этой оси, теперь присваиваются новые координаты. Первая компонента показывает направление и длину главной оси эллипса. Вдоль нее яркости пикселей будут иметь в среднем наибольший диапазон изменчивости, что облегчает разделение объектов по различным яркостным градациям.

После применения метода главных компонент количество каналов, данные которых анализируются, остается прежним, т. к. поворот осей не понижает размерности пространства. Однако несколько первых новых каналов учитывают максимальный разброс данных, и поэтому данными остальных каналов часто можно пренебречь без существенной потери полезной информации. Таким образом, метод главных компонент позволяет существенно уменьшить объем данных.

После предварительной обработки выполняется окончательный анализ (тематическая обработка) спутникового материала [105], результатами которого являются либо искусственные тематические слои (например, полигональное описание посадок тех или иных сельскохозяйственных культур, лесных массивов), либо статистические сведения (объем замерзшей воды в реках и

озерах, площадь свалок мусора), либо признаки наличия тех или иных объектов (пожаров, мест обитания вредителей, подтопления территории и т. д.).

Традиционно тематическая классификация снимка включает в себя следующие этапы [105, 200, 232, 284]: выделение признаков, обучение по выделенным признакам и маркировка. В результате тематического анализа формируется информационное описание заданной территории, предполагающее пространственную привязку заранее известных объектов и распознаваемых признаков. Часто создание соответствующих тематических карт называют процессом классификации спутниковых изображений [109, 161].

Проведение классификации МЗИ предполагает существенное уменьшение объема хранимой и обрабатываемой информации. Действительно, обычно число распознаваемых на изображении объектов не превосходит 10-15 [306]. Это позволяет использовать меньше информации для определения значения каждого пространственного элемента МЗИ и в последующем применять эффективные алгоритмы сжатия этой информации. В связи с этим в ряде работ [306, 308] классификация называется необходимым элементом сжатия МЗИ в том числе для последующей передачи данных [306, 308].

В настоящее время существует широкий спектр программных средств, применяемых для предварительной и тематической обработки данных ДЗЗ [205, 254, 266]. Наиболее распространены ERDAS Imagine, ERMapper, ENVI, IDRISI, НАСА EOS и др. Эти программы предназначены для работы с растровыми и векторными данными. Они позволяют обрабатывать, выводить на экран монитора и подготавливать для дальнейшей обработки в программных приложениях ГИС и САПР различные картографические изображения и геопространственные данные. Программный комплекс содержит представительные библиотеки и возможности для выполнения спектрального и топографического анализа, анализа растительности, водной поверхности, искусственных объектов и классификации изображений по различным алгоритмам.

Рассмотрим кратко ключевые области применения данных ДЗЗ, анализируя работы отечественных и зарубежных исследователей. Одним из наиболее важных и характерных применений алгоритмов обработки спутниковой информации является мониторинг земной поверхности [1, 100, 158, 205 и др.]. Полученные в ходе такого мониторинга и последующей обработки данные используются для определения состояния поверхности Земли, например, для расчета площадей и границ лесов, полей, водоемов и т. д., или оценки результатов деятельности человека, связанных с созданием и эксплуатацией промышленных и жилых объектов, сельскохозяйственных территорий и т. п. Важной для целого ряда практических приложений, например, для построения карт растительного покрова и рационализации использования природных ресурсов, является решение задачи обнаружения изменений в состоянии поверхности Земли. Детектирование таких изменений связано с совместной обработкой временных последовательностей МЗИ [206, 205].

В работах [103, 113] приведен анализ известного подхода к оцениванию санитарного состояния посевов сельскохозяйственных культур и оценка повреждения сельскохозяйственных культур ранними весенними заморозками. Этот анализ основан на данных космического ДЗЗ и использовании вегетационных индексов. Такой подход существенно уменьшает информативность спектральных каналов, так как вегетационные индексы представляют собой скалярную комбинацию сигналов отдельных каналов.

Обработка ДЗЗ может быть использована для оценки состояния лесного покрова и идентификации видов деревьев [136]. Полученные карты могут охватывать большую территорию с детальной информацией о характеристиках этой территории и особенностях лесного фонда (тип деревьев, высота, плотность). Это позволяет не только определять различные типы леса, но и вести рациональное лесопользование, контролируя границы между соответствующими посадками [104]. Ясно, что для больших территорий подобная задача является трудноразрешимой при использовании только

традиционных методы на поверхности Земли. В ряде работ [14, 15, 110] представлены оценки состояния поврежденных пожарами лесов по данным многоспектральных спутниковых измерений. В основном эта оценка осуществляется по результатам анализа различных вспомогательных индексных слоев, например, NDVI.

В работе [120] использован алгоритм MNF (Minimum Noise Fraction) линейной трансформации и неуправляемой классификации для спутникового снимка высокого разрешения RapidEye с целью изучения пространственного распределения и различной степени загрязнения лесных экосистем отходами силикатного производства в Республике Марий Эл. В исследовании также использованы тестовые лесные участки, заложенные во время летних полевых работ 2012 г. в районе изучаемого предприятия.

Внимание к информационным сервисам оперативного мониторинга нефтяных загрязнений на морской поверхности возрастает по мере увеличения масштабов шельфовой добычи и морской транспортировки углеводородного сырья, в связи с необходимостью оперативного реагирования на аварийные разливы нефти и значительным воздействием, которое оказывают нефтяные загрязнения на окружающую среду [138, 139].

В работе [109] описано применение дистанционных методов при решении региональных задач рационального природопользования в регионе Югра Ханты-Мансийского автономного округа. Представлена автоматизированная технология дистанционного мониторинга мест добычи и транспортировки нефти с целью обнаружения и картирования разливов нефти.

Широкое распространение в последнее время получили методы ДЗЗ в геологии [119]. Физической основой для применения ДЗЗ служат особенности спектров природных и антропогенных объектов на земной поверхности. В работе [192] рассмотрены спектры минералов и горных пород, растительности, водных поверхностей, почв, антропогенных объектов в видимом, ближнем и тепловом ИК диапазонах. Анализ существующих алгоритмов картирования минералов-индикаторов геологических обстановок, перспективных на

выявление месторождений полезных ископаемых, выявил широкие возможности применения современных методов для решения задачи распознавания минералов.

Климатические особенности России требуют контроля за ходом половодья на многочисленных крупных реках [172, 254]. В работе [109] описана информационная технология прогноза ежедневных и максимальных уровней воды в период весеннего половодья Средней Оби с использованием наземной и спутниковой информации. В работе [122] рассмотрены основные задачи мониторинга характерных речных бассейнов. При этом авторы обосновывают использование спутникового мониторинга не только для инвентаризации, оценки состояния и динамики элементов экологического каркаса речных бассейнов, но также для поиска и идентификации территорий, пригодных для мероприятий по реконструкции экологического каркаса.

В работе [121] рассмотрены вопросы заиливания водохранилищ, которые сооружены на реках, протекающих в предгорных районах. Показаны дополнительные возможности по контролю таких процессов при использовании спутниковой информации, в частности для получения объективных оценок морфометрических характеристик водоема. Особый интерес мониторинг ДЗЗ в данной задаче приобретает в связи с сокращением наземной наблюдательной сети. Ясно, что оперативный и объективный мониторинг речной поверхности, позволяет решать спектр важных практических задач, связанных с динамическим картографированием водных объектов и их водосборов, а также последующим формированием на основе полученных данных цифровых динамических карт проблемных акваторий.

В работах [171, 182] рассматриваются возможности применения спутникового мониторинга для оценки последствий масштабных природных катастроф (цунами, землетрясений, наводнений и др.). При этом авторы справедливо указывают, что сопровождающее такие катаклизмы разрушение транспортной и телекоммуникационной инфраструктуры существенно усложняет процесс адекватной оценки обстановки и затрудняет принятие

своевременные и обоснованные решения. Выходом в такой ситуации авторы считают широкое использование технологий спутниковой съемки, которые позволяют в сжатые сроки получать объективную информацию о масштабах и последствиях чрезвычайных ситуаций, необходимую для планирования спасательных и гуманитарных операций. Кроме этого, авторы отмечают необходимость применения ДЗЗ для прогнозирования опасных природных и техногенных катастроф.

В работе [193] представлены данные ДЗЗ для оценки влияния шлейфов очистных сооружений Санкт-Петербурга на экологическое состояние Невской губы. Результаты обработки показали высокую эффективность аэрокосмической тепловой и многоспектральной съемки для прослеживания шлейфов очистных сооружений.

Представленный выше анализ подтверждает возрастающий интерес отечественных и зарубежных исследователей к вопросам обработки данных ДЗЗ. Вместе с тем, в настоящее время не существует универсального метода имитации спутниковых изображений и не представляется возможным полное решение задачи описания изображений. Это, в первую очередь, связано со значительными затруднениями, возникающими при описании всевозможных объектов на МЗИ. При этом особое внимание уделяется моделированию процессов формирования сигнала в системе, включающей в себя, кроме самого объекта, среду и прибор [181]. В результате модель должна состоять из набора параметров, связывая их с реальным сигналом. Задачи дистанционного зондирования с точки зрения математического моделирования, анализа и интерпретации экспериментальных данных рассмотрены в [164]. В работе [9] представлено поэтапное преобразование сигналов в тракте оптико-электронных систем ДЗЗ с приведением примеров существующих и оригинальных математических моделей.

Таким образом, современные космические аппараты позволяют выполнять регистрацию МЗИ с достаточным для практического применения качеством, а соответствующее наземное аппаратное и программное

обеспечение дает возможность хранить и обрабатывать эту информацию. Всё это делает материалы ДЗЗ доступными для самого широкого круга пользователей. В связи с этим задачи автоматической обработки получаемого материала приобретают в настоящее время особую актуальность. Кроме того, при решении задач проектирования аэрокосмических систем предпочтительнее использовать материал, близкий к реальному, но моделируемый с помощью современных вычислительных средств. Учитывая вышесказанное, актуальной задачей является разработка новых моделей МИ.

1.3. Обзор методов описания многомерных изображений

Необходимой составляющей большинства решений, связанных с обработкой сигналов разного рода, является математическое описание этих сигналов. В связи с этим выбор соответствующей математической модели является одним из важнейших этапов при разработке алгоритмов обработки. Чем более точной и адекватной реальным сигналам окажется используемая математическая модель, тем более высокие показатели эффективности будут иметь синтезируемые на ее основе алгоритмы.

Существует большое количество методов описания многомерных сигналов. Эти методы можно разделить на два класса [177]. Модели первого класса описывают поля с непрерывными распределениями. К этому классу можно отнести гауссовы и марковские [71, 117, 177, 182, 202] поля, обычно получаемые либо с помощью спектральных преобразований, либо с использованием методов формирующего фильтра. Учитывая дискретный характер реальных систем пространственных датчиков информации и дополнительную дискретизацию по времени при передаче сигналов по цифровым каналам связи, логично рассматривать второй класс моделей, которые представляют случайные поля на многомерных дискретных пространственно-временных сетках [39, 45, 147, 182 и др.]. Наиболее общего описания при этом можно добиться, если использовать тензорные разностные

стохастические уравнения [39, 118, 182]. В этом случае последовательность многомерных кадров определяется как изменяющееся в дискретном времени СП, заданное на многомерной сетке $J_t = \{J = (j_1, j_2, \dots, j_N); j_l = 1, M_l; l = 1, 2, \dots, N\}$, где j_1, j_2, \dots, j_N являются пространственными координатами. Элементами СП являются скалярные случайные величины, соответствующие зарегистрированной яркости изображения в данной точке. Это дает возможность для рассмотрения последовательности изменяющихся кадров исследуемого изображения как СП на прямом произведении $J_t \otimes T$ [38], элементы которого можно определить в виде x_j^t (значение СП в момент времени t в точке j).

В работах [62, 66, 72, 182] подробно рассмотрены вопросы описания регистрируемого изображения как результата дискретизации некоторых непрерывных функций регистрируемой яркости. Существенное внимание при этом уделяется вопросам понимания особенностей оптического сигнала, особенно его спектральных характеристик. В частности, показывается, что механическое рассмотрение спутниковых изображений поверхности Земли как абстрактного набора данных без учета особенностей физических процессов, которые стали источником этих данных, может приводить к существенным ошибкам последующей обработки. Это в том числе обуславливает значение используемой модели как своеобразного посредника между регистрирующими и передающими устройствами, а также алгоритмами обработки изображений. Подтверждение подобной постановки вопроса можно найти в целом ряде работ, связанных с обработкой данных ДЗЗ. Например, в работе [13] предложена методика имитационного моделирования гиперспектральных изображений на основе последовательных приближений. Показывается близость имитируемых изображений и фрагментов гиперспектральных изображений по визуальным и статистическим характеристикам. При этом за рамками работы остались очевидные сложности, возникающие при анализе подобных моделей и синтезе соответствующих алгоритмов обработки. В работе [179] представлена

параметрическая модель трёхмерной автокорреляционной функции для космических гиперспектральных изображений. С помощью этой модели возможно производить имитацию корреляционных функций, близких к соответствующим функциям реальных гиперспектральных изображений. Работа [73] посвящена исследованию вопросов идентификации линейной модели для многозональных изображений. К сожалению, рассмотренный подход не может быть использован для пространственно-неоднородного спутникового материала. Авторы работы [270] предложили для нелинейной обработки спутниковых изображений использовать методы локального порядкового преобразования и методы морфологической компаративной фильтрации на основе взаимного контрастирования изображений. В работах [245, 263] рассмотрены способы обобщения методов формирования гистограмм на случай многомерных изображений были предложены методы построения гистограмм [245] и восстановления изображений при известных границах [263]. Тем не менее, указанные подходы направлены на решение частных задач обработки многомерных сигналов и не могут быть использованы для полноценного описания многозональных изображений и временных последовательностей таких изображений.

Одним из самых общих вариантов описания многомерных изображений может быть расширенная тензорная модель [37, 38]. На ее основе возможно записать следующее линейное тензорное стохастическое разностное уравнение, определяющее поведение последовательности многомерных изображений:

$$x_j^t = \rho_{j\bar{l}}^t x_{\bar{l}}^{t-1} + \theta_{j\bar{l}}^t \xi_{\bar{l}}^{t-1}, \bar{j}, \bar{l} \in J_t, \quad (1.1)$$

где $\{\xi_{\bar{l}}^t, \bar{l} \in J_t\}$ – СП независимых стандартных гауссовских случайных величин (СВ); $\rho_{j\bar{l}}^t, \theta_{j\bar{l}}^t$ – тензоры с двумя групповыми индексами [38]. Такой подход определяет гауссовское марковское СП на прямом произведении $J_t \otimes T$, т. е. прошлое ($\Gamma_t^- = \{x_j^q, \bar{j} \in J_q, q < t\}$) и будущее ($\Gamma_t^+ = \{x_j^q, \bar{j} \in J_q, q < t\}$) независимы относительно кадра $\Gamma_t^- = \{x_j^q, \bar{j} \in J_q\}$. Задачи анализа и синтеза этой модели рассмотрены в работе [38]. Тем не менее, в работах [38, 45] было

показано, что такое представление многомерного СП приводит к значительным сложностям при вычислении. В связи с этим целесообразно использовать представление СП процедурами рекуррентными как по времени, так и по пространственным координатам [45]:

$$x_{\bar{j}} = \Phi_{\bar{j}}(x_{\bar{l}}, \xi_{\bar{l}}), \bar{l} \in G_{\bar{j}}, \quad (1.2)$$

где $G_{\bar{j}}$ – области элементов $\bar{l} \in J$, на которых уже определены предыдущие значения СП $\{x_{\bar{j}}\}$ (каузальное окно) [38,182].

Кроме того, каузальное представление удобно для описания пространственных и динамических свойств реальных изображений. Этим объясняется достаточно частое использование каузального представления. В работе [225] подробно рассмотрены взаимосвязи между каузальными и некаузальными математическими моделями изображений. Показано, что в многомерном случае всякая каузальная модель может быть обобщена до некаузального представления, а в одномерном случае каузальные и некаузальные описания могут быть получены друг из друга.

Одним из важных частных случаев некаузальных моделей являются марковские последовательности, в которых значение текущего элемента зависит не от значений всех предшествующих элементов, а только определённого их количества. Наиболее изученным среди каузальных моделей является класс авторегрессионных (АР) моделей СП [37, 38, 48, 71, 118, 186, 225 и др.]. Класс АР моделей СП порождается линейными стохастическими разностными уравнениями следующего вида [38,225]:

$$x_{\bar{l}} = \sum_{\bar{j} \in D} \alpha_{\bar{j}} x_{\bar{l}-\bar{j}} + \beta_{\bar{j}} \xi_{\bar{l}}, \bar{l} \in J, \quad (1.3)$$

где $X = \{x_{\bar{l}}, \bar{l} \in J\}$ – моделируемое СП, определенное на N -мерной сетке $J = \{\bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_N); j_l = 1, M_l; l = 1, 2, \dots, N\}$; $\{\alpha_{\bar{j}}, \beta_{\bar{j}}; \bar{j} \in D\}$ – коэффициенты модели; $\{\xi_{\bar{l}}, \bar{l} \in J\}$ – порождающее белое СП; $D \subset J$ – каузальная область локальных состояний.

Удобным и достаточно простым для описания является выбор нормально распределённого СП с независимыми компонентами в качестве порождающего.

В этом случае СП X также имеет гауссовское распределение. Примером двумерной АР модели может быть следующая модель первого порядка [196]:

$$\prod_{k=1}^N (1 - \rho_k z_k^{-1}) x_{\bar{i}} = \xi_{\bar{i}}, \bar{i} \in \Omega, \quad (1.1)$$

где $\rho_k, k = 1, 2, \dots, N$ – параметры модели, z_k – оператор сдвига по $-i$ оси, т.е. $z_k^\alpha x_{i_1, i_2, \dots, i_k, \dots, i_N} = x_{i_1, i_2, \dots, i_k + \alpha, \dots, i_N}$ [37].

Корреляционная функция разделимого СП $\{x_{\bar{i}}, \bar{i} \in J\}$ находится как произведение КФ его компонент:

$$R(\bar{k}) = \sigma_x^2 \prod_{i=1}^N R_i(k_i),$$

где $R_i(k_i) = \rho_i^{|k_i|}$ – одномерная нормированная КФ вдоль оси i .

Оценка параметров такой простейшей АР модели достаточно проста [42, 71]. Однако у таких моделей есть существенные недостатки, определяемые ограниченными размерами областей локальных состояний, не позволяющие в полной мере использовать её в качестве адекватной модели многомерного изображения. Поэтому для адекватного моделирования в рамках применения АР уравнений необходимо либо увеличивать область локальных состояний, что сопровождается значительным ростом вычислительных затрат, либо отказаться от АР вида модели.

Увеличение размеров областей локальных состояний АР модели приводит к серьезным математическим и вычислительным трудностям. Действительно, расширение области локальных состояний приводит к описанию СП с помощью совокупности одномерных АР уравнений порядка m :

$$x_i = \rho_1 x_{i-1} + \rho_2 x_{i-2} + \dots + \rho_m x_{i-m} + \xi_i, i = 1, 2, \dots, M.$$

Чтобы повысить порядок модели для описания МИ, запишем АР модель в следующем более общем виде:

$$x_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \sum_{j_1=0}^{M_1} \sum_{j_2=0}^{M_2} \dots \sum_{j_N=0}^{M_N} \rho_{j_1, j_2, \dots, j_N} x_{i_1-j_1, i_2-j_2, \dots, i_N-j_N} + \xi_{i_1, i_2, \dots, i_N}, \quad (1.2)$$

где $\{x_{i_1, i_2, \dots, i_N}\}$ – реализация СП (изображение); $\{\rho_{j_1, j_2, \dots, j_N}\}$ – весовые коэффициенты для элементов, отстающих друг от друга по осям i_1, i_2, \dots, i_N на

j_1, j_2, \dots, j_N пикселей соответственно; $\xi_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ – независимые гауссовские СВ с нулевыми средними и дисперсией.

Ковариационная функция модели (1.2) может быть определена из следующих соотношений:

$$R(k_1, k_2, \dots, k_N) = \frac{1}{1 + \rho_{0,0,\dots,0}} \sum_{j_1=0}^{M_1} \sum_{j_2=0}^{M_2} \dots \sum_{j_N=0}^{M_N} \rho_{j_1, j_2, \dots, j_N} R(i_1 - j_1, i_2 - j_2, \dots, i_N - j_N), k_1 > 0, k_2 > 0, \dots, k_N > 0$$

Выбор начальных значений КФ по данной формуле после решения системы уравнений Юла-Уокера [48] дает коэффициенты корреляции, позволяющие адаптировать модель для описания реального изображения.

Однако аппроксимация такой моделью изотропных СП не всегда приводит к сходству их статистических свойств. Например, для получения гауссовской КФ изотропного СП

$$R(k_1, k_2, \dots, k_N) = \rho \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + \dots + k_N^2}$$

невозможно подобрать коэффициенты АР со сколь угодно большой, но конечной областью локальных состояний.

Проведенный анализ показал, что из всего многообразия многомерных АР моделей можно выделить наиболее простую группу, позволяющую имитировать СП с квазиизотропными свойствами. Такой группой являются АР модели с кратными корнями характеристических уравнений (АРКК модели) [162]. Эти модели могут быть записаны в следующей операторной форме

$$\prod_{k=1}^N (1 - \rho_k z_k^{-1})^{m_k} x_{\bar{l}} = \xi_{\bar{l}}, \bar{l} \in J, \quad (1.3)$$

где m_k , $k=1,2,\dots,N$ – кратности модели по соответствующим осям. Для иллюстрации рассмотрим подробно поведение данной модели в двумерном случае. При этом сама модель (1.3) может быть записана как

$$(1 - \rho_1 z_1^{-1})^{m_1} (1 - \rho_2 z_2^{-1})^{m_2} x_{i,j} = \xi_{i,j}, i = 1..M_1, j = 1..M_2.$$

В частности, после преобразования из частотной области в пространственную для кратности $m_1 = 2, m_2 = 2$ это же уравнение запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{ij} = F_{ARMR2,2}(\rho_{1ij}, \rho_{2ij}, \xi_{ij}) = \\ = 2\rho_{1ij}x_{i-1,j} + 2\rho_{2ij}x_{i,j-1} - 4\rho_{1ij}\rho_{2ij}x_{i-1,j-1} - \rho_{1ij}^2x_{i-2,j} - \rho_{2ij}^2x_{i,j-2} + \\ + \rho_{1ij}^2\rho_{2ij}x_{i-2,j-1} + \rho_{1ij}\rho_{2ij}^2x_{i-1,j-2} - \rho_{1ij}^2\rho_{2ij}^2x_{i-2,j-2} + \xi_{ij}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

Реализация СП размером 200×200 , порожденного этим стохастическим разностным уравнением с параметрами $\rho_1 = 0.9$ и $\rho_2 = 0.9$, представлена на рисунке 1.3, б. На этом же рисунке представлена реализация СП, полученная с помощью модели Хабиби (рисунок 1.3, а). Интервал корреляции для этих реализаций одинаков и составляет 25 пикселей.

Можно показать [302], что КФ для рассматриваемой модели (1.4) значительно отличается от КФ случайного поля Хабиби (1.1) и принимает следующий вид:

$$R(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \left(1 + \frac{1-\rho_1^2}{1+\rho_1^2} |k_1|\right) \left(1 + \frac{1-\rho_2^2}{1+\rho_2^2} |k_2|\right) \rho_1^{|k_1|} \rho_2^{|k_2|}, \quad (1.5)$$

где σ_x^2 – дисперсия СП; ρ_1, ρ_2 – параметры модели; k_1 и k_2 – расстояния между элементами СП по осям x и y .

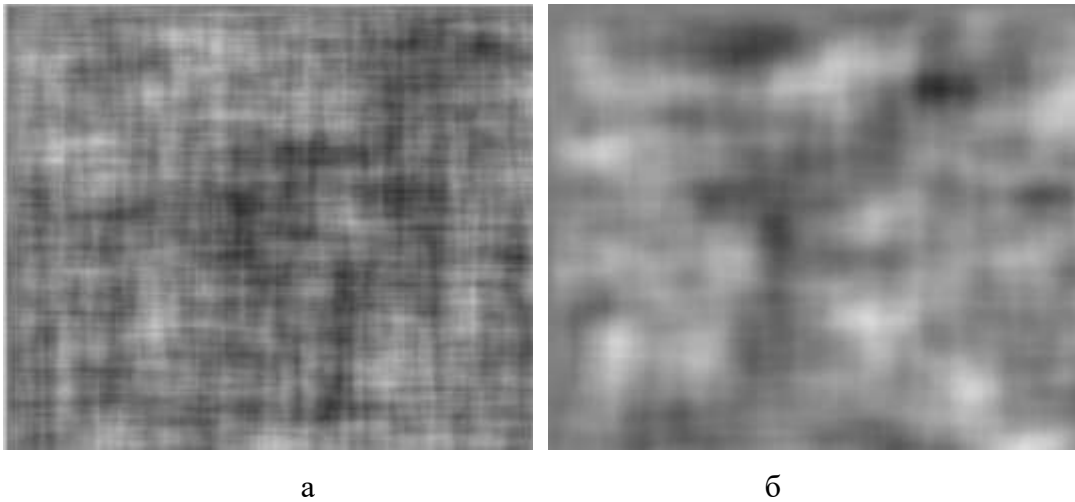


Рисунок 1.3 – Реализации АРКК модели первого (а) и второго (б) порядков

На рисунке 1.4 представлены сечения КФ для СП Хабиби (сплошная линия) и СП, порожденного моделью (1.4) (пунктир).

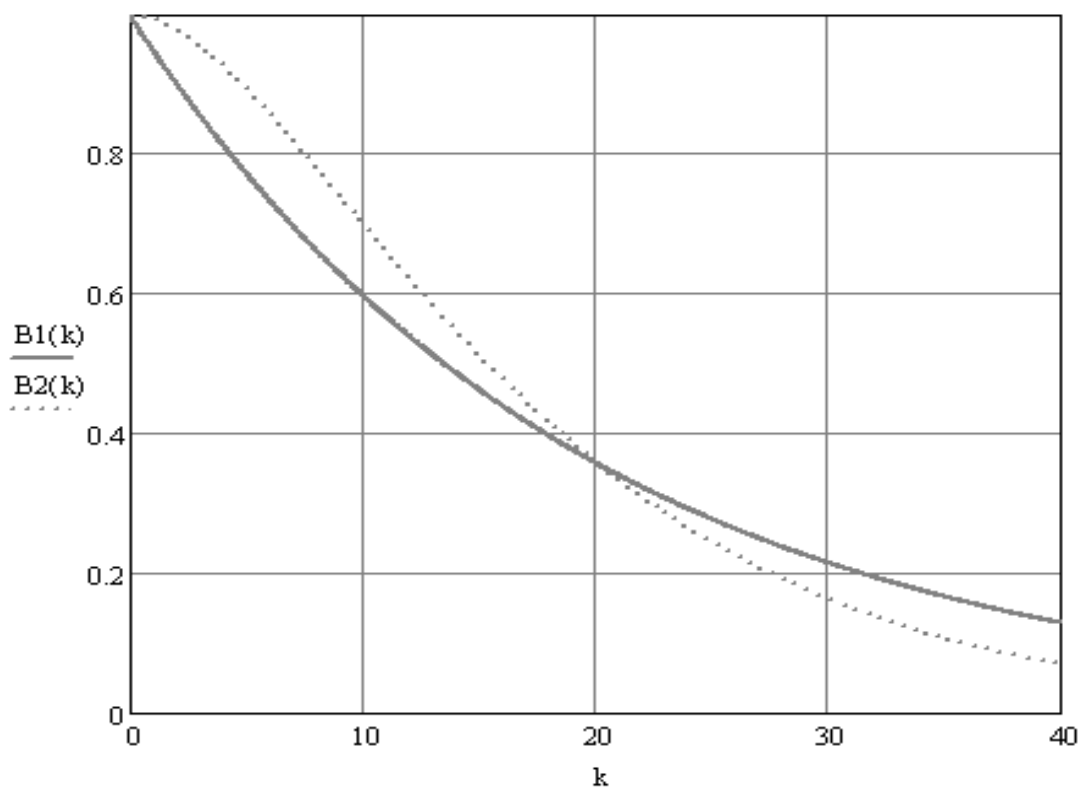


Рисунок 1.4 – Сечения корреляционных функций

Анализ графиков показывает, что КФ для модели с кратными корнями характеристических уравнений (1.4) имеет «колоколообразную» форму, благодаря чему близко расположенные друг к другу элементы СП обладают большей связью. Это свойство в одномерном случае позволяет получить сглаженную случайную последовательность, а в двумерном – плавные переходы яркости между соседними пикселями.

Нетрудно увидеть, что простейшая трехточечная модель Хабиби [196] может быть представлена АРКК моделью (при $m_1 = 1, m_2 = 1$). На рисунке 1.5 приведены реализации СП, порожденные АРКК моделью при различных параметрах.

коррелированность формируемого поля, выражаемая степенью гладкости представленных изображений.

Анализ реализаций СП, порожденных АРКК моделями, показывает, что с ростом кратности они приближаются по характеру к изотропным СП. Соответствующие изменения проявляются и в виде КФ. Действительно, рассмотрим вначале двумерный случай при кратности $m = 2$. Корреляционная функция такого СП имеет вид (1.5), и при $1 - \rho_i \ll 1$ получаем

$$R(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \left[1 - \frac{k_1^2}{a^2} - \frac{k_2^2}{b^2} + k_1^2 k_2^2 (1 - \rho_1)^2 (1 - \rho_2)^2 A(\rho_1) B(\rho_2) \right],$$

где $a = \sqrt{\frac{1 + \rho_1^2}{(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_1)}}$; $b = \sqrt{\frac{1 + \rho_2^2}{(1 - \rho_2^2)(1 - \rho_2)}}$; $A(\rho_1) = \frac{1 + \rho_1}{1 + \rho_1^2}$; $B(\rho_2) = \frac{1 + \rho_2}{1 + \rho_2^2}$.

Очевидно, сечения $R(k_1, k_2)$ близкого к $R(k_1, k_2) = 1$ уровня асимптотически, при $1 - \rho_i \rightarrow 0$, являются эллипсами.

С помощью метода математической индукции можно показать, что при больших интервалах корреляции КФ двумерного СП (1.4), порожденного авторегрессиями с корнями характеристических уравнений произвольной кратности m_1 и m_2 , может быть записана в виде

$$R(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \left[1 - \frac{k_1^2}{a^2} - \frac{k_2^2}{b^2} + k_1^2 k_2^2 (1 - \rho_1)^{m_1} (1 - \rho_2)^{m_2} A(\rho_1) B(\rho_2) \right].$$

Анализ полученной формулы показывает, что с ростом кратности слагаемое, отличающее сечения КФ от эллипсов, уменьшается и при больших кратностях условие $1 - \rho_i \ll 1$, $i = 1, 2, \dots, M$, становится не таким уж обременительным. Вывод о возрастании изотропии СП вслед за увеличением кратности корней подтверждается анализом соответствующих графиков – сечений КФ на различных уровнях (рисунок 1.6).

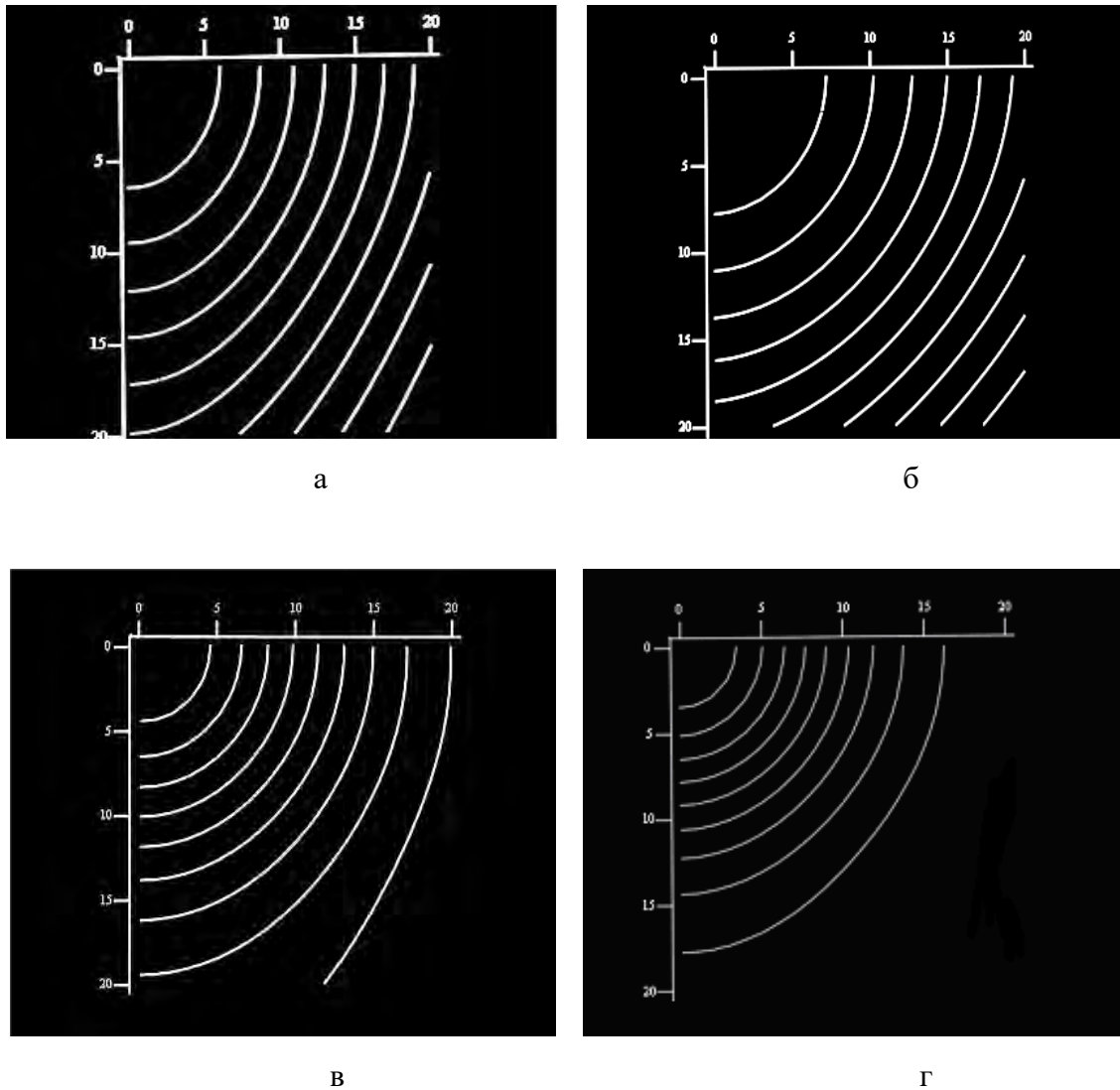


Рисунок 1.6 – Сечения КФ на уровнях от 1 до 0 с шагом 0,1 для АРКК модели с параметрами $m_1 = m_2 = 3$ (а); $m_1 = m_2 = 6$ (б); $m_1 = m_2 = 9$ (в); $m_1 = m_2 = 12$ (г)

Представленные АР уравнения могут быть обобщены на случай представления кадров многозонального изображения. Для этого воспользуемся АР уравнением, заданным на трехмерной сетке. Коэффициент корреляции между слоями выбирается на основе данных о межкадровых корреляциях внутри многозонального изображения. Кратность модели вдоль введенной третьей оси выбирается в соответствии с характером корреляционных связей между слоями многозонального изображения. Для моделирования формирующейся во времени последовательности многозональных изображений к такой модели можно добавить еще одно измерение, положив, например, кратность модели вдоль временной оси равной единице. На рисунке 1.7

показаны построенные таким образом реализации четырехмерного СП, содержащие по два кадра в каждом временном сечении.

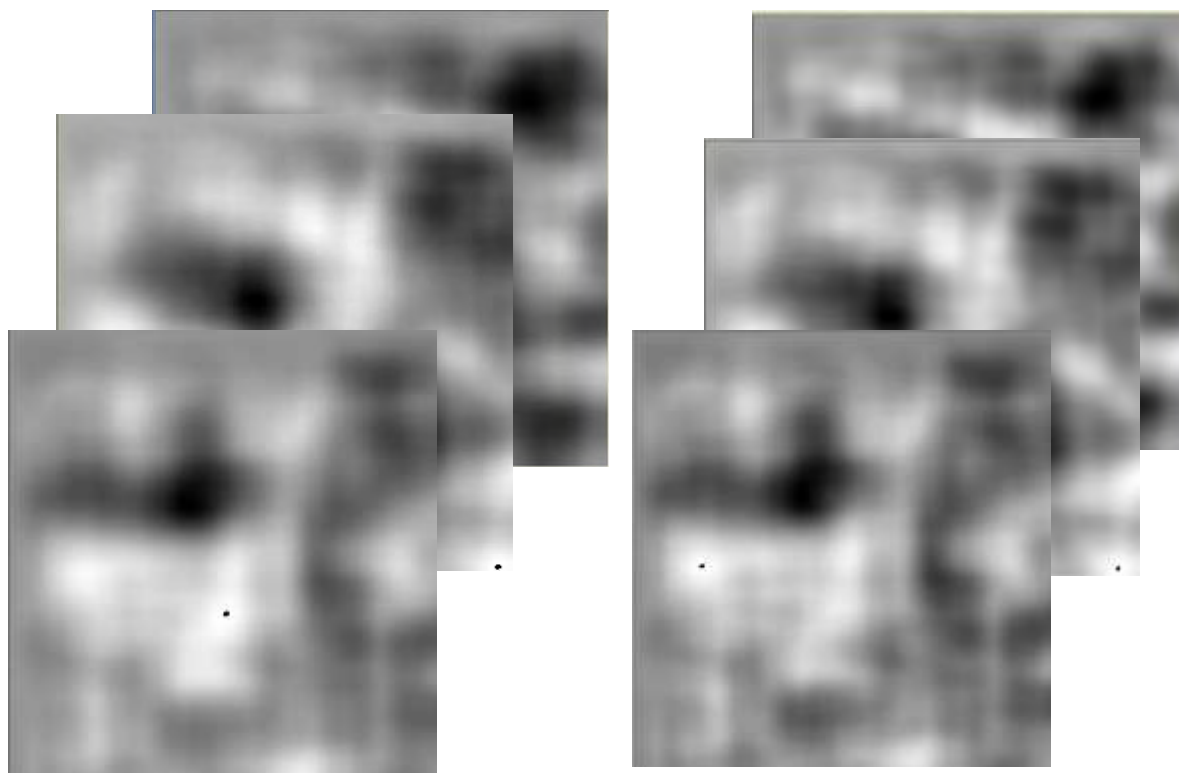


Рисунок 1.7 – Реализация последовательности многозональных изображений с помощью модели (1.3)

Следует отметить еще одно достоинство АРКК моделей – простоту идентификации параметров СП любой размерности. Действительно, для идентификации можно использовать следующую двухэтапную процедуру, проводимую независимо по каждой из осей. Первый этап этой процедуры связан с получением оценок значений кратности характеристических корней АР уравнений. Такие оценки могут быть получены на основе методики определения порядка АР одномерной последовательности. На втором этапе производится определение значения параметра ρ , например, на основе выборочных значений КФ [38].

В работах [38, 304] предложено использовать комбинации АРКК моделей для имитации пространственно неоднородных изображений. При этом используются результаты анализа реальных спутниковых изображений,

показывающие присутствие на снимках так называемого "фонового изображения" – слабокоррелированных участков, на фоне которых и наблюдается основной сигнал. Проведённый анализ корреляционных свойств фонового изображения и основного сигнала показал, что КФ основного сигнала очень близка по своей форме к КФ изображения, смоделированного по модели кратных корней, что подтверждает адекватность данной модели. Это позволяет использовать следующий способ построения неоднородных изображений. Пусть имеется некоторое изображение – реализация АРКК модели, параметры которой близки к единице. Яркости в получившемся изображении в силу высокой внутрикадровой корреляции будут меняться медленно. В сформированном изображении выделяются области, содержащие точки, яркости в которых будут больше заданного порога. На рисунках 1.8-а и 1.8-б представлены трёхмерные поверхности, точки которых являются значениями яркости в исходном изображении.

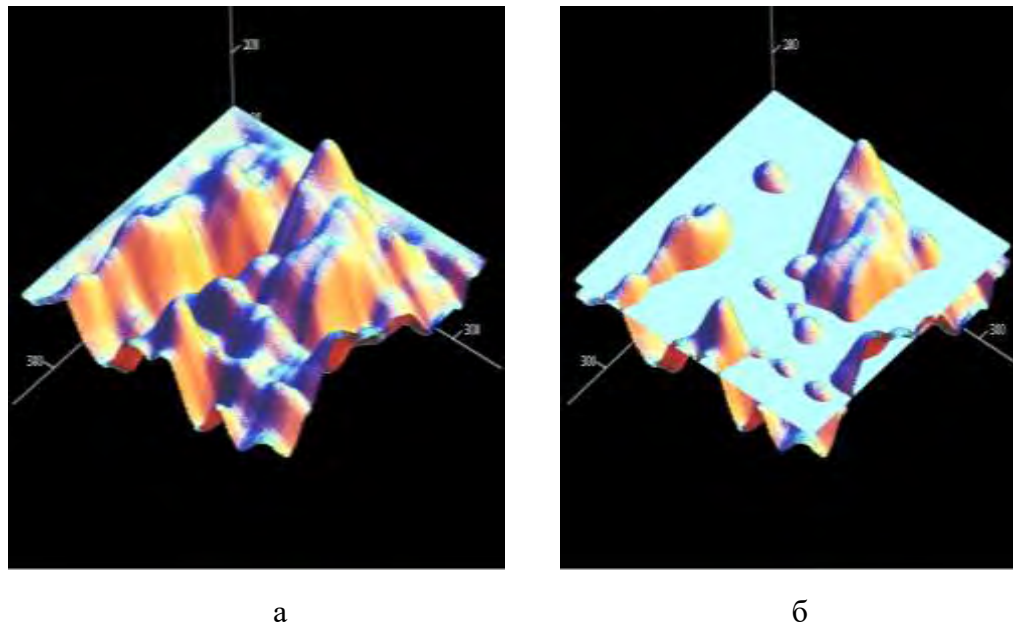


Рисунок 1.8 – Разделение изображения на непересекающиеся области

Области, содержащие точки выше заданной яркости, заполняются изображениями на основе модели кратных корней, но с другой кратностью и другими параметрами. Аналогичные действия выполняются и для оставшихся

областей. На рисунках 1.9а, 1.9б представлены результаты такого моделирования.

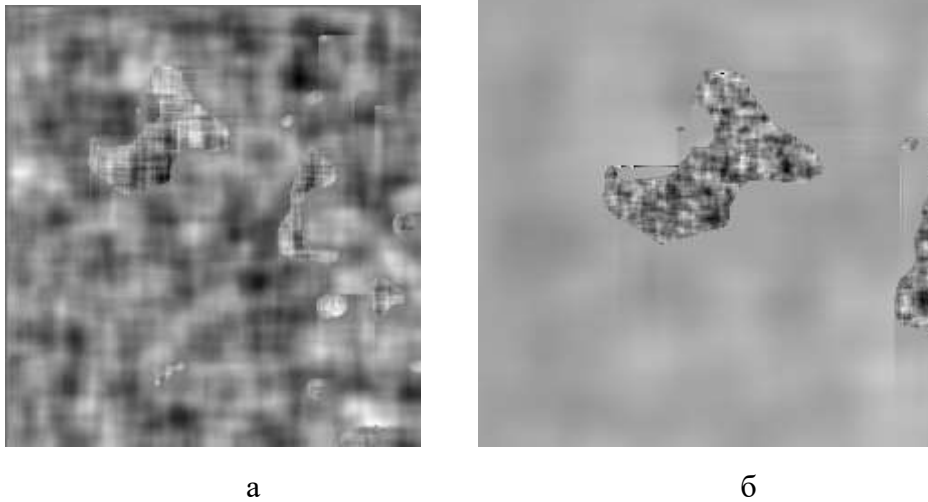


Рисунок 1.9 – Примеры неоднородных изображений, получившихся в результате реализации алгоритма с использованием областей

Таким образом, используя АРКК модели, можно просто и с небольшими вычислительными затратами формировать квазиоднородные изображения, сходные по своим характеристикам с реальными. Такие изображения могут быть использованы для отработки различных алгоритмов. Однако сама итоговая модель уже будет являться смешанной. При этом такая модель представляет собой сложный материал для анализа.

Кроме каузальных АР моделей СП на плоских и пространственных прямоугольных сетках можно выделить множество соответствующих им некаузальных моделей (NCAR). Значения яркости в этих моделях определяются не только условно предыдущими, но и последующими значениями СП [225, 319]. Формирующий шум при этом обычно нормальный аддитивный [225]. В такой формулировке NCAR модели оказываются близки к гауссовым марковским моделям (GMRF). Различие между ними заключается в пространственной корреляции совокупности имитируемых случайных величин [55, 225]. В работе [318] предложен метод итеративной оценки и алгоритм синтеза двумерных моделей NCAR, иллюстрирующий применение NCAR

модели для синтеза изображений, подобных реальным изображениям, обладающих локальными повторяющимися свойствами.

Таким образом, существует большое количество методов описания многомерных изображений, основанных на AP уравнениях. Важное место среди них занимают модели с кратными корнями характеристических уравнений, применение которых позволяет моделировать квазиизотропные СП. Это связано с тем, что математическое описание таких моделей является достаточно простым. Однако увеличение порядка таких AP, а тем более многомерных, хотя и приближает имитируемые изображения к реальным, приводит к существенному увеличению вычислительных затрат.

Возможным вариантом перехода к изотропной модели может быть поиск адекватной модели изображений в классе, отличном от AP. Неавторегрессионными моделями, например, являются: волновая модель [117], приводящая при реализации к слишком гладким полям, а также модели гиббсовских полей [61, 205, 225], в которых значение СП в точке зависит от ближайших соседей, лежащих в некоторой окрестности. Хотя данный метод имитации позволяет реализовывать широкий класс изображений, формирование таких полей зачастую требует достаточно большого количества итераций для обеспечения заданных свойств. Однако более значительным их недостатком является сложность аналитического описания и, как следствие, разработки алгоритмов обработки подобного рода изображений. Аналогичными недостатками обладают и модели СП Изинга [240, 258], изначально представляющие собой идеализированную систему взаимодействующих частиц, расположенных на регулярной плоской сетке.

Выражения, используемые в волновых моделях, выглядят следующим образом:

$$S(x, t) = \sum_{\{i, r \leq t\}} f(x, t; u_i, \tau_i; \bar{\omega}_i),$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $u_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ – точки n -мерного пространства; t , τ_i – время; $\{u_i, \tau_i\}$ – дискретное поле случайных точек (ПСТ); $\bar{\omega}_i$ – вектор случайных параметров функции.

Такие СП можно интерпретировать как результат суммарного воздействия случайных возмущений (волн) $f(x, t; u_i, \tau_i; \bar{\omega}_i)$, которые возникают в случайных местах u_i в случайные моменты времени τ_i и меняются по определенному закону во времени и в пространстве. Выбор способа формирования волн f , параметров ПСТ и $\bar{\omega}_i$ дает возможность получать широкий спектр различных СП. Примером могут служить пуассоновские поля [141], модель взвешенных сумм, модели случайных блужданий [38, 117].

Для формирования СП, порожденных волновыми моделями, требуются значительные вычислительные затраты. Также в настоящее время не решена задача аналитического представления законов распределения вероятностей волновых моделей. Пример реализации волнового СП представлен на рисунке 1.10.

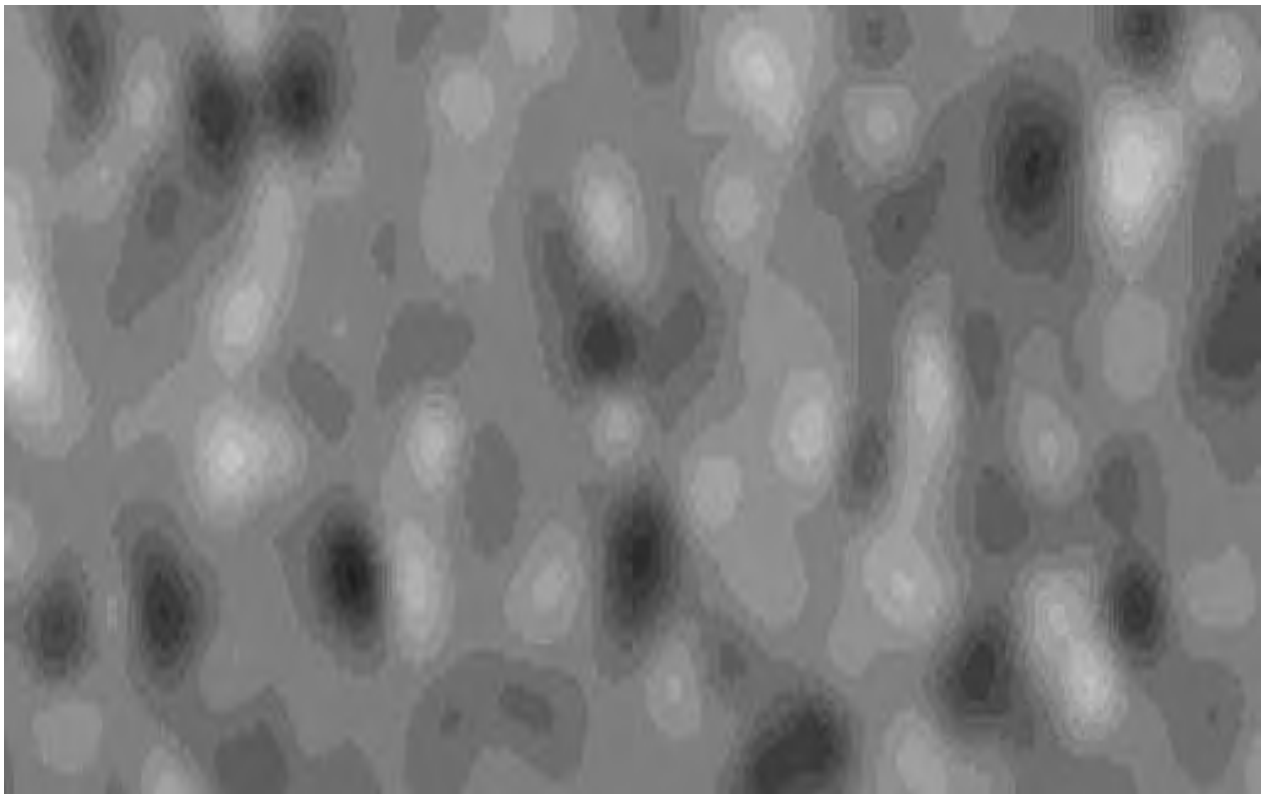


Рисунок 1.10 – Реализация СП, порожденного волновой моделью

Очевидно, что, отбрасывая связи элементов по всему изображению и принимая за основу лишь связи между ближайшими элементами, невозможно полностью описать свойства реальных изображений. Определяющей причиной неполноты такого описания является тот факт, что на реальном изображении различные участки, как правило, характеризуются разными статистическими свойствами. Типичным примером могут быть изображения, содержащие контуры. В работах [60, 200] изображение рассматривается как комбинация двух независимых компонент – кусочно-гладкой (контурной) пространственной компоненты, определяющей глобальные яркостные изменения, и высокочастотной компоненты, задающей текстуру, шум, а также мелкие детали.

Такие модели хорошо соответствуют реальному материалу, могут быть использованы при решении различных задач, однако их главный недостаток – сложность решения задачи синтеза изображений по заданным параметрам.

Леви (Levi) [269] в 1956 г были впервые представлены модели марковских случайных полей (MRF). Дискретные двумерные MRF, базирующиеся на непрерывном случае, предложенном Леви (Levi), были сформулированы Вудсом (Woods) [312]. Дискретная MRF модель описывает каждый пиксель как взвешенную сумму соседних пикселей и СВ с нормальным распределением. Марковские СП являются хорошей вероятностной основой для моделирования и интеграции предварительных знаний об изображениях и сценах. В связи с этим такой вариант описания нашел широкое использование в некоторых задачах цифровой обработки сигналов, например, в задачах восстановления изображений [251, 267]. Однако в последние годы наблюдается тенденция отхода от строго вероятностной интерпретации MRF [165, 215].

Важным случаем некаузальных моделей изображений являются гиббсовские случайные поля [55, 61, 225, 285 и др.], для которых текущее значение СП зависит от ближайших соседей, в пределах наперед заданной окрестности. Для таких СП можно записать следующие стохастические уравнения [55]:

$$x(p) = f(\{x(u), u \in G_p\}, \xi_p),$$

где $x(p)$ – значение СП в точке p ; G_p – множество ближайших соседей; ξ_p – случайная величина. В линейных моделях последнее выражение может быть представлено в следующем виде:

$$x(p) = A(x(u), u \in G_p) + \xi_p, \quad (1.6)$$

где A – матрица, определяющая характер имитируемого поля; $(x(u), u \in G_p)$ – вектор из отсчётов СП, составленный из множества соседних элементов G_p ; ξ_p – случайная величина. При имитации СП по гиббсовской модели сначала разыгрываются случайные величины ξ_p , а затем производится решение системы линейных уравнений (1.6).

В работе [55] показана особенность гиббсовской модели, в случае если модули всех собственных значений матрицы A меньше единицы. Тогда возможна реализация модели (1.6) прямой прогонкой, начиная с тождественно нулевого приближения. Важным примером такой особенности, часто используемым на практике, является гиббсовская модель, предполагающая усреднение по ближайшим отсчётам с суммой модулей коэффициентов меньше единицы.

В работах [55, 225] раскрыто, что распределение Гиббса (РГ) при решении проблемы взаимозависимости элементов в многомерном распределении основано на геометрическом понятии клик и понятии потенциалов взаимодействия значений сигнала на этих кликах. Это означает, что элемент изображения $x_{\bar{t}}$ в точке с координатами \bar{t} связан с другими элементами, что обуславливает их вероятностную взаимозависимость. Вокруг каждой точки изображения формируется множество групп точек. Элементом каждого из этих множества является и данная точка. Каждое из таких множеств определяются как клика. Таким образом, на каждую точку приходится восемь клик. Однако в модели могут присутствовать разнообразные клики, что служит источником разнообразия данных моделей. На каждой клике задаётся потенциал взаимодействия (ПВ-функция) значений в точках, составляющих

кликлу. В работе [71] простейшее распределение для однородного и изотропного СП определяется 8 параметрами и имеет вид:

$$P(x) = c_x \exp \left\{ - \sum_{i,j \in \Omega_x} \sum [V_{x(i,j),x(i,j-1)}^{(1)} + V_{x(i,j),x(i,j-1)}^{(2)} + V_{x(i,j),x(i,j-1)}^{(3)} + V_{x(i,j),x(i,j-1)}^{(4)}] \right\},$$

где X – совокупность всех отсчетов изображения; $V^{(i)}$ – потенциал взаимодействия; Ω_x – множество узлов решётки, на котором задано изображение; c_x – константа, которую находят из условия нормировки распределения вероятностей:

$$\sum P(X) = 1,$$

в котором суммирование выполняется по множеству реализаций СП.

Обычно РГ записывают в более компактной форме:

$$P(x) = c_x \exp \{-U(X)\}.$$

Второе СП Y , также подчиняющееся РГ, имеет потенциалы взаимодействия, описываемые квадратичной функцией:

$$V_y^{(1)} = \frac{(y_{i,j} - \rho^{(k)} y_{i,j-1} - m)^2}{2D},$$

с параметрами m , D и $\rho^{(k)}$.

Показано [225], что, используя эти примеры однородных полей, можно построить модель неоднородного изображения, для которой совместное распределение:

$$P(X, Y) = c \exp \left\{ - \sum_{i,j \in \Omega} \sum_{k=1}^4 V_x^{(k)} + \frac{(y_{i,j} - \rho^{(k)}(x_{i,j}) y_{i,j} - m(x_{i,j}))^2}{2D(x_{i,j})} \right\},$$

где Ω – множество узлов решётки, общее для обоих СП; c – нормировочная константа, обеспечивающая равенство единице суммарной вероятности для дискретного поля $x_{i,j}$ и непрерывного $y_{i,j}$.

В работах [55, 321] исследуются вопросы имитации изображений с помощью итеративного процесса, построенного на основе модели модели Гиббса и использующего методы МСМС (цепь Маркова – Монте-Карло), такие

как, например, МЕА (Metropolis exchange algorithm). Учитывая симметричность окрестности, можно определить энергию Гиббса $E(x)$ на сетке. Совместные вероятности, соответствующие энергии Гиббса, образуют гиббсовское СП:

$$P(x) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\frac{1}{T} E(x) \right\},$$

где Z – константа (статсумма); T – «температура» поля.

Считается [55], что параметр T изменяется с каждым шагом итерации по закону:

$$T_i = \frac{c}{\lg(1 + \frac{i}{i_{cq}})},$$

где $i = 0, 1, \dots$ – номер итерации; i_{cq} – число итераций; c – константа.

Варьируя эти параметры, можно получать различные поля. На рисунке 1.11 представлен ряд изображений Гиббса при различных значениях c .

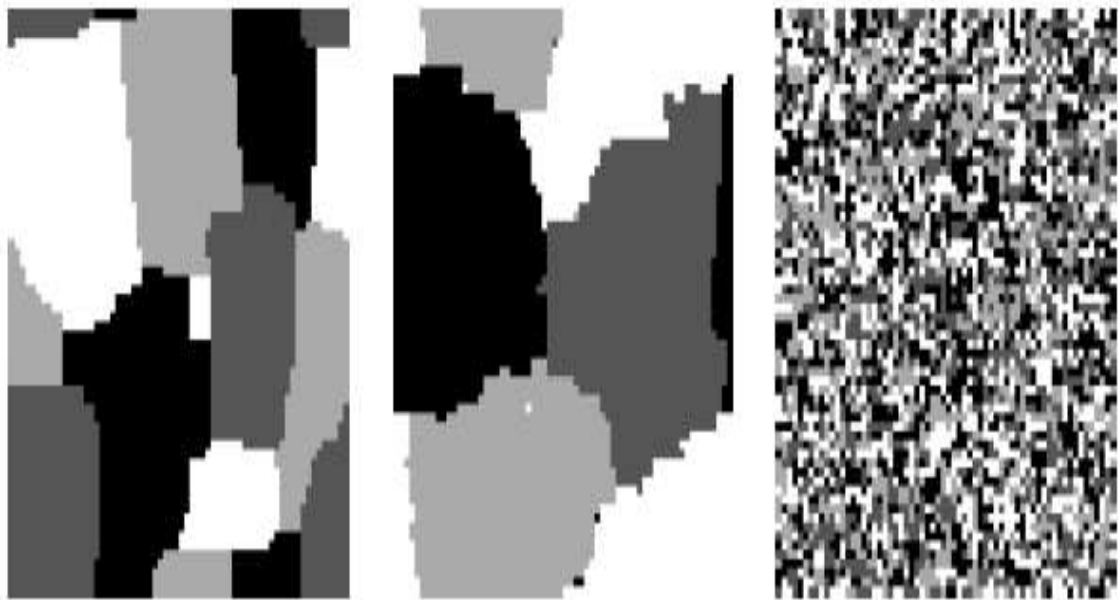


Рисунок 1.11 – Изображения на основе полей Гиббса

Связь марковских СП и РГ выражена в теореме Хаммерсли-Клифорда [251], которая утверждает, что X марковское СП тогда и только тогда, когда $P(X = x)$ является РГ:

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ - \sum_k \varphi_k(x_k) \right\},$$

где Z – коэффициент нормализации.

При этом совместное распределение набора СВ $X = \{x_k\}$ в марковском СП вычисляется по формуле:

$$P(x) = \frac{1}{Z} \prod_k \varphi_k(x_k),$$

где $\varphi_k(x_k)$ – потенциальная функция, описывающая состояние СВ в k -ой клике; Z может быть вычислен по формуле:

$$Z = \sum_{x \in X} \prod_k \varphi_k(x_k).$$

В последнее время широкое применение в обработке изображений находят текстуры [22, 105, 137 и др.]. Применение текстурных способов описания во многом объясняется широким диапазоном имитируемых изображений, которые могут быть подобраны достаточно близко к реальным снимкам. Однако аналитические сложности делают маловероятным целостное представление реальных изображений, состоящих из большого количества текстурных фрагментов. Набор примерных текстур генерируется синтетически с использованием только небольшого числа параметров, как показано на рисунке 1.12.

Для моделирования облачности использовать текстуры предложено в работе [59], где для имитации облачного покрова выбраны текстуры Перлин-шума [59], представленные на рисунке 1.10.

Несмотря на возможность описания достаточно большого числа изображений, текстурный анализ тоже имеет свои недостатки. В частности, отсутствует теория синтеза текстур, которые могли бы обеспечить надежное распознавание в реальных условиях. Поэтому в настоящее время изобретаются новые и новые текстурные признаки, проверка которых осуществляется при решении практических задач.

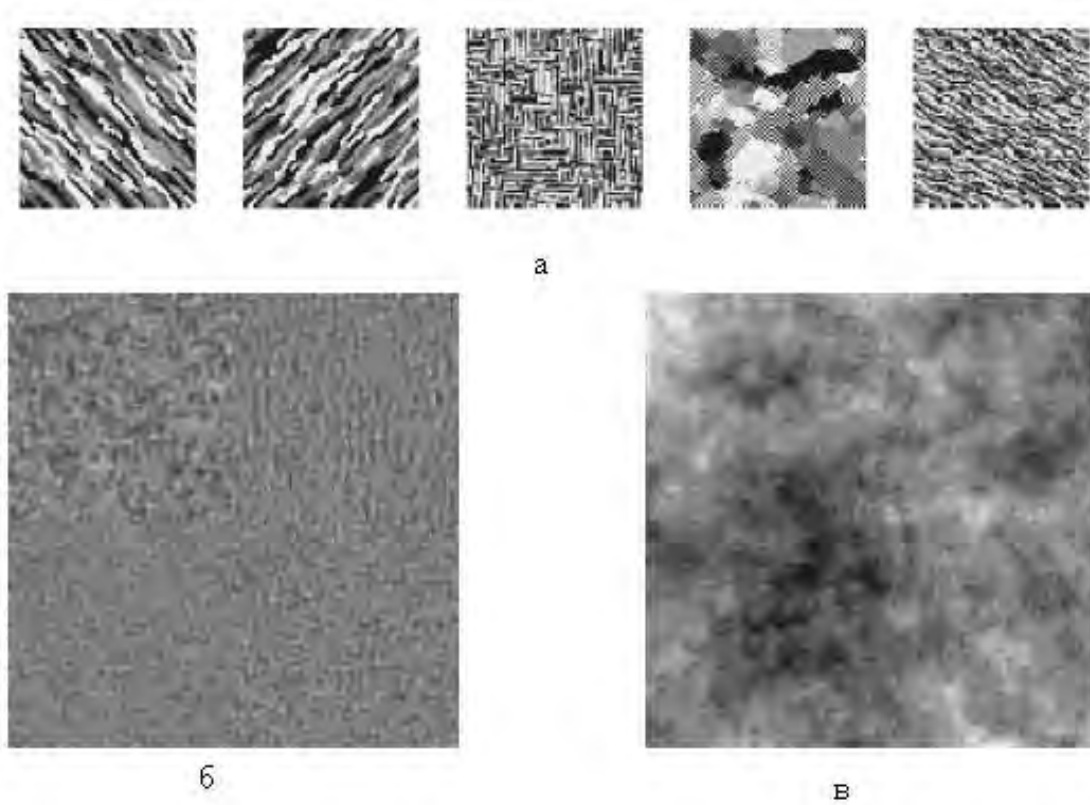


Рисунок 1.12 – Различные варианты текстур: текстуры порождаются дискретной марковской моделью СП (а); четыре текстуры (в каждом из четырех квадрантов) порождаются моделями гауссовских марковских СП (б); текстура порождается фрактальной моделью (в).

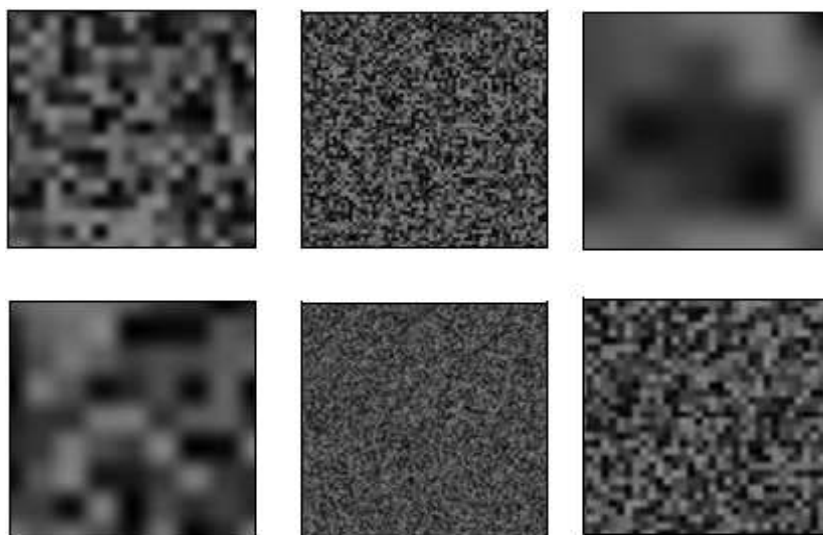


Рисунок 1.13 – Примеры составляющих текстур Перлин-шума

В работе [22] предлагается выполнять моделирование многоспектральных пространственно-неоднородных динамических полей яркости на основе использования методов синтеза случайных текстур. При этом в качестве базовой математической модели для генерации реализаций двумерных стохастических текстур используется метод фазового спектра [22]. Тогда реализации двумерной пространственной спектральной модели можно рассматривать как обобщения результатов обработки изображений полей яркости природных образований, полученных в разных условиях и с различных систем ДЗЗ [22]. Такие реализации могут быть построены с учетом состава входных данных, которыми оперирует пользователь при синтезе изображений.

Сама спектральная плотность мощности представима в виде [22]:

$$G(v_x, v_y) = \begin{cases} v^{-p}, & \text{если } f(v_x, v_y) \leq 0, \\ Qv^{-q}, & \text{если } f(v_x, v_y) > 0, \end{cases}$$

где (v_x, v_y) – функция формы СП; p и q – параметры наклона; Q – некоторый коэффициент.

Рассмотренная модель дает возможность имитировать МЗИ, близкие по своим свойствам к реальным спутниковым изображениям. Однако характер и особенности описанной процедуры синтеза МЗИ приводят к почти непреодолимым сложностям при решении задач аналитического представления законов вероятностного распределения такой модели.

Большая часть проанализированных моделей изображений ориентирована на имитацию пространственно однородного материала. Использование таких моделей для описания неоднородных изображений сопряжено с существенными аналитическими и вычислительными сложностями. В связи с этим в последние годы различными исследователями проводились работы, направленные на поиск механизмов, позволяющих выполнять имитацию изображений с изменяющимися статистическими и корреляционными характеристиками. Примером таких работ может служить аппликативно-сплайновая модель [60, 173]. При ее использовании синтез неоднородного изображения связан с разбиением плоскости изображения на кластеры в

соответствии с некоторой закономерностью. К сожалению, подобный подход не предусматривает простых вариантов анализа и идентификации параметров модели по реальным изображениям. Единственным выходом здесь может быть использование предварительной сегментации и исследование выделенных однородных сегментов независимо друг от друга.

Ещё одним вариантом имитации неоднородных СП является моделирование изображений на основе заданного энергетического спектра [70, 147]. Наиболее известным таким вариантом описания являются фрактальные модели [70]. При использовании таких моделей выполняется серия либо преобразований Фурье, либо иных ортогональных преобразований. Недостатком такого подхода, безусловно определяющего некоторое математическое описание рассматриваемого изображения, является требование по наличию исходного оригинального изображения для выполнения необходимых преобразований. Кроме того, фрактальные модели соответствуют весьма ограниченному числу реальных изображений, соответственно определяемых [70] как фрактальные. Кроме того, на данные модели значительное влияние оказывает передаточная функция системы визуализации конкретного изображения.

В работе [178] для моделирования спутниковых изображений были использованы реальные снимки, полученные в ходе регистрации земной поверхности с борта атмосферных летательных аппаратов. Само моделирование осуществлялось в несколько этапов. Вначале выполнялась геометрическая коррекция и составление гиперспектральных мозаик. При этом из множества всех снимков использовались только изображения с приблизительно одинаковыми характеристиками освещённости. Это позволило существенно сократить динамический диапазон яркости и обеспечить правдоподобный характер для имитируемых МЗИ. Такой вариант во многом позволяет учесть природу гиперспектральных изображений. Однако вводимые ограничения, связанные с наличием исходной аэрофотосъемки, значительно

сужают класс реальных изображений, для описания которых возможно применение данной модели.

Для описания неоднородных изображений также применяются смешанные или дважды стохастические модели СП [202, 313]. В 1987 г. Вудс и соавторы [313] предлагает двумерную дважды стохастическую гауссову (DSG) модель, которая была введена, чтобы обеспечить полную модель для пространственных фильтров, адаптирующихся к локальной структуре в сигнале изображения. В одной из первых работ этого направления [202] для моделирования изображений предлагается использовать комбинации разных методов формирования СП. Такой комбинацией, например, является следующее простое сочетание:

$$B(x) = \mu(x)B_1(x) + (1 - \mu(x))B_2(x),$$

где $B_1(x)$ – реализация одной микроструктуры (например, объекта на изображении), $B_2(x)$ – реализация другой микроструктуры (например, подстилающей поверхности), $\mu(x)$ – реализация поля, определяющего их взаимодействия. Множители $\mu(x)$ и $(1 - \mu(x))$ при этом осуществляют переключение с одной реализации $B_1(x)$ на другую $B_2(x)$.

В ряде работ, например [116, 144, 215], предлагается использовать дважды стохастические модели случайных последовательностей для описания различных процессов, связанных с описанием финансовых индексов, турбулентного потока и сетевого трафика. Однако при использовании данных результатов для описания многомерных СП получаемые решения либо не позволяют в полной мере описать многообразия характеристик реальных изображений, либо сопряжены со значительными сложностями при последующем анализе и оценивании. Действительно, в случае СП, заданного на прямоугольной многомерной сетке J его значения могут быть определены как $x_{\bar{i}} = F(x_{\bar{j}}, \alpha_{\bar{i}\bar{j}}, \xi_{\bar{i}})$, где $\bar{i} \in J$, $\bar{j} \in J$; $F()$ – некоторое преобразование; $\alpha_{\bar{i}\bar{j}}$ – параметры модели, представляющие собой независимое от $\{\xi_{\bar{i}}\}$ СП. Тогда

плотность распределения вероятностей (ПРВ) случайной величины $x_{\bar{t}}$ может быть определена как

$$\omega(x_{\bar{t}}) = \int_{j \in D} \omega(x_{\bar{t}} | \alpha_{\bar{t}j}) \omega(\alpha_{\bar{t}j}) d\alpha_{\bar{t}j}.$$

Актуальным направлением в настоящее время является использование негауссовых распределений при моделировании гиперспектральных данных. Такое моделирование в основном направлено на описание распределения всех спектров изображения. В работе [200] предлагается использовать смешанную модель гиперспектрального изображения, считая неслучайным наличие крупных материалов в сцене. Изменчивость в данной модели связана с шумом или другими факторами, которые и проявляют случайное поведение. Предложенная модель, по сути, представляет собой линейную смешанную модель со структурированным фоном. Предлагается [200] использование двух моделей: первая модель – модель на основе многомерного X-распределения; вторая – на основе независимых компонент экспоненциального распределения. Однако отрицательной стороной таких моделей является недостаточная близость получаемого изображения к оригиналу при увеличении числа компонент. А модель многомерного распределения Стьюдента и вовсе на практике приводит к совершенно неэффективным результатам.

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод о существовании разнообразных способов описаний многомерных изображений. Однако эти способы либо связаны с описанием пространственно однородных случайных полей и соответственно во многих случаях приводят к существенным ошибкам оценивания, либо не позволяют получить приемлемые решения задач анализа и идентификации параметров. Это является подтверждением актуальности выбранного направления исследования, связанного с поиском математических моделей, которые позволяли бы описывать пространственно неоднородные сигналы и формировать на своей

основе эффективные алгоритмы обработки реальных многомерных изображений.

1.4. Обзор методов фильтрации многомерных изображений и обнаружения на них аномалий различного вида

Реальные спутниковые снимки наряду с полезной информацией содержат различные помехи. Такими помехами являются собственные шумы фотоприемных элементов, зернистость фотоматериалов, шумы каналов связи. В частности, наиболее широко используемая каноническая операция фильтрации – та, которая удаляет или ослабляет влияние шума. Наконец, возможны геометрические искажения, изображение может быть расфокусировано. Поэтому фильтрация поступающих от датчиков зашумленных изображений с целью минимизации искажающего действия шумов на последующих этапах обработки данных является важным этапом обработки изображений, а в литературе особое внимание уделено способам восстановления изображений [3, 25, 35, 66, 117, 135, 182, 225 и др.]. Методы фильтрации изображений можно условно разделить на два класса. К первому относятся методы, предполагающие наличие достаточно полной априорной информации о статистических свойствах неискаженного изображения и шума. Такие методы, как правило, базируются на основе фильтров Винера и Калмана [35, 44, 238, 314]. Ко второй группе относятся локальные операторы, действующие на искаженном шумом изображении. При обработке каждого элемента изображения используются только отсчеты в небольшой окрестности относительно этого элемента. Это позволяет существенно сократить общий объем вычислений за счет некоторой потери качества обработки.

Простейшей локальной операцией фильтрации изображения является усреднение в окрестности точки [71]. При этом яркость элемента заменяется средним взвешенным значением уровней яркости, полученных путем свертки отсчетов изображения в «скользящем окне» с некоторым шаблоном весовых

коэффициентов [71, 182]. К подобным фильтрам можно отнести и стандартный гауссовский фильтр [66, 321], который также приводит к размытию изображения. Усовершенствованием данного метода является сглаживание со взвешиванием отсчетов по обратному градиенту [66]. В этом случае, чем больше разность яркостей текущей и центральной точек, тем меньше вес данного отсчета. Недостатками перечисленных фильтров является отсутствие адаптивности к свойствам обрабатываемого изображения.

Другая группа локальных операторов основана на полном исключении вклада в усредненное значение тех отсчетов, которые не удовлетворяют некоторому критерию однородности [225]. Например, замена текущего значения усредненным осуществляется при условии, что разность между этими значениями меньше заданной. Типичным примером такого локального оператора может служить сигма-фильтр [25]. К этому же подклассу локальных операторов можно отнести и медианный фильтр [66, 125, 182]. Наиболее эффективна медианная фильтрация при отбраковке импульсных помех.

К третьей группе локальных операторов можно отнести сглаживание по наиболее неоднородной окрестности центральной точки [114]. В пределах окна выбирается несколько окон меньшего размера и для каждого вычисляется среднее и дисперсия. Элементу присваивается среднее значение из окрестности с минимальной дисперсией. Возможны и другие критерии выбора. Примером здесь могут являться двусторонние фильтры [182], обладающие свойством местной адаптивности и весьма удобные в использовании в силу простоты записи ядра регрессии. Однако такие фильтры не обеспечивают эффективную работу при низких отношениях сигнал/шум, то есть в задачах с сильными помехами. В связи с этим часто используют обобщения двусторонних фильтров, реализующих алгоритм NLM (Non Local Means) [277]. Основное отличие заключается в том, что геометрическое расстояние между пикселями игнорируется, откуда и вытекает название «нелокальный». Однако на практике данная группа фильтров хорошо работает только для небольших изображений. При увеличении пространственных размеров происходит резкое накопление

ошибок оценивания значимых параметров и существенное снижение эффективности.

Четвертая группа локальных операторов реализует аппроксимационный подход [3]. Полный кадр разбивается на фрагменты, в пределах которых изображение аппроксимируется полиномом по методу наименьших квадратов. Примером таких операторов являются фильтры с ядрами локально-адаптивной регрессии (LARK, Steering Kernels), ключевой идеей меры сходства которых является получение надежной локальной структуры [199]. LARK чрезвычайно устойчивы к шуму и возмущениям данных, но требуют значительных усилий при формировании упомянутой структуры для каждого конкретного изображения. Более популярным вариантом здесь является использование LPA-ICI (Local Polynomial Approximation using Intersection of Confidence Interval rule) метода, использующего результаты медианной фильтрации для формирования динамических матриц фильтрации, чувствительных к перепадам яркости на изображении [282].

К пятой группе локальных операторов можно отнести различные комбинированные методы [25] и подходы, основанные на применении нейронных сетей [180, 280].

Очень часто для уменьшения ошибок процедур фильтрации используют различные алгоритмы предварительной обработки такие как нелинейное контрастирование [168], устойчивую к шумам сегментацию [295], выделение близких по свойствам объектов [294, 320], а также механизмы адаптации к локальным свойствам изображений [204], в том числе учитывающие морфологические особенности объектов [158, 159].

Из перечисленных локальных процедур только две в достаточной степени пригодны при решении задач фильтрации изображений из смеси с аддитивным шумом: фильтр скользящего среднего и аппроксимация полиномом. Однако фильтр скользящего среднего дает невысокое качество фильтрации, а хорошая аппроксимация полиномом требует больших вычислительных затрат. Остальные же локальные операторы ориентированы в основном на фильтрацию

импульсных помех и малопригодны, например, для построения прогноза при обнаружении аномалий на изображениях [45].

Несмотря на появление специализированных алгоритмов фильтрации изображений [26], для этой цели применяются и методы на основе фильтра Винера [44]. Так, в работе [163] был предложен подход, позволяющий производить винеровскую фильтрацию изображений путем рекурсивного пересчета, что повышает скорость обработки по сравнению с «классическим» вариантом фильтра Винера. Недостатком является то, что результаты фильтрации будут близкими к оптимальным лишь при условии, что спектр изображения может быть факторизован на спектр по столбцу и спектр по строке.

В одной из первых публикаций для решения задачи рекуррентного оценивания изображений [35] был предложен фильтр, совпадающий по структуре с АР уравнением (2.6) на двумерной сетке. Несмотря на то, что для АР последовательностей структура фильтра Калмана, совпадающая с АР уравнением, приводит к оптимальному решению, для АР изображений такой подход дает решение далекое от оптимального. Действительно, при оценивании на основе АР уравнения (2.6) используется только часть имеющихся наблюдений. Достоинством фильтра Хабиби [196] является его простота и, как следствие, высокая вычислительная эффективность.

В задачах оценивания СП часто применяется векторный фильтр Калмана [12, 39, 43, 175]. Однако он имеет практическое значение для кадров относительно небольших размеров, т. к. требует большого количества матричных операций на каждом шаге фильтрации.

В работе [275] предложен вариант прямого применения алгоритмов Калмана с использованием «скользящего окна». Такой подход основан на включении в вектор состояния элементов, принадлежащих прямоугольному окну. Окно «скользит» по изображению с единичным шагом. Таким образом, при движении вдоль строки каждый элемент изображения в окне 3×3 участвует

в оценке 14 своих соседей, а, значит, оценивается на основе информации в 14 соседних точках, несмотря на то, что размер вектора состояния всего 9 элементов. При этом оцененными наилучшим образом всегда являются три элемента вектора состояния. Следует подчеркнуть, что окно «скользит» по изображению с единичным шагом не только по индексу i , но и по индексу j . Таким образом, получаются три слабо зависимые оценки, которые затем складываются с определенными весами. Слабую зависимость этих оценок удастся получить благодаря предложенной треугольной развертке изображения, вследствие чего оценка каждый раз производится на основе различных наборов данных [275]. Важным достоинством такого способа является «объемность» вектора состояния, благодаря чему появляется возможность фильтровать не только аддитивный шум, но и учитывать линейные искажения. Естественно, при такой постановке задачи размер окна должен быть достаточно большим, чтобы можно было учесть соответствующие параметры «смаза» или расфокусировки изображения.

В работах [45, 117] показано, что радикального сокращения объема вычислений можно достичь отказом от прямого применения калмановских процедур, как не соответствующих задачам обработки изображений. Установлено, что одной из причин противоречия между требованиями глобальной оптимальности и рекуррентности является использование растровой развертки двумерного поля, т. е. считывание значений $\{z_{ij}\}$ по каждому индексу в одном направлении. С точки зрения синтеза рекуррентных процедур оптимального оценивания марковского СП $\{x_{ij}\}$ такой способ считывания приводит к необходимости на каждом шаге фильтрации оперировать всеми элементами по крайней мере одной строки. Для построения оптимальных процедур, основанных лишь на оценках «ближайших» соседей очередного элемента, необходимо, чтобы соседние элементы были представлены строго оптимальными оценками. Наиболее просто этого можно достичь при использовании «треугольной» развертки, т. е. построчного

считывания элементов с изменением направления считывания после анализа очередной строки [46]. Особенностью такого способа считывания является постоянное расстояние между любыми двумя элементами при последовательном анализе.

Данный алгоритм оценивания обладает высоким быстродействием [45, 117] при величине максимального проигрыша по дисперсии ошибки порядка 40 %. Однако заложенные в алгоритме идеи сложно применить для СП размерности больше двух.

Многие нелинейные фильтры, в том числе и медианный или билатеральный, в основном ориентированы на сохранение границ крупномасштабных объектов изображения, а не малоразмерных его деталей. Кроме этого, эти фильтры неспособны эффективно подавлять мультипликативный шум. Для фильтрации такого рода применяют робастные нелинейные алгоритмы [53, 67]. Фильтр использует итерационную схему вычислений, следующую из классической схемы нахождения М-оценки. В отличие от классической оценки, основанной на медиане в качестве начального приближения, оценка в новом фильтре формируется на основе центрального элемента окна с тем, чтобы сохранить мелкие детали.

На текущей итерации из выборки формируется набор элементов, наиболее близких по значениям к оценке на предыдущем шаге. Далее по полученной таким образом промежуточной выборке вычисляется значение медианы для этой выборки. Затем вычисленное значение медианы используется в качестве предыдущей оценки на следующем шаге итераций. Число ближайших по значениям соседей среди элементов выборки K_z вычисляется перед выполнением итераций и не меняется при следующих итерациях. Оно отражает локальную активность данных в окне и присутствие импульсной помехи в центральном его элементе. Таким образом, значение K_z вычисляется для каждого элемента, чтобы корректировать свойства фильтра по отношению к локальным характеристикам изображения. Такой фильтр подавляет

импульсные шумы при одновременном сохранении мелких деталей на изображении. Кроме того, использование итерационной схемы уменьшает число наиболее близких по значению соседей Kz , необходимых для подавления импульсных шумов, а при меньших значениях Kz предложенный фильтр лучше сохраняет мелкие детали. Итерацию следует остановить, когда текущая оценка равна предыдущей. Обычно для этого достаточно трех-четырех шагов.

Общим для всех представленных в настоящем обзоре подходов к фильтрации является зависимость точности обработки от того, насколько адекватной обрабатываемому изображению является используемая математическая модель этого изображения и шума. Чем лучше исходная математическая модель позволяет производить оценку фильтруемого изображения, тем меньше будут ошибки при самой фильтрации.

Задачи обнаружения и оценивания параметров аномалий на изображениях и их последовательностях представляют особый интерес для целого ряда приложений. Такие задачи возникают, например, при обработке обычных видеопоследовательностей, медицинских изображений, получаемых с помощью компьютерной томографии, спутниковых многозональных снимков земной поверхности и др. Классическими примерами такой обработки является обнаружение очагов пожара на спутниковых снимках, новообразований на медицинских изображениях или новых объектов на видеокадрах. При этом сложность решения задач обнаружения аномалий на многомерных изображениях значительно возрастает в сравнении с одномерным и двумерным случаями.

Задача обнаружения аномалий обычно представляется как задача различения двух гипотез о наличии либо отсутствия аномалии в некоторой области изображения [37, 45, 182, 203 и др.]. Для подтверждения факта наличия аномалии на всем изображении используют перебор всех областей, в которых имеется аномалия [203]. При этом для каждой такой области проверка указанных гипотез может привести к одному из четырех возможных исходов

[37]. Два исхода связаны с ситуациями «пропуск цели», когда было принято решение об отсутствии аномалии в то время как она присутствует в исследуемой области, и «ложная тревога», когда принимается ошибочное решение о наличии аномалии в при ее фактическом отсутствии.

Модель наблюдений, которая чаще всего используется при обнаружении сигналов [10, 19, 32, 37, 92, 135, 223, 250 и др], представляет собой аддитивную смесь коррелированного сигнала и белого шума:

$$z_{\bar{j}} = x_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}, \bar{j} \in J,$$

где $x_{\bar{j}}$ – изображение подстилающей поверхности с заданными корреляционными характеристиками; $\theta_{\bar{j}}$ – пространственный белый шум.

При наличии полезного сигнала модель наблюдений представляется в виде:

$$z_{\bar{j}} = x_{\bar{j}} + s_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}, \bar{j} \in G_0,$$

$$z_{\bar{j}} = x_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}, \bar{j} \notin G_0,$$

где G_0 – область, для которой возможно появление полезного сигнала $s_{\bar{j}}, \bar{j} \in G_0$.

Само обнаружение обычно проводится в два этапа [10, 37, 158, 182, 321]. На первом выполняется компенсация коррелированной составляющей фона, на втором – обнаружение сигнала на фоне некоррелированных помех.

Операция компенсации коррелированного фона обычно представляет собой вычитание из наблюдаемого \bar{l} -ого отсчета информационного поля $z_{\bar{j}}$ прогноза $\hat{x}_{\bar{j}}$, вычисленного на основе соседних наблюдений. Прогноз $\hat{x}_{\bar{j}}$, обычно вычисляется на основе линейного алгоритма предсказания [225]:

$$\hat{x}_{\bar{j}} = \sum_{\bar{k} \in M} \alpha_{\bar{k}} z_{\bar{j}-\bar{k}},$$

где M – область предсказания; $\alpha_{\bar{k}}$ – весовые коэффициенты. Критерием оптимизации весовых коэффициентов $\alpha_{\bar{k}}$ обычно принимают минимум дисперсии ошибки прогноза. В некоторых задачах могут быть определены модели и вероятностные характеристики изображений [38, 182, 321].

Количественная оценка указанных характеристик, обычно реализуемая с

помощью штрафных функций, позволяет сформировать несколько критериев обнаружения аномалий. Наиболее часто используемыми такими критериями являются байесовский критерий и критерий Неймана-Пирсона [10]. Эти критерии предполагают построение отношения условных ПРВ наблюдений $w(\{z_j\}|H_0)$ и $w(\{z_j\}|H_1)$ при наличии и отсутствии сигнала («отношения правдоподобия») и сравнения этого отношения с пороговым значением [10, 38, 85, 158, 321]:

$$L = \frac{w(\{z_j\}|H_1)}{w(\{z_j\}|H_0)}.$$

По результатам этого сравнения принимается решение в пользу гипотезы о наличии полезного сигнала или гипотезы о его отсутствии. При этом само пороговое значение может быть определено, например, в соответствии с критерием Неймана-Пирсона по уровню заданной вероятности ложной тревоги [38].

Для оценки условных плотностей $w(\{z_j\}|H_0)$ и $w(\{z_j\}|H_1)$ используются параметрический и непараметрический методы [165]. Параметрические методы оценки плотности распределения вероятности имеют ряд ограничений использования, связанных с необходимостью априорных знаний. При параметрических методах часто предполагается, что данные имеют гауссовское распределение и поэтому достаточно дать оценки математического ожидания и ковариации [10, 38, 48, 117, 165]. При этом

$$w(\{z_j\}|H_{0,1}) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi \det V}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_j - m_{0,1j}) V_{j\bar{k}}^{-1} (z_j - m_{0,1j})^T \right\},$$

где $m_{1j} = M\{z_j|H_1, s\} = s_j + \hat{x}_{\Delta j}$; $m_{0j} = M\{z_j|H_1\} = \hat{x}_{\Delta j}$; $\hat{x}_{\Delta j} = M\{x_j|Z_0\}$ – оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз СП, сделанный на основе всех наблюдений Z_0 , в которых полезный сигнал заведомо отсутствует (прогноз в область G_0); $V_{j\bar{k}} = M\{(z_j - m_{0,1j})(z_{\bar{k}} - m_{0,1\bar{k}})^T\} = P_{\Delta j\bar{k}} + \sigma_{\theta}^2 E_{j\bar{k}}$, $P_{\Delta j\bar{k}} = M\{(x_j - \hat{x}_{\Delta j})(x_{\bar{k}} - \hat{x}_{\Delta \bar{k}})^T\}$ – ковариационная матрица

ошибок при оптимальном прогнозировании; $E_{j\bar{k}}$ – единичная матрица; s_j – значение полезного сигнала в точке с координатами \bar{j} .

Тогда оптимальное правило обнаружения сигнала можно записать в виде [38, 41]:

$$L = \sum_j \sum_{\bar{k} \in G_0} s_j V_{j\bar{k}}^{-1} (z_{\bar{k}} - \tilde{x}_{\bar{k}}) \begin{cases} > L_0 - \text{есть сигнал,} \\ \leq L_0 - \text{нет сигнала.} \end{cases} \quad (1.7)$$

Вычисление прогноза $\tilde{x}_{\bar{k}}$ весьма затруднительно при больших размерах области G_1 . Это обусловлено тем, что для каждой точки $\bar{k} \in G_1$ прогнозирование, вообще говоря, выполняется с помощью своей специальной процедуры. Строго оптимальный прогноз будет включать комбинацию большого числа наблюдений $\{z_j\}, j \in G_0$, причем эта комбинация может быть уникальной для всякого $\bar{k} \in G_1$.

Вместо правила обнаружения (1.7) может быть применена существенно более простая процедура, основанная на статистике [117]:

$$L = \sum_j \sum_{\bar{k} \in G_0} s_j V_{Tj\bar{k}}^{-1} (z_{\bar{k}} - \tilde{x}_{\text{ЭТ}\bar{k}}) \begin{cases} > L_0 - \text{есть сигнал,} \\ \leq L_0 - \text{нет сигнала.} \end{cases} \quad (1.8)$$

где $\tilde{x}_{\text{ЭТ}\bar{k}}$ – оптимальный прогноз, сделанный на основе всех наблюдений, кроме $z_{\bar{k}}$ (прогноз в точку); $V_{Tj\bar{k}} = P_{\text{ЭТ}\bar{k}} + \sigma_\theta^2 E_{j\bar{k}}$; $P_{\text{ЭТ}\bar{k}}$ – ковариационная матрица ошибок $\varepsilon_{\text{ЭТ}\bar{k}} = x_j - \tilde{x}_{\text{ЭТ}\bar{k}}$.

Таким образом, найденная процедура обнаружения предполагает при гауссовской аппроксимации распределений проведение оптимальной фильтрации СП, расчет ковариационной матрицы ошибок оценивания и выполнение весового суммирования в соответствии с одной из формул: (1.7) или (1.8). При этом пороговое значение L_0 может быть найдено [38] из следующего соотношения:

$$P_F = \int_{L_0}^{\infty} w(L|H_0) dL = 0.5 - \Phi_0\left(\frac{L_0 - M\{L|H_0\}}{\sqrt{D\{L|H_0\}}}\right),$$

где $M\{L|H_0\}$ и $D\{L|H_0\}$ соответственно математическое ожидание и дисперсия статистики L при условии выполнения гипотезы H_0 ; $\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$.

Соответственно, вероятность правильного обнаружения определяется схожим выражением:

$$P_D = \int_{L_0}^{\infty} w(L|H_1)dL = 0.5 + \Phi_0\left(\frac{M\{L|H_1\} - L_0}{\sqrt{D\{L|H_1\}}}\right).$$

Таким образом, алгоритмы (1.7), (1.8) позволяют формировать разнообразные системы обработки данных, а также проводить анализ эффективности обнаружения аномалий. Однако для их применения необходимо получить решение задачи оценивания изображения, которая в свою очередь связана с необходимостью адекватного описания обрабатываемого изображения, т. е. с выбором его математической модели и определением ее параметров.

Важной проблемой является обнаружение и локализация малоразмерных объектов на существенно неоднородном фоне. Действительно, обычно фон реальных изображений, например спутниковых снимков, отличается от смоделированных изображений существенной неоднородностью. В этом случае, например, ковариационная матрица СП должна оцениваться для каждого участка изображения отдельно, что потребует весьма существенных вычислительных затрат. Авторы работы [24] предлагают на первом этапе производить сегментацию изображения. Затем выполняется выравнивание неоднородного фона путем поочередного заполнения всех сегментированных областей значением яркости, равном среднему значению яркости в текущей зоне. Третьим этапом является обнаружение объектов на таком псевдооднородном фоне.

Определенными трудностями применения такого подхода является выполнение процедур сегментации, реализация которых представляет сложную задачу. Однако предварительное проведение сегментации позволяет выявить объекты на изображении, потенциально являющиеся аномалиями. Используемые для этого методы различны по своей сложности [7, 24, 87, 111, 182, 267, 274]. Один из них основан на вычислении вероятностей, с которыми полученные данные относятся к тому или иному классу. Другой подход связан

с нахождением расстояния до среднего значения класса и порога на основе среднеквадратичного отклонения [101]. Это расстояние может быть расстоянием Махаланобиса или другим вероятностным расстоянием [66]. В работе [54] предлагается выбрать характеристики, базирующиеся на схемах ранжирования данных.

Другим направлением учета неоднородности фона является применение адаптивных алгоритмов компенсации коррелированных помех [38]. Адаптивная псевдоградиентная компенсация фона [117, 303] основана на вычитании из очередного отсчета z_j значения его прогноза \hat{z}_j , построенного по некоторому вектору наблюдений \bar{z}_j , не содержащему z_j . При этом прогноз ищется в виде некоторой функции $\hat{z}_j = f(\bar{z}_j, \bar{\alpha}_j)$, где $\bar{\alpha}_j$ – вектор параметров подбираемых из условия оптимизации некоторого критерия, например, минимизации дисперсии ошибки прогноза [72]. При этом очередное приближение вектора параметров $\bar{\alpha}_j$ получается из $\bar{\alpha}_{j-1}$ увеличением или уменьшением каждой его компоненты на некоторую величину λ_j в зависимости от совпадения или несовпадения знака ошибки компенсации на текущем шаге со знаком соответствующей компоненты вектора производных оценки

$$\bar{\alpha}_j = \bar{\alpha}_{j-1} - \lambda_j \left(\text{sign} \varepsilon_j(\bar{\alpha}_{j-1}) \right) \text{sign} \frac{\delta \hat{z}_{j-1}(\bar{z}_{j-1}, \bar{\alpha}_{j-1})}{\delta \bar{\alpha}_{j-1}}.$$

Если существует оптимальное значение $\bar{\alpha}_j$, то величины λ_j бесконечно убывают. Таким образом, в данном алгоритме адаптация производится на каждом шаге. Существуют подходы [72], когда решение о необходимости перестройки принимается только по достижении величины ошибки определенного порогового уровня. Такой подход позволяет повысить быстродействие системы, но качество обработки в целом снижается.

В ряде работ [71, 95] строится и рассматривается классификация характерных черт, которые могут присутствовать на изображениях. Ими могут быть, например точки (углы, соединения линий, точки высокой кривизны градиента яркости, центр тяжести области, концы линий, точки экстремальных

значений признаков), линии (прямые или криволинейные структуры, границы областей), области (сегментированные области, специфические формы) и т.д. В работе [321] предложен ряд основных критериев, на основании которых должен основываться выбор конкретных особенностей изображений и их атрибутов для построения алгоритмов обнаружения.

В работах [5, 28, 29] для обработки многомерных данных и поиска на них аномалий предлагается воспользоваться аппаратом теории нечетких множеств и генетическими алгоритмами.

Нечеткое множество \tilde{A} , заданное на универсальном множестве X , определяется как множество пар $\tilde{A} = \{x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)\}_{i=1, \dots, n}$, где $x_i \in X$, элемент универсального множества $\mu_{\tilde{A}}(x_i) \in [0, 1]$ – степень его принадлежности нечеткому множеству \tilde{A} . Функцию $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ называют функцией принадлежности нечеткого множества \tilde{A} . Для использования теории нечетких множеств необходимо преобразовать многомерные изображения в нечеткую область с помощью функций принадлежности. К полученному фазифицированному изображению можно применять весь набор известных нечетких алгоритмов, в том числе и для решения задач обнаружения. Идея генетических алгоритмов состоит в автоматизированном построении близких к оптимальным процедур идентификации и обнаружения объекта на изображении по его эталонному изображению с использованием изображений обучающей выборки. Описанные в работах процедуры обнаружения и идентификации легко обобщаются на многомерный случай, однако анализ эффективности таких алгоритмов в настоящее время сопряжен с почти непреодолимыми вычислительными сложностями.

Представляют интерес алгоритмы [321], предназначенные для поддержки модельно-ориентированной методологии разработки алгоритмического и программного обеспечения в задачах обнаружения и идентификации объектов на цифровых изображениях. Такая система по входному структурному описанию объекта поиска осуществляет автоматическое построение процедур

его обнаружения, которые реализуют алгоритмы заданных типов. В качестве базовых типов алгоритмов в работе были реализованы алгоритмы для обнаружения объектов, заданных следующими моделями: иерархическими нерекурсивными структурно-вероятностными моделями и рекурсивными структурно-вероятностными моделями.

При решении задач обнаружения иногда используют выделение объектов по яркостному порогу [10, 66, 71, 84, 206, 321], когда известен приблизительный разброс яркостей выделяемого объекта в том или ином канале рассматриваемого изображения. Этот разброс можно получить с помощью построения гистограммы и определения хода спектральных кривых объекта, полученных по тестовым точкам. В таком случае пользователь задает приблизительные значения (пороги), в пределах которых может колебаться яркость выделяемого объекта.

Некоторые авторы предлагают использовать искусственно сгенерированные аномалии, которые могут улучшить характеристики систем обнаружения. В работе [206] показано, как искусственные аномалии могут помочь для обнаружения границ объекта. Такие методы эффективны, если класс аномалий не перекрывается с известными классами.

В последние годы было предложено ряд алгоритмов обнаружения аномалий, ориентированных на обработку спутниковых многозональных или гиперспектральных изображений. Одним из наиболее широко известных таких алгоритмов является RXD-алгоритм [287]. Его суть заключается в расчете усредненных спектральных сигнатур на изображении и сравнении с ними сигнатур, рассчитанных на разных участках изображения. Чем больше различие между усредненными и текущими сигнатурами, тем более «аномальным» с точки зрения алгоритма является участок. К сожалению, подобный подход демонстрирует свою эффективность только для пространственно однородных изображений. Для большинства реальных многозональных изображений, описывающих множество разнородных объектов, неизбежные ошибки усреднения снижают эффективность RXD-алгоритма до неприемлемых на

практике величин. Для преодоления этого недостатка в работах [218, 293, 323] были предложены несколько направлений модификаций RXD-алгоритма. Среди таких направлений можно выделить предварительное использование «субпространственного описания» (Subspace Method) гиперспектрального изображения, получаемое с помощью методов главных компонент или спектрального разложения. [8, 23, 85, 242] и позволяющее сократить объем обрабатываемой информации и повысить эффективность ее анализа. Также для снижения влияния неоднородности спутниковых изображений возможно использовать уже упомянутые алгоритмы пространственной сегментации этих изображений [11, 66] или производить обработку в локальных окнах без учета имеющейся на оставшемся фрагменте изображения информации. В последнем случае наиболее часто [75, 218] используют два окна, одно из которых «вложено» в другое. Для каждого из возможных положений этих окон на изображении выполняет расчет характеристик в «малом» окне и «между» окнами. Значительная разница между этими характеристиками принимается как признак возможного нахождения аномалии внутри «малого» окна. Также в работе [84] предложен оригинальный вероятностный алгоритм обнаружения аномалий на гиперспектральных изображениях, основанный на построении и анализе гистограммы хэш-значений результатов отчетов самого изображения.

Вышеперечисленные работы, как правило, сопровождаются подтверждением эффективности предложенных алгоритмов в виде результатов обработки отдельных смоделированных либо реальных многозональных изображений. Однако в настоящее время практически отсутствуют аналитические оценки эффективности обнаружения протяженных аномалий при наличии мешающих изображений подстилающей поверхности, т.е. многомерных коррелированных помех.

1.5. Выводы

В настоящей главе проведено исследование используемых в настоящее время способов математического описания многомерных изображений и методик идентификации их параметров по реальным сигналам. Ключевой особенностью большинства проанализированных математических моделей является пространственная однородность имитируемого с их помощью материала. В то же время для реальных многомерных сигналов, например многозональных спутниковых изображений и их последовательностей, характерно наличие областей с различными статистическими и корреляционными характеристиками. Более того, в пределах этих областей указанные характеристики также могут меняться, но с малой скоростью, что не приводит к визуально наблюдаемым границам. Математическое описание такого материала требует более сложных математических моделей, предполагающих изменяющиеся многомерные параметры.

С другой стороны исследование более сложных способов имитации неоднородных многомерных изображений, например, фрактальной, аппликативно-сплайновой или текстурной моделей, показывает, что их применение приводит к существенным сложностям, связанным с подгонкой параметров этих моделей под реальные сигналы, и почти непреодолимым проблемам при последующем вероятностном анализе. Кроме того, затруднительным является применение указанных моделей в качестве основы для синтеза алгоритмов обработки многомерных изображений. Это приводит к необходимости поиска новых классов математических моделей, позволяющих с одной стороны выполнять адекватную имитацию реального многомерного пространственно-неоднородного материала, а с другой формировать на своей основе эффективные алгоритмы обработки этого материала. Представляется, что наиболее разумно с точки зрения возможных вычислительных и аналитических трудностей поиск таких моделей осуществлять, комбинируя

хорошо изученные каузальные и некаузальные способы представления многомерных изображений на основе аппарата смешанных математических моделей.

Также в настоящей главе выполнен краткий анализ существующих подходов к фильтрации многомерных изображений и обнаружению на них аномалий различного вида. Этот анализ показывает, что универсального решения указанных задач в настоящее время не существует. В зависимости от вида фонового изображения и особенностей детектируемой аномалии эффективны те или иные алгоритмы. Однако эффективность решения и задачи фильтрации и задачи обнаружения аномалии тесно связана с решением задачи оценивания. Чем более точной является оценка яркостных и вероятностных свойств изображения в определенной точке или области, тем меньше будет соответствующая ошибка фильтрации и больше вероятность правильного обнаружения аномалии. Действительно, зная особенности изображения в любой его точке, мы можем и осуществить точное восстановление этого изображения (т.е. выполнить фильтрацию), и соотнести реальные наблюдения с вычисленным прогнозом для решения задачи обнаружения сигналов, и сравнить характеристики этой точки или области с другими для сегментации и последующей идентификации объектов. Это вновь приводит к необходимости исследования новых способов описания многомерных изображений, адекватных реальным сигналам, что и является предметом исследований настоящей работы.

ГЛАВА 2. ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

2.1. Постановка задачи

Проведенные исследования спутниковых МЗИ показали, что одной из ключевых особенностей является их пространственная неоднородность. Она связана с многообразием форм и текстур разных объектов, наблюдаемых из космоса. Действительно, любой спутниковый снимок поверхности Земли содержит изображения разных объектов, например, реки, леса, городских построек, сельскохозяйственных угодий и т. д. Визуальные характеристики этих объектов существенно отличаются. Описание всего снимка с помощью моделей, представленных во второй главе, может привести к ошибкам его последующей обработки и принятия решений. В связи с этим для описания многозональных спутниковых изображений необходимо применять более сложные математические модели, способные имитировать неоднородные СП. Примером таких моделей могут быть дважды стохастические модели (ДС модели).

В п. 2.2 рассматриваются основные подходы к построению ДС модели как комбинации двух или большего количества простых способов описания изображений. Далее (п. 2.3) выполняется анализ вероятностных характеристик важных частных случаев ДС моделей и предлагаются методики идентификации параметров этих моделей по реальным изображениям (п. 2.4). Также рассмотрены вопросы использования ДС моделей для имитации временных последовательностей многомерных изображений (п. 2.5). Для отдельных важных типов изображений (например, объектов, связанных с деятельностью человека) предложены способы адаптации структуры ДС моделей (п. 2.6). В п. 2.7 рассмотрены возможности формирования некаузальных вариантов оценивания пространственно-неоднородных сигналов на базе ДС моделей.

2.2. Синтез дважды стохастических моделей

Предположим, что рассматриваемое многомерное изображение может быть задано на прямоугольной сетке J соответствующей размерности так, что значения этого изображения могут быть определены следующим общим стохастическим уравнением:

$$x_{\bar{i}} = F(x_{\bar{j}}, \alpha_{\bar{i}}, \xi_{\bar{i}}), \quad (2.1)$$

где $\bar{i} \in J$, $\bar{j} \in D$; D – многомерная окрестность точки $x_{\bar{i}}$, определяющая ее значение; $F()$ – некоторое преобразование; $\alpha_{\bar{i}}$ – параметры модели, представляющие собой реализации независимого от $\xi_{\bar{i}}$ случайного поля.

Математические модели, параметрами которых являются реализации вспомогательных случайных полей, называют дважды стохастическими (ДС) [313]. Их важное преимущество заключается в том, что совокупность вспомогательных случайных полей $\{\alpha_{\bar{i}}\}$ позволяет формировать разнообразные в том числе и неоднородные реализации случайного поля $\{x_{\bar{i}}\}$, оказывающиеся по своим свойствам очень близкими к реальным наблюдениям.

Выражение (2.1) соответствует разнообразным способам пространственного описания коррелированного многомерного сигнала. Важным частным случаем (2.1) является следующая многомерная АР математическая модель случайного поля, заданного на прямоугольной N – мерной сетке $J = \{\bar{i} = (i_1, (i_2, \dots, i_N): (i_k = 1, 2, \dots, M_k), k = 1, 2, \dots, N)\}$:

$$x_{\bar{i}} = \alpha_{\bar{i}} + \sum_{\bar{j} \in D_{\bar{i}}} \rho_{\bar{i}, \bar{j}} x_{\bar{i}-\bar{j}} + \beta_{\bar{i}} \xi_{\bar{i}}, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega, \quad (2.2)$$

где $X = \{x_{\bar{i}}, \bar{i} \in \Omega\}$ – моделируемое СП, определенное на J , $\{\rho_{\bar{i}, \bar{j}}, \alpha_{\bar{i}}, \beta_{\bar{i}}: \bar{i} \in J, \bar{j} \in D_{\bar{i}}\}$ – коэффициенты модели; $\Xi = \{\xi_{\bar{i}}, \bar{i} \in J\}$ – порождающее белое СП; $D_{\bar{i}}$ – каузальная область локальных состояний для точки \bar{i} .

Предположим, что коэффициенты $\rho_{\bar{i}, \bar{j}}$ и $\alpha_{\bar{i}}, \beta_{\bar{i}}$ данной модели являются случайными величинами, определяемыми следующим соотношениями:

$$\rho_{\bar{i}, \bar{j}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\rho_{\bar{i}, \bar{j}}}} r_{\bar{l}, \bar{j}} \rho_{\bar{i}-\bar{l}, \bar{j}} + \gamma_{\bar{l}, \bar{j}} \zeta_{\bar{l}, \bar{j}}$$

$$\alpha_{\bar{i}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\alpha_{\bar{i}}}} r_{\alpha_{\bar{l}, \bar{j}}} \alpha_{\bar{i}-\bar{j}} + \gamma_{\alpha_{\bar{l}, \bar{j}}} \zeta_{\alpha_{\bar{l}, \bar{j}}}; \beta_{\bar{i}} = \sum_{\bar{l} \in D_{\beta_{\bar{i}}}} r_{\beta_{\bar{l}, \bar{j}}} \beta_{\bar{i}-\bar{j}} + \gamma_{\beta_{\bar{l}, \bar{j}}} \zeta_{\beta_{\bar{l}, \bar{j}}}, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega,$$

где $\{r_{\bar{l},j}, \gamma_{\bar{l},j}, r_{\alpha\bar{l},j}, \gamma_{\alpha\bar{l}}, r_{\beta\bar{l},j}, \gamma_{\beta\bar{l}}; \bar{l} \in \Omega, \bar{l} \in D_{\bar{l}}\}$ – постоянные коэффициенты; $D_{\rho_{\bar{l},j}}, D_{\alpha\bar{l}}, D_{\beta\bar{l}}$ – области локальных состояний случайных полей $\{\rho_{\bar{l},j}\}, \{\alpha\}$ и $\{\beta_{\bar{l}}\}$; $\Sigma = \{\zeta_{\bar{l},j}, \bar{l}, j \in \Omega\}$, $\Sigma_{\alpha} = \{\zeta_{\alpha\bar{l}}, \bar{l} \in \Omega\}$, $\Sigma_{\beta} = \{\zeta_{\beta\bar{l}}, \bar{l} \in \Omega\}$ – вспомогательные белое СП.

Запишем выражения (2.2) в следующей общей функционально-векторной форме:

$$\bar{x}_{\bar{l}} = F_{DSM1}^{D_{\bar{l}}}(\{\bar{x}_{\bar{k}} \in D_{\bar{l}}\}, \{\bar{\xi}_{\bar{k}} \in D_{n\bar{l}}\}), \quad (2.3)$$

где $\bar{x}_{\bar{l}} = \{x_{\bar{l}}, \alpha_{\bar{l}}, \rho_{\bar{l},j}, \beta_{\bar{l}}\}$, $\bar{\xi}_{\bar{l}} = \{\xi_{\bar{l}}, \zeta_{\alpha\bar{l}}, \zeta_{\bar{l},j}, \zeta_{\beta\bar{l}}\}$.

Область $D_{n\bar{l}}$, включающая в себя совокупность отсчетов векторов случайных добавок $\bar{\xi}_{\bar{k}}$, для модели (2.2) состоит только из одного элемента \bar{l} , но в случае необходимости может быть также расширена. При этом будем считать, что $D_{n\bar{l}} \in D_{\bar{l}}$. Общий смысл формулы (2.3) заключается в том, что значения полей $\{x_{\bar{l}}, \alpha_{\bar{l}}, \rho_{\bar{l},j}, \beta_{\bar{l}}\}$ в точке \bar{l} определяются некоторым авторегрессионным дважды стохастическим соотношением, которое объединяет значения этих же полей в некоторой предшествующей окрестности $D_{\bar{l}}$ вместе с совокупностью случайных добавок $\bar{\xi}_{\bar{k}}$ в области $D_{n\bar{l}}$.

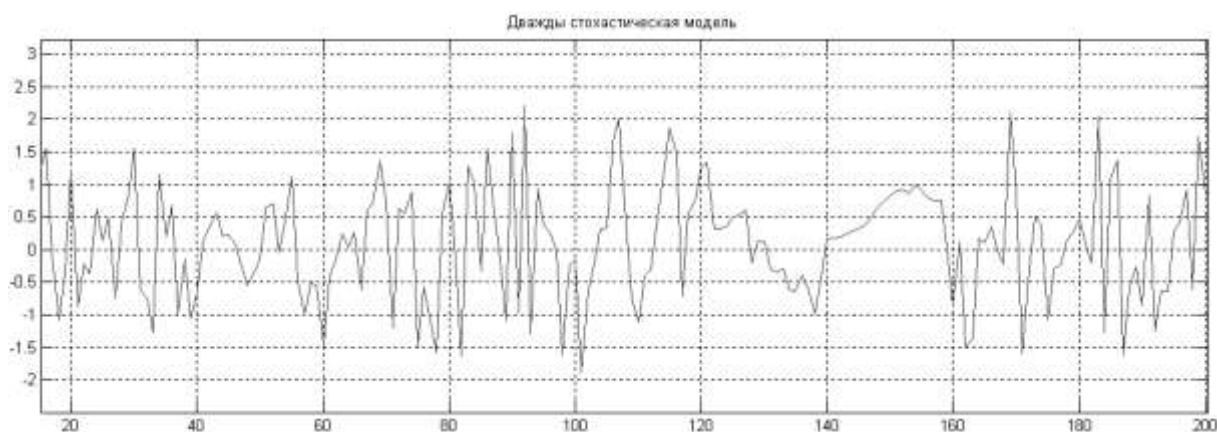
Случайный характер коэффициентов модели (2.2) позволяет использовать эту модель в том числе для описания неоднородных в пространстве и нестационарных по времени многомерных сигналов, то есть сигналов, вероятностные и корреляционные характеристики которых отличаются в разные моменты времени и для разных пространственных координат. Заметим, что недостатки модели (2.2) совместно с определениями (2.3) очевидны и связаны с ее каузальным характером. Однако, используя подход обобщения дискретных каузальных нелинейных моделей к их некаузальным аналогам, описанный в работе [225], возможно привести модель (2.2) к ее некаузальному варианту. Более подробно этот вопрос рассмотрен далее.

Чтобы исследовать свойства сформулированной таким образом ДС модели рассмотрим несколько важных примеров. Для этого вначале

рассмотрим одномерную случайную последовательность. Представим ее дважды комбинацией двух АР уравнений первого порядка:

$$x_i = \tilde{\rho}_i x_{i-1} + \xi_i, \quad \rho_i = r \rho_{i-1} + \zeta_i, \quad \tilde{\rho}_i = \rho_i + m_\rho \quad (2.4)$$

где ξ_i и ζ_i – независимые гауссовские СВ с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями σ_ξ^2 и σ_ζ^2 ; r – коэффициент корреляции внутренней последовательности $\{\rho_i, i = 1, 2, \dots, M\}$; m_ρ – среднее значение коэффициента корреляции основной модели. На рисунках 2.1а и 2.1б представлена реализация модели (2.4) и случайная последовательность, соответствующая ее корреляционным параметрам в разные моменты времени. При этом $m_\rho = 0.97$, $\sigma_\xi^2 = 0.001$, $\sigma_\zeta^2 = 1$, $r = 0.95$.



а)



б)

Рисунок 2.1 – Реализации АР последовательности (а) и ее корреляционных параметров (б)

Анализ этих графических материалов и выражения (2.4) показывает, что представленная ДС модель значительно отличается от стандартных АР

уравнений, поскольку коэффициенты $\{\tilde{\rho}_i\}$, определяющие корреляционные свойства формируемой последовательности, сами представляет собой СВ, определяемые одномерным АР процессом. При этом значения $\{\tilde{\rho}_i\}$ зависят от коэффициента r и дисперсии σ_ζ^2 . Чем ближе значения r к единице, тем медленнее происходят изменения последовательности $\{\tilde{\rho}_i\}$. В предельном случае, когда $r = 1$ и отсутствует шум $\{\zeta_i\}$ модель (2.4) становится обычным АР уравнением первого порядка. И, наоборот, при малых значениях r и большой дисперсии σ_ζ^2 значения $\{\tilde{\rho}_i\}$ существенно отличаются друг от друга, что приводит к быстрому изменению корреляционных свойств формируемой последовательности $\{x_i\}$. Это позволяет считать коэффициент r своеобразной мерой, определяющей в том числе степень неоднородности случайной последовательности. Указанные свойства иллюстрируют двухуровневую конструкцию дважды стохастической модели, позволяющую варьировать «внешние» параметры модели в соответствии с «внутренними» закономерностями.

Нетрудно заметить, что представленная модель дважды стохастической последовательности может быть относительно просто обобщена на многомерный случай. При этом удобно использовать следующую трехэтапную процедуру. На первом этапе имитируется однородное СП соответствующей размерности (базовое СП). Далее выполняется преобразование значений этого поля в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{\vec{i}}, \vec{i} = (i_1, i_2, \dots, i_M)\}$, где M – размерность пространственной сетки, на которой задано формируемое изображение. Эти параметры будут описывать величины связи текущего пикселя моделируемого изображения с соседними элементами изображения. Наконец, на основе многомерных авторегрессий формируется результирующее изображение как реализация СП с изменяющимися корреляционными параметрами $\rho_{\vec{i}}$.

Для формирования кадров базового СП возможно использование различных моделей СП. Возьмем, например, реализацию двумерного СП

$X = \{x_{\bar{i}}, \bar{i} \in J\}$; $\bar{i} = \{i, j\}$, полученного с помощью АР модели Хабиби [196]. Ее использование обуславливает необходимость предварительного формирования двух базовых СП, значения яркости одного из которых будут преобразованы в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{1i,j}, i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2\}$, а значения яркости другого – в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{2i,j}, i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2\}$:

$$\begin{aligned}\rho_{1i,j} &= r_{11}\rho_{1i-1,j} + r_{12}\rho_{1i,j-1} - r_{11}r_{12}\rho_{1i-1,j-1} + \xi_{1i,j}, \\ \rho_{2i,j} &= r_{21}\rho_{2i-1,j} + r_{22}\rho_{2i,j-1} - r_{21}r_{22}\rho_{2i-1,j-1} + \xi_{2i,j},\end{aligned}$$

где $\{\xi_{1i,j}\}$ и $\{\xi_{2i,j}\}$ – двумерные СП независимых гауссовских СВ с нулевыми средними и дисперсиями $M\{\xi_{1i,j}^2\} = (1 - r_{11}^2)(1 - r_{12}^2)\sigma_{\rho_1}^2$, $M\{\xi_{2i,j}^2\} = (1 - r_{21}^2)(1 - r_{22}^2)\sigma_{\rho_2}^2$, $\sigma_{\rho_1}^2 = M\{\rho_{1i,j}^2\}$, $\sigma_{\rho_2}^2 = M\{\rho_{2i,j}^2\}$.

При формировании базового СП коэффициенты корреляции $\{\rho_{1i,j}\}$ и $\{\rho_{2i,j}\}$ характеризуют размеры и формы объектов на моделируемом изображении; увеличение этих параметров приведет к увеличению средних размеров объектов на моделируемом изображении.

Выбор способа преобразования значений яркости в совокупность корреляционных параметров позволяет контролировать значения КФ изображения, что делает возможным моделировать СП близкие по своим корреляционным свойствам к реальным спутниковым снимкам.

Также как и в рассмотренном выше одномерном случае, математическое ожидание вспомогательных СВ $\{\rho_{1i,j}\}$ и $\{\rho_{2i,j}\}$ равно нулю. Тогда для корректного определения поля корреляционных параметров выполним увеличение этих величин на некоторые заданные константы m_{ρ_1} и m_{ρ_2} , т.е.: $\rho_{xi,j} = \rho_{1i,j} + m_{\rho_1}$, $\rho_{yi,j} = \rho_{2i,j} + m_{\rho_2}$. При этом, очевидно, что $M\{\rho_{xi,j}\} = m_{\rho_1}$, $M\{\rho_{yi,j}\} = m_{\rho_2}$, а корреляционная функция случайных полей $\{\rho_{xi,j}\}$ и $\{\rho_{yi,j}\}$ будет идентична КФ полей $\{\rho_{1i,j}\}$ и $\{\rho_{2i,j}\}$ и определяться совокупностью параметров $\{r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}, \sigma_{\rho_1}^2, \sigma_{\rho_2}^2\}$.

Для формирования результирующего СП на двумерной сетке воспользуемся модификацией той же модели Хабиби:

$$x_{i,j} = \rho_{xi,j}x_{i-1,j} + \rho_{yi,j}x_{i,j-1} - \rho_{xi,j}\rho_{yi,j} + \xi_{i,j}. \quad (2.5)$$

Схема моделирования изображения с изменяющимися корреляционными свойствами, на основе рассмотренной ДС модели, показана на рисунке 2.2.

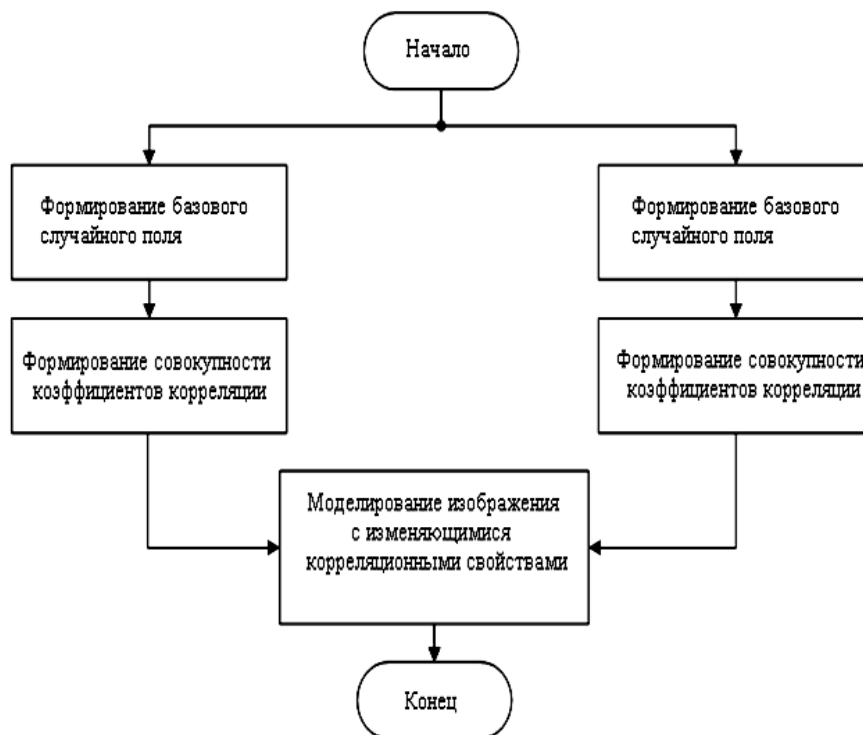


Рисунок 2.2 – Схема моделирования изображения с изменяющимися корреляционными свойствами

Обратим внимание, что представленная модель предполагает изменение только корреляционных свойств имитируемого изображения. Однако нетрудно увидеть, что путем незначительного усложнения, а именно использования дополнительных случайных полей $\{a_{i,j}\}$ и $\{b_{i,j}\}$, формируемых для определенности аналогично полям $\{\rho_{1i,j}\}$ и $\{\rho_{2i,j}\}$ в соответствии простейшей двумерной АР моделью, возможно добиться динамики относительно математического ожидания и дисперсии результирующего поля. Тогда модель (2.5) может быть записана как:

$$x_{i,j} = a_{i,j} + \rho_{1i,j}x_{i-1,j} + \rho_{2i,j}x_{i,j-1} - \rho_{1i,j}\rho_{2i,j} + b_{i,j}\xi_{i,j}.$$

Примеры изображений, построенных с помощью описанного способа, показаны на рисунке 2.3. При этом на рисунках 2.3а, 2.3г, 2.3ж приведены реализации базового СП $\{\rho_{1i,j}\}$; на рисунках 2.3б, 2.3д, 2.3з – реализации базового СП $\{\rho_{2i,j}\}$; на рисунках 2.3в, 2.3е, 2.3и – изображения, соответствующие реализациям ДС модели.

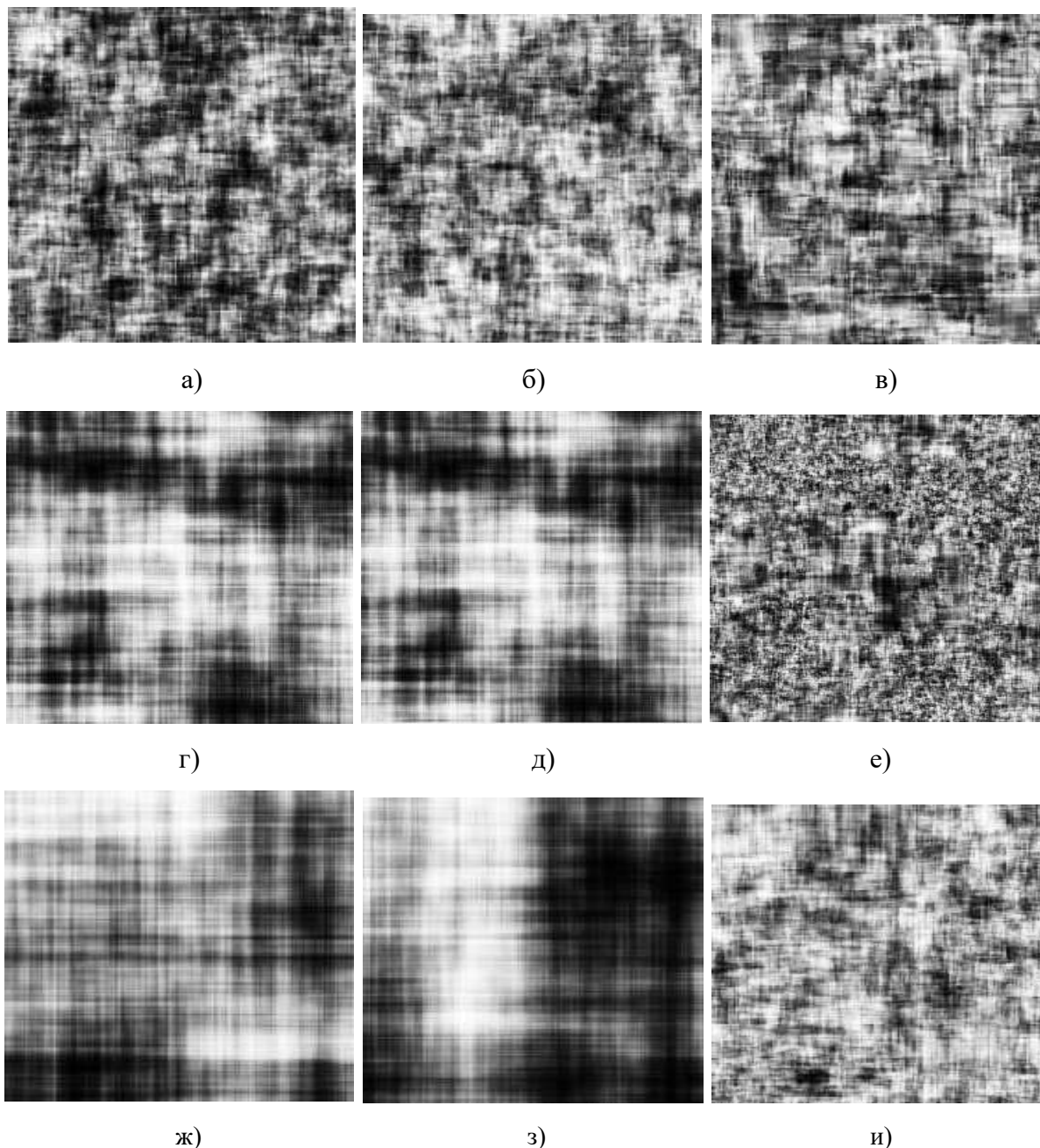


Рис. 2.3 – Реализации СП с изменяющимися корреляционными свойствами при значениях параметра $r_{1,2} = 0.9$ (а-в), $r_{1,2} = 0.85$ (г-д), $r_{1,2} = 0.99$ (ж-и)

Определенным недостатком имитации с помощью АР первого порядка является выраженная анизотропия формируемого СП, вызванная

использованием только трех соседних значений для формирования нового элемента СП. Для улучшения модели можно расширить число связей между элементами и перейти к квазиизотропной КФ. Наиболее просто это сделать на основе комбинаций АРКК моделей (1.3).

Процесс синтеза такой модели содержит рассмотренные три этапа. Во-первых, создаются базовые СП. Во-вторых, происходит преобразование значений полученных СП в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{\bar{j}}, \bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_M)\}$ и параметров $\{a_{\bar{j}}, b_{\bar{j}}, \bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_M)\}$, определяющих локальные статистические свойства СП. Эти параметры соответственно характеризуют величины связи текущего пикселя моделируемого изображения с соседними элементами изображения, а также математическое ожидание и дисперсию имитируемого сигнала. На основе перечисленных вспомогательных случайных полей и с помощью расширенной АРКК модели на третьем этапе формируется СП с изменяющимися корреляционными и статистическими параметрами.

В качестве примера рассмотрим случай использования ДС модели для двумерного изображения. Тогда эта модель может быть записана в виде:

$$x_{i,j} = A + a_{i,j} + F_{ARMR(K_1, K_2)}(P_1 + \rho_{1i,j}, P_2 + \rho_{2i,j}, (B + b_{i,j})\beta_{i,j}\xi_{i,j}), \quad (2.6)$$

где A, P_1, P_2, B – некоторые числа, характеризующие средние математическое ожидание, корреляционные свойства и дисперсию изображения; $F_{ARMR(K_1, K_2)}(\rho_1, \rho_2, b)$ – преобразование, соответствующее двумерной АРКК модели:

$$(1 - \rho_1 z_1^{-1})^{K_1} (1 - \rho_2 z_2^{-1})^{K_2} x_{\bar{i}} = b \beta \xi_{i,j},$$

где K_1, K_2 – коэффициенты, определяющие кратность модели; β – нормирующий коэффициент; z_k^{-1} – оператор сдвига $z_1^{-l_1} z_2^{-l_2} x_{i,j} = x_{i-l_1, j-l_2}$; $a_{ij} = F_{ARMR(K_{a1}, K_{a2})}(r_{\alpha 1}, r_{\alpha 2}, \gamma_{\alpha} \xi_{\alpha ij})$, $\rho_{1ij} = F_{ARMR(K_{\rho 11}, K_{\rho 12})}(r_{11}, r_{12}, \gamma_1 \xi_{1ij})$, $\rho_{2ij} = F_{ARMR(K_{\rho 21}, K_{\rho 22})}(r_{21}, r_{22}, \gamma_2 \xi_{2ij})$, $b_{ij} = F_{ARMR(K_{D1}, K_{D2})}(r_{\beta 1}, r_{\beta 2}, \gamma_{\beta} \xi_{\beta ij})$ – случайные величины, определяемые АРКК моделью; $\xi_{ij}, \xi_{\alpha ij}, \xi_{1ij}, \xi_{2ij}, \xi_{\beta ij}$ – гауссовские белые СП; $i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2$. Представленная модель, как и

более общая модель (2.2), допускает возможность изменения математического ожидания, дисперсии и корреляционных свойств имитируемых сигналов в зависимости от текущих пространственных координат.

На рисунке 2.4 представлены некоторые реализации ДС модели (2.6).

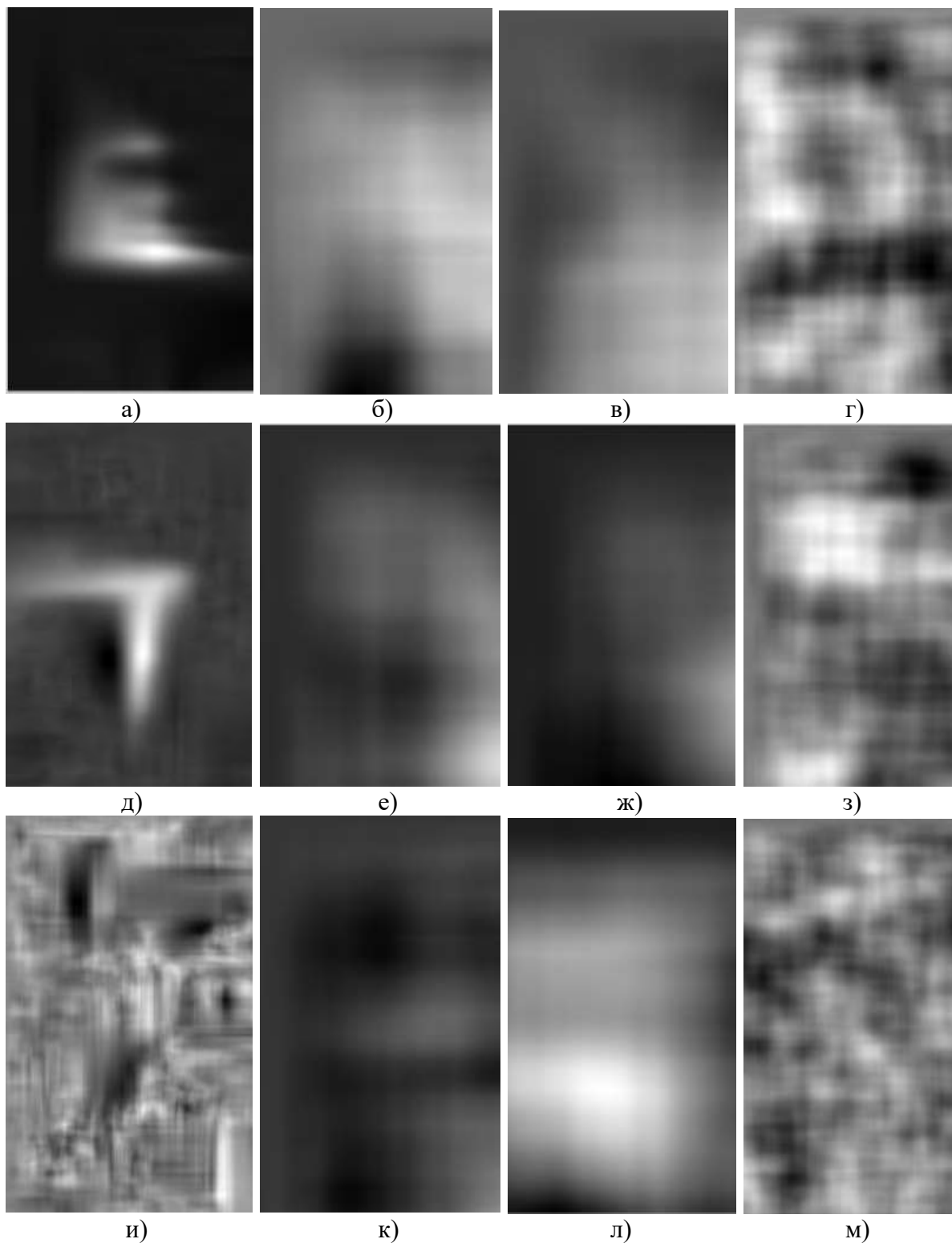


Рисунок 2.4 – Реализации ДС модели при разных значениях параметра

При этом на рисунках 2.4б, 2.4е, 2.4к представлены изображения, соответствующие вспомогательному СП $\{a_{ij}\}$, которое определяет динамику изменения математического ожидания имитируемого изображения; на рисунках 2.4в, 2.4ж, 2.4л изображения, соответствующие вспомогательному СП $\{b_{ij}\}$, которое определяет динамику изменения дисперсии имитируемого изображения; на рисунках 2.4г, 2.4з, 2.4м изображения, соответствующие вспомогательному СП $\{\rho_{ij}\}$, которое определяет динамику изменения корреляционных свойств имитируемого изображения; на рисунках 2.4а, 2.4д, 2.4и можно видеть сами реализации ДС модели.

Нетрудно заметить, что модель (2.5) является частным случаем модели (2.6) при кратностях $K_1 = K_2 = K_{\rho_{11}} = K_{\rho_{12}} = K_{\rho_{21}} = K_{\rho_{22}} = 1$.

Практика показывает, что для достижения свойств квазиизотропности можно достаточно ограничиться кратностями $K_i = 2$ или $K_i = 3$. Тем не менее, для имитации СП с меньшей анизотропией возможно использование АР модели с корнями более высокой кратности.

Помимо прямого использования значений базовых СП, возможно их предварительное преобразование с целью описания резких граничных переходов между областями изображения. Простым примером этого является представление множества значений базовых случайных полей некоторым дискретным множеством. Например, для этого поля $\{\rho_{1i,j}\}$ и $\{\rho_{2i,j}\}$ в модели (2.5) можно подвергнуть следующему дополнительному преобразованию:

$$\begin{aligned} \rho_{1i,j} &= \begin{cases} m_{\rho_{11}}, & \text{при } \rho_{1i,j} < 0, \\ m_{\rho_{12}}, & \text{при } \rho_{1i,j} \geq 0, \end{cases} \\ \rho_{2i,j} &= \begin{cases} m_{\rho_{21}}, & \text{при } \rho_{1i,j} < 0, \\ m_{\rho_{21}}, & \text{при } \rho_{1i,j} \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Примеры изображений с изменяющимися корреляционными свойствами показаны на рисунке 2.5, где 2.5а, 2.5г, 2.5ж – изображения базового СП $\{\rho_{1i,j}\}$ 2.5б, 2.5д, 2.5з – изображения базового СП $\{\rho_{2i,j}\}$; 2.5в, 2.5е, 2.5и – реализации

ДС модели, полученные с помощью модели кратности (2.2). При этом последнее изображение (и) построено с использованием преобразования (2.7).

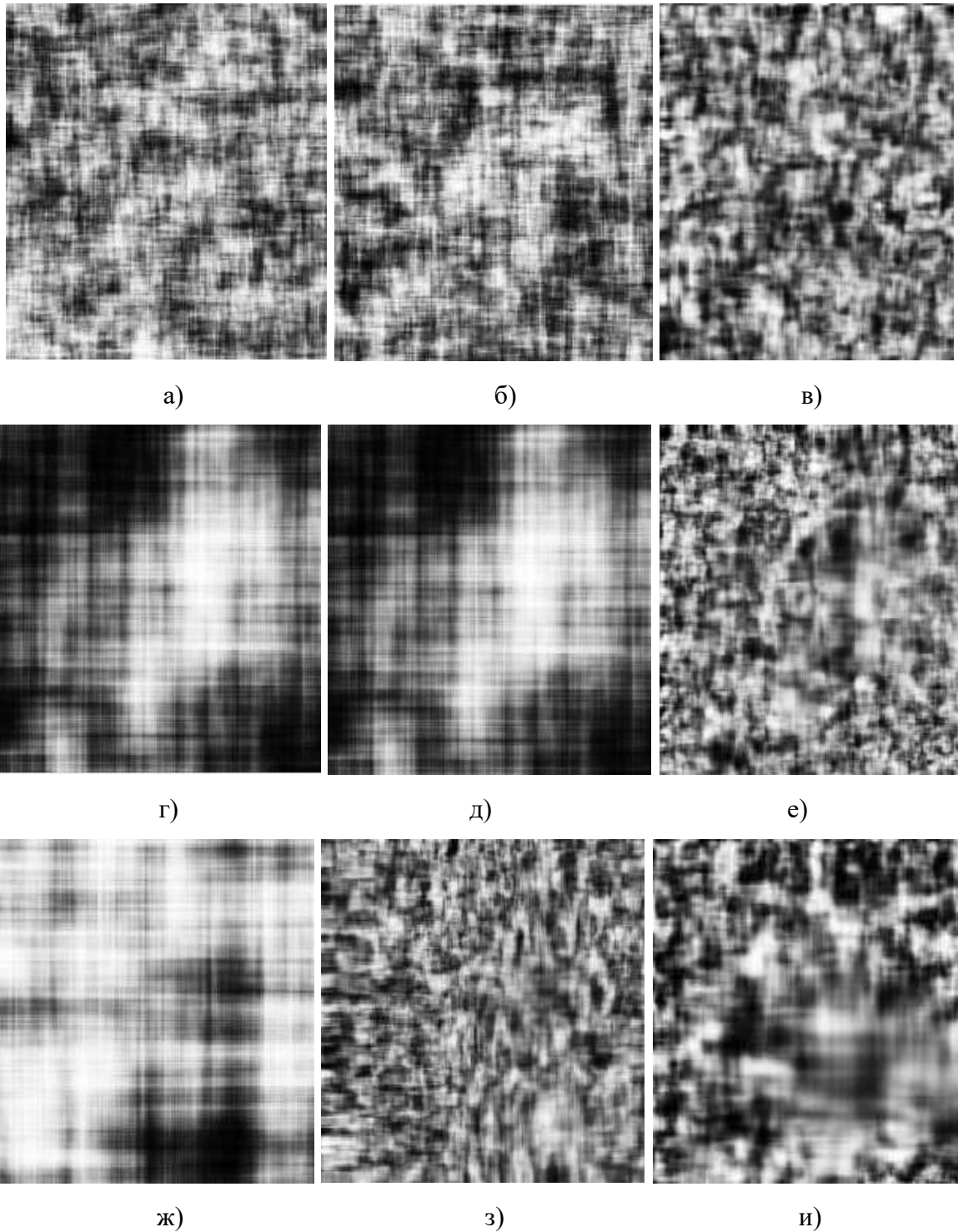


Рисунок 2.5 – Реализации СП с изменяющимися корреляционными свойствами при значениях параметра $r_{1,2} = 0.9$, $m_{\rho_{1,2}} = 0.7$ (а-в), $r_{1,2} = 0.85$, $m_{\rho_{1,2}} = 0.65$ (г-д), $r_{1,2} = 0.99$,

$$m_{\rho_{1,2}} = 0.6 - 0.8 \text{ (ж-и)}$$

Важным частным случаем модели (2.2) является ДС модель, построенная

на базе комбинации АРКК моделей.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что формирование изображений с помощью ДС моделей позволяет получить единый кадр с заданными корреляционными свойствами. При этом результирующее случайное поле можно считать стационарным на больших интервалах, что, например, является важным фактором при обеспечении исходными данными задачи проектирования аэрокосмических систем.

Таким образом, на основе ДС моделей можно при относительно небольших вычислительных затратах формировать изображения и их последовательности с разнообразными корреляционными и вероятностными свойствами. Далее будут получены аналитические характеристики ДМ моделей и показана близость их вероятностных и корреляционных свойств реальным сигналам.

2.3. Анализ дважды стохастических моделей

Аналитическое определение вероятностных и корреляционных характеристик дважды стохастических моделей затруднено в связи с наличием сложных корреляционных связей между имитируемым случайным полем и его базовыми параметрами. Эти связи приводят к локальным изменениям характеристик поля в разных его точках. Тем не менее, для важного частного случая медленного (по сравнению с интервалом корреляции формируемого СП x_{ij}) изменения базового СП удастся получить аналитические выражения для КФ ДС моделей. Рассмотрим в качестве примера простейшую одномерную ДС модель (2.4). Тогда корреляционная функция (КФ) имитируемых с ее помощью последовательностей при медленно изменяющемся случайном параметре ρ_i может быть найдена следующим образом:

$$B(k) = M\{\sigma_x^2 \rho_i^{|k|}\} = \sigma_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_i^{|k|} w(\rho_i) d\rho_i, \quad (2.8)$$

где $\rho_i^{|k|}$, $k = 1, 2, \dots$ – коэффициент корреляции между соседними отсчетами базового процесса. С учетом гауссовской ПРВ

$w(\rho_i) = (1/\sigma_\rho \sqrt{2\pi}) \exp(-\frac{(\rho_i - m_\rho)^2}{2\sigma_\rho^2})$, после несложных преобразований выражение для КФ можно записать в следующем виде:

– если k принимает четные значения, то

$$B(k) = \sigma_x^2 \sum_{j=0}^{k/2} C_k^{2j} \sigma_\rho^{2j} m_\rho^{k-2j} (2j-1)!!,$$

– если k принимает нечетные значения, то

$$B(k) = \sigma_x^2 \sum_{j=0}^{(k-1)/2} C_k^{2j} \sigma_\rho^{2j} m_\rho^{k-2j} (2j-1)!!, \quad (2.9)$$

где $C_k^j = \frac{k!}{j!(k-j)!}$; $(2j-1)!!$ определяется как произведение всех натуральных нечетных чисел на отрезке $[1, (2j-1)]$.

Запишем аналитические выражения для некоторых значений КФ (2.9):

$$B(1) = \sigma_x^2 m_\rho, \quad B(2) = \sigma_x^2 (m_\rho^2 + \sigma_\rho^2), \quad B(3) = \sigma_x^2 (m_\rho^3 + 3\sigma_\rho^2 m_\rho),$$

$$B(4) = \sigma_x^2 (m_\rho^4 + 6\sigma_\rho^2 m_\rho^2 + 3\sigma_\rho^4), \quad B(5) = \sigma_x^2 (m_\rho^5 + 10\sigma_\rho^2 m_\rho^3 + 15\sigma_\rho^4 m_\rho).$$

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод, что при $\sigma_\rho \rightarrow 0$ КФ принимает вид $B(k) = \sigma_x^2 m_\rho^{|k|}$, т. е. последовательность $\{x_i\}$ стремится к АР процессу вида $x_i = m_\rho x_{i-1} + \xi_i$. На рисунке 2.6 представлены графики КФ, найденной с помощью формулы (2.9) при $m_\rho = 0.85$ и $\sigma_\rho^2 = 0.006$, и КФ для одномерной АР модели с постоянным коэффициентом корреляции $\rho = 0.85$.

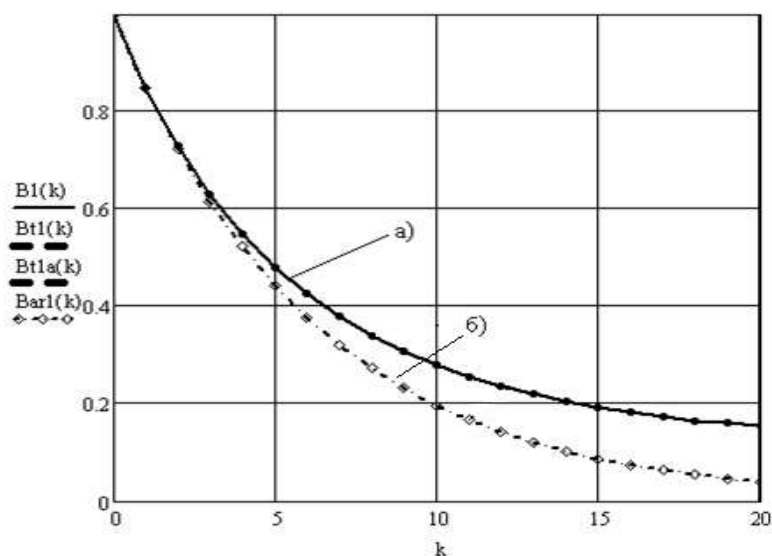


Рисунок 2.6 – Графики КФ ДС модели (а) и АР модели первого порядка (б)

Обратим внимание, что модель (2.7), являющаяся результатом многомерного обобщения (2.4), при постоянных $\{a_{ij}\}$, очевидно, является разделимой. Тогда ее КФ может быть определена следующим естественным образом:

$$B(\bar{k}) = \frac{\prod_{i=1}^N B_i(k_i)}{\sigma_x^2},$$

где $\bar{k} = k_1 k_2, \dots, k_N$; $B_i(k_i)$ – соответствующая одномерная КФ по i -му измерению.

Рассмотрим важный случай двумерного СП. Пусть СП $\{x_{i,j}\}$ определяется следующей модификацией (2.5):

$$x_{i,j} = \rho_{xi,j} x_{i-1,j} + \rho_{yi,j} x_{i,j-1} - \rho_{xi,j} \rho_{yi,j} + \sigma_x \sqrt{(1 - \rho_{xi,j}^2)(1 - \rho_{yi,j}^2)} \xi_{i,j} \quad (2.10)$$

где $x_{i,j}$ – элементы моделируемого СП с нормальным распределением $M\{x_{i,j}\} = 0$, $M\{x_{i,j}^2\} = \sigma_x^2$; $\xi_{i,j}$ – СП независимых стандартных гауссовских СВ $M\{\xi_{i,j}\} = 0$, $M\{\xi_{i,j}^2\} = \sigma_\xi^2 = 1$; $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ – коэффициенты корреляции между соседними элементами СП $x_{i,j}$ по осям x и y соответственно.

При этом вспомогательные СП $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ с гауссовской ПРВ в свою очередь описаны следующими стохастическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \rho_{1i,j} &= r_{11} \rho_{1i-1,j} + r_{12} \rho_{1i,j-1} - r_{11} r_{12} \rho_{1i-1,j-1} + \sigma_{\rho_1} \sqrt{(1 - r_{11})(1 - r_{12})} \xi_{1i,j}, \\ \rho_{2i,j} &= r_{21} \rho_{2i-1,j} + r_{22} \rho_{2i,j-1} - r_{21} r_{22} \rho_{2i-1,j-1} + \sigma_{\rho_2} \sqrt{(1 - r_{21})(1 - r_{22})} \xi_{2i,j}, \\ \rho_{xi,j} &= \rho_{1i,j} + m_{\rho_1}, \\ \rho_{yi,j} &= \rho_{2i,j} + m_{\rho_2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $r_{11} = M\{\rho_{1i,j} \rho_{1i-1,j}\}$, $r_{12} = M\{\rho_{1i,j} \rho_{1i,j-1}\}$ – коэффициенты корреляции случайного параметра $\rho_{1i,j}$; $r_{21} = M\{\rho_{2i,j} \rho_{2i-1,j}\}$, $r_{22} = M\{\rho_{2i,j} \rho_{2i,j-1}\}$ – коэффициенты корреляции случайного параметра $\rho_{2i,j}$; $\xi_{1i,j}$ и $\xi_{2i,j}$ – нормально распределенные СВ с $M\{\xi_{1i,j}\} = M\{\xi_{2i,j}\} = 0$, $M\{\xi_{1i,j}^2\} = M\{\xi_{2i,j}^2\} = 1$.

Тогда КФ СП может быть найдена следующим образом:

$$B(k_1, k_2) = M\{\sigma_x^2 \rho_{xi,j}^{|k_1|} \rho_{yi,j}^{|k_2|}\}$$

И с учетом независимости $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ можно записать, что

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 M \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{xi,j}^{|k_1|} w(\rho_{xi,j}) d\rho_{xi,j} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{yi,j}^{|k_2|} w(\rho_{yi,j}) d\rho_{yi,j} \quad (2.12)$$

где $\rho_{xi,j}^{|k_1|}$ и $\rho_{yi,j}^{|k_2|}$, $k_1, k_2 = 1, 2, \dots$ – коэффициенты корреляции между соседними отсчётами по осям x и y .

С учетом нормального распределения $w(\rho_{xi,j})$, $w(\rho_{yi,j})$ и замен

$$\frac{\rho_{xi,j} - m_{\rho_x}}{\sigma_{\rho_x}} = z_x, \quad \frac{\rho_{yi,j} - m_{\rho_y}}{\sigma_y} = z_y, \quad \text{перепишем:}$$

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x \int_{-\infty}^{\infty} (z_y \sigma_{\rho_y} + m_{\rho_y})^{|k_2|} e^{-\frac{z_y^2}{2}} dz_y.$$

После несложных преобразований выражение для КФ можно записать в следующем виде:

– если k_1 и k_2 принимает чётные значения, то:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \sum_{j_1=0}^{k_1/2} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho}^{2j_1} m_{\rho}^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \sum_{j_2=0}^{k_2/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho}^{2j_2} m_{\rho}^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \quad (2.13a)$$

– если k_1 принимает четные, а k_2 нечётные значения, то:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \sum_{j_1=0}^{k_1/2} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho}^{2j_1} m_{\rho}^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \sum_{j_2=0}^{(k_2-1)/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho}^{2j_2} m_{\rho}^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \quad (2.13б)$$

– если k_1 принимает нечетные, а k_2 чётные значения, то:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \sum_{j_1=0}^{(k_1-1)/2} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho}^{2j_1} m_{\rho}^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \sum_{j_2=0}^{k_2/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho}^{2j_2} m_{\rho}^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \quad (2.13в)$$

– если k_1 и k_2 принимает нечётные значения, то:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \sum_{j_1=0}^{(k_1-1)/2} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho}^{2j_1} m_{\rho}^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \sum_{j_2=0}^{(k_2-1)/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho}^{2j_2} m_{\rho}^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!! \quad (2.13г)$$

Полученные выражения позволяют определять значения КФ для любых значений k_1, k_2 . Так, например, при $k_1 = 1$ и $k_2 = 1$ выражение для КФ запишется $B(1,1) = \sigma_x^2 m_{\rho_x} m_{\rho_y}$, а при $k_1 = 3$ и $k_2 = 2$ выражение для КФ запишется $B(3,2) = \sigma_x^2 (m_{\rho_x}^3 + 3\sigma_{\rho_x}^2 m_{\rho_x}) (m_{\rho_y}^2 + \sigma_{\rho_y}^2)$.

Для определения области применения дважды стохастических СП выполним исследование свойств их КФ. На рисунке 2.7 представлены график решения интеграла (2.12), график КФ, найденной по выражениям (2.13а) – (2.13г) и график КФ для СП на основе АР модели первого порядка с постоянными коэффициентами корреляции m_{ρ_x} и m_{ρ_y} . Результаты рассмотрены для сечения $k_2 = 0$. Параметры модели $m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.85$, $\sigma_{\rho_x}^2 = \sigma_{\rho_y}^2 = 0.006$.

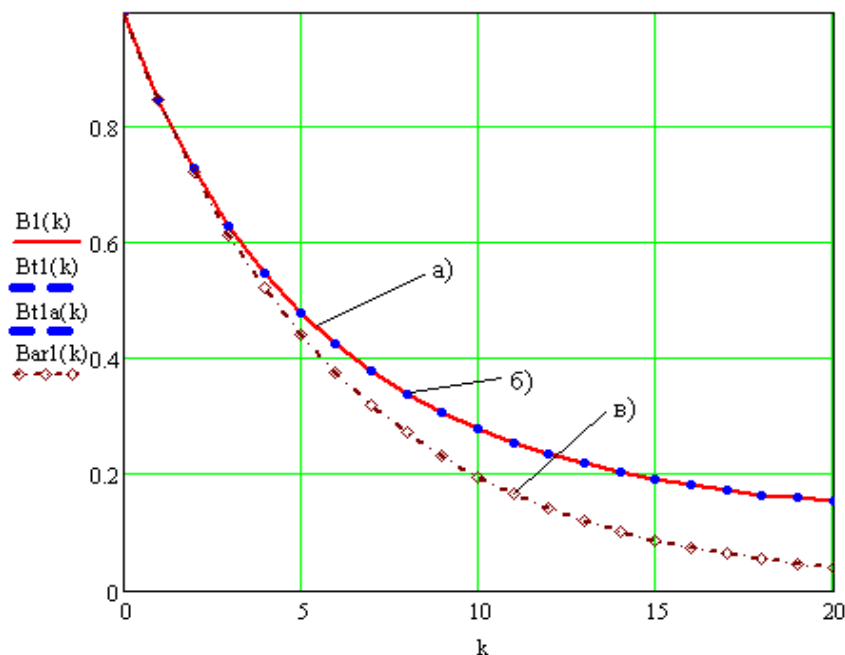


Рис. 2.7 – Сравнительная характеристика КФ дважды стохастического СП: численное решение интеграла (2.12) (а); КФ, рассчитанная по выражениям (2.13а) – (2.13г) (б); КФ СП АР первого порядка (в)

Из рисунка 2.7 видно, что рассчитанные в нескольких точках значения КФ совпадают с непосредственным решением интеграла (2.8). Анализируя полученные графики, можно сделать вывод о том, что с увеличением расстояния k уменьшение КФ дважды стохастического СП происходит медленнее, чем у СП на основе АР модели первого порядка. Следовательно, взаимосвязи между элементами СП, сформированного в соответствии с такой моделью, сильнее.

На рисунке 2.8 представлены значения КФ (2.13а) – (2.13г) при $k_2 = 0$, $m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.9$ и различных значениях среднеквадратичных отклонений

(СКО) $\sigma_{\rho_x}^2 = \sigma_{\rho_y}^2$. Анализ представленных графиков позволяет сделать вывод, что увеличение дисперсии корреляционного параметра σ_{ρ}^2 ведет к росту значений КФ, что объясняется замедлением изменений значений СП.

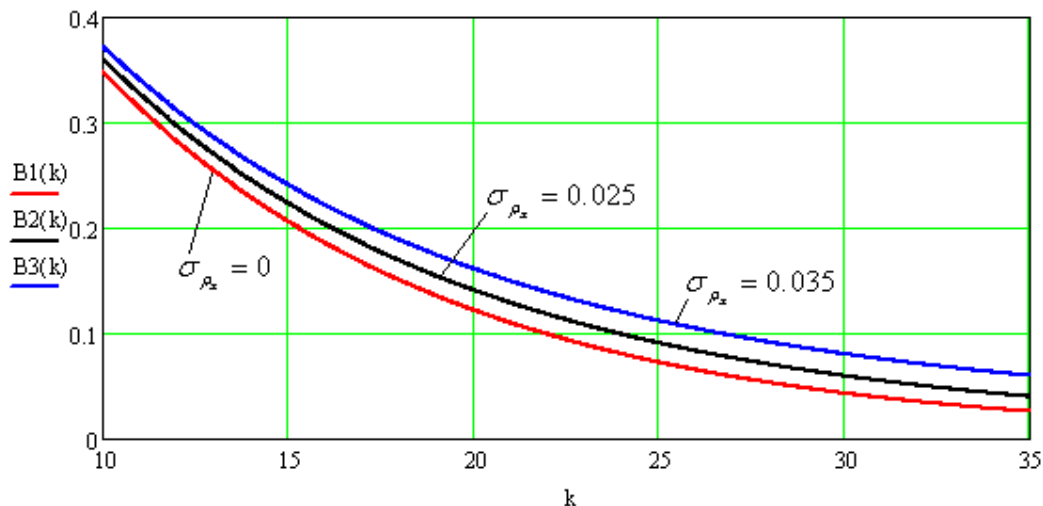


Рисунок 2.8 – Срезы КФ дважды стохастического СП при разных СКО

На рисунке 2.9 представлены КФ при $\sigma_{\rho_x}^2 = \sigma_{\rho_y}^2 = 0.025$ и различных значениях m_{ρ_x} .

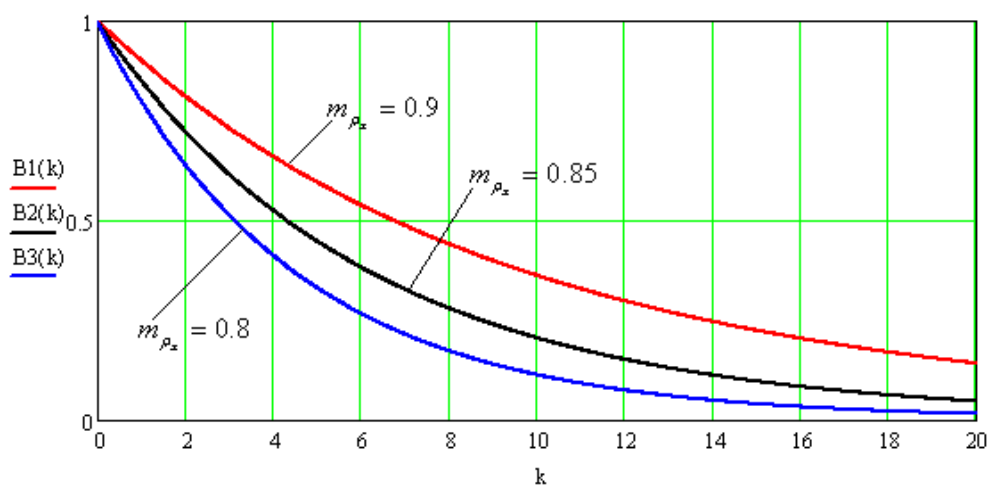


Рисунок 2.9 – Семейство срезов КФ дважды стохастического СП с разными средними значениями корреляции

Таким образом, для оценки КФ дважды стохастических СП при близких к единице значениях коэффициентов корреляции $r_{1x}, r_{2x}, r_{1y}, r_{2y}$ между соседними элементами $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ можно использовать выражения (2.13a) – (2.13z).

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод, что при $\sigma_{\rho_x} \rightarrow 0$, $\sigma_{\rho_y} \rightarrow 0$ КФ стремится к $\sigma_x^2 m_{\rho_x}^{|k_1|} m_{\rho_y}^{|k_2|}$, т. е. СП $\{x_{ij}\}$ стремится к стандартному АР полю модели первого порядка с постоянными коэффициентами корреляции m_{ρ_x} и m_{ρ_y} .

На рисунке 2.10 в качестве дополнительной иллюстрации представлена реализация СП на основе ДС модели и соответствующие графики оценок КФ в зависимости от различных параметров ($m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.8$, $\sigma_{\rho_x} = \sigma_{\rho_y} = 0.001$, $r_{1x} = r_{2x} = r_{1y} = r_{2y} = 0.99$) базовых СП. На рисунке 2.11 показаны КФ дважды стохастического СП и СП для модели Хабиби.

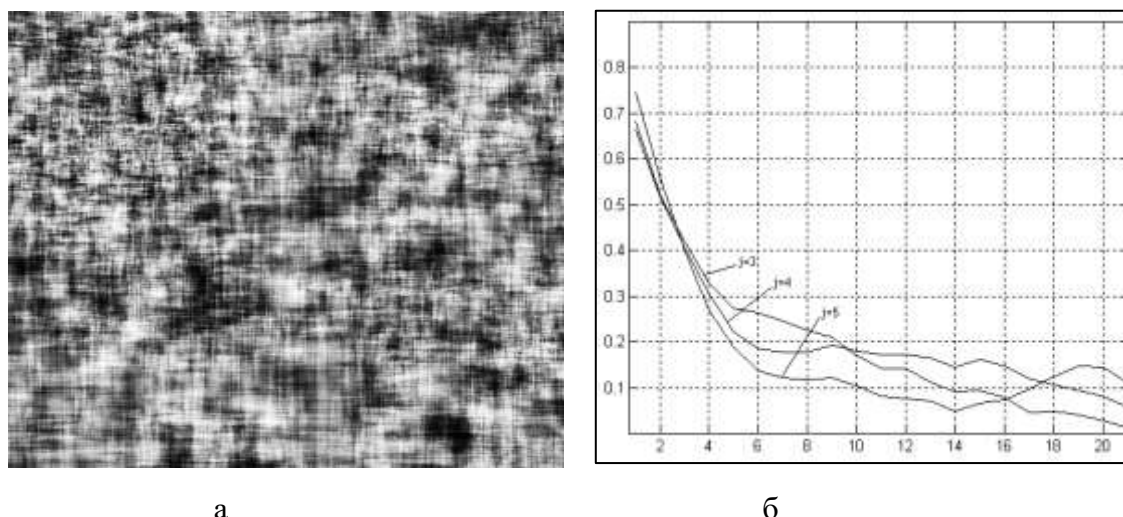


Рисунок 2.10 – Реализация дважды стохастического поля (а) и графики оценки его КФ (б) для 3-го, 4-го и 5-го столбцов

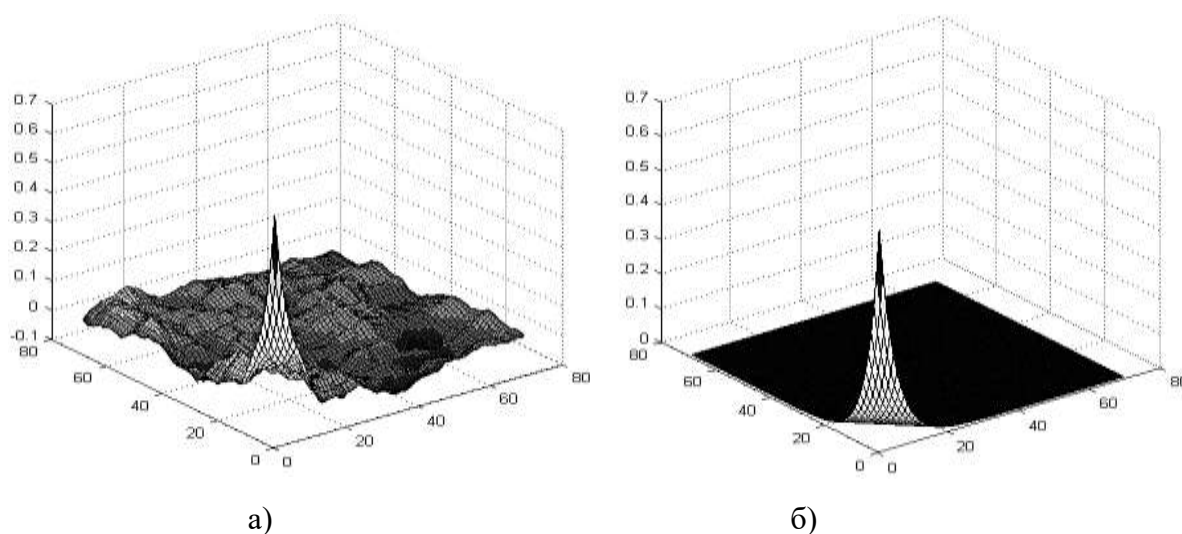


Рисунок 2.11. – КФ дважды стохастического СП (а) и СП Хабиби (б)

Полученные соотношения могут быть получены и для более общих случаев модели (2.6). Пусть, например, СП $\{x_{i,j}\}$ описывается моделью:

$$x_{i,j} = F_{ARMR2,2}(\rho_{xi,j}, \rho_{yi,j}, b_{i,j}\xi_{i,j}),$$

где $\xi_{i,j}$ – СП независимых стандартных гауссовских СВ с $M\{\xi_{i,j}\} = 0$, $M\{\xi_{i,j}^2\} = \sigma_\xi^2 = 1$; $b_{i,j}$ – коэффициент, определяющий дисперсию моделируемого СП $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ – случайные величины с гауссовской плотностью распределения, определяемые уравнениями (2.11). Тогда условная КФ СП $\{x_{i,j}\}$ при фиксированных значениях параметров может быть найдена следующим образом:

$$B(k_1, k_2) = M \left\{ \sigma_x^2 \rho_{xi,j}^{|k_1|} \left(1 + |k_1| \frac{1 - \rho_{xi,j}^2}{1 + \rho_{xi,j}^2} \right) \rho_{yi,j}^{|k_2|} \left(1 + |k_2| \frac{1 - \rho_{yi,j}^2}{1 + \rho_{yi,j}^2} \right) \right\}.$$

Тогда, с учетом независимости $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$,

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{xi,j}^{|k_1|} \left(1 + |k_1| \frac{1 - \rho_{xi,j}^2}{1 + \rho_{xi,j}^2} \right) w(\rho_{xi,j}) d\rho_{xi,j} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{yi,j}^{|k_2|} \left(1 + |k_2| \frac{1 - \rho_{yi,j}^2}{1 + \rho_{yi,j}^2} \right) w(\rho_{yi,j}) d\rho_{yi,j}. \quad (2.14)$$

С учетом гауссовских распределений $w(\rho_{xi,j})$, $w(\rho_{yi,j})$ запишем:

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 B_1(k_1) B_2(k_2),$$

где

$$B_1(k_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^{|k_1|} \left(1 + |k_1| \frac{1 - (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^2}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + \sigma_{m_x})^2} \right) e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x, \\ B_2(k_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^{|k_2|} \left(1 + |k_2| \frac{1 - (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^2}{1 + (z_y \sigma_{\rho_y} + \sigma_{m_y})^2} \right) e^{-\frac{z_y^2}{2}} dz_y.$$

Так как двойной интеграл не только разделимый, но и имеет подобные подынтегральные выражения для обоих переменных, сведем вычисление $B(k_1, k_2)$ к нахождению одного из интегралов при $k_2 = 0$. Тогда, считая $\sigma_x^2 = 1$, перепишем КФ в виде:

$$B(k_1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|} + \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|} |k_1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} - \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|+2} |k_1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2}] e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x.$$

Последнее выражение содержит сумму трех интегралов:

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x,$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|} |k_1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x,$$

$$I_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^{|k_1|+2} |k_1|}{1 + (z_x \sigma_{\rho_x} + m_{\rho_x})^2} e^{-\frac{z_x^2}{2}} dz_x.$$

В этих формулах первый интеграл может быть найден как КФ дважды стохастической модели (2.10). Интеграл I_3 можно выразить через интегралы I_1 и I_2 : $I_3 = -|k_1|I_1 + I_2$.

Таким образом, $B(k_1, 0) = (1 - |k_1|)I_1 + I_2$. Тогда после несложных, но громоздких преобразований выражение для КФ можно записать в следующем виде:

– если k_1 и k_2 являются четными, то

$$B(k_1, k_2) = \sigma_x^2 \left(1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})]} \right) \times$$

$$\times \sum_{j_1=0}^{\frac{k_1}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_{\rho}^{2j_1} m_{\rho}^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \left(1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})]} \right)$$

$$\times \sum_{j_2=0}^{k_2/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_{\rho}^{2j_2} m_{\rho}^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \quad (2.15a)$$

– если k_1 принимает четные значения, а k_2 – нечетные, то

$$\begin{aligned}
B(k_1, k_2) &= \sigma_x^2 \left(1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})]} \right) \times \\
&\times \sum_{j_1=0}^{\frac{k_1}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_\rho^{2j_1} m_\rho^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \left(1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})]} \right) \\
&\times \sum_{j_2=0}^{(k_2-1)/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_\rho^{2j_2} m_\rho^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \tag{2.156}
\end{aligned}$$

– если k_1 принимает нечетные значения, а k_2 – четные, то

$$\begin{aligned}
B(k_1, k_2) &= \sigma_x^2 \left(1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})]} \right) \times \\
&\times \sum_{j_1=0}^{\frac{(k_1-1)}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_\rho^{2j_1} m_\rho^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \left(1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})]} \right) \\
&\times \sum_{j_2=0}^{k_2/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_\rho^{2j_2} m_\rho^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \tag{2.15В}
\end{aligned}$$

– если k_1 и k_2 являются нечетными, то

$$\begin{aligned}
B(k_1, k_2) &= \sigma_x^2 \left(1 - |k_1| + \frac{2|k_1|}{1 + [m_{\rho_x}^2 + (1 + m_{\rho_x})]} \right) \times \\
&\times \sum_{j_1=0}^{\frac{(k_1-1)}{2}} C_{k_1}^{2j_1} \sigma_\rho^{2j_1} m_\rho^{k_1-2j_1} (2j_1 - 1)!! \left(1 - |k_2| + \frac{2|k_2|}{1 + [m_{\rho_y}^2 + (1 + m_{\rho_y})]} \right) \\
&\times \sum_{j_2=0}^{(k_2-1)/2} C_{k_2}^{2j_2} \sigma_\rho^{2j_2} m_\rho^{k_2-2j_2} (2j_2 - 1)!!; \tag{2.15Г}
\end{aligned}$$

Тогда, например, при $k_1 = 3$ и $k_2 = 2$ КФ имеет вид:

$$\begin{aligned}
B(3,2) &= \sigma_x^2 \left(\frac{6}{1 + [m_{\rho_x}^2 + 3\sigma_{\rho_x}^2(1 + m_{\rho_x})]} - 2 \right) (m_{\rho_x}^3 + 3\sigma_{\rho_x}^2 m_{\rho_x}) \times \\
&\times \left(\frac{4}{1 + [m_{\rho_y}^2 + 2\sigma_{\rho_y}^2(1 + m_{\rho_y})]} - 1 \right) (m_{\rho_y}^2 + \sigma_{\rho_y}^2).
\end{aligned}$$

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод, что при $\sigma_{\rho_x} \rightarrow 0, \sigma_{\rho_y} \rightarrow 0$ СП $\{x_{i,j}\}$ стремится к СП, порожденному АР моделью с

корнями характеристических уравнений кратности (2,2) с постоянными коэффициентами корреляции m_{ρ_x} и m_{ρ_y} .

На рисунке 2.12 представлены график решения интеграла (2.14), график КФ, найденной по выражениям (2.15a)-(2.15z) и график КФ СП на основе АРКК модели кратности (2,2) или восьмиточечной модели с постоянными коэффициентами корреляции m_{ρ_x} и m_{ρ_y} . Результаты рассмотрены для сечения $k_2 = 0$. Параметры модели $m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.7$, $\sigma_{\rho_x}^2 = \sigma_{\rho_y}^2 = 0.014$.

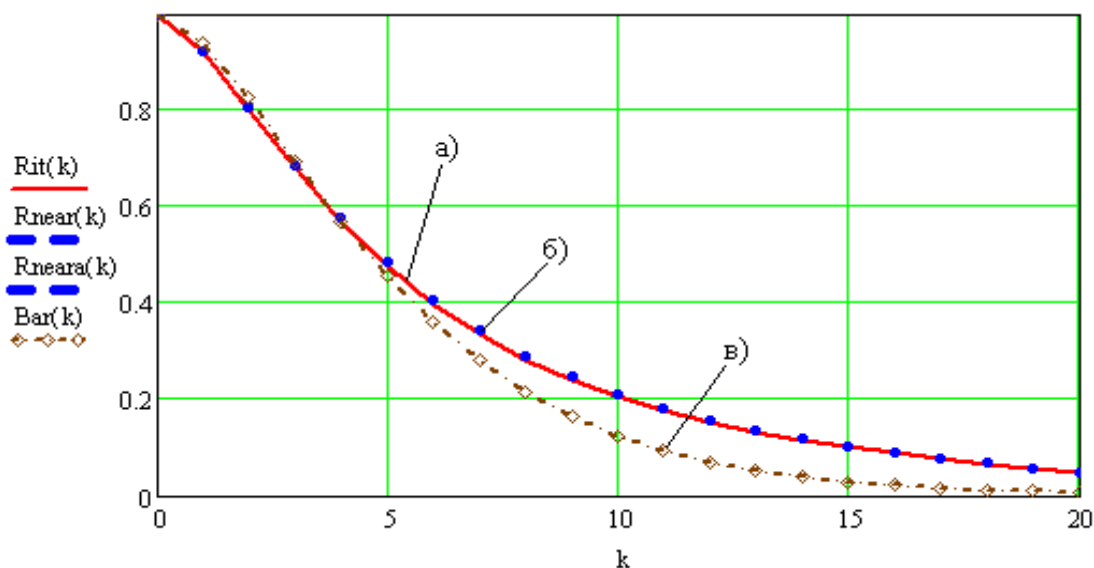


Рисунок 2.12. Сравнительная характеристика КФ дважды стохастического СП на основе АРКК модели: численное решение интеграла (2.15) (а); КФ, рассчитанная по выражениям (2.15a)-(2.16z) (б); КФ СП на основе восьмиточечной модели (в)

Анализ кривых на рисунке 2.12 показывает, что рассчитанные в нескольких точках значения КФ совпадают с непосредственным решением интеграла (2.16). Анализируя полученные графики, можно сделать вывод о том, что с увеличением расстояния k_1 уменьшение КФ дважды стохастического СП происходит медленнее, чем у СП на основе восьмиточечной модели. Следовательно, взаимосвязи между элементами такой модели сильнее. Однако при $m_{\rho_x} \rightarrow 1$ и $m_{\rho_y} \rightarrow 1$ лучше использовать уже АРКК модель, т.к. графики сходятся, но дважды стохастическая модель СП требует больших вычислительных затрат.

Таким образом, для оценки КФ дважды стохастических СП при близких к единице значениях коэффициентов корреляции $r_{1x}, r_{2x}, r_{1y}, r_{2y}$ между соседними элементами $\rho_{xi,j}$ и $\rho_{yi,j}$ возможно использовать выражения (2.15a) – (2.15z).

На рисунке 2.13 представлены значения КФ (2.15a)-(2.15z) при $k_2 = 0$, $m_{\rho_x} = m_{\rho_y} = 0.7$ и различных значениях СКО σ_{ρ_x} .

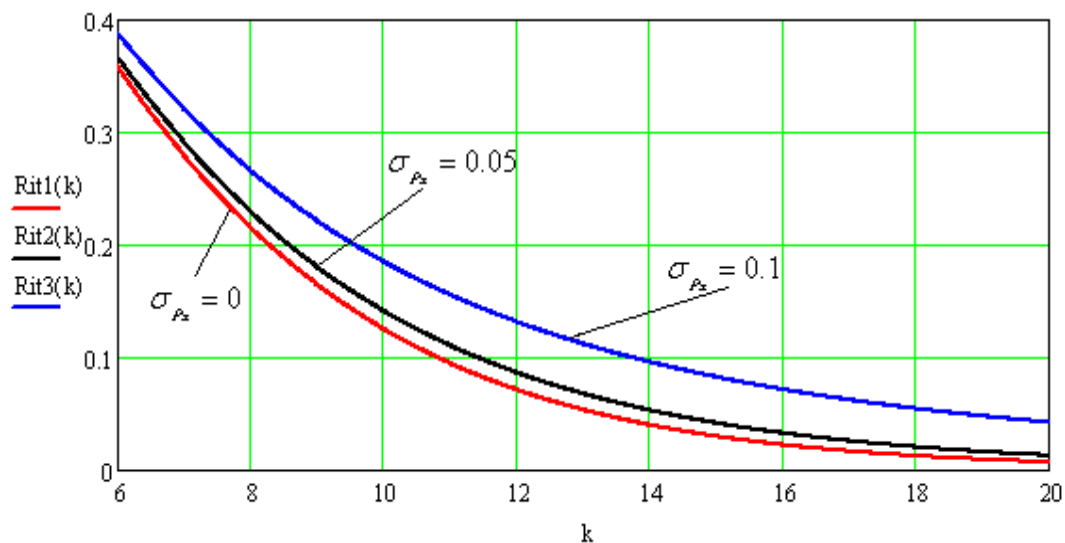


Рисунок 2.13. – Срезы КФ дважды стохастического СП при разных СКО

На основе графиков, представленных на рисунке 2.11, можно сделать вывод, что увеличение дисперсии корреляционного параметра $\sigma_{\rho_x}^2$ ведет к росту значений КФ, что объясняется замедлением изменений значений СП.

На рисунке 2.14 представлены КФ при $\sigma_{\rho_x} = \sigma_{\rho_y} = 0.025$ и различных значениях m_{ρ_x} .

Представленная логика позволяет находить выражения для КФ ДС модели (2.7). При этом рост аналитической сложности получаемых выражений при несущественном увеличении показателя изотропности имитируемых полей дает основание рекомендовать в качестве базовых для ДС моделей АРКК модели кратности не выше 3.

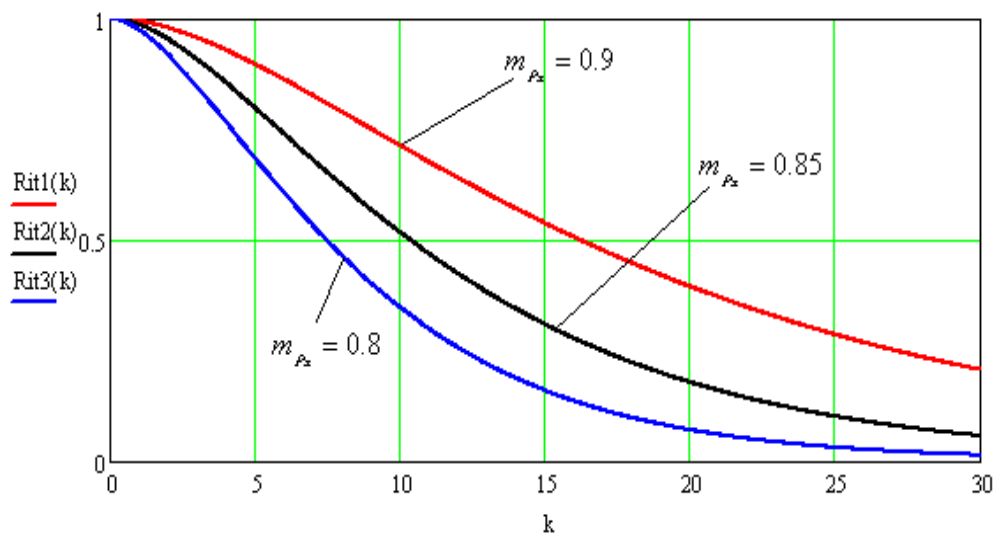


Рисунок 2.14 – Значения срезов КФ при различных средних значениях корреляции

2.4. Идентификация параметров дважды стохастических моделей

Важной составляющей математического моделирования является решение задачи идентификации или подгонки параметров математической модели под реальные сигналы. Возможность и обоснованность такой идентификации являются существенным преимуществом при практическом использовании предлагаемого математического описания.

Очевидной сложностью, возникающей при идентификации параметров ДС модели является своеобразная «двухуровневость» этой модели, которая приводит к тому, что имеющиеся наблюдения зависят от параметров только опосредованно. Например, для простейшей ДС модели (2.4) наблюдаемые отчеты $\{x_i, i = 1, \dots, M_1\}$ зависят от параметра r только опосредованно с использованием вспомогательной случайной последовательности $\{\rho_i, i = 1, \dots, M_1\}$. Рассмотрим варианты преодоления указанной сложности.

Вначале отметим, что любую АР ДС модель (2.2) можно представить в виде тензорного стохастического уравнения:

$$X_{\bar{t}} = \varphi_{\bar{t}-1}(X_{\bar{t}}) + \xi_{\bar{t}}, \quad (2.16)$$

где $X_{\bar{t}}$ – совокупность отсчетов основного и вспомогательных СП, связанных с точкой $\bar{t} \in J$, $\xi_{\bar{t}}$ – совокупность отсчетов нормальных случайных величин с ковариационной матрицей $V_{\bar{t}}$. В главе 3 подробно рассмотрены варианты такого

представления для плоских изображений, многозональных изображений и последовательностей таких изображений. В случае, если обозначить через θ совокупность всех параметров ДС модели, определяющих поведение ее реализаций, то можно записать следующее выражение для ПРВ $\varpi(X|\theta)$:

$$\varpi(X|\theta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^\Sigma \prod_{\bar{i} \in J} \det V_{\bar{i}}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\bar{i} \in J} (X_{\bar{i}} - \varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta)) V_{\bar{i}}^{-1} (X_{\bar{i}} - \varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta))^T \right\},$$

где $\Sigma = \text{mes} J \prod_{\bar{i} \in J} \text{mes} X_{\bar{i}}$, $\text{mes} X_{\bar{i}}$ – количество скалярных СВ входящих в $X_{\bar{i}}$.

В последних выражениях для X и θ намеренно не используются векторные обозначения, чтобы подчеркнуть их многомерность.

Воспользуемся для получения оценки $\hat{\theta}$ методом максимального правдоподобия [225]. Тогда после несложных преобразований

$$\frac{d}{d\theta} \left(\log \left(\prod_{\bar{i} \in J} \det V_{\bar{i}} \right) \right) + \sum_{\bar{i} \in J} \frac{d}{d\theta} (X_{\bar{i}} - \varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta)) V_{\bar{i}}^{-1} (X_{\bar{i}} - \varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta))^T \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = \bar{0}. \quad (2.17)$$

В случае, если $V_{\bar{i}}$ не зависят от оцениваемого θ получаем

$$\sum_{\bar{i} \in J} (X_{\bar{i}} - \varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta)) \frac{d\varphi_{\bar{i}-1}(X_{\bar{i}-1}, \theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = \bar{0}. \quad (2.18)$$

Обратим внимание, что представленные системы уравнений (2.17, 2.18) в силу особенностей ДС модели распадаются на независимые равенства, каждое из которых соответствует отдельному параметру, входящему в θ . Чтобы увидеть это рассмотрим простую ДС модель (2.4). Для нее систему (2.18) можно записать в виде:

$$\sum_{i=2..N} \left(\begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \rho_{i-1} x_{i-1} \\ r \rho_{i-1} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \rho_{i-2} x_{i-1} \\ \rho_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда для неизвестного параметра r имеет место очевидное равенство:

$$r = \frac{\sum_{i=2}^N \rho_i \rho_{i-1}}{\sum_{i=2}^N \rho_i^2}.$$

Полученные соотношения требуют знания вспомогательных случайных полей, использующихся при формировании $X_{\bar{i}}$. Одним из интуитивно понятных вариантов получения оценок эти полей является применение скользящих окон, в пределах которых реализации ДС модели считаются близкими к однородным.

Тогда для выполнения оценки вспомогательных случайных полей для каждого положения скользящего окна можно использовать достаточно простые статистики. Например, в случае, если для некоторого i -го положения окна размером W_1 элементов ДС модель (2.6) может быть аппроксимирована одномерной АР моделью первого порядка $x_i = \rho_j x_{i-1} + \xi_i$ коэффициент ρ_j , определяющий КФ $B(i) = \rho_j^{|i|}$, может быть представлен оценкой

$$\hat{\rho}_j = \frac{W_1}{W_1 - 1} \frac{\sum_{i=1}^{W_1-1} \left(z_i - \frac{1}{W_1} \sum_{k=1}^{W_1} z_k \right) \left(z_{i+1} - \frac{1}{W_1} \sum_{k=1}^{W_1} z_k \right)}{\sum_{i=1}^{W_1} \left(z_i - \frac{1}{W_1} \sum_{k=1}^{W_1} z_k \right)^2},$$

где z_i - i -й отсчет наблюдаемого процесса Z принадлежащий текущему положению окна, n - количество элементов в окне. Для случаев АР более высоких порядков оценку их параметров можно выполнить с помощью уравнений Юла-Уокера [37,265]. Тогда при порядке авторегрессии, равном k , для идентификации необходимо решить систему из k линейных уравнений.

Для получения соотношений, позволяющих оценить неизвестные параметры ДС модели, рассмотрим еще раз модель (2.6). Анализ ее структуры показывает, что в ходе идентификации параметров необходимо определить три параметра: математическое ожидание m_ρ и дисперсию σ_ρ^2 коэффициентов $\{\rho_i\}$, а также коэффициент корреляции r . Предположим, что имеется последовательность наблюдений $\{z_i\}$ с нулевыми средними. Тогда нетрудно получить, что

$$\hat{m}_\rho = \frac{1}{M_1 - 1} \frac{\sum_{i=1}^{M_1-1} z_i z_{i+k}}{\sigma_z^2}, \quad (2.21)$$

$$\hat{\sigma}_\rho = \sqrt{\frac{1}{M_1 - 2} \frac{\sum_{i=1}^{M_1-2} z_i z_{i+k}}{\sigma_z^2} - \hat{m}_\rho^2}. \quad (2.22)$$

Для определения параметров (2.21) и (2.22) необходима еще одна оценка:

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{M_1 - 1} \sum_{i=1}^{M_1-1} \left(z_i - \frac{\sum_{j=1}^{M_1-1} z_j}{M_1} \right)^2.$$

Таким образом, может быть решена задача идентификации двух из трех параметров ДС модели (2.4). Определение параметра r внутренней авторегрессии представляет собой более сложную задачу. Действительно, для него нет в явном виде статистической связи с наблюдаемой последовательностью. Интуитивно понятно, что для оценки этого параметра необходимо выполнить анализ динамики развития случайного процесса. При этом чем медленнее меняются параметры этого процесса, тем ближе к единице параметр внутренней авторегрессии r . Тогда расчет этих коэффициентов осуществляется сначала для начального положения окна, а затем для других положений, полученных последовательным смещением «окна» на одну единицу вправо. После прохода по всей последовательности, найденные оценки коэффициентов корреляции используются для определения r :

$$\hat{r} = \frac{1}{\hat{\sigma}_\rho^2 (M_1 - W_1 + 1)} \sum_{i=1}^{M_1 - W_1 + 1} (\hat{\rho}_i - \hat{m}_\rho)(\hat{\rho}_{i+1} - \hat{m}_\rho). \quad (2.23)$$

Таким образом, формула (2.23) позволяет оценить постоянный коэффициент корреляции внутренней АР модели.

В таблице 2.1 и таблице 2.2. представлены результаты статистического моделирования, в рамках которого выполнялась идентификация параметров для имитированных последовательностей.

Таблица 2.1 Идентификация параметров модели при $W_1 = 7$

Параметр	Значение				
	m_ρ	0.8	0.65	0.65	0.8
\hat{m}_ρ	0.79	0.66	0.63	0.81	0.17
σ_ρ^2	0.002	0.0036	0.001	0.002	0.07
$\hat{\sigma}_\rho^2$	0.003	0.002	0.002	0.001	0.06
r	0.85	0.9	0.5	0.15	0.99
\hat{r}	0.86	0.91	0.49	0.14	0.98
C_1	0.91	0.93	0.23	0.07	0.99

Таблица 2.2 Идентификация параметров модели при $n = 15$

Параметр	Значение				
	m_p	0.8	0.65	0.65	0.8
\hat{m}_p	0.82	0.65	0.62	0.83	0.2
σ_p^2	0.002	0.0036	0.001	0.002	0.07
$\hat{\sigma}_p^2$	0.003	0.004	0.001	0.001	0.065
r	0.85	0.9	0.5	0.15	0.99
\hat{r}	0.93	0.95	0.54	0.12	0.99
C_1	0.88	0.92	0.29	0.02	1

В эксперименте использовались «скользящие окна» размером $W_1 = 7$ и $W_1 = 15$ с общей длиной последовательности $M_1 = 2000$. Общее число экспериментов для каждого набора параметров – 1000 шт.

Параметр C_1 характеризует относительное число экспериментов, в которых которой погрешность оценки \hat{r} не превышает 10%. Анализ показывает, что точность предложенных оценок в целом является достаточной. Также при $r \approx 1$ возможно дать достоверную оценку с использованием «скользящего окна». Однако увеличение длины «окна» и уменьшение значений параметра r приводит к появлению дополнительной погрешности, которая возникает за счет сглаживания процесса. При $r < 0.5$ необходимо уменьшать размер «окна» до минимально возможного, что требует увеличения числа необходимых итераций оценивания и приводит к уменьшению точности этого оценивания. Это объясняется тем, что при малых r коэффициенты корреляции имитируемого процесса меняются достаточно быстро, и этот процесс нельзя считать однородным на протяженных участках. Например, при $r \approx 0.5$ корреляционная связь между элементами, отстоящими друг от друга на 7 отсчетов, составляет всего $B(7) \approx 0.008$.

Для идентификации параметров двумерной ДС модели (2.5) необходимо выполнить оценку статистических параметров $m_{px}, m_{py}, \sigma_{px}^2$ и σ_{py}^2 , а также постоянных коэффициентов корреляции $r_{1x}, r_{2x}, r_{1y}, r_{2y}$. Для этого также можно использовать метод «скользящего окна». При этом можно получить

следующие оценки математического ожидания и дисперсии поля в пределах окна размером N_1 и N_2 :

$$\hat{m}_{z(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})} = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{l=i}^{i+N_1-1} \sum_{k=j}^{j+N_2-1} Z_{l,k},$$

$$\hat{\sigma}_{z(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})}^2 = \frac{1}{N_1 N_2 - 1} \sum_{l=i}^{i+N_1-1} \sum_{k=j}^{j+N_2-1} (Z_{l,k} - m_{z,l,k})^2.$$

Схожим образом определяются оценки коэффициентов связи по строке:

$$\hat{\rho}_{x(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\sum_{l=i}^{i+N_1-2} \sum_{k=j}^{j+N_2-1} (Z_{l,k} - m_{z,l,k}) ((Z_{l+1,k} - m_{z,l+1,k}))}{N(N-1)\sigma_{z(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})}^2} \right)^2}}{\frac{\sum_{l=i}^{i+N_1-2} \sum_{k=j}^{j+N_2-1} (Z_{l,k} - m_{z,l,k}) ((Z_{l+1,k} - m_{z,l+1,k}))}{N(N-1)\sigma_{z(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})}^2}}$$

Оценки коэффициентов $\hat{\rho}_{y(i+\frac{N_1-1}{2}), (j+\frac{N_2-1}{2})}$ находятся аналогично.

Отметим, что найденные соотношения остаются действительными и для других вариантов построения ДС моделей. Например, на практике вместо модели (2.5) целесообразно использовать ДС модель на базе АР модели с кратными корнями характеристических уравнений (2.6). При этом выражения, определяющие изменяющиеся по строке и столбцу корреляционные параметры, можно использовать в неизменном виде.

Оценка параметров в скользящих окнах приводит к двум существенным проблемам. Во-первых, эта оценка может осуществляться только в том случае, когда точно известна структура ДС модели. Так в случае, если ДС модель построена на основе комбинации АРКК моделей (2.7), то необходимо априорно знать все кратности этих АРКК моделей. Обычно при обработке реальных сигналов такая информация отсутствует. Во-вторых, использование скользящих окон для оценки сигнала с изменяющимися статистическими и корреляционными характеристиками приводит к удовлетворительным результатам только при условии очень медленного изменения этих

характеристик. В ином случае возникающие ошибки усреднения оказываются слишком велики для практического применения.

Одним из вариантов решения указанных выше проблем может быть применение псевдоградиентных (ПГ) алгоритмов поиска оценок [185]. ПГ процедуры могут быть описаны с помощью следующего выражения:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \beta_{t+1} J(Z_{t+1}, \hat{\alpha}_t), \quad (2.24)$$

где α - оцениваемый вектор параметров; t – номер итерации; Λ – матрица приближения; β – псевдоградиент целевой функции J , которая характеризует качество оценивания; Z_t - локальная выборка наблюдений, используемая на t -й итерации. ПГ алгоритмы обеспечивают достаточную для большинства практических приложений точность оценивания, не требуя при этом априорного знания градиента целевой функции и особенностей ее поведения.

Для определения необходимой при использовании ПГ алгоритмов целевой функции введем вначале параметр B_i как математическое ожидание квадрата изменений корреляционных параметров:

$$\begin{aligned} B_i &= M\{(\rho_{i-1} - \rho_i)^2\} = M\left\{\left(\rho_{i-1} - r\rho_{i-1} - \sigma_\rho\sqrt{(1-r^2)}\zeta_i\right)^2\right\} = \\ &= M\left\{\left(\rho_{i-1}(1-r) - \sigma_\rho\sqrt{(1-r^2)}\zeta_i\right)^2\right\} = M\{\rho_{i-1}^2\}(1-r)^2 + \sigma_\rho^2(1-r^2) = \\ &= \sigma_\rho^2(1-r)(1+r+1-r) = 2\sigma_\rho^2(1-r) \end{aligned}$$

Тогда

$$B = \sum_{i=2}^N B_i = 2\sigma_\rho^2(1-r)(n-2)$$

Из последнего выражения можно увидеть, что $B(r)$ является монотонно убывающей функцией. Для ее оценки можно использовать следующее выражение:

$$\hat{B} = \sum_{i=2}^{N-2} \left(\frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{(x_i - \hat{m}_x)(x_{i+1} - \hat{m}_x)}{\hat{\sigma}_x^2} \right)^2. \quad (2.25)$$

Справедливость такой оценки B становится понятной, если учесть

$$M \left\{ \frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\sigma}_x^2} \right\} = \frac{M\{x_{i-1}(\rho_i x_{i-1} + \sigma_x \sqrt{1 - \rho_i^2}) \xi_i\}}{\hat{\sigma}_x^2} = \rho_i, \quad \text{то есть выражение}$$

$\frac{(x_{i-1} - \hat{m}_x)(x_i - \hat{m}_x)}{\hat{\sigma}_x^2}$ может быть использовано для приближенной оценки ρ_i . Тогда

для оценки параметра r может быть использовано следующее выражение:

$$r = \frac{(2\sigma_\rho^2(n-2) - \hat{B})}{2\sigma_\rho^2(n-2)}.$$

К сожалению, поиск подобного компактного выражения для случаев больших размерностей и, тем более, для случаев пространственно неразделимых полей существенно затруднен. Тем не менее в этих условиях возможно использовать тот факт, что статистика \hat{B} является связанной со значениями r . Чем больше r , тем медленнее изменяются корреляционные параметры и тем меньшие значения примет в среднем статистика \hat{B} . При этом анализ показывает, что для разных реализаций ДС моделей с одинаковым параметром r соответствующие статистики \hat{B} оказываются близки друг к другу при достаточно большой длине реализации. Это позволяет ввести функцию близости $\Phi(r) = (\hat{B}_0(r) - \hat{B}_m(r))^2$ корреляционных параметров для двух ДСМ (оцениваемой и текущей), которую можно использовать в качестве целевой функции для ПГ идентификации. При этом процесс оценивания параметра r выглядит следующим образом. Имеется оцениваемая последовательность x_i , для которой необходимо получить оценку r . Для нее рассчитывается статистика $\hat{B}_0(r)$. Выполняется имитация ДС последовательности y_i^1 с некоторым произвольным параметром r_i^1 . Для последовательности y_i^1 рассчитывается статистика $\hat{B}_1(r)$, что позволяет рассчитать функцию $\Phi(r)$ на первом шаге. Далее выполняется стандартная ПГ релаксация, минимизирующая $\Phi_1(r)$. То есть на втором шаге вводится $r_i^2 = r_i^1 \pm \beta \Delta$ (движение вперед/назад от предыдущей точки со скоростью β), вновь имитируется последовательность y_i^2 , рассчитываются $\hat{B}_2(r)$ и $\Phi_2(r)$. Если $\Phi_2(r) < \Phi_1(r)$, то движение осуществляется в правильном направлении, т.е. знак β на следующем шаге не

меняется. Если же $\Phi_2(r) > \Phi_1(r)$, то необходимо двигаться в противоположном направлении. Итеративный процесс продолжается до тех пор, пока $\Phi_k(r)$ не приблизится к нулю. В качестве критерия остановки псевдоградиентной релаксации можно использовать либо число итераций, либо условие стабилизации оцениваемого параметра [185]. В результате оценкой параметра r будет его последнее значение. В табл.2.3 представлены результаты оценивания параметра r в зависимости от дисперсии σ_ρ^2 и реального значения r . Длина последовательности составляла 2000 элементов.

Таблица 2.3. Идентификация параметров дважды стохастической модели

Параметр	Значения								
σ_ρ^2	0.002	0,07	0,3	0.002	0,07	0,3	0.002	0,07	0,3
r	0.14	0,14	0,14	0.5	0,5	0,5	0.99	0,99	0,99
\hat{r}	0,138	0,151	0,132	0,501	0,498	0,494	0,99	0,988	0,98
Количество необходимых итераций	234	297	376	212	247	312	132	178	217

Анализ результатов таблицы 2.3 показывает, что точность и скорость оценивания параметра r зависит главным образом от его величины и дисперсии процесса. Чем быстрее изменяется оцениваемый процесс, тем больше времени необходимо ПГ процедуре для поиска нужной оценки и тем менее точной является эта оценка. При этом ПГ процедура в начале релаксации довольно быстро (от 11 до 22 итераций) сходится к значению параметра r с точностью до 10%, однако для стабилизации ПГ алгоритма [185] требуется существенно больше времени (от 178 до 376 итераций соответственно). Это наталкивает на необходимость поиска дополнительных критериев остановки ПГ процедур в приложениях реального времени.

Аналогичный критерий может быть получен и для случая простой двумерной ДС модели (2.5). Запишем условие выбора направления ПГ поиска в следующем виде:

$$\{\tilde{\rho}_{xij}\} = \min_{(\hat{B}_1 - B_{01})^2 + (\hat{B}_2 - B_{02})^2} (a_x \quad b_x \quad c_x \quad d_x \quad e_x \quad f_x \quad g_x \quad h_x \quad k_x)$$

$$\{\tilde{\rho}_{yij}\} = \min_{(\hat{B}_1 - B_{01})^2 + (\hat{B}_2 - B_{02})^2} (a_y \quad b_y \quad c_y \quad d_y \quad e_y \quad f_y \quad g_y \quad h_y \quad k_y)$$

где направление в сторону уменьшения каждого параметра описывается выражением:

$$(a_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2) \sqrt{(1 - (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})^2)} \zeta_{ij}}$$

Направление в сторону уменьшения параметра связи по строке и неизменности по столбцу определяется как

$$(b_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2) \sqrt{(1 - r_{2xs}^2)} \zeta_{ij}}$$

а направление в сторону уменьшения параметра по строке и увеличения по столбцу:

$$(c_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs}) \times \\ \times r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{(1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2) \sqrt{(1 - r_{2xs}^2)} \zeta_{ij}}$$

Точно так же можно задать и остальные направления движения. При этом для каждой пары параметров $\tilde{\rho}_{xij}$ и $\tilde{\rho}_{yij}$ реализуется СП \tilde{x}_{ij} , на основе которого вычисляются статистики

$$\hat{B}_1 = \frac{1}{N_1(N_2 - 2)} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{i=2}^{N_2-1} \left(\frac{\tilde{x}_{i,j}\tilde{x}_{i+1,j}}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{\tilde{x}_{i-1,j}\tilde{x}_{i,j}}{\hat{\sigma}_x^2} \right)^2,$$

$$\hat{B}_2 = \frac{1}{N_1(N_2 - 2)} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{i=2}^{N_2-1} \left(\frac{\tilde{x}_{i,j}\tilde{x}_{i,j+1}}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{\tilde{x}_{i,j-1}\tilde{x}_{i,j}}{\hat{\sigma}_x^2} \right)^2.$$

В случае достижения близости к аналогичным статистикам, полученным по наблюдаемому изображению, значения r_{1xs} , r_{2xs} , r_{1ys} , r_{2ys} считаются результатами идентификации соответствующих параметров.

В таблице 2.4 представлены результаты оценки внутренних параметров с помощью ПГ метода. Сравнивались оценки для случаев, когда $r_{ix(y)}$ близки к θ ,

и когда $r_{ix(y)} \sim 0.5$, а также для $r_{ix(y)} \sim 1$ при $\sigma_x^2 = 1$, $m_{\rho x} = m_{\rho y} = 0.8$, $\sigma_{\rho x}^2 = \sigma_{\rho y}^2 = 0.001$, $N_1 = N_2 = 50$. Для этих случаев формировались реализации ДС модели и производилась идентификация параметров этих моделей.

Таблица 2.4 Оценки корреляционных параметров

	r_{1x}	r_{2x}	r_{1y}	r_{2y}	$\bar{\sigma}_\varepsilon^2$	r_{1x}	r_{2x}	r_{1y}	r_{2y}	$\bar{\sigma}_\varepsilon^2$
x	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.6	0.3	0.6	0.3	0
W=5	0.397	0.403	0.394	0.395	0.088	0.416	0.414	0.395	0.395	0.024
W=15	0.247	0.247	0.256	0.257	0.023	0.287	0.286	0.287	0.286	0.049
W=25	0.138	0.138	0.148	0.149	0.002	0.151	0.15	0.154	0.154	0.111
ПГ	0.093	0.21	0.123	0.186	0.005	0.537	0.39	0.533	0.347	0.005
x	0.6	0.9	0.6	0.9	0	0.95	0.95	0.95	0.95	0
W=5	0.359	0.358	0.370	0.372	0.171	0.333	0.33	0.329	0.33	0.384
W=15	0.354	0.356	0.355	0.358	0.178	0.234	0.234	0.232	0.232	0.514
W=25	0.165	0.166	0.165	0.165	0.364	0.131	0.129	0.157	0.156	0.651
ПГ	0.393	0.84	0.6	0.61	0.032	0.84	0.773	0.827	0.817	0.019

Анализ представленных в таблице 2.4 результатов показывает, что оценки, полученные с помощью ПГ алгоритма, значительно точнее оценок в «скользящем окне» (иногда в 10-15 раз). При этом с увеличением корреляции точность ПГ оценки становится в 4-5 раз меньше, чем при малых значениях r . Стоит отметить, что представленные оценки получены путем усреднения по трем результатам, поэтому дальнейшее увеличение точности может быть достигнуто путем оценки на основе $N > 3$ оценок. Однако выполнение ПГ поиска в таком случае будет требовать значительных вычислительных затрат. Поэтому не всегда целесообразно для получения оценок одних и тех же корреляционных параметров проводить N процедур ПГ поиска. Кроме того, в «скользящем окне» происходит сглаживание всех оценок и поэтому ошибки растут с ростом значений корреляционных параметров. На рис.2.15 представлены оценки параметров r_{1x} и r_{2x} .

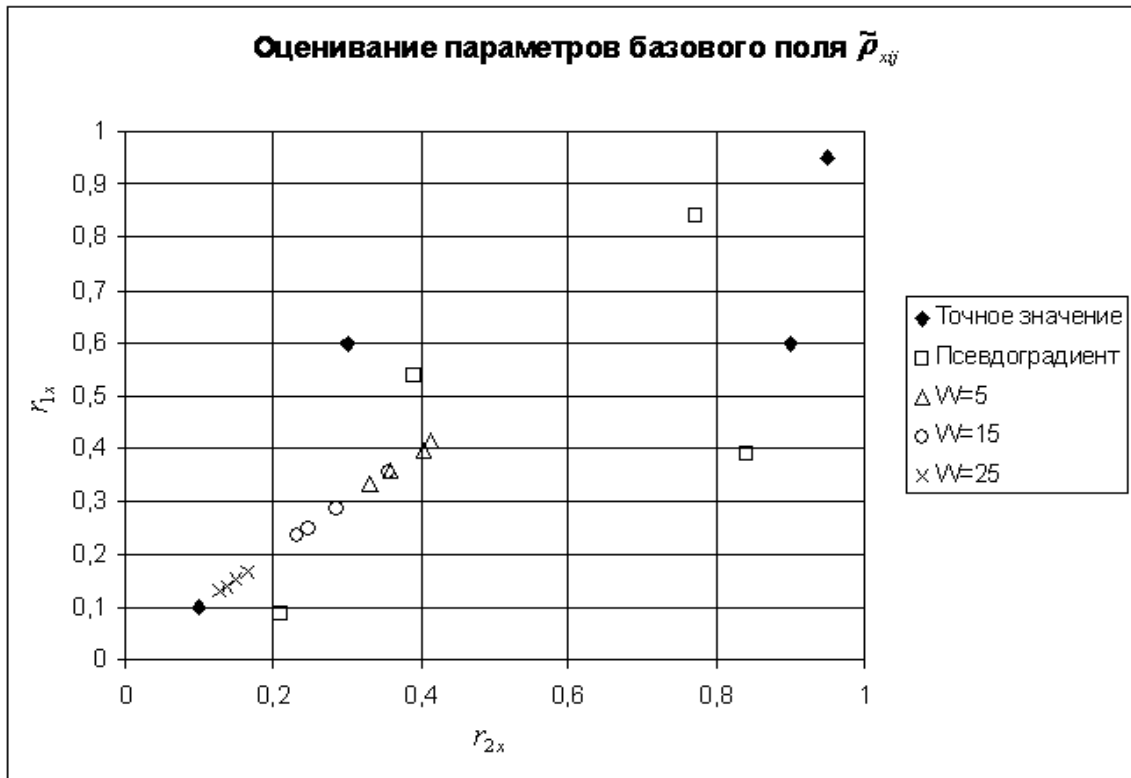


Рис. 2.15. Оценки параметров ДС модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка, треугольником – оценка в окне размером 5×5 , кругом – в окне 15×15 и крестом – в окне 25×25 .

Отметим, что оценки, полученные в скользящем окне, линейно увеличиваются с уменьшением длины окна W . Кроме того, они не зависят от точных значений коэффициентов r_{1x} , r_{2x} и значительно удалены от истинных значений при высоких коэффициентах корреляции. Такие результаты объясняются тем, что при малых размерах «скользящего окна» оценка будет менее точной из-за недостатка информации, а увеличение «окна» приводит к усреднению результатов оценки для обоих параметров, что видно из линейного расположения оценок на рис.2.15.

Примерно такие же характеристики наблюдаются для базового поля $\tilde{\rho}_{yij}$. Разброс оценок, полученных ПГ поиском и в «скользящих окнах» разной длины, представлен на рис.2.16. Таким образом, ПГ процедуры оценивания позволяют производить достаточно точный поиск параметров базовых СП.

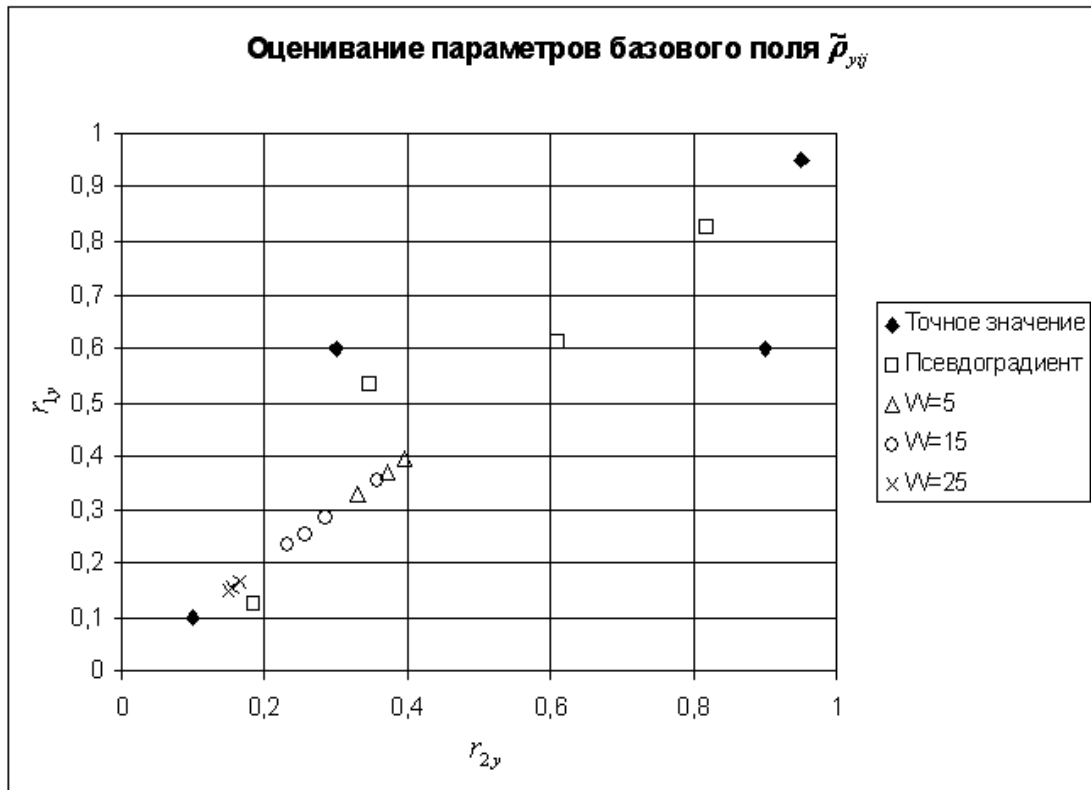


Рис. 2.16. Оценки параметров дважды стохастической модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка, треугольником – оценка в «окне» размером 5×5 , кругом – в «окне» 15×15 и крестом – в «окне» 25×25 .

К сожалению, для более сложных ДС моделей, например, построенных на базе АРКК моделей высоких кратностей, указанная методика может оказаться неприменимой по причине необходимости оценки большого количества параметров и значительных вычислительных ресурсов, необходимых на розыгрыш СП. В этом случае возможно использовать особенности АРКК модели, в частности ее квазиизотропность. Для иллюстрации такого подхода рассмотрим вначале задачу идентификации параметров обычной двумерной АРКК модели с постоянными параметрами:

$$x_{i,j} = F_{ARMR(K_1, K_2)}(r_1, r_2, \sigma_x^2 \beta \xi_{i,j}).$$

Качество подгонки параметров при этом будем оценивать исходя из близости корреляционной функции (КФ) АРКК модели и КФ исходного изображения.

Заметим вначале, что особенностью АРКК модели являются разделимость и квазиизотропность КФ, проявляющие себя тем более заметно,

чем выше кратностей K_1, K_2 . При этом увеличение изотропии имитируемого поля наиболее заметно при изменении кратности в пределах от 1 до 4 [302]. Дальнейшее увеличение кратностей не приводит к существенному увеличению изотропии. В связи с этим разумно воспользоваться этим фактом для предварительной идентификации параметров K_1, K_2 . Для этого воспользуемся коэффициентом анизотропии поля, определяемого как:

$$k = \frac{B(r_k/2, r_k/2)}{B_A(r_k/2, r_k/2)}$$

где r_k – радиус корреляции поля, $B(r_k/2, r_k/2)$ – значение фактической корреляции поля между диагональными элементами на расстоянии $r_k/2$ по вертикали и горизонтали. $B_A\left(\frac{r_k}{2}, \frac{r_k}{2}\right) = \sqrt{B(r_k, 0)B(0, r_k)}$ – корреляция в точке $(r_k/2, r_k/2)$ для абсолютно анизотропного поля с радиусом корреляции r_k .

Ниже представлена рассчитанная зависимость коэффициента k от кратности $M = M_1 = M_2$.

Таблица 2.5

	$M = 1$	$M = 2$	$M = 3$	$M = 4$	$M = 5$	$M = 6$	$M = 7$	$M = 8$	$M = 9$
k	1	1.28	1.34	1.37	1.39	1.396	1.401	1.405	1.409

Тогда используя оценки $\hat{B}(r_k/2, r_k/2)$ и представленную таблицу возможно выполнить предварительную оценку кратностей порождающих АРКК моделей. Будем использовать эти оценки для подгонки параметров r_1, r_2 модели. Для этого воспользуемся разделимостью АРКК моделью и последовательно выполним оценку $\hat{B}_x(i)$ и $\hat{B}_y(j)$ корреляционных функций вдоль строк и столбцов изображения. В том случае, если случайное поле описывается АРКК, то должно выполняться равенство $\hat{B}(i, j) = \hat{B}_x(i)\hat{B}_y(j)$.

Предположим теперь, что у нас есть возможность первичной оценки \hat{r}_1 . В таком случае мы можем построить $\hat{B}_{АРКК_{\hat{R}_1, \hat{r}_1}}(i)$. Будем теперь подбирать $\hat{r}_{1i} \in (0, 1)$ и $\hat{K}_{1i} = \{\hat{K}_1 - 1, \hat{K}_1, \hat{K}_1 + 1\}$ используя ПГ алгоритм, минимизируя по

L_2 норме разницу между $\hat{B}_{ARKK_{\hat{K}_1, \hat{r}_1}}(i)$ и $\hat{B}_x(i)$. Тогда задача сводится к поиску оценок \hat{K}_1, \hat{r}_1 , обеспечивающих $\min_{\hat{K}_1, \hat{r}_1} \sum_{i=1}^{r_k} (\hat{B}_{ARKK_{\hat{K}_1, \hat{r}_1}}(i) - \hat{B}_x(i))^2$. Выполним такую же операцию для $\hat{B}_y(i)$. На рис. 2.17 в качестве иллюстрации представлено изображение (рис 2.17а), смоделированное с помощью ARKK модели с параметрами $(m_1 = 3, r_1 = 0.88, m_2 = 1, r_2 = 0.98, \sigma_x^2 = 1)$, результат подгонки по $B_x(i)$ (рис. 2.17б) и по $B_y(i)$ (рис. 2.17в). В результате применения ПГ алгоритма получены следующие оценки: $\hat{m}_1 = 3, \hat{r}_1 = 0.876, \hat{m}_2 = 1, \hat{r}_2 = 0.9814, \hat{\sigma}_x^2 = 0.986$,

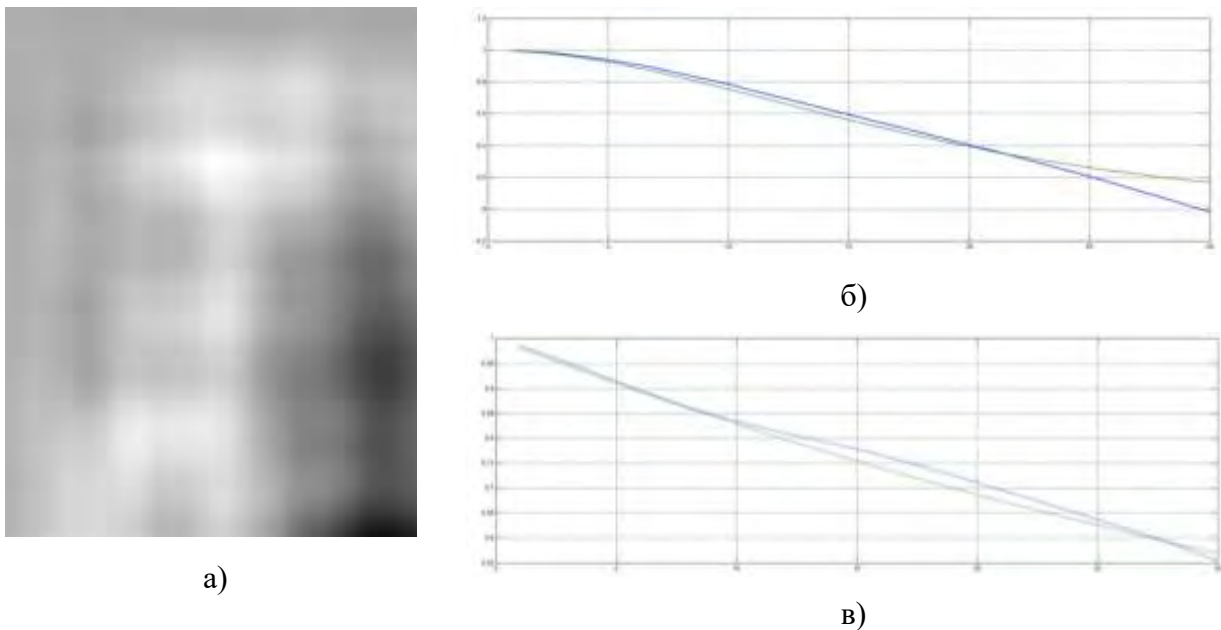


Рис. 2.17. Реализация ARKK модели и результат подгонки КФ

Для оценки качества идентификации параметров в рамках статистического моделирования была проведено серия экспериментов, результаты которых представлены на рис. 2.18. При этом на рис. 2.18а представлена зависимость средней ошибки идентификации $\varepsilon_r = \sqrt{M(\hat{r}_1 - r_1)^2}$ корреляционного параметра \hat{r}_1 от σ_x^2 , а на рис. 2.18б показана зависимость вероятности P_K правильного определения кратности \hat{m} от σ_x^2 .

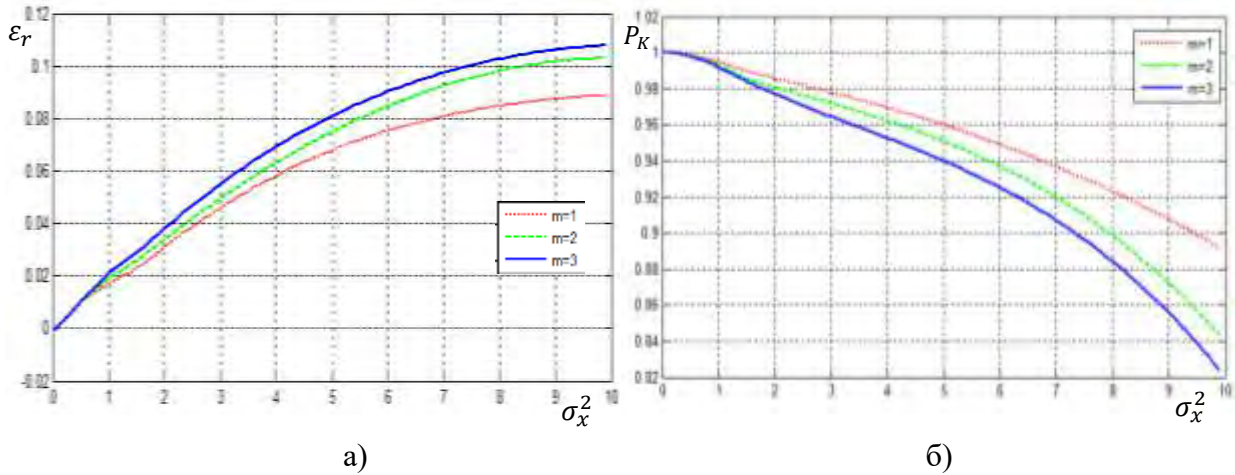


Рис. 2.18. Исследование точности идентификации параметров

Непосредственный анализ рис. 2.18 показывает некоторое ухудшение качества оценивания параметров АРКК модели с ростом кратности этой модели.

Вернемся к задаче идентификации параметров ДС модели. Для этого рассмотрим отдельно совокупность случайных величин $X = \{x_{\bar{l}}, \bar{l} \in J\}$, представляющих собой непосредственные наблюдения (например, отсчеты изображения) и совокупность случайных величин $Y = \{y_{k,\bar{l}}, \bar{l} \in J, k = 1, \dots, K\}$, определяющих поведение X в рамках ДС модели. Тогда имеет место следующее соотношение

$$\varpi(x, Y|\theta) = \varpi(x|Y)\varpi(Y|\theta)$$

или эквивалентное равенство

$$\log(\varpi(x, Y|\theta) = \log(\varpi(x|Y)) + \log(\varpi(Y|\theta)).$$

Из последних равенств не очевидно, как определить необходимую для получения оценки $\hat{\theta}$ по имеющейся совокупности наблюдений X условную плотность $\varpi(x|\theta)$. Чтобы найти эту плотность воспользуемся методом максимизации ожидания [225] и рассмотрим следующее равенство:

$$\log(\varpi(X|\theta = \theta') = Q(\theta') + H(\theta'),$$

где $Q(\theta') = M\{\log(\varpi(X, Y|\theta)|Y = Y', \theta')\}$; $H(\theta') = -M\{\log(\varpi(X|Y, \theta)|Y = Y', \theta')\}$. Тогда $Q(\theta')$ является суррогатной функцией для максимизации $\varpi(X|\theta)$. Это означает, что если $Q(\theta'') > Q(\theta')$, то $\varpi(X|\theta'') > \varpi(X|\theta')$. Кроме этого в [225] показано, что в указанных обозначениях $H(\theta') = \min_{\theta \in \Omega} H(\theta)$.

Соответственно параметры $\hat{\theta}$, обеспечивающие максимум $Q(\theta)$, в то же самое время обеспечивают $\max_{\theta \in \Omega} \varpi(X|\theta)$, то есть в соответствии с критерием максимального правдоподобия являются решением поставленной в настоящем разделе задачи.

Для использования представленных результатов рассмотрим подробно $\varpi(X, Y|\theta)$ для ДС АР моделей. Вначале обратим внимание, что в силу особенностей ДС моделей СВ $y_{k_1, \bar{i}_1} y_{k_2, \bar{i}_2}$ являются независимыми при $k_1 \neq k_2$ для $\forall \bar{i}_1$ и \bar{i}_2 . Тогда

$$\varpi(X, Y|\theta) = \varpi(X/Y) \prod_{k=1}^K \varpi(Y_k|\bar{\theta}_k).$$

В последнем выражении $\bar{\theta}_k$ представляют собой вектора параметров, составляющих $\theta : \theta = \{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_K\}$ и определяющих статистические и корреляционные свойства нормальных случайных величин Y_k .

С учетом введенных обозначений и особенностей ДС АР модели можно записать следующие равенства:

$$\varpi(X|Y) \cong \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{mes(J)} \prod_{mes(J)} \det V_{\xi \bar{i}}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{\bar{i} \in J} (\bar{x}_{\bar{i}} - \bar{\varphi}_{\bar{i}-1}(\bar{x}_{\bar{i}-1}, \bar{y}_{\bar{i}})) V_{\xi \bar{i}}^{-1} (\bar{x}_{\bar{i}} - \bar{\varphi}_{\bar{i}-1}(\bar{x}_{\bar{i}-1}, \bar{y}_{\bar{i}}))^T\right\}.$$

$$\varpi(Y_k|\bar{\theta}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{mes(J)} \prod_{mes(J)} \det V_{\psi k, \bar{i}}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{\bar{i} \in J} (\bar{y}_{k, \bar{i}} - \bar{\psi}_k(\bar{y}_{k, \bar{i}-1}, \bar{\theta}_k)) V_{\psi \bar{i}}^{-1} (\bar{y}_{k, \bar{i}} - \bar{\psi}_k(\bar{y}_{k, \bar{i}-1}, \bar{\theta}_k))^T\right\}.$$

В последних выражениях $V_{\xi \bar{i}}, V_{\psi k, \bar{j}}$ - ковариационные тензор СП $\{\xi_{\bar{j}}, \bar{j} \in D_{\bar{i}}\}$ и СП $\{\zeta_{k, \bar{j}}, \bar{j} \in D_{k, \bar{i}}\}$; $D_{\bar{i}}$ - каузальное окно основной модели, а $D_{k, \bar{i}}$ - каузальное окно k -ой вспомогательной АР модели для точки \bar{i} .

Предположим, что относительно параметров θ мы можем сделать некоторые первоначальные предположения $\hat{\theta}^{(0)}$. В случае отсутствия таких предположений выберем отсчеты $\hat{\theta}^{(0)}$ случайным образом из множества возможных значений. Тогда, считая θ вектором известных параметров, используем байесовский критерий для определения оценок неизвестных $\bar{y}_{k, \bar{i}}$. Применяя простую функцию потерь получим

$$\hat{Y}_{MAP}^{(0)} = \operatorname{argmin}_Y \{-\log \varpi(X/Y) - \log \varpi(Y)\} = \operatorname{argmin}_Y \{-\log \varpi(X/Y) - \sum_{k=1}^K \log \varpi(Y_k)\}.$$

После подставки выражений ПРВ $\varpi(X/Y)$ и $\varpi(Y_k)$ и с учетом того, что $\frac{d \log \varpi(Y_{k_1})}{d \bar{y}_{k_2, \bar{l}}} = 0$ при $k_1 \neq k_2$ получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d \log(\det V_{\xi \bar{l}})}{d \bar{y}_{k, \bar{l}}} + \sum_{\bar{l} \in J} (\bar{x}_{\bar{l}} - \bar{\varphi}_{\bar{l}-1}(\bar{x}_{\bar{l}-1}, \bar{y}_{\bar{l}})) V_{\xi \bar{l}}^{-1} \frac{d \bar{\varphi}_{\bar{l}-1}(\bar{x}_{\bar{l}-1}, \bar{y}_{\bar{l}})}{d \bar{y}_{k, \bar{l}}} \Big|_{\bar{y}_{k, \bar{l}} = \hat{y}_{k, \bar{l}}^{(0)} \text{ MAP}_{k, \bar{l}}} \\ + \sum_{\bar{l} \in J} (\bar{y}_{k, \bar{l}} - \bar{\psi}_k(\bar{y}_{k, \bar{l}-1})) V_{\psi \bar{l}}^{-1} \frac{d \bar{\psi}_k(\bar{y}_{k, \bar{l}-1})}{d \bar{y}_{k, \bar{l}}} \Big|_{\bar{y}_{k, \bar{l}} = \hat{y}_{k, \bar{l}}^{(0)} \text{ MAP}_{k, \bar{l}}} = 0, k = 1..K, \bar{l} \in J. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Совокупность оценок $\hat{Y}_{MAP}^{(0)} = \{\hat{y}_{MAP_{k, \bar{l}}}^{(0)}, k = 1..K, \bar{l} \in J\}$, получаемых по результатам решения обеспечивают равенство [225]:

$$\varpi(X, \hat{Y}_{MAP}^{(0)} | \theta = \hat{\theta}^{(0)}) = M\{\varpi(X, Y | \theta) | Y = \hat{Y}_{MAP}^{(0)}, \hat{\theta}^{(0)}\}.$$

Тогда имеет место равенство:

$$Q(\hat{\theta}^{(0)}) = \log(\varpi(X, \hat{Y}_{MAP}^{(0)} | \theta = \hat{\theta}^{(0)}))$$

Задача поиска последующих наборов параметров $\hat{\theta}^{(t)}$, обеспечивающих условие $Q(\hat{\theta}^{(t)}) > Q(\hat{\theta}^{(t-1)})$, может быть решена на основе использования ПП многопараметрической оптимизации. При этом

$$\hat{\theta}^{(t)} = \hat{\theta}^{(t-1)} - \Lambda^{(t)} \beta^{(t)},$$

где $\beta^{(t)}$ - псевдоградиент целевой функции, зависящий от $\hat{\theta}^{(t-1)}$ и номера итерации t ; $\Lambda^{(t)}$ - матрица усиления [185]. Для каждого из $\hat{\theta}^{(t)}$ и наблюдений X с помощью байесовского подхода решается задача поиска оценок $\hat{Y}_{MAP}^{(t)}$ (E-step). Далее в рамках псевдоградиентной релаксации (M-step) происходит поиск вектора оценок $\hat{\theta}^{(t+1)}$: $Q(\hat{\theta}^{(t+1)}) > Q(\hat{\theta}^{(t)})$. Указанные этапы повторяются до подтверждения сходимости псевдоградиентных процедур, обеспечивающих нахождение локального максимума $Q(\theta)$.

Представленный подход имеет ряд существенных недостатков, препятствующих его практическому применению для общего случая ДС модели (2.2). Эти недостатки определяются главным образом неизвестностью тензорных преобразований $\bar{\varphi}_{\bar{l}-1}()$ и $\bar{\psi}_k()$, определяющих поведение модели, и большим количеством оцениваемых параметров. Преодолеть эти недостатки возможно, если считать, что ДС модель построена на базе АРКК моделей.

Действительно, в этом случае можно сразу оценить характер преобразования $\bar{\varphi}_{i-1}(\cdot)$ на основе исследования изотропных свойств наблюдений X , так как это показано выше. Далее с учетом особенностей формирующих АРКК моделей каждый из векторов параметров $\bar{\theta}_k$, составляющих θ , можно представить в виде: $\bar{\theta}_k = \{K_{k1}, \dots, K_{kN}, \rho_{k1}, \dots, \rho_{kN}\}$, где K_{ki} и ρ_{ki} – соответствующие кратности и параметры, определяющие корреляционные свойства k -го вспомогательного СП $\{Y_k\}$, по i -му измерению. Наконец, для упрощения выкладок можно воспользоваться фактом разделимости КФ АРКК модели и порождаемой с ее помощью ДС модели и выполнять оценку каждого из $\bar{\theta}_k$ независимо по одномерным выборкам из X . Тогда равенства (2.26) можно разделить на следующие независимые системы:

$$\begin{aligned} \frac{d \log(\sigma_{\xi l}^2)}{dy_{k, \bar{l}}} + \sum_{i \in J} \frac{(x_i - \varphi(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i))}{\sigma_{\xi i}^2} \frac{d\varphi(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_{k,i})}{dy_{k,l}} \Big|_{y_{k,l} = \hat{y}_{MAPk,l}^{(t)}} \\ + \sum_{i \in J} \frac{y_{k,i} - \psi(\bar{y}_{k,i-1}, \bar{\theta}_k^{(j)})}{\sigma_{\psi k,i}^2} \frac{d\psi(\bar{y}_{k,i-1}, \bar{\theta}_k^{(j)})}{dy_{k,l}} \Big|_{y_{k,l} = \hat{y}_{MAPk,l}^{(t)}} = 0, k = 1..N, l \in J, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где J является одномерным.

Запишем уже приведенные равенства в операторном виде, который удобен для представления моделей, построенных на базе АРКК моделей. В этом случае введем функцию F_{MAP} , являющуюся значимой частью ПРВ $\varpi(X, Y|\theta)$.

$$\begin{aligned} F_{MAP} = \sum_{\bar{i} \in D} \log(\sigma_0 + \sigma_{\bar{i}}) + \sum_{\bar{i} \in D} \frac{(m_0 + m_{\bar{i}} + \prod_{j=1}^N (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{i}}) z_j^{-1})^{K_j} x_{\bar{i}})^2}{(\sigma_0 + \sigma_{\bar{i}})^2} \\ + \sum_{\bar{i} \in D} \frac{(\prod_{j=1}^N (1 - r_{mj} z_j^{-1})^{K_{mj}} m_{\bar{i}})^2}{\sigma_m^2} + \sum_{\bar{i} \in D} \frac{(\prod_{j=1}^N (1 - r_{\sigma j} z_j^{-1})^{K_{\sigma j}} \sigma_{\bar{i}})^2}{\sigma_{\sigma}^2} \\ + \sum_{s=1}^N \sum_{\bar{i} \in D} \frac{(\prod_{j=1}^N (1 - r_{\rho s,j} z_j^{-1})^{K_{\rho s,j}} \rho_{j,\bar{i}})^2}{\sigma_{\rho s}^2}. \end{aligned}$$

Тогда для текущего набора параметров $\theta^{(t)} = \{K_{m1}, \dots, K_{mN}, r_{m1}, \dots, r_{mN}, \sigma_m^2, K_{\sigma 1}, \dots, K_{\sigma N}, r_{\sigma 1}, \dots, r_{\sigma N}, \sigma_{\sigma}^2, K_{\rho 11}, \dots, K_{\rho 1N},$

$r_{\rho_{11}}, \dots, r_{\rho_{11}}, \sigma_{\rho_1}^2, \dots, K_{\rho_{N1}}, \dots, K_{\rho_{NN}}, r_{\rho_{N1}}, \dots, r_{\rho_{N1}}, \sigma_{\rho_N}^2$ получаем следующую систему равенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{dF_{MAP}}{d\rho_{\lambda\bar{l}}} \right|_{\hat{\rho}_{MAP\lambda\bar{l}}} = A_{\rho_{\lambda\bar{l}}} \Big|_{\hat{\rho}_{MAP\lambda\bar{l}}} + B_{\rho_{\lambda\bar{l}}} \Big|_{\hat{\rho}_{MAP\lambda\bar{l}}} = 0; \bar{l} \in J, \lambda = 1, \dots, N, \\ \left. \frac{dF_{MAP}}{dm_{\bar{l}}} \right|_{\hat{m}_{MAP\bar{l}}} = A_{m_{\bar{l}}} \Big|_{\hat{m}_{MAP\bar{l}}} + B_{m_{\bar{l}}} \Big|_{\hat{m}_{MAP\bar{l}}} = 0; \bar{l} \in J, \\ \left. \frac{dF_{MAP}}{d\sigma_{\bar{l}}} \right|_{\hat{\sigma}_{MAP\bar{l}}} = A_{\sigma_{\bar{l}}} \Big|_{\hat{\sigma}_{MAP\bar{l}}} + B_{\sigma_{\bar{l}}} \Big|_{\hat{\sigma}_{MAP\bar{l}}} = 0; \bar{l} \in J, \end{array} \right. \quad (2.28)$$

$$\text{где } A_{\rho_{\lambda\bar{l}}} = \frac{K_{\lambda}(m_0 + m_{\bar{l}} + \prod_{j=1}^N (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_j} x_{\bar{l}})}{(\sigma_0 + \sigma_{\bar{l}})^2} \times$$

$$\times \left(\prod_{j=1}^{\lambda-1} (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_j} (1 - (\rho_{0\lambda} + \rho_{\lambda,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_{\lambda-1}} \prod_{j=\lambda+1}^N (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_j} \right) x_{\bar{l}};$$

$$B_{\rho_{\lambda\bar{l}}} = \sum_{\bar{\gamma} \in \tilde{D}_{\rho_{\lambda\bar{l}}}} \frac{\prod_{j=1}^N (1 - r_{\rho_{\lambda j}} z_j^{-1})^{K_{\rho_s}} \rho_{\lambda, \bar{\gamma}}}{\sigma_{\rho_{\lambda}}^2} \times \frac{d(\prod_{j=1}^N (1 - r_{\rho_{\lambda j}} z_j^{-1})^{K_{\rho_s}} \rho_{\lambda, \bar{\gamma}})}{d\rho_{\lambda\bar{l}}};$$

$$A_{m_{\bar{l}}} = \frac{K_{\lambda}(m_0 + m_{\bar{l}} + \prod_{j=1}^N (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_j} x_{\bar{l}})}{(\sigma_0 + \sigma_{\bar{l}})^2};$$

$$B_{m_{\bar{l}}} = \sum_{\bar{\gamma} \in \tilde{D}_{m_{\bar{l}}}} \frac{\prod_{j=1}^N (1 - r_{mj} z_j^{-1})^{K_{mj}} m_{\bar{\gamma}}}{\sigma_m^2} \times \frac{d(\prod_{j=1}^N (1 - r_{mj} z_j^{-1})^{K_{mj}} m_{\bar{\gamma}})}{dm_{\bar{l}}};$$

$$A_{\sigma_{\bar{l}}} = \frac{1}{2(\sigma_0 + \sigma_{\bar{l}})} - 2 \frac{(m_0 + m_{\bar{l}} + \prod_{j=1}^N (1 - (\rho_{0j} + \rho_{j,\bar{l}})z_j^{-1})^{K_j} x_{\bar{l}})^2}{(\sigma_0 + \sigma_{\bar{l}})^3};$$

$$B_{\sigma_{\bar{l}}} = \sum_{\bar{\gamma} \in \tilde{D}_{\sigma_{\bar{l}}}} \frac{\prod_{j=1}^N (1 - r_{sj} z_j^{-1})^{K_{sj}} \sigma_{\bar{\gamma}}}{\sigma_{\sigma}^2} \times \frac{d(\prod_{j=1}^N (1 - r_{sj} z_j^{-1})^{K_{sj}} \sigma_{\bar{\gamma}})}{d\sigma_{\bar{l}}}.$$

В последних выражениях $\tilde{D}_{m_{\bar{l}}}$, $\tilde{D}_{\sigma_{\bar{l}}}$, $\tilde{D}_{\rho_{\lambda\bar{l}}}$ – многомерные некаузальных области, соответствующие каузальному окну для отчетов случайных полей $\{m_{\bar{l}}, \bar{l} \in J\}$, $\{\sigma_{\bar{l}}, \bar{l} \in J\}$, $\{\rho_{j,\bar{l}}, j = 1, \dots, N, \bar{l} \in J\}$ в точке $\bar{l} = (l_1, \dots, l_N)$.

Приведем несколько важных примеров. Предположим, что имеется совокупность отчетов $\{x_i, i = 1, \dots, M_1\}$ и известно, что указанная случайная последовательность сформирована в соответствии с моделью (2.4). Требуется наилучшим образом выполнить оценку неизвестного параметра r . Выберем вначале некоторое начальное значение оценки $\hat{r}^{(0)}$. Очевидно, что с учетом

особенностей модели (2.4) $\hat{\rho}^{(0)}$ должен принадлежать интервалу $[0,1]$. Тогда найдем наилучшие оценки $\{\hat{\rho}_{MAP i}^{(t)}, i = 1, \dots, M_1, t = 0\}$, исходя из предположения истинности $\hat{\rho}^{(0)}$.

$$\sum_{i=1}^{M_1} \frac{(x_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)x_i)}{\sigma_\xi^2} \frac{d(x_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)x_i)}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)}} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{M_1} \frac{(\rho_i - r\rho_{i-1})}{\sigma_\zeta^2} \frac{d(\rho_i - r\rho_{i-1})}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)}} = 0, l = 1, \dots, M_1 - 1.$$

Получим систему линейных уравнений следующего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)} \left(\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} \right) - \frac{\hat{\rho}_{MAP l+1}^{(t)} r}{\sigma_\zeta^2} = \frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2}{\sigma_\xi^2}, l = 1 \\ \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)} \left(\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} \right) - \frac{(\hat{\rho}_{MAP l+1}^{(t)} + \hat{\rho}_{MAP l-1}^{(t)}) r}{\sigma_\zeta^2} = \frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2}{\sigma_\xi^2}, l = 2, \dots, M_1 - 1 \\ \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)} \left(\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} \right) - \frac{\hat{\rho}_{MAP l-1}^{(t)} r}{\sigma_\zeta^2} = -\frac{\rho_0 x_l^2}{\sigma_\xi^2}, l = M_1 \end{array} \right.$$

Решение данной системы эквивалентно обращению трехдиагональной матрицы. Выполнить это обращение можно с использованием метода обратной прогонки [115]. При этом вспомогательные коэффициенты α_l, β_l определяются рекуррентно с помощью следующих соотношений:

$$\alpha_1 = \frac{r/\sigma_\zeta^2}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_1^2}{\sigma_\xi^2}}; \beta_1 = \frac{\frac{x_1 x_2 - \rho_0 x_1^2}{\sigma_\xi^2}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_1^2}{\sigma_\xi^2}}; \alpha_{l+1} = \frac{\frac{r}{\sigma_\zeta^2}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} - \frac{\alpha_l r}{\sigma_\zeta^2}}; \beta_{l+1} = \frac{\frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2}{\sigma_\xi^2} + \beta_l \frac{r}{\sigma_\zeta^2}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} - \frac{\alpha_l r}{\sigma_\zeta^2}}.$$

А сами оценки $\hat{\rho}_{MAP l}, l = 1, \dots, M_1$ могут быть получены из обратной рекурсии:

$$\hat{\rho}_{MAP M_1}^{(t)} = \frac{\frac{r}{\sigma_\zeta^2} \beta_{M_1}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_{M_1}^2}{\sigma_\xi^2} - \alpha_{M_1} \frac{r}{\sigma_\zeta^2}}; \hat{\rho}_{MAP l}^{(t)} = \frac{\frac{r}{\sigma_\zeta^2} \hat{\rho}_{MAP l+1}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} - \frac{\alpha_l r}{\sigma_\zeta^2}} + \frac{\frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2}{\sigma_\xi^2} + \frac{\beta_l r}{\sigma_\zeta^2}}{\frac{1+r^2}{\sigma_\zeta^2} + \frac{x_l^2}{\sigma_\xi^2} - \frac{\alpha_l r}{\sigma_\zeta^2}}$$

$$= \frac{r\rho_{l+1}}{(1+r^2) + x_l^2(\sigma_\zeta^2/\sigma_\xi^2) - \alpha_l r} + \frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2 + \frac{\beta_l \sigma_\xi^2 r}{\sigma_\zeta^2}}{x_l^2 + (1+r^2)(\sigma_\zeta^2/\sigma_\xi^2) - \alpha_l r(\sigma_\xi^2/\sigma_\zeta^2)}$$

Обратим внимание на две особенности полученного частного результата.

Во-первых, полученная с помощью байесовского подхода оценка $\hat{\rho}_{MAP l}^{(0)}$ отличается от оценки, которую можно получить с помощью метода

максимального правдоподобия: $\hat{\rho}_{MLl} = \frac{x_l x_{l+1}}{x_l^2} - \rho_0$. Это очевидно связано с использованием в байесовском критерии априорной информации, недоступной частотному критерию. Во-вторых, получаемый результат носит рекуррентный характер, позволяя последовательно выполнять оценивание формирующего поля. Указанные особенности являются характерными для ДС моделей, сформированных на базе АРКК моделей.

Рассчитаем теперь функцию $Q(\hat{r}^{(0)}) = -\log\left(\sqrt{(2\pi\sigma_\xi^2)^{M_1}}\right) - \log\left(\sqrt{(2\pi\sigma_\zeta^2)^{M_1}}\right) - \sum_{l=1}^{N-1} \frac{(x_{l+1} - (\rho_0 + \hat{\rho}_{MAPl}^{(0)})x_l)^2}{\sigma_\xi^2} - \sum_{l=2}^N \frac{(\hat{\rho}_{MAPl}^{(0)} - \hat{r}^{(0)}\hat{\rho}_{MAPl-1}^{(0)})^2}{\sigma_\zeta^2}$. В

соответствии с представленными выше выводами наилучшая оценка \hat{r} обеспечивает наибольшее значение $Q(\hat{r}^{(0)})$ или наименьшее значение

$Q'(\hat{r}^{(0)}) = \sum_{l=1}^{N-1} \frac{(x_{l+1} - (\rho_0 + \hat{\rho}_{MAPl}^{(0)})x_l)^2}{\sigma_\xi^2} + \sum_{l=2}^N \frac{(\hat{\rho}_{MAPl}^{(0)} - \hat{r}^{(0)}\hat{\rho}_{MAPl-1}^{(0)})^2}{\sigma_\zeta^2}$. В связи с

этим выберем теперь $\hat{r}^{(1)} = \hat{r}^{(0)} - \Lambda^{(0)}\beta^{(0)}$, так чтобы $Q'(\hat{r}^{(1)}) < Q'(\hat{r}^{(0)})$, и

повторим процедуру определения оценок $\{\hat{\rho}_{MAPl}^{(1)}, l = 1..M_1\}$. Будем

повторять указанные процедуры, пока не будет выполнено одно из условий

сходимости, например, $\hat{r}^{(t)} - \hat{r}^{(t-1)} < L$ или $t > T$.

На рис. 2.19 представлен процесс сходимости оценок $\hat{r}^{(t)}$ к истинному значению $r = 0.9$.

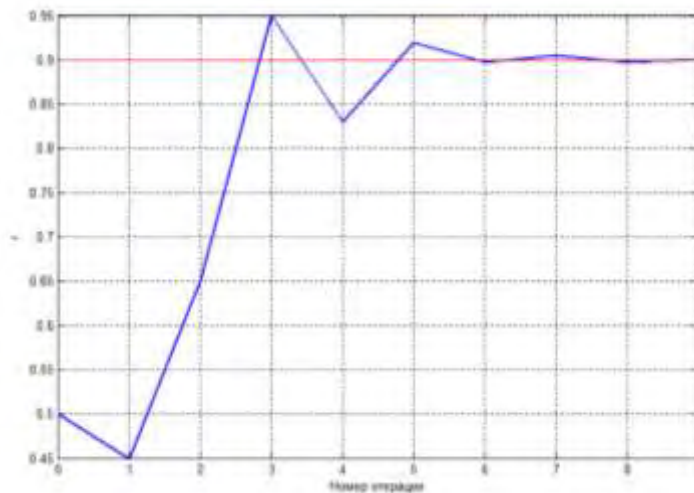


Рис 2.19 Сходимость оценки $\hat{r}^{(t)}$

Прямой анализ представленного графика показывает высокое качество получаемой оценки и существенно более высокую скорость сходимости по сравнению с ранее рассмотренной процедурой, основанной на минимизации выражения (2.24). При этом представленный вариант оценивания может быть просто обобщен на случай оценки, например, не одного параметра r , а пары параметров $\bar{\theta} = (r, \sigma_\rho^2)$. При этом выражение (2.28) для оценок вспомогательного СП $\{\rho_l, l = 1..M_1\}$ остается неизменной, но модифицируется процедура псевдоградиентной релаксации:

$$\begin{pmatrix} \hat{r}^{(t)} \\ \sigma_\rho^{2(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r}^{(t-1)} \\ \sigma_\rho^{2(t-1)} \end{pmatrix} - \beta^{(t)} \Lambda^{(t)},$$

где $\Lambda^{(t)}$ – матрица усиления размером (2×1) .

На рис. 2.20 представлен процесс сходимости оценок $\bar{\theta}^t = (\hat{r}^{(t)}, \sigma_\rho^{2(t)})$ к истинным значениям (0.9, 0.1).

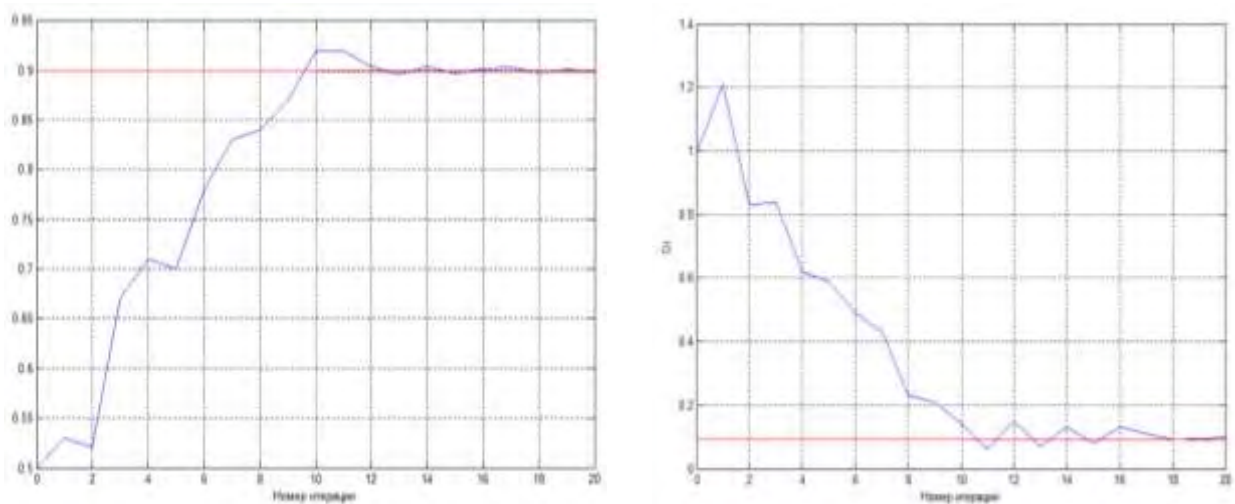


Рис. 2.20 Процесс сходимости оценок $\bar{\theta}^t = (\hat{r}^{(t)}, \sigma_\rho^{2(t)})$

Сравнительный анализ кривых на рис. 2.19 и рис. 2.20 показывает, что с появлением второго оцениваемого параметра скорость сходимости уменьшается. Однако с практической точки зрения это снижение не является принципиальным. В то же время непосредственное применение найденного решения для более сложных случаев оценивания параметров ДС модели сопряжено с серьезными сложностями. Для иллюстрации этих сложностей предположим, что наблюдения $\{x_i, i = 1, \dots, M_1\}$ описывается одномерной ДС

моделью на базе АРКК моделей не первой, а второй кратности.

$$\begin{aligned} x_i &= 2(\rho_0 + \rho_{i-1})x_{i-1} - (\rho_0 + \rho_{i-1})^2 x_{i-2} + \xi_i, \\ \rho_i &= 2r\rho_{i-1} - r^2\rho_{i-2} + \zeta_i. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Тогда, выбрав начальное значение $\hat{r}^{(0)}$, запишем систему уравнений в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{M_1} \frac{(x_{i+1} - 2(\rho_0 + \rho_i)x_i + (\rho_0 + \rho_i)^2 x_{i-1})}{\sigma_\xi^2} \frac{d(x_{i+1} - 2(\rho_0 + \rho_i)x_i + (\rho_0 + \rho_i)^2 x_{i-1})}{d\rho_i} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAP l}^{(0)}} + \\ \sum_{i=1}^{M_1} \frac{(\rho_i - 2r\rho_{i-1} + r^2\rho_{i-2})}{\sigma_\zeta^2} \frac{d(\rho_i - 2r\rho_{i-1} + r^2\rho_{i-2})}{d\rho_i} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAP l}^{(0)}} = 0, l = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Решение данной системы записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} - \frac{(x_{l+1} - 2(\rho_0 + \rho_l)x_l + (\rho_0 + \rho_l)^2 x_{l-1})}{\sigma_\xi^2} (2x_l - 2(\rho_0 + \rho_l)x_{l-1}) + \frac{(\rho_l - 2r\rho_{l-1} + r^2\rho_{l-2})}{\sigma_\zeta^2} \\ - \frac{(\rho_{l+1} - 2r\rho_l + r^2\rho_{l-1})}{\sigma_\zeta^2} 2r + \frac{(\rho_{l+2} - 2r\rho_{l+1} + r^2\rho_l)}{\sigma_\zeta^2} r^2 = 0, l = 1, \dots, M_1 \end{aligned}$$

Можно заметить, что получившееся система не является линейной и не имеет очевидного решения. Одним из выходов здесь является применением рекуррентных методов оценивания. В условиях поставленной задачи будем определять оценки $\hat{Y}^{(0)}_{MAP l}$ только из наблюдений X_m , $m \leq l$. Тогда система (2.24) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in J_l} \frac{(x_i - \varphi(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i))}{\sigma_{\xi i}^2} \frac{d\varphi(\bar{x}_{i-1}, \bar{y}_i)}{dy_{k,l}} \Big|_{y_{k,l} = \hat{y}^{(t)}_{MAP k,l}} + \\ + \sum_{i \in J_l} \frac{(y_{k,i} - \psi(\bar{y}_{k,i-1}, \bar{\theta}^{(j)}_k))}{\sigma_{\psi k,i}^2} \frac{d\psi(\bar{y}_{k,i-1}, \bar{\theta}^{(j)}_k)}{dy_{k,l}} \Big|_{y_{k,l} = \hat{y}^{(t)}_{MAP k,l}} = 0, k = 1..K, l \in J, \end{aligned}$$

где $J_l = 1, \dots, l$.

Используя этот подход можно найти следующие выражения для рекуррентных оценок параметра $\hat{\rho}_{MAP l}^{(t)}$ для модели (2.4):

$$\hat{\rho}_{MAP l}^{(t)} = \frac{x_1 x_{l+1} - \rho_0 x_1^2 - \frac{\sigma_\xi^2 r \hat{\rho}_{MAP l-1}^{(t)}}{\sigma_\zeta^2}}{x_1^2 - \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_\zeta^2}}, l = 1, \dots, N-1.$$

На графиках рис. 2.21 представлен процесс оценивания неизвестного параметра r к истинному значению 0.9 на основе использования оценок: $\hat{\rho}_{MAPpl}^{(t)}$.

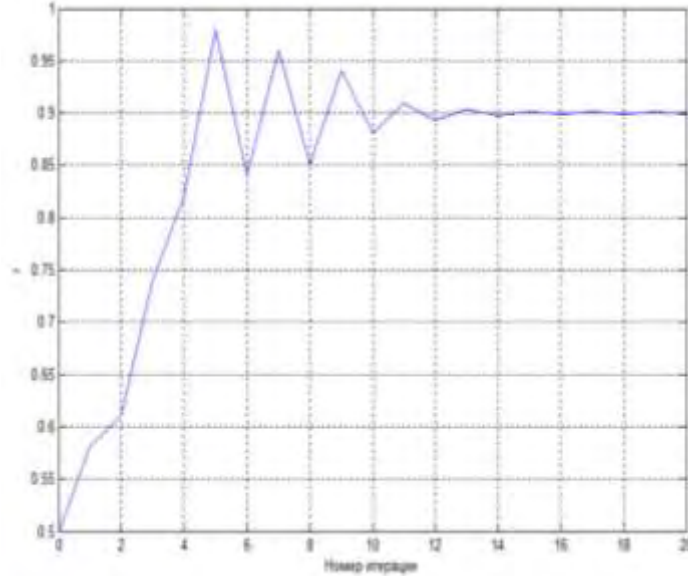


Рис. 2.21 Процесс сходимости оценок $r^{(t)}$

Проведенное статистическое моделирование показывает, что использование рекуррентных оценок $\hat{\rho}_{MAPpl}^{(t)}$ вместо получаемых из системы (2.26) оценок $\hat{\rho}_{MAPl}^{(t)}$ приводит к ухудшению скорости сходимости на 20-25%, что можно считать приемлемым для практических приложений.

Для модели (2.28) рекуррентные оценки $\hat{\rho}_{MAPl}^{(t)}$ находятся как корни следующего кубического уравнения:

$$2\rho_l^3 x_{l-1}^2 + \rho_l^2 (2x_{l-1}x_l + 4x_{l-1}x_l) + \rho_l (4x_l^2 - 4x_l\rho_0 + 2(x_{l+1}(x_{l-1}) + \sigma_\xi^2)) + (2\rho_0 - x_{l+1})(2x_l - 2\rho_0) + \frac{r^2\rho_{l-2} - 2r\rho_{l-1}}{\sigma_\xi^2} = 0.$$

Рассмотрим еще несколько важных случаев. Вначале усложним модель (2.4) следующим образом:

$$x_i = (\rho_0 + \rho_{i-1})x_{i-1} + \xi_i,$$

$$\tilde{x}_i = a_i + x_i,$$

$$\rho_i = r\rho_{i-1} + \zeta_i,$$

$$a_i = r_a a_{i-1} + \zeta_{ai}.$$

То есть будем предполагать возможность изменения не только корреляционных свойств имитируемого случайного процесса, но и его математического ожидания. Тогда получим систему следующих уравнений

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^l \frac{(\tilde{x}_{i+1} - a_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)(\tilde{x}_i - a_i))}{\sigma_\xi^2} \frac{d(\tilde{x}_{i+1} - a_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)(\tilde{x}_i - a_i))}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAPpl}} + \\ & \quad \sum_{i=1}^l \frac{(\rho_i - r\rho_{i-1})}{\sigma_\xi^2} \frac{d(r\rho_l)}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAPpl}} = 0, \quad l = 1, \dots, N. \\ & \sum_{i=1}^l \frac{(\tilde{x}_{i+1} - a_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)(\tilde{x}_i - a_i))}{\sigma_\xi^2} \frac{d(\tilde{x}_{i+1} - a_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)(\tilde{x}_i - a_i))}{da_l} \Big|_{a_l = \hat{a}_{MAPpl}} + \\ & \quad \sum_{i=1}^l \frac{(a_i - r_a a_{i-1})}{\sigma_\xi^2} \frac{d((a_i - r_a a_i))}{da_l} \Big|_{a_l = \hat{a}_{MAPpl}} = 0, \quad l = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

После элементарных преобразований: получаем следующую систему:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\rho}_{MAPpl}^{(t)} &= \frac{(x_l - \hat{a}_{MAPpl})(x_{l+1} - \hat{a}_{MAPpl+1}) - \rho_0(x_l - \hat{a}_{MAPpl})^2 - \frac{\sigma_\xi^2 r \hat{\rho}_{MAPpl-1}^{(t)}}{\sigma_\xi^2}}{(x_l - \hat{a}_{MAPpl})^2 - \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_\zeta^2}}, \quad l = 1, \dots, N-1 \\ \hat{a}_{MAPpl+1} &= \tilde{x}_{l+1} - (\rho_0 + \hat{\rho}_{MAPpl})(\tilde{x}_l - \hat{a}_{MAPpl}) + \frac{\sigma_\xi^2 (\hat{a}_{MAPpl} - r_a \hat{a}_{MAPpl-1})}{\sigma_\zeta^2}, \quad l = 1, \dots, N-1, \end{aligned} \right.$$

при начальном условии $\hat{a}_{MAPp1} = \tilde{x}_1$. Решением указанной системы уравнений будет совокупность отсчетов $\{\hat{a}_{MAPpi}, i = 1, \dots, N-1\}$, $\{\hat{\rho}_{MAPpi}, i = 1, \dots, N-1\}$.

На графиках рис. 2.22 представлен процесс сходимости оценок $\hat{r}^{(t)}$ и $\hat{r}_a^{(t)}$ при истинных значениях $r_a = 0.99$ и $r = 0.98$ для случаев $\rho_0 = 0.9$ (рис. 2.22а и 2.22в) и $\rho_0 = 0.98$ (рис. 2.22б и 2.22г). Обратим внимание, что во втором случае сходимость процесса оценивания практически отсутствует. Это можно объяснить сложностью различения двух близких по корреляционным свойствам процессов $\{a_i, i = 1..M_1\}$ и $\{(\rho_0 + \rho_i)x_i, i = 1..M_1\}$.

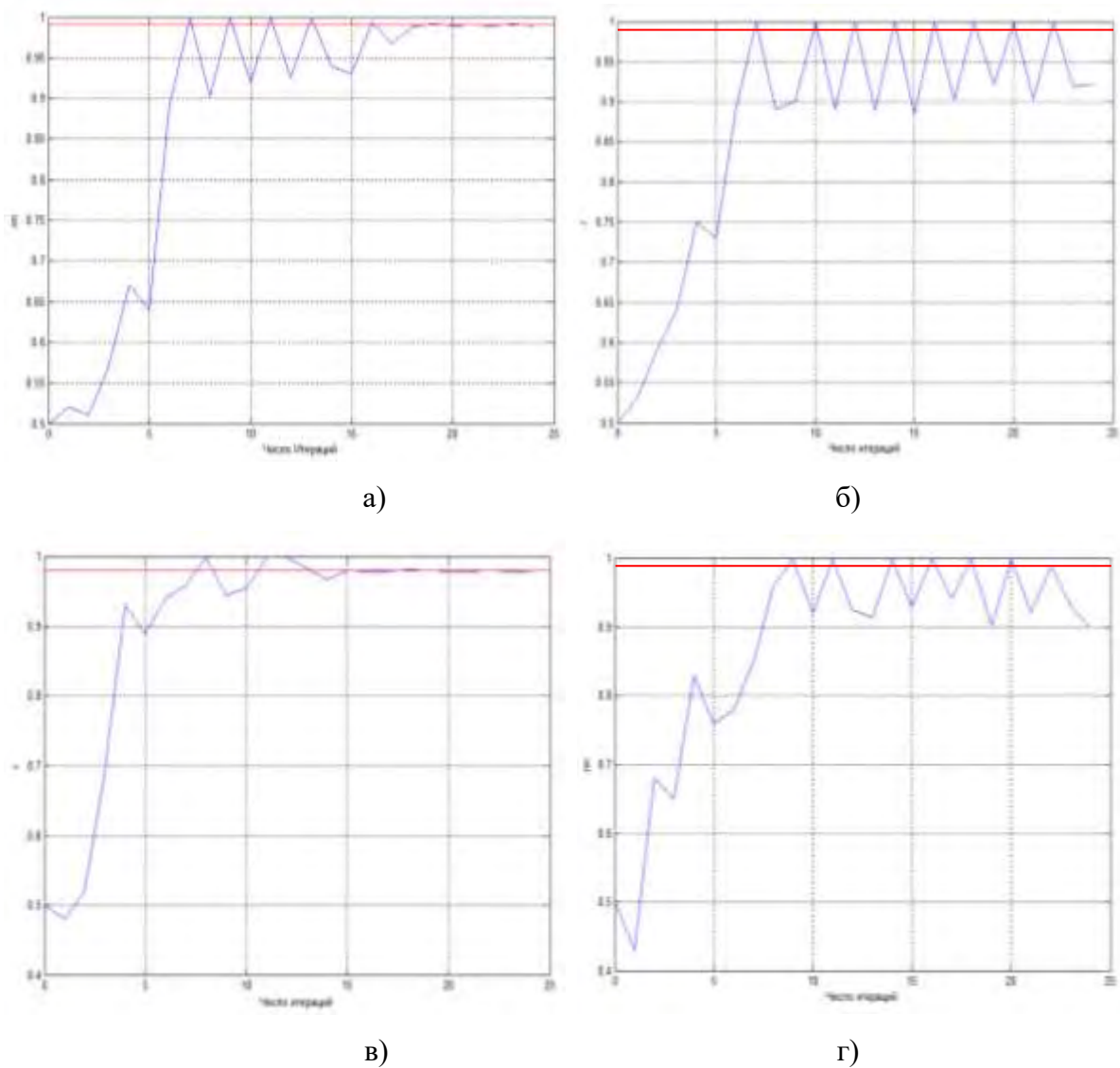


Рис. 2.22 Одновременное оценивание параметров r_a и r ДС модели

Аналогичным образом можно рассмотреть случай изменяющейся дисперсии. При этом ДС модель можно записать в следующем виде:

$$x_i = (\rho_0 + \rho_{i-1})x_{i-1} + (\delta_x + \delta_i)^2 \xi_i,$$

$$\rho_i = r\rho_{i-1} + \zeta_i,$$

$$\delta_i = r_a\sigma_{i-1} + \zeta_{\delta i}.$$

В результате преобразований, аналогичных представленным выше получим систему следующих уравнений:

$$\sum_{i=1}^l \frac{(x_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)x_i)}{(\delta_x + \delta_i)^2} \frac{d(x_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)x_i)}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAPpl}} + \sum_{i=1}^l \frac{(\rho_i - r\rho_{i-1})}{\sigma_\zeta^2} \frac{d(r\rho_l)}{d\rho_l} \Big|_{\rho_l = \hat{\rho}_{MAPpl}} = 0,$$

$$l = 1, \dots, N.$$

$$\frac{d \log(\prod_{i=1}^l (\delta_x + \delta_i))}{d\delta_l} + \sum_{i=1}^l d \frac{(x_{i+1} - (\rho_0 + \rho_i)x_i) / (\delta_x + \delta_i)^2}{d\delta_l} \Big|_{\delta_l = \hat{\delta}_{MAPpl}} +$$

$$\sum_{i=1}^l \frac{(\delta_i - r\delta_{i-1})}{\sigma_{\zeta\delta}^2} \frac{d(\delta_i - r\delta_{i-1})}{d\delta_l} \Big|_{\delta_l = \hat{\delta}_{MAPpl}} = 0, l = 1, \dots, N.$$

После элементарных преобразований получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\rho}_{MAPpl}^{(t)} = \frac{x_l x_{l+1} - \rho_0 x_l^2 - \frac{(\delta_x + \delta_l)^2 r \hat{\rho}_{MAPl-1}^{(t)}}{\sigma_\zeta^2}}{x_l^2 - \frac{(\delta_x + \delta_l)^2}{\sigma_\zeta^2}}, l = 1, \dots, M_1 \\ \frac{1}{\delta_x + \hat{\delta}_{MAPpl}^{(t)}} - 2 \frac{(x_{l+1} - (\rho_0 + \rho_l)x_l)}{(\delta_x + \hat{\delta}_{MAPpl}^{(t)})^3} + \frac{(\delta_l - r\delta_{l-1}) \hat{\delta}_{MAPpl-1}^{(t)}}{\sigma_{\zeta\delta}^2} = 0, l = 1, \dots, M_1. \end{array} \right.$$

Представленные выше выводы могут быть использованы для идентификации параметров ДС моделей для многомерных сигналов, например, для плоских изображений. В случае формирующих АРКК моделей при этом можно использовать факторизуемость КФ этих моделей и определять параметры ДС модели независимо вдоль каждого из измерений. При этом в силу равнозначности измерений для реальных изображений на каждом t -ом шаге разумно определять следующий набор параметров: $\tilde{\theta}^{(t)} = \{K_m, r_m, \sigma_m^2, K_\sigma, r_\sigma, \sigma_\sigma^2, K_\rho, r_\rho, \sigma_\rho^2\}$. На практике определить кратности $\{K_m, K_\sigma, K_\rho\}$ можно либо прямым перебором с учетом того фактически область значений каждого из этих трех параметров ограничена множеством целых чисел $\{1, 2, 3\}$ либо по завершению псевдоградиентной релаксации с оцениваемым вектором $\theta^{(t)} = \{r_m, \sigma_m^2, r_\sigma, \sigma_\sigma^2, r_\rho, \sigma_\rho^2\}$ при $K_m = K_\sigma = K_\rho = 1$. Это связано с тем, что в последнем случае для байесовских оценок вспомогательных случайных полей $\{\hat{\rho}_{MAPpi,j}, \hat{m}_{MAPpi,j}, \hat{\delta}_{MAPpi,j}, i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$ можно рассчитать соответствующий коэффициент анизотропии, что в свою очередь позволит оценить требуемую кратности вспомогательной модели.

На рис. 2.23 представлена иллюстрация предлагаемой методики. При этом рис. 2.23а содержит симитированное с помощью ДС модели (2.5) изображение ($K = 2; \rho_0 = 0.9$); на рис. 2.23б находится изображение, соответствующее истинному СП корреляционных параметров $\{\rho_{1i,j}\}$; на рис. 2.23в представлено соответствующее поле оценок $\{\hat{\rho}_{MAPri,j}\}$.

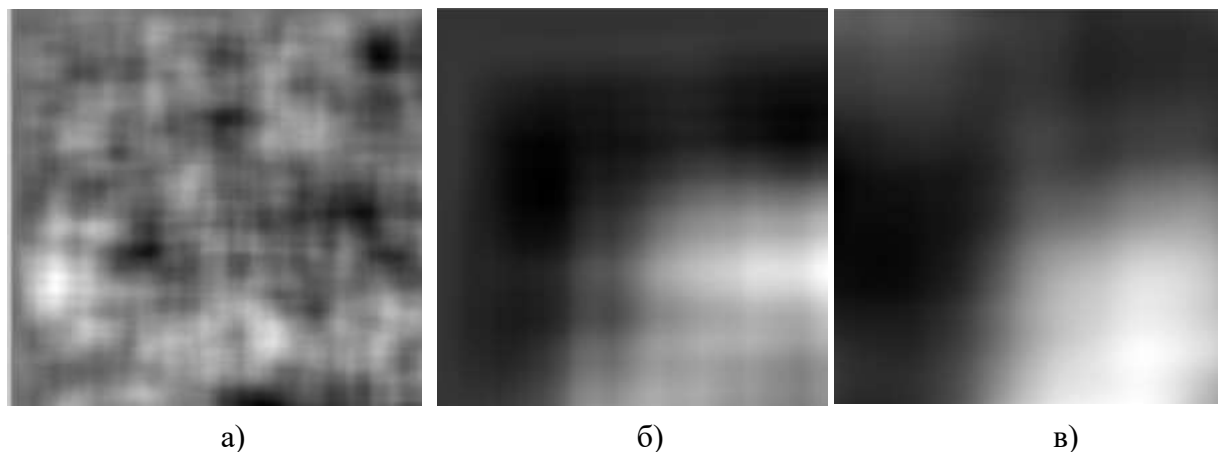


Рис. 2.23. Иллюстрация методики оценивания параметров

С целью оценки качества предлагаемого алгоритма была проведена серия экспериментов, связанных с последовательной имитацией с помощью ДС модели (2.5) изображений с различными параметрами и последующей идентификацией этих параметров. На рис. 2.24 представлены некоторые результаты подобного исследования в виде зависимости средних ошибок идентификации $\varepsilon_r = \hat{r}_\rho - r_\rho$ от дисперсий основного σ_x^2 и вспомогательного σ_ρ^2 СП. При этом для определенности считалось, что параметры $r_m, \sigma_m^2, r_\sigma, \sigma_\sigma^2, \sigma_\rho^2$ являются заранее известными, а идентификация выполнялась относительно r_ρ . Сравнение кривых на рис. 2.18 и рис. 2.24 показывает, что точность оценивания внутренних параметров ДС модели существенно хуже в сравнении с точностью оценивания внешних параметров. Это связано с наличием дополнительного шума, возникающего при дважды стохастической имитации изображений. В то же время достигаемая точность идентификации параметров в большинстве случаев является достаточной для практических приложений.

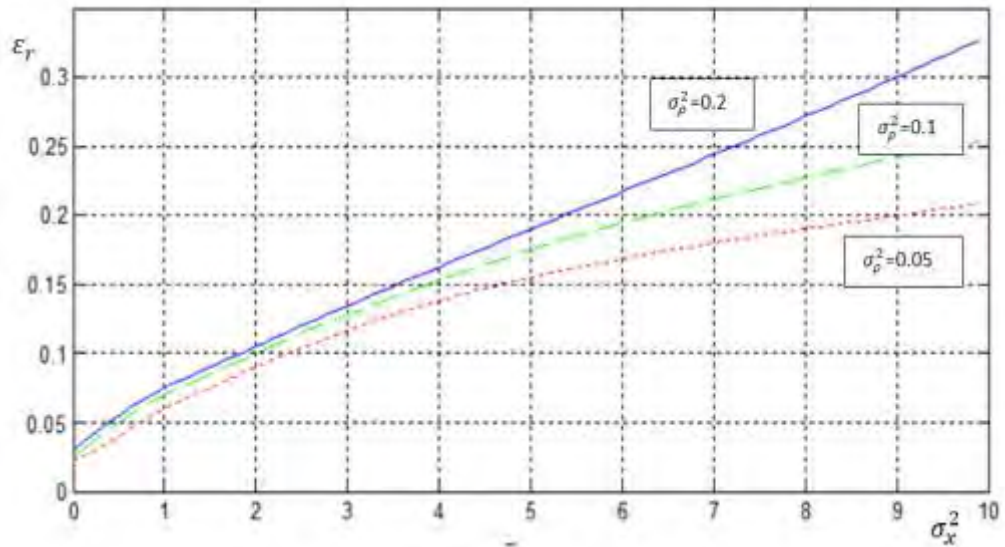


Рис. 2.24. Зависимость погрешности оценивания параметра r_p ДС модели от дисперсий основного и вспомогательных полей

В качестве примера на рис. 2.25а и 2.25б представлены процессы сходимости оценок r_m, r_σ соответственно при идентификации параметров ДС модели, описывающей фрагмент спутникового снимка (рис. 2.26 а). Рисунок 2.26б является результатом восстановления ДС модели по оценкам $\{\hat{\rho}_{MAPpi,j}, \hat{m}_{MAPpi,j}, \hat{\delta}_{MAPpi,j}, i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$. При этом наименьшее значение функции F_{MAP} достигнуто при $K_m = K_\sigma = K_\rho = 2$.

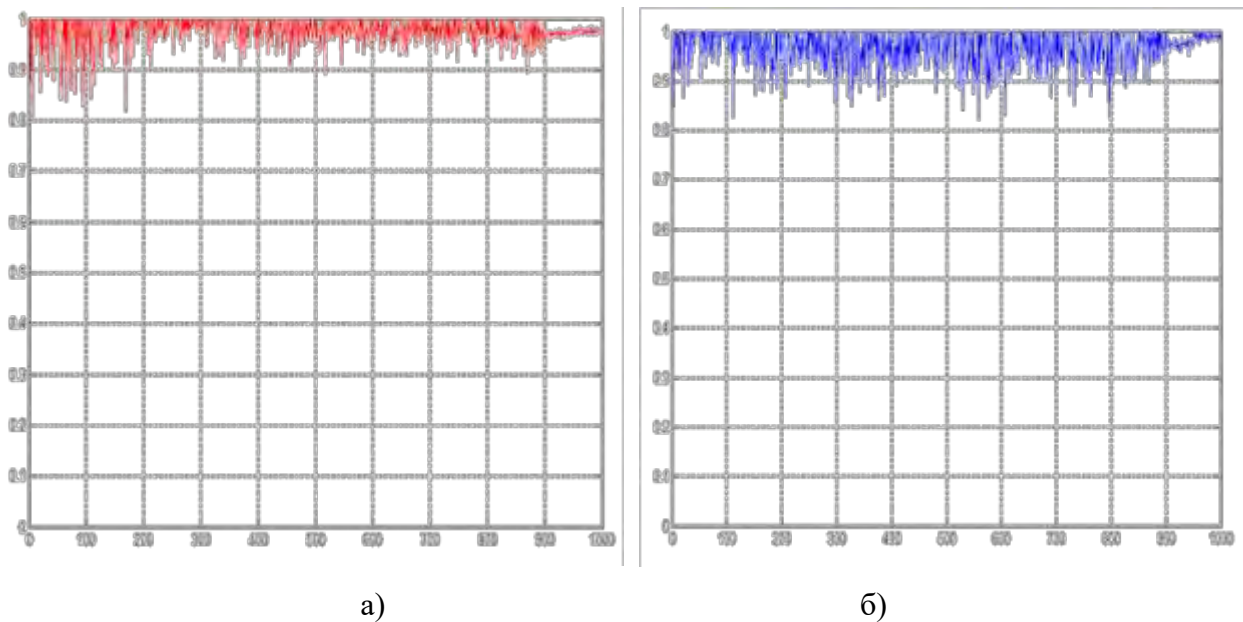


Рис. 2.25 Сходимость при оценке параметров ДС модели плоских изображений

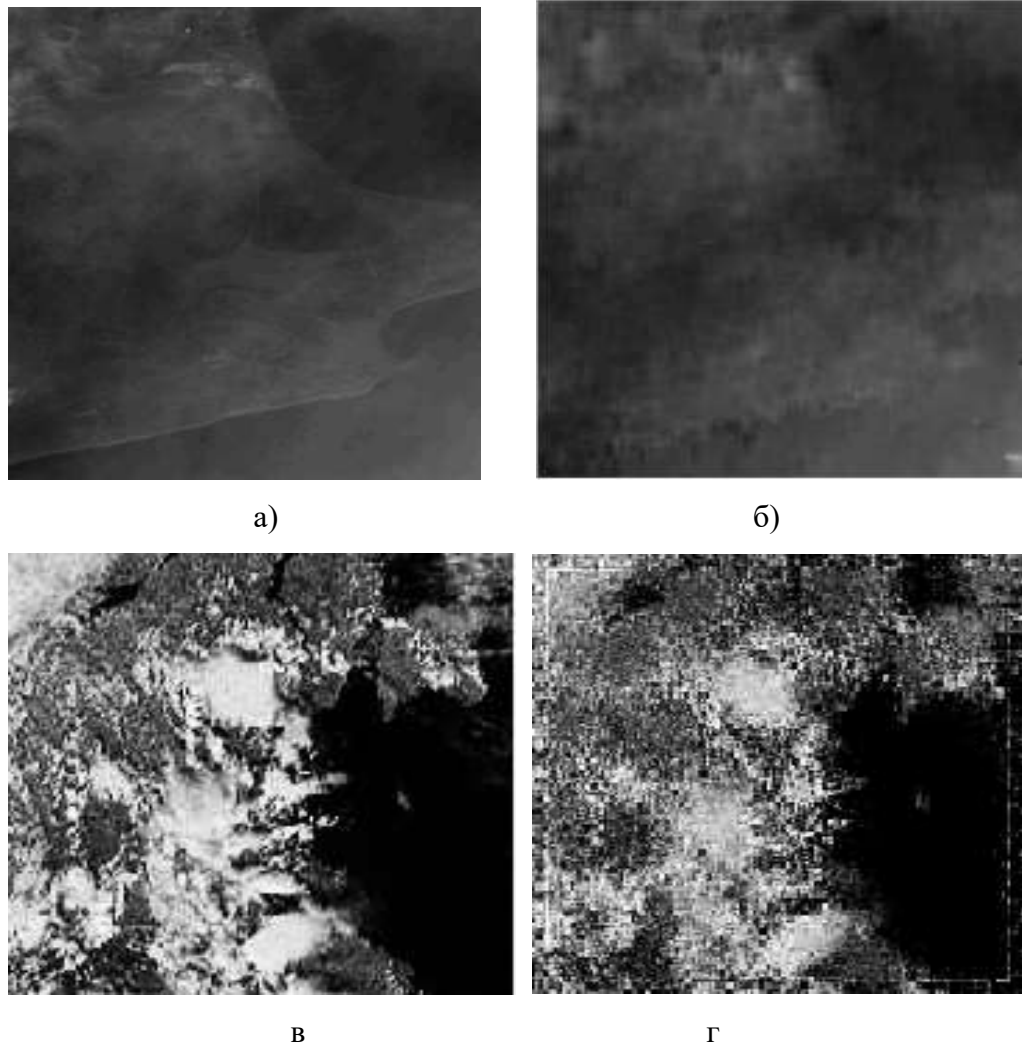


Рис. 2.26 Реальное и имитированное изображение

На рис. 2.27а, 2.27б, 2.27в представлены оценки $\{\hat{\rho}_{MAP_{i,j}}, \hat{m}_{MAP_{i,j}}, \hat{\delta}_{MAP_{i,j}}, i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$ полученные при оценивании фрагмента изображения на рис.2.26а соответственно в форме двумерных изображений:

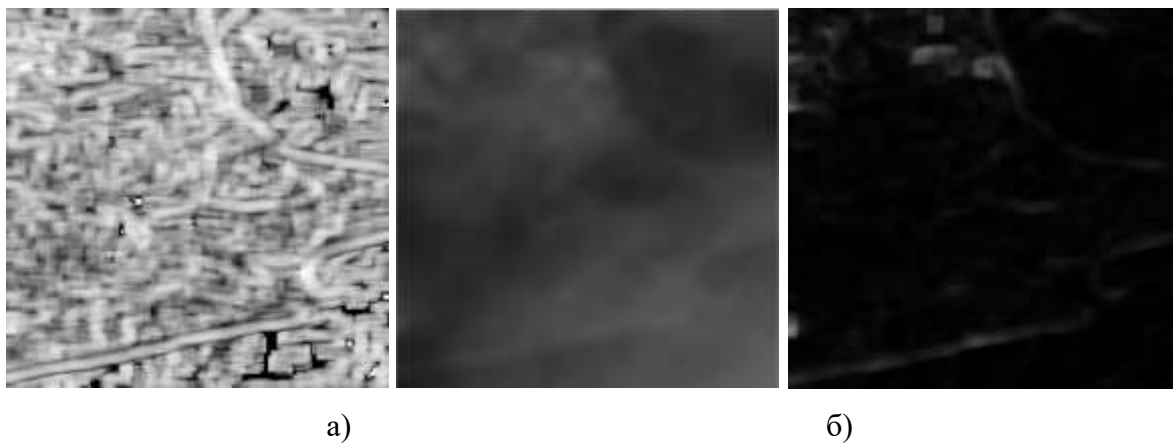


Рис. 2.27 Оценки вспомогательных случайных полей

Анализ представленных результатов, свидетельствует о возможности идентификации параметров ДС модели по реальным спутниковым изображениям и высокой адекватности подобного варианта описания.

2.5. Моделирование существенно неоднородных изображений

Одной из особенностей многих изображений является их существенная неоднородность, связанная с наличием визуально наблюдаемых границ между объектами. Эта неоднородность особенно выражена на аэрокосмических изображениях участков, используемых человеком. Такими участками могут быть не только городская застройка, но и различные сельскохозяйственные или лесные угодья. Пример снимка, содержащего изображение полей с разными культурами, представлен на рисунке 2.28.

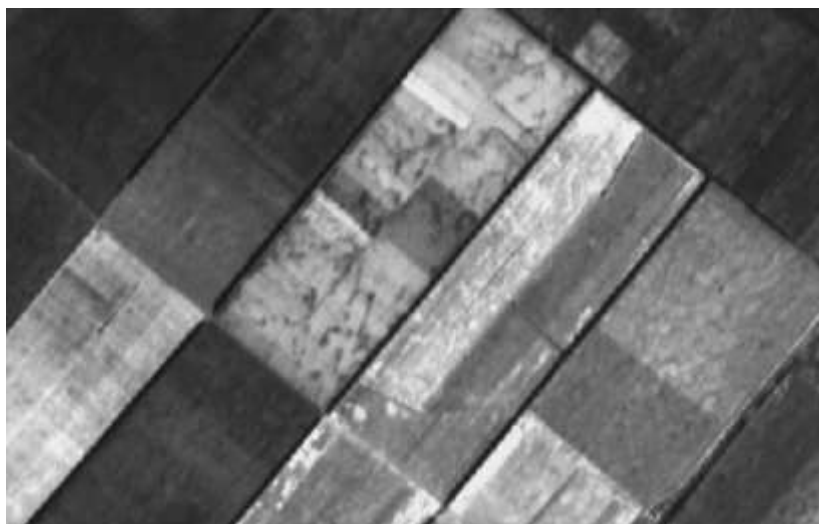


Рисунок 2.28 – Фрагмент реального спутникового изображения

Хорошо заметны четкие прямоугольные области внутри снимка, каждая из которых соответствует своей сельскохозяйственной культуре. Эти области можно интерпретировать, как попытку человека организовать окружающее пространство и разбить его на одинаковые зоны. Можно считать естественным, что человек, рассматривая вопрос о том, «чем засеять конкретный квадратный метр», будет опираться, прежде всего, на посеянные рядом культуры и, в силу объективных обстоятельств (требований к объему и ассортименту сельхозпродукции, агротехнических требований и пр.), будет чередовать

посадки. Наиболее просто это чередование осуществляется с помощью прямоугольного зонирования. Попробуем сформулировать отмеченные выше особенности в терминах математических моделей изображений.

1. Значение каждого последующего элемента изображения должно опираться на предыдущие. Чаще всего, это последующее значение просто равно предыдущим, что позволяет образовывать одноцветные области.

2. С определенной вероятностью при формировании последующего элемента может произойти скачок яркости.

3. Результирующее изображение должно обладать выраженной анизотропией.

Первое и последнее из указанных требований приводит к возможности использования пространственных АР моделей (2.2) низкого порядка.

Для того чтобы выполнить имитацию существенно неоднородного СП, преобразуем выражение (2.3) следующим образом:

$$\bar{x}_{\bar{i}} = \text{ROUND}(\gamma F_{DSM1}^{D_{\bar{i}}}(\{\bar{x}_k \in D_{\bar{i}}\}, \{\bar{\xi}_k \in D_{n\bar{i}}\}))/\gamma \quad (2.29)$$

где ROUND – операция округления до целого значения; n – некоторое число.

Рассмотрим влияние этой модификации на результат моделирования. Прежде всего, отметим, что операция вида $\text{ROUND}[\gamma X]/\gamma$ фактически представляет собой квантование исходной величины X в соответствии с параметром γ . Чем больше γ , тем ближе в среднем оказывается величина $\text{ROUND}[\gamma X]/\gamma$ к исходной X (рисунок 2.29).

При стремлении γ к бесконечности область значений $\text{ROUND}[\gamma X]/\gamma$ будет совпадать с областью значений самой величины X . При малых значениях γ число возможных уровней невелико и вероятность перехода значений с одного уровня на другой незначительна. Таким образом, изменяя только один параметр γ , можно получить псевдооднородные области разного среднего размера и числа.

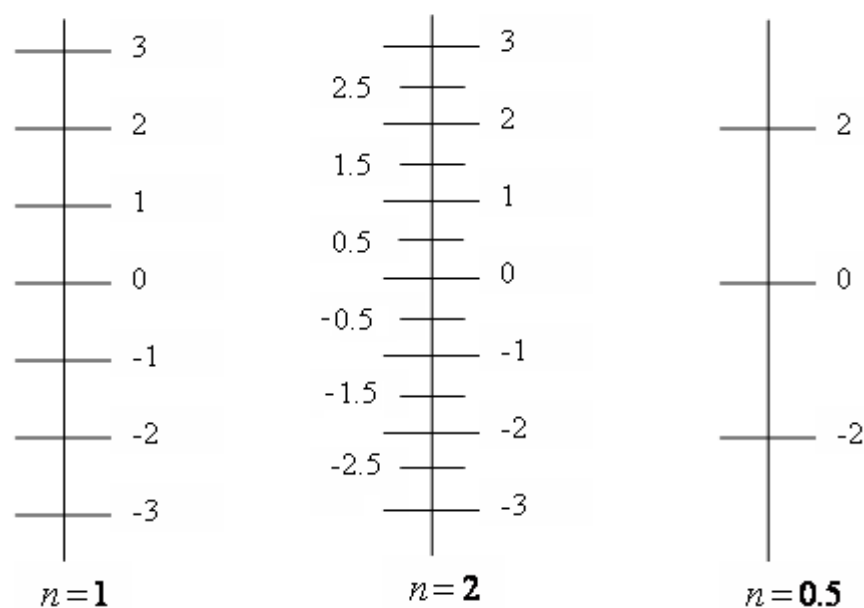


Рисунок 2.29 – Интервалы амплитудного квантования

На рисунке 2.30 представлены варианты изображений, сформированных с помощью выражения (2.29) на базе двумерных АРКК моделей кратности (1,1) при различных значениях γ .

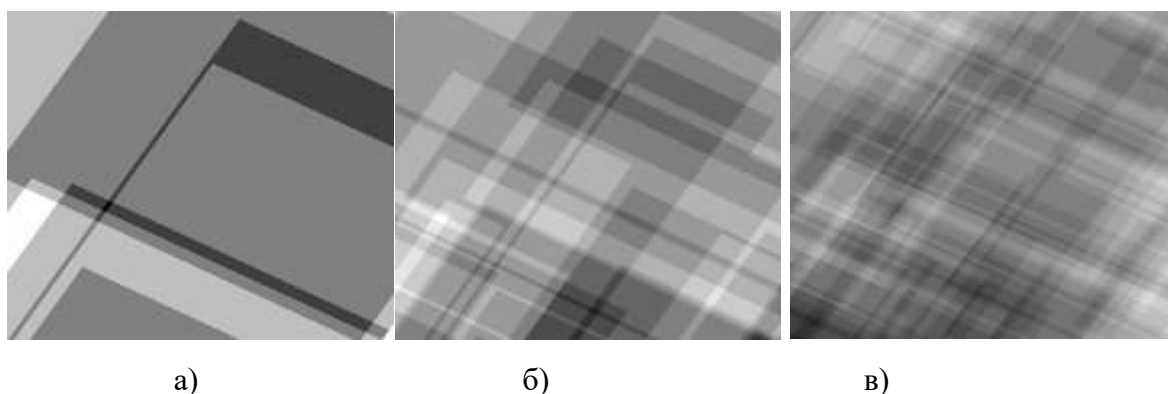


Рис. 2.30 – Имитация областей неоднородного изображения при $\gamma = 0.5$ (а), $\gamma = 1$ (б), $\gamma = 2$ (в)

Отметим, что модель формирования изображений (2.29) не является аналогом процедуры разделения уже сформированного изображения на непересекающиеся области, поскольку квантование происходит не после, а во время формирования всего изображения. Это приближает модель (2.29) к реальным условиям, в которых определенная территория заполняется последовательно от квартала к кварталу, от поля к полю, а не формируется изначально раз и навсегда.

Использование модели (2.29) позволяет имитировать изображения близкие по своим вероятностным и визуальным характеристикам к реальным снимкам результатов урбанизации. Для этого достаточно «заполнить» полученные однородные области моделями с заданными характеристиками. На рисунке 2.31 в качестве примера представлено такое заполнение реализациями АРКК моделей.

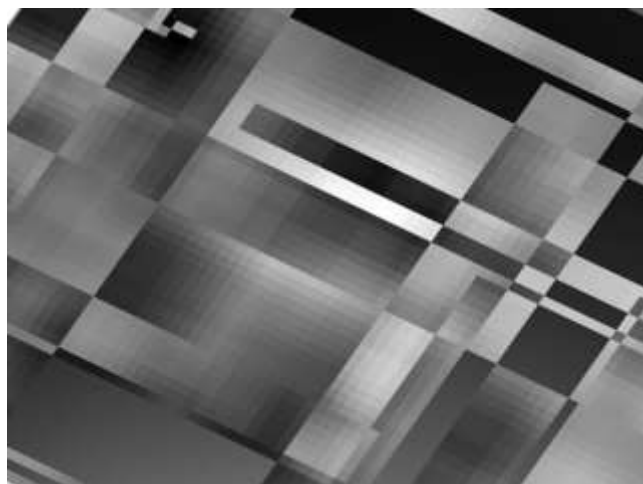


Рисунок 2.31 – Имитация спутникового изображения

Для нахождения вероятностных характеристик СП, порожденных моделью (2.29), рассмотрим следующий простой одномерный случай:

$$x_i = \frac{ROUND[(\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i) \gamma]}{\gamma}. \quad (2.30)$$

Проанализируем процесс формирования элементов последовательности. Первый элемент определяется как $x_1 = \frac{ROUND(\xi_1 \gamma)}{\gamma}$, т. е. как нормальная СВ с нулевым средним и заданной дисперсией. Результат квантуется в соответствии со значением γ . Формирование второго элемента отличается тем, что к результату добавляется слагаемое, линейно зависящее от предыдущего элемента.

В процессе последующего квантования определяется, произошел переход на уровень отличный от предыдущего или нет. Вероятность того, что последующее значение x_2 не изменится относительно x_1 , равна вероятности

попадания величины $\tilde{x}_2 = \rho x_1 + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_2$ в интервал от $x_1 - \frac{1}{2\gamma}$ до $x_1 + \frac{1}{2\gamma}$.

Таким образом,

$$P\left(x_1 - \frac{1}{2\gamma} < \tilde{x}_2 < x_1 + \frac{1}{2\gamma}\right) = \Phi\left(\frac{1}{2\gamma\sigma_\xi\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right), \quad (2.31)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – функция Лапласа. Соответственно, вероятность того, что случайная величина x_2 будет отличаться от x_1 :

$$P(x_2 <> x_1) = 1 - \Phi\left(\frac{1}{2\gamma\sigma_\xi\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right).$$

Анализ выражения (2.31) показывает, что чем больше значение γ и чем больше значение дисперсии σ_ξ^2 , тем больше вероятность того, что изменение значения последовательности состоится. При больших значениях γ или σ_ξ^2 она приближается к единице. При малых γ или σ_ξ^2 , а также при близких к единице значениях коэффициента корреляции ρ , скачок маловероятен.

Найдем вероятностные характеристики последовательности (2.31). Математическое ожидание любого элемента, очевидно, равно нулю при нулевом математическом ожидании первого элемента. Дисперсия i -го элемента:

$$\sigma_{x_i}^2 = M\left\{\frac{\text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i)\gamma]}{\gamma} * \frac{\text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i)\gamma]}{\gamma}\right\}.$$

Выражение $\frac{\text{ROUND}[(\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i)\gamma]}{\gamma}$ можно заменить на $\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i + e_{qi}$, где e_{qi} – ошибка квантования. Отметим, что при большом n эта ошибка распределена по близкому к равномерному закону в интервале $(-\frac{1}{2\gamma}; \frac{1}{2\gamma})$. Ее математическое ожидание $m_e = 0$, а дисперсия $\sigma_e^2 = \frac{1}{12\gamma^2}$.

Учитывая независимость случайных величин e_{qi} , ξ_i , x_{i-1} , находим:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_i}^2 &= M((\rho x_{i-1} + \sqrt{(1 - \rho^2)} \xi_i + e_{qi})(\rho x_{i-1} + \sqrt{(1 - \rho^2)} \xi_i + e_{qi})) \\ \sigma_{x_i}^2 &= \rho^2 M(x_{i-1} x_{i-1}) + (1 - \rho^2) \sigma_\xi^2 + \sigma_{\text{КВ}}^2 = \rho^2 \sigma_{x_{i-1}}^2 + (1 - \rho^2) \sigma_\xi^2 + \frac{1}{12\gamma^2}. \end{aligned}$$

Для стационарной случайной последовательности $\sigma_{x_i}^2 = \sigma_{x_{i-1}}^2 = \sigma_x^2$ и

тогда:

$$\sigma_x^2 = \sigma_\xi^2 + \frac{1}{12\gamma^2}(1 - \rho^2). \quad (2.32)$$

Аналогично находится ковариация между соседними элементами последовательности:

$$R(1) = M \left\{ x_{i-1} \frac{ROUND[(\rho x_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \xi_i) \gamma]}{\gamma} \right\} = \rho \left(\sigma_\xi^2 + \frac{1}{12\gamma^2} \right). \quad (2.33)$$

Анализ выражений (2.32) и (2.33) показывает, что найденные характеристики зависят не только от коэффициента ρ и дисперсии нормального шума σ_ξ^2 , но и от параметра γ . При этом, чем больше γ , тем ближе свойства сформированной последовательности к одномерной АР модели.

Проведенный анализ позволяет предложить следующий алгоритм идентификации параметров модели (2.29).

1. Процедура определения неизвестного параметра квантования n выполняется путем ранжирования значений последовательности или СП и определения минимального различия Δ_{min} между элементами. После этого параметр γ можно оценить как $\hat{\gamma} = \frac{1}{\Delta_{min}}$.

2. Оценка $\hat{\gamma}$, а также оценки дисперсии и ковариационной функции подставляются в выражения (2.32) и (2.33), формируя систему уравнений относительно ρ и σ_ξ^2 . При этом ρ определяется из кубического уравнения:

$$\rho^3(1 - 12\hat{\gamma}^2\sigma_\xi^2) - 12\rho^2\hat{\gamma}^2R(1) + 12\rho\hat{\gamma}^2\sigma_\xi^2 - 12R(1)\hat{\gamma}^2 = 0.$$

Другой вариант оценки неизвестных параметров ρ и σ_ξ^2 состоит в проведении оценки вероятностей скачков в соответствии с выражением (2.33) по количеству переходов в реальной последовательности. При этом необходимо решить следующую систему относительно γ , ρ и σ_ξ^2 :

$$C_H = \Phi \left(\frac{1}{2\gamma\sigma_\xi\sqrt{2(1-\rho^2)}} \right), D_x = \sigma_\xi^2 + \frac{1}{12\gamma^2(1-\rho^2)}, R(1) = \rho \left(\sigma_\xi^2 + \frac{1}{12\gamma^2} \right),$$

где C_H число пар $x_i x_{i-1}$, в которых $x_i = x_{i-1}$. Нужно отметить, что полученная

система позволяет выполнять идентификацию параметров модели в важном случае неоднородной последовательности, когда известны средняя ковариация, средняя дисперсия последовательности, а также оценка вероятности перехода от одного сегмента к другому. Последняя оценка получается простым пересчетом скачков в имеющейся последовательности.

Таким образом, приведенные выражения позволяют выполнять анализ квазиоднородных моделей вида (2.29), а также идентификацию параметров.

Аналогичным образом квантование может быть использовано и для многомерной ДС модели. Действительно, чтобы базовые СП состояли из областей, в которых их значение не изменяется, необходимо перейти от непрерывного к скачкообразному характеру полей $\{\rho_{1ij}\}$ и $\{\rho_{2ij}\}$.

Рассмотрим такой подход на примере простейшей двумерной АР ДС модели:

$$x_{i,j} = \rho_{1i,j}x_{i-1,j} + \rho_{2i,j}x_{i,j-1} - \rho_{1i,j}\rho_{2i,j}x_{i-1,j-1} + \sqrt{\sigma_x^2(1 - \rho_{1i,j}^2)(1 - \rho_{2i,j}^2)}\xi_{i,j},$$

где $i = 1..M_1, j = 1, \dots, M_2$, а используемые в модели параметры $\rho_{1i,j}$ и $\rho_{2i,j}$, как и ранее, являются реализациями двух базовых СП, значения одного из которых будут преобразованы в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{1i,j}, i = 1..M_1, j = 1, \dots, M_2\}$, а значения другого – в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{2i,j}, i = 1..M_1, j = 1, \dots, M_2\}$.

Изменяющиеся коэффициенты ρ_{1ij}, ρ_{2ij} являются непрерывными СВ, и принимают различные значения в каждой точке. Чтобы они принимали счетное число значений используем для их описания дискретно-квантовую модель (2.29). На рисунке 2.32 представлены реализации, полученные с помощью описанного подхода при следующих параметрах: $\sigma_x^2 = 1$, $m_{\rho_1} = 0.85$, $\sigma_{\rho_1}^2 = 0.0016$, $m_{\rho_2} = 0.9$, $\sigma_{\rho_2}^2 = 0.0016$, $m = n = 320$, $r_{11} = r_{12} = 0.95$, $r_{11} = r_{12} = 0.8$.

Очевидно, при различном числе уровней дискретизации, несмотря на одинаковое первоначальное базовое СП, полученные АР ДС изображения,

могут значительно отличаться как в визуальном восприятии, так и по статистическим свойствам. Действительно, верхнее изображение (рисунок 2.32б) отличается заполнением от изображения на рисунке 2.26а. В то же время средний и нижний рисунок 2.32б-в представляют собой дискретное СП, которое может отображать различные объекты на изображении.

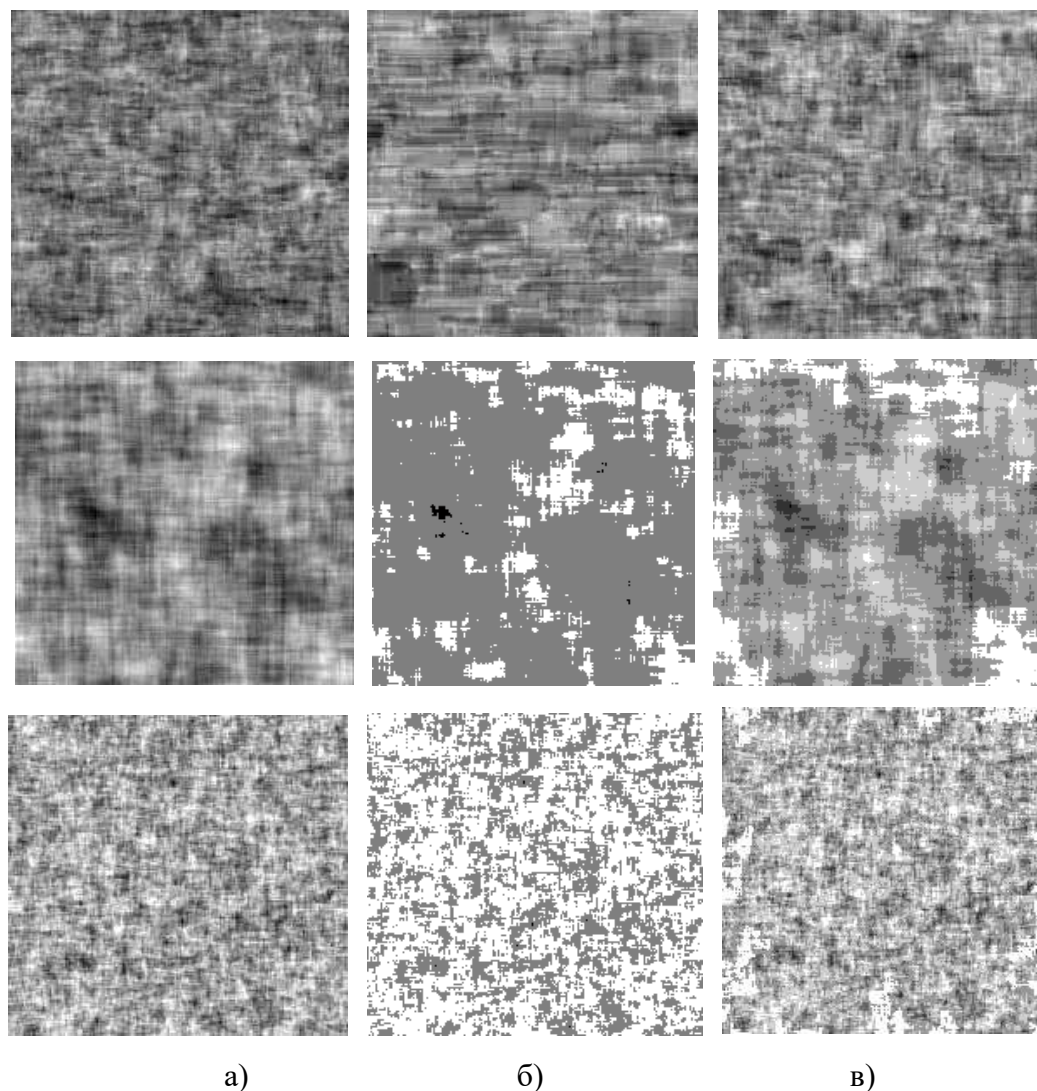


Рисунок 2.32 – Реализации дважды стохастических СП сверху вниз: основное СП, СП коэффициентов корреляции по строке, СП коэффициентов корреляции по столбцу
(*a* – непрерывное СП, *б* – СП при $\gamma = 3$, *в* – СП при $\gamma=6$)

На рисунке 2.33 показаны сечения КФ полученных моделей по строке и столбцу соответственно. Из графиков рисунка 2.33 видно, что ковариационные связи представленных дискретных СП убывают медленнее, чем непрерывных.

Таким образом, рассмотренная методика позволяет формировать дважды стохастические СП на основе заданного числа возможных значений корреляционных параметров. Это может быть использовано также для случаев большей размерности.

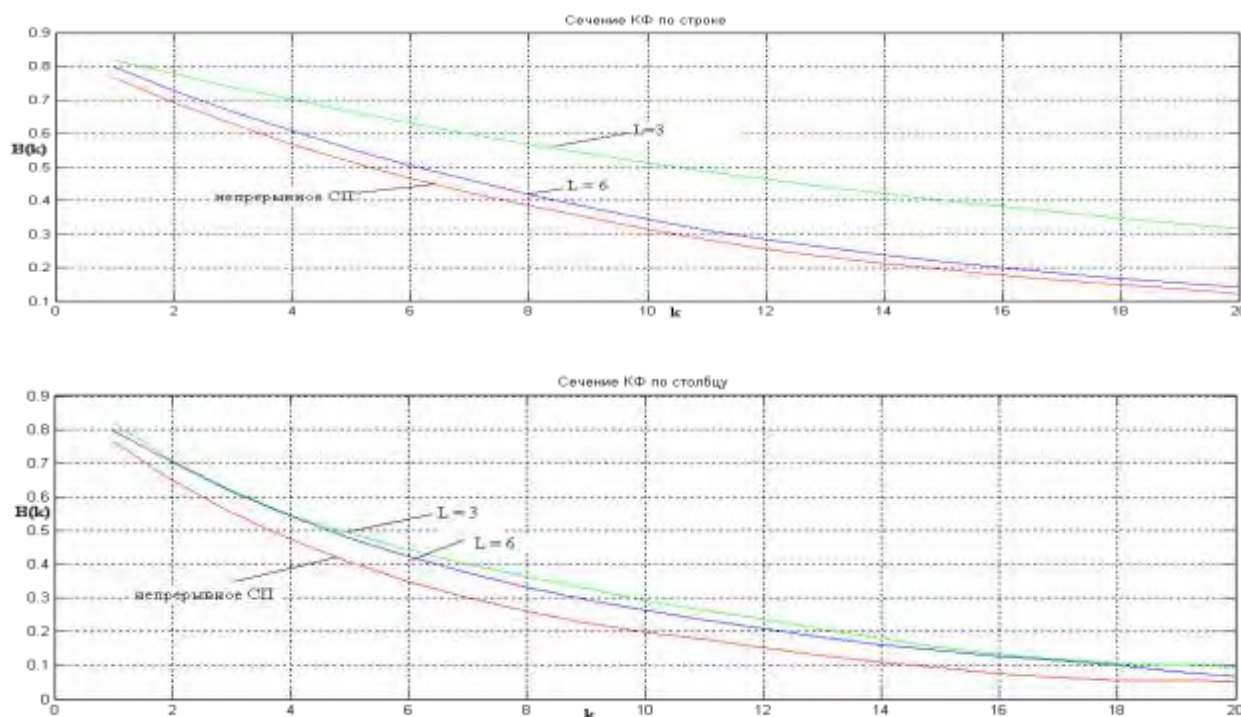


Рис. 2.33 – Срезы корреляционных функций непрерывной и квантово-дискретной дважды стохастической модели

2.6. Дважды стохастические модели последовательностей изображений

Представленные до настоящего момента времени результаты связаны с представлением отдельного многомерного пространственно неоднородного изображения. Между тем большое количество приложений связано с обработкой временных последовательностей таких изображений. Характерным примером здесь является обработка временных последовательностей многозональных изображений (МЗИ). Такие МЗИ состоят из нескольких наборов слоев (радиодиапазон, инфракрасный, видимый диапазоны), каждый из

которых представляет собой обычное двумерное изображение земной поверхности при определенной длине волны. Внутри каждого такого набора корреляция между элементами отдельных слоев примерно одинакова. Корреляция меняется скачкообразно только при переходе в другой набор. Особый интерес для исследователей представляет обработка временных последовательностей таких МЗИ. Это связано с тем, что при условии точного пространственного совмещения МЗИ корреляция между ними в разные моменты времени достаточно высока, поскольку регистрируемая поверхность меняется с относительно низкой скоростью. Указанные особенности требуют разработки специальных методов описания подобных сигналов. Одним из таких методов может быть следующий подход, предполагающий близость пространственной корреляционной функции на каждом из обрабатываемых кадров.

С помощью алгоритма, разработанного для синтеза ДС модели, вначале построим первый кадр будущего МЗИ. Сформируем его с помощью АР ДС модели (2.2). В силу переменного характера параметров этой модели корреляционные свойства полученного СП могут быть близки к корреляционным свойствам отдельного кадра реального МЗИ.

Процесс формирования второго кадра можно представить в следующем виде:

$$x_i^2 = r_{12}x_i^1 + \sum_{j \in J} a_j \xi_j^2 \quad (2.34)$$

где a_j – некоторые коэффициенты; $\{\xi_j^2\}$ – поле независимых нормальных случайных величин; r_{12} – коэффициент корреляции между первым и вторым кадрами.

Для поиска этих коэффициентов необходимо решить системы уравнений для каждого элемента второго кадра:

$$\left(r_{12}x_i^1 + \sum_{j \in J} a_j \xi_j^2 \right) x_j^2 = R_{i,j}$$

где $R_{i,j}$ – заданная ковариация между элементами x_j^1 и x_j^2 .

Решение представленных систем сопряжено со значительными вычислительными трудностями, которые обусловлены большим количеством уравнений. С ростом размера изображения эти трудности также существенно возрастают. Другой способ определения коэффициентов a_j связан с их представлением в виде элементов треугольного тензора A , такого что $AA^T = R$, где R – корреляционная матрица отдельного кадра. Тензор A можно определить с помощью многомерного разложения Холецкого. Обратим внимания на что, матрица R также может быть задана с помощью ДС модели (2.4), что позволяет имитировать разнообразие межкадровых корреляционных характеристик.

На рисунке 2.34 показаны первый и второй кадры двумерного дважды стохастического изображения построенного по модели (2.5) с параметрами $m_{\rho_1} = 0.95$, $\sigma_{\rho_1} = 0.001$, $m_{\rho_2} = 0.95$, $\sigma_{\rho_2} = 0.0009$, $r = r_{11} = r_{12} = r_{21} = r_{22}$, полученные по описанной методике.

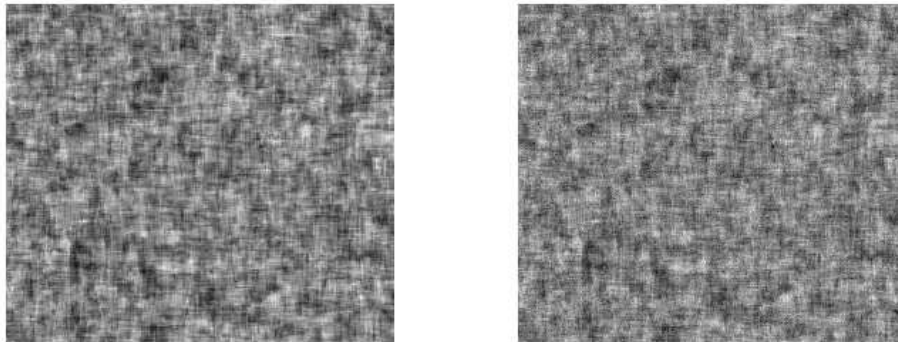


Рисунок 2.34 – Первый и второй кадры изображения

Построим теперь третий кадр такой, что корреляция между ним и первым и вторым кадрами будет равна r_{13} и r_{23} . Для этого представим элементы третьего кадра как следующую сумму:

$$x_i^3 = cr_{12}x_i^1 + dr_{23}x_i^2 + \sum_{j \in J} a_j \xi_j^3 \quad (2.35)$$

где c и d – некоторые коэффициенты, которые можно определить из условий $m(x^1, x^3) = r_{13}$ и $m(x^2, x^3) = r_{23}$. На рисунке 2.35 представлен третий кадр, полученный таким образом.

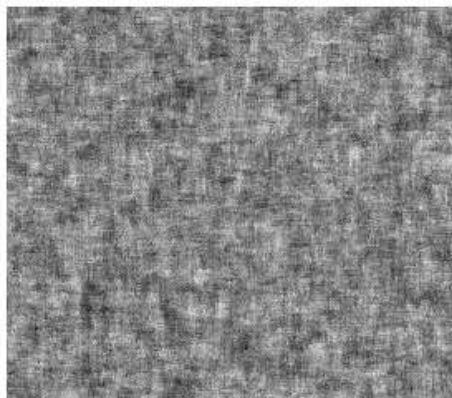


Рисунок 2.35 – Третий кадр изображения

На рисунке 2.36 представлена последовательность кадров при $r = 0.999$.



Рисунок 2.36 – Сильно коррелированная последовательность кадров

Тогда понятно, что используя соотношение

$$x_i^k = \sum_{m=1}^{k-1} c_m r_{mk} x_i^m + \sum_{j \in J} a_j \xi_j^k, \quad (2.36)$$

возможно получить любое число кадров с заданной межкадровой корреляцией при относительно небольшом объеме вычислений. Полученные последовательности являются подходящим материалом для сравнительного анализа различных алгоритмов и методов обработки многомерных сигналов.

Рассмотрим важный случай, когда в качестве основы для имитации последовательности изображений используется реальное МЗИ. Тогда, используя представленные в настоящей работе методики, можно идентифицировать параметры ДС модели и определить КФ отдельного кадра. Последующие кадры во временной последовательности возможно имитировать с помощью выражения (2.36).

На рисунке 2.37 представлена последовательность спутниковых изображений, полученная из реального изображения с помощью такого подхода.

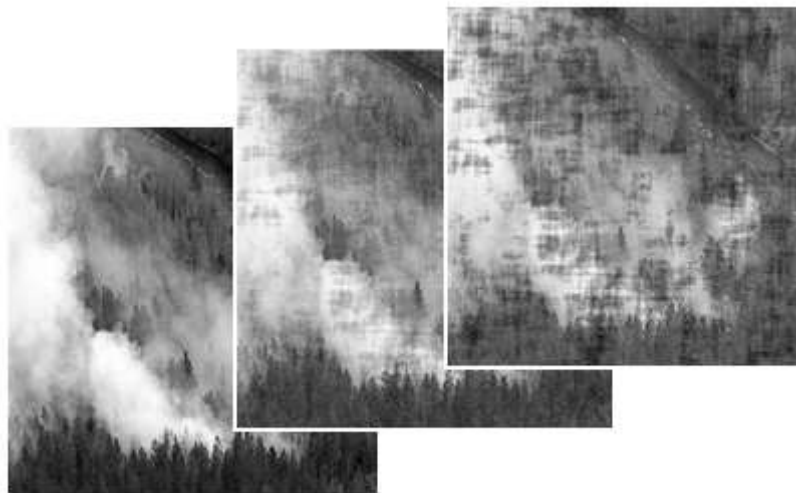


Рисунок 2.37 – Дважды стохастическая последовательность изображений

Таким образом, предложенная методика позволяет описывать временные последовательности как имитируемых моделей, так и реальных изображений. При этом модель остается достаточно простой в смысле ее реализации и математического описания.

2.7. Дважды стохастические некаузальные модели изображений

Представленные выше способы описания в основном основываются на технике каузального предсказания, связанной с комбинациями многомерных АР моделей. Справедливыми при этом являются вопросы о возможности трансляции найденных решений на случай некаузальных моделей. Для решения этой задачи рассмотрим подробно особенности и различия дискретных каузальных и некаузальных моделей и, используя эти особенности, исследуем связь между ДС каузальными и некаузальными конструкциями.

Рассмотрим СП

$$X = \{x_i, i \in J\},$$

заданное на i -мерной сетке $J = (j_1, j_2, \dots, j_N), j_k = 1..M_k, k = 1..N$. Тогда определив на J отношение порядка с помощью, например, линейной развертки, возможно для каждой точки \bar{i} определить множество точек G_i , предшествующих \bar{i} . В случае прямоугольной сетки J множество G_i обычно определяется как $G_{\bar{i}} = \{j = (j_1, j_2, \dots, j_N): (j_1 < i_1, j_2 < i_2, \dots, j_N < i_N) \cup (j_1 = i_1, j_2 < i_2, \dots, j_N < i_N) \cup \dots \cup (j_1 = i_1, j_2 = i_2, \dots, j_{N-1} = i_{N-1}, j_N < i_N)\}$. На рисунке 2.38 представлен двумерный вариант множества предшествующих точек G_i .

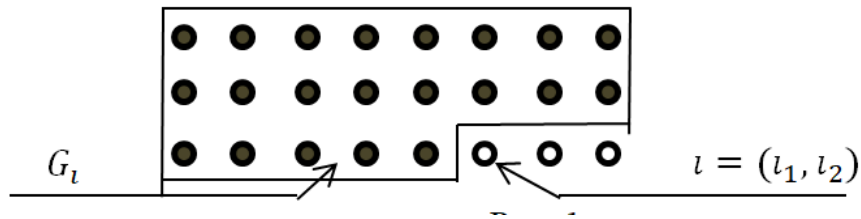


Рисунок 2.38 – Множество предшествующих элементов

Будем для определенности считать любой вектор, составленный из элементов СП X нормальным. Тогда, по аналогии с одномерным случаем, рассмотренным в работах [45], можно воспользоваться байесовским критерием и квадратичной функцией потерь $C(x_n, \hat{x}_n) = (x_n - \hat{x}_n)^2$ и записать следующее выражения для каузальной оценки \hat{x}_n :

$$\hat{x}_{\bar{i}} = M\{x_{\bar{i}} | x_{\bar{j}}, \bar{j} \in G_{\bar{i}}\}. \quad (2.37)$$

Вспомним [225], что для любых нормальных векторов $\bar{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $\bar{w} = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ справедливо следующее равенство: $M\{\bar{x} | \bar{y}\} = A\bar{y} + b$, где A – матрица размером $n \times m$, b – вектор длиной n . Тогда выражение (2.37) можно переписать в виде:

$$\hat{x}_{\bar{i}} = \sum_{\bar{j} \in G_{\bar{i}}} h_{\bar{i}, \bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}}, \quad (2.38)$$

где $h_{\bar{i}, \bar{i}-\bar{j}}$ является каузальным предсказывающим фильтром, обеспечивающим дисперсию каузальных предсказаний $\sigma_{C_{\bar{i}}}^2 = M\{\varepsilon_{C_{\bar{i}}}^2\}$. Заметим, что ошибка каузального предсказания $\varepsilon_{C_{\bar{i}}} = x_{\bar{i}} - \hat{x}_{\bar{i}}$ в этом случае определяется формулой

$$\varepsilon_{C\bar{i}} = x_{\bar{i}} - \sum_{\bar{j} \in G_{\bar{i}}} h_{\bar{i}, \bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}} \quad (2.39)$$

и тоже является нормальной случайной величиной – линейной комбинацией предшествующих значений процесса.

В тензорном виде выражение (2.39) перепишется как

$$\hat{X} = H\bar{X},$$

где \bar{X} – N -мерный тензор, составленный из элементов оцениваемого случайного поля; \hat{X} – N -мерный тензор оптимальных казуальных прогнозов; H – $2 \times N$ – мерный тензор, составленный из весов предсказания. Тогда случайное поле $\{\varepsilon_{C\bar{i}}, i \in J\}$, составленное из ошибок предсказаний (2.39), будет определяться следующим тензорным соотношением:

$$\bar{\varepsilon}_C = \bar{X} - H\bar{X} = (E - H)\bar{X}, \quad (2.40)$$

где E – единичный тензор.

Рассмотрим подробно $M\{\varepsilon_{C\bar{i}}\varepsilon_{C\bar{j}}\}$ – ковариацию между ошибками казуального прогнозирования. При $\bar{i} \langle \rangle \bar{j}$

$$\begin{aligned} M\{\varepsilon_{C\bar{i}}\varepsilon_{C\bar{j}}\} &= M\{(x_{\bar{i}} - \hat{x}_{\bar{i}})(x_{\bar{j}} - \hat{x}_{\bar{j}})\} = M\{(x_{\bar{i}} - M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\})(x_{\bar{j}} - M\{x_{\bar{j}}|x_{\bar{l}}, \bar{l} \\ &\in G_{\bar{j}}\})\} = \\ &= M\{M\{(x_{\bar{i}} - M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\})(x_{\bar{j}} - M\{x_{\bar{j}}|x_{\bar{l}}, \bar{l} \in G_{\bar{j}}\})|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\} \end{aligned}$$

Воспользуемся теперь следствием фильтрующего свойства математического ожидания [128,225], которое для любых случайных векторов \bar{v} и \bar{w} может быть выражено равенством:

$$M\{M\{\bar{v}|\bar{w}\}\} = M\{\bar{v}\}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} M\{\varepsilon_{C\bar{i}}\varepsilon_{C\bar{j}}\} &= M\{(x_{\bar{j}} - M\{x_{\bar{j}}|x_{\bar{l}}, \bar{l} \in G_{\bar{j}}\})M\{(x_{\bar{i}} - M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\})|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\}\} = \\ &= M\{(x_{\bar{j}} - M\{x_{\bar{j}}|x_{\bar{l}}, \bar{l} \in G_{\bar{j}}\})(M\{(x_{\bar{i}}|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\} - M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{k}}, \bar{k} \in G_{\bar{i}}\})\} = \\ &= M\{(x_{\bar{j}} - M\{x_{\bar{j}}|x_{\bar{l}}, \bar{l} \in G_{\bar{j}}\}) \times 0\} = 0 \end{aligned}$$

Некоррелированность ошибок предсказания случайных величин $\varepsilon_{C\bar{i}}$, $\bar{i} = 1, \dots, N$ позволяет определить диагональный ковариационный тензор $V_{\varepsilon_C} = M\{\bar{\varepsilon}_{C\bar{i}}\bar{\varepsilon}_{C\bar{j}}^T\}$, элементы которой

$$V_{\varepsilon_C}(\bar{i}, \bar{j}) = \delta_{\bar{i}-\bar{j}}\sigma_{C\bar{i}}^2, \quad (2.41)$$

где $\delta_{\bar{i}}$ – дискретная дельта функция [21,72,182], равная 1 при $\bar{i} = (0, \dots, 0)$ и 0 в любом другом случае.

Отметим, что поскольку $\{\varepsilon_C\}$ – случайное поле, составленное из независимых нормальных случайных величин, то его совместная плотность распределения $\varpi(\varepsilon_C)$ может быть представлена с помощью следующей формулы:

$$\varpi(\varepsilon_C) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \det|V_{\varepsilon_C}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\varepsilon_C V_{\varepsilon_C}^{-1} \varepsilon_C^T\right\}.$$

Из выражения (2.40) следует, что

$$X = (E - H)^{-1}\bar{\varepsilon}_C = A\varepsilon_C,$$

где $A = (E - H)^{-1}$. То есть случайное поле X оказывается связанным с полем ε_C линейным биективным преобразованием. Тогда плотность распределения самого случайного поля X может быть записана как

$$\varpi(X) = \det|A| \varpi(A\varepsilon_C) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}}} \det|A| \det|V_{\varepsilon_C}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(AX)V_{\varepsilon_C}^{-1}(AX)^T\right\}.$$

Тогда ковариационный тензор $R_x = M\{XX^T\}$ определяется выражением

$$R_x = (AV_{\varepsilon_C}^{-1}A^T)^{-1}.$$

Рассмотрим важный случай, когда пространственный размер случайного поля X является достаточно большим, само поле X оказывается пространственно однородным, а каузальный прогноз осуществляется не по всем предшествующим элементам, а только по некоторой ближайшей окрестности. Тогда в качестве такой окрестности для каждой точки \bar{i} можно определить каузальное окно $D_{\bar{i}}$. Пусть для определенности каузальное окно $D_{\bar{i}}$ имеет прямоугольную форму. То есть $D_{\bar{i}} = \{j = (j_1, j_2, \dots, j_N) : (M_1 < j_1 < i_1, M_2 < j_2 < i_2, \dots, M_N < j_N < i_N) \cup (j_1 = i_1, M_2 < j_2 < i_2, \dots, M_N < j_N < i_N) \cup \dots$

$(j_1 = i_1, j_2 = i_2, \dots, j_{N-1} = i_{N-1}, M_N < j_N < i_N)$. На рисунке 2.39 представлена изображение такого окна для двумерного варианта представления при $M_1 = M_2 = 2$.

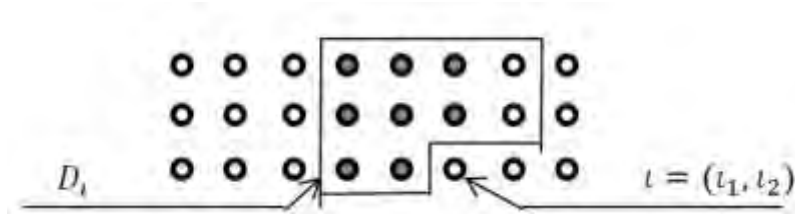


Рисунок 2.39 – Область казуального предсказания

Подобная конструкция приводит к многомерной АР модели и следующему казуальному прогнозу:

$$\hat{x}_{\bar{i}} = \sum_{j \in D_i} h_j x_{\bar{i}-j} = \bar{x}_{\bar{i}} * \bar{h}_{\bar{i}},$$

где $\bar{x}_{\bar{i}}$ – вектор, составленный из элементов случайного поля X , входящих в множество $D_{\bar{i}}$, $\bar{h}_{\bar{i}}$ – вектор, составленный из весов оценивания для \bar{i} – ой точки, $*$ – операция многомерной дискретной свертки. В силу пространственной однородности X вектор $\bar{h}_{\bar{i}}$ будет одинаков для любых элементов X , для которых одинаковы области $D_{\bar{i}}$. Обратим внимание, что совокупность скалярных весов $\{\bar{h}_{\bar{i}}\}$ образуют тѐплитцевский тензор, двумерный срез которого имеет вид тѐплитцевской матрицы.

Тогда ошибка предсказания $\varepsilon_{C\bar{i}}$ может быть записана как

$$\varepsilon_{C\bar{i}} = x_{\bar{i}} - \bar{x}_{\bar{i}} * \bar{h}_{\bar{i}} = \bar{x}_{\bar{i}} * (\bar{\delta}_{\bar{i}} - \bar{h}_{\bar{i}}), \quad (2.42)$$

где $\bar{\delta}_{\bar{i}}$ – вектор, пространственно совпадающий с $\bar{h}_{\bar{i}}$, элементы которого равны нулю всюду за исключением последнего элемента, который равен 1.

Выражение (2.42) можно интерпретировать как преобразование входного сигнала $\bar{x}_{\bar{i}}$ дискретной линейной системой с импульсной переходной характеристикой $\bar{\delta}_{\bar{i}} - \bar{h}_{\bar{i}}$. Тогда справедливым является следующее выражение:

$$G_{\varepsilon}(\bar{\omega}) = W(j\bar{\omega})W(-j\bar{\omega})G_x(\bar{\omega}),$$

где $G_{\varepsilon}(\bar{\omega})$ и $G_x(\bar{\omega})$ – энергетические спектры полей ε_C и X соответственно; $W(j\bar{\omega})$ – передаточная функция, полученная с помощью

многомерного дискретного преобразования Фурье импульсной переходной характеристики $\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{\bar{l}}$. Выполняя обратное дискретное преобразование Фурье получим связь между ковариационными функциями случайных полей ε_C и X , которую с учетом (2.41) можно записать в виде:

$$R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{\bar{l}}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{-\bar{l}}) = R_{C\varepsilon}(\bar{l}) = \delta_{\bar{l}} \sigma_C^2. \quad (2.43)$$

где $\bar{h}_{-\bar{l}}$ – развернутый в обратном порядке вектор h . Обозначим через $Y(h_{\bar{l}}) = (\delta_{\bar{l}} - h_{\bar{l}}) * (\delta_{\bar{l}} - h_{-\bar{l}})$. Тогда выполняя дискретное преобразование Фурье выражения (2.43) получаем:

$$G_x(\varpi) G_Y(\varpi) = \sigma_C^2,$$

тогда

$$Y(h_{\bar{l}}) = \Phi^{-1} \left(\frac{\sigma_C^2}{G_x(\varpi)} \right), \quad (2.44)$$

где $\Phi^{-1}()$ – обратное дискретное преобразование Фурье.

Существенным недостатком каузальной оценки многомерных случайных полей является то, что она принципиально не учитывает элементы поля, последующие за оцениваемым. Для преодоления этого недостатка исследуем возможности некаузального оценивания случайного поля. Для этого определим вначале понятие многомерной окрестности $\partial_{\bar{l}}$, как множества соседних по отношению к \bar{l} элементов, определяющих поведение поля в точке \bar{l} . Пусть для определенности $\partial_{\bar{l}}$ является прямоугольной и определяется следующим выражением: $\partial_{\bar{l}} = \{j = (j_1, j_2, \dots, j_N) : (i_1 + M_1 \leq j_1 \leq i_1 + M_1, \dots, i_N + M_N \leq j_N \leq i_N + M_N) \cap \overline{(l_1 = j_1, \dots, l_N = j_N)}\}$. На рисунке 2.40 представлена двумерная иллюстрация такой окрестности при $M_1 = M_2 = 2$.

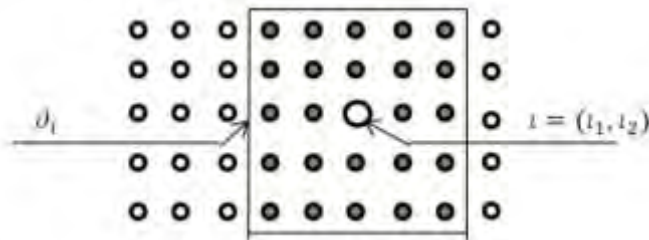


Рисунок 2.40 – Окрестность заданной точки

Тогда многомерное гауссовское случайное поле X будем считать марковским, если для любого \bar{i} $M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}; \bar{j} \in J\} = M\{x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}; \bar{j} \in \partial_{\bar{i}}\}$. В этом случае некаузальная оценка может быть записана в виде:

$$\hat{x}_{\bar{i}} = \sum_{\bar{j} \in \partial_{\bar{i}}} g_{\bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}}. \quad (2.45)$$

Ошибка оценивания соответственно:

$$\varepsilon_{N\bar{i}} = x_{\bar{i}} - \sum_{\bar{j} \in \partial_{\bar{i}}} g_{\bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}} \quad (2.46)$$

или в тензорном виде

$$\varepsilon_N = (I - G)X. \quad (2.47)$$

Многомерная плотность распределения многомерного нормального случайного поля X может быть записана в виде:

$$\omega(\bar{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n} \sqrt{\det|V_x^{-1}|} \exp\left(-\frac{1}{2} x^T V_x^{-1} x\right). \quad (2.48)$$

Воспользуемся исследованием логарифма правдоподобия, представленным в работе [225] и найдем производную от логарифма (2.48):

$$\frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log(\omega(X)) = \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log\{\omega(x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}, (\bar{j} \in J) \cap (\bar{j} \neq \bar{i})) \omega(x_{\bar{j}}, (\bar{j} \in J) \cap (\bar{j} \neq \bar{i}))\} =$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log \omega(x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}, (\bar{j} \in J) \cap (\bar{j} \neq \bar{i})) + \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log \omega(x_{\bar{j}}, (\bar{j} \in J) \cap (\bar{j} \neq \bar{i})) \\ & = \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log \omega(x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}, (\bar{j} \in J) \cap (\bar{j} \neq \bar{i})) = \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log \omega(x_{\bar{i}}|x_{\bar{j}}, \bar{j} \in \partial_{\bar{i}}) = \\ & = \frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N^2}} \left\{ -\frac{1}{2\sigma_N^2} \left(x_{\bar{i}} - \sum_{\bar{j} \in \partial_{\bar{i}}} g_{\bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}} \right)^2 \right\} \right\} = \frac{1}{\sigma_N^2} \left(x_{\bar{i}} - \sum_{\bar{j} \in \partial_{\bar{i}}} g_{\bar{i}-\bar{j}} x_{\bar{j}} \right) \end{aligned}$$

В то же время

$$\frac{d}{dx_{\bar{i}}} \log(\omega(X)) = \sum_{\bar{j} \in J} V_x^{-1}{}_{\bar{i},\bar{j}} x_{\bar{j}}.$$

Тогда, полагая $g_{\bar{i}-j} = 0$ при $j \notin \partial \bar{i}$, можно записать следующее равенство

$$\sum_{j \in J} V_x^{-1}{}_{\bar{i},j} x_j = \frac{1}{\sigma_N^2} (x_{\bar{i}} - \sum_{j \in J} g_{\bar{i}-j} x_j).$$

Поскольку последнее равенство должно выполняться при любых размерах J рассмотрим его при J , состоящем из одного элемента. Тогда

$$V_x^{-1}{}_{\bar{i},j} = \frac{1}{\sigma_N^2} (\delta_{\bar{i}-j} - g_{\bar{i}-j}).$$

Тогда коэффициенты некаузальной фильтрации можно получить с помощью выражения:

$$g_{\bar{i}-j} = \delta_{\bar{i}-j} - V_x^{-1}{}_{\bar{i},j} \sigma_N^2,$$

а при $\bar{i} = \bar{j}$ получим, что

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{V_x^{-1}{}_{\bar{i},\bar{i}}}.$$

Рассмотрим теперь выражение вида:

$$M\{\varepsilon_{N\bar{i}} x_{\bar{i}}\} = M\{\varepsilon_{N\bar{i}} (\varepsilon_{N\bar{i}} + \sum_{j \in \partial \bar{i}} g_{\bar{i}-j} x_j)\} = M\{\varepsilon_{N\bar{i}}^2\} + \sum_{j \in \partial \bar{i}} g_{\bar{i}-j} M\{\varepsilon_{N\bar{i}} x_j\}.$$

В работе [225] показана некоррелированность ошибок некаузального оценивания $\varepsilon_{N\bar{i}}$ и оцениваемого элемента x_j . Это означает, что для стационарного случайного поля можно записать следующее равенство:

$$M\{\varepsilon_{N\bar{i}} x_j\} = \delta_{\bar{i}-j} \sigma_N^2.$$

Перепишем последнее выражение, используя свойство стационарности:

$$\begin{aligned} \delta_k \sigma_N^2 &= M\{\varepsilon_{N\bar{i}} x_{\bar{i}+\bar{k}}\} = M\left\{\varepsilon_{N\bar{i}} \left(\varepsilon_{N\bar{i}+\bar{k}} + \sum_{j \in \partial_{\bar{i}+\bar{k}}} g_{\bar{i}+\bar{k}-j} x_j\right)\right\} = \\ &= M\{\varepsilon_{N\bar{i}} \varepsilon_{N\bar{i}+\bar{k}}\} + \sum_{j \in \partial_{\bar{i}+\bar{k}}} g_{\bar{i}+\bar{k}-j} M\{\varepsilon_{N\bar{i}} x_j\} = \\ &= R_{N\varepsilon}(\bar{k}) + \sum_{j \in \partial_{\bar{i}+\bar{k}}} g_{\bar{i}+\bar{k}-j} \delta_{\bar{i}-j} \sigma_N^2 = R_{\varepsilon}(\bar{k}) + g_{\bar{k}} \sigma_N^2. \end{aligned}$$

Тогда можно записать, что

$$R_{N\varepsilon}(\bar{l}) = \sigma_N^2(\delta_{\bar{l}} - g_{\bar{l}}). \quad (2.49)$$

Отметим, что прямой анализ формул (2.48) и (2.49) позволяет как и в случае формулы (2.43) записать связь между ковариационной функцией оцениваемого процесса и ковариационной функцией ошибок некаузального оценивания

$$R_{N\varepsilon}(\bar{l}) = R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{\bar{l}}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{-\bar{l}}). \quad (2.50)$$

Сравнивая (2.49) и (2.50) получим:

$$\sigma_N^2(\delta_{\bar{l}} - g_{\bar{l}}) = R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{\bar{l}}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{-\bar{l}}). \quad (2.51)$$

Выполним дискретное преобразование Фурье к левой и правой части равенства (2.50). Тогда

$$\sigma_N^2 \left(1 - G_g(\bar{\omega})\right) = G_x(\bar{\omega}) \left(1 - G_g(\bar{\omega})\right)^2$$

и

$$G_x(\bar{\omega}) = \frac{\sigma_N^2}{\left(1 - G_g(\bar{\omega})\right)}.$$

Выполняя обратное преобразование Фурье, получаем:

$$R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{\bar{l}}) = \sigma_N^2 \delta_{\bar{l}}. \quad (2.52)$$

Выполним теперь сравнение выражение (2.51) и (2.52), считая оцениваемое СП одинаковым в обоих случаях. Тогда

$$\delta_{\bar{l}} = \frac{R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{\bar{l}}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{-\bar{l}})}{\sigma_C^2} = \frac{R_x(\bar{l}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{\bar{l}})}{\sigma_N^2}$$

и

$$\sigma_N^2(\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{\bar{l}}) * (\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{h}_{-\bar{l}}) = \sigma_C^2(\bar{\delta}_{\bar{l}} - \bar{g}_{\bar{l}}). \quad (2.53)$$

Или

$$\Phi^{-1}\left(\frac{1}{G_x(\bar{\omega})}\right) = \frac{\delta_{\bar{l}} - g_{\bar{l}}}{\sigma_N^2}.$$

Тогда для некаузальной оценки $g_{\bar{l}}$ получаем:

$$g_{\bar{l}} = \delta_{\bar{l}} - \sigma_N^2 \Phi^{-1}\left(\frac{1}{G_x(\bar{\omega})}\right).$$

Обратим внимание, что равенство (2.53) должны выполняться для любых размеров J . В частности если множество J является пустым, то

$$\sigma_N^2 = \frac{\sigma_C^2}{1 + \sum_{j \in D} h_j^2}.$$

Тогда коэффициенты некаузального прогноза определяются следующим равенством:

$$g_{\bar{t}} = \delta_{\bar{t}} - \frac{\sigma_C^2}{1 + \sum_{j \in D} h_j^2} \Phi^{-1} \left(\frac{1}{G_x(\bar{\omega})} \right). \quad (2.54)$$

Рассмотрим теперь несколько важных частных случаев. Вначале исследуем группу АРКК моделей. Энергетический спектр $G(\bar{\omega})$ для таких моделей тоже является разделимым и может быть записан в следующей форме:

$$G(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N) = \frac{A}{(\omega_1^2 + (\ln \rho_1)^2)^{n_1} (\omega_2^2 + (\ln \rho_2)^2)^{n_2} \dots (\omega_N^2 + (\ln \rho_N)^2)^{n_N}},$$

где A – коэффициент, не зависящий от $\bar{\omega}$. В частности, для случая одномерного случайного процесса при $n_1 = 1$ получаем известную формулу:

$$G(\omega_1) = \frac{2 \ln \rho_1 \sigma_x^2}{\omega_1^2 + (\ln \rho_1)^2},$$

а для случая плоского двумерного случайного поля при $n_1 = n_2 = 2$ имеем

$$G(\omega_1, \omega_2) = \frac{(4\sigma_x^2)^2 (-\ln \rho_1)^3}{(\omega_1^2 + (\ln \rho_1)^2)^2 (\omega_2^2 + (\ln \rho_2)^2)^2}.$$

Тогда выражение для некаузальных прогнозов может быть записано как

$$g_{\bar{t}} = \delta_{\bar{t}} - \frac{1}{A} \frac{\sigma_C^2}{1 + \sum_{j \in D} h_j^2} \Phi^{-1}((\omega_1^2 + (\ln \rho_1)^2)^{n_1}) \dots \Phi^{-1}((\omega_N^2 + (\ln \rho_N)^2)^{n_N}).$$

Важно, что в последней формуле все обратные дискретные преобразования Фурье являются одномерными.

Рассчитаем и запишем некаузальные прогнозы для нескольких важных частных случаев. Для удобства записи будем как и в работе [225] использовать обозначения, основанные на δ функции. В таблице 2.6 приведены выражения, соответствующие каузальным и некаузальным вариантам оценивания.

Таблица 2.6.

Название	Предсказывающий каузальный фильтр	Соответствующий некаузальный прогноз
Одномерный АР процесс с кратностью 1	$h_n = \rho \delta_{n-1}$	$g_n = \frac{\rho}{1+\rho^2} (\delta_{n-1} + \delta_{n+1}).$
Одномерный АР процесс с кратностью 2	$h_n = 2\rho \delta_{n-1} - \rho^2 \delta_{n-2}$	$g_n = \frac{4\rho}{1+4\rho^2+\rho^4} (\delta_{n-1} + \delta_{n+1}) + \frac{2\rho^2}{1+4\rho^2+\rho^4} (\delta_{n-1} + \delta_{n+1})$
Двумерный АР процесс с кратностью 1	$h_{n,n} = \rho_1 \delta_{n,n-1} + \rho_2 \delta_{n-1,n} - \rho_1 \rho_2 \delta_{n-1,n-1}$	$g_{n,n} = \frac{\rho_1}{1+\rho_1^2+\rho_2^2+\rho_1^2\rho_2^2} (\delta_{n,n-1} + \delta_{n,n+1}) + \frac{\rho_2}{1+\rho_1^2+\rho_2^2+\rho_1^2\rho_2^2} (\delta_{n-1,n} + \delta_{n-1,n}) - \frac{\rho_1\rho_2}{1+\rho_1^2+\rho_2^2+\rho_1^2\rho_2^2} (\delta_{n-1,n-1} + \delta_{n-1,n+1} + \delta_{n+1,n-1} + \delta_{n+1,n+1})$
Двумерный АР процесс с кратностью 2	$h_{n,n} = 2\rho_1 \delta_{n,n-1} + 2\rho_2 \delta_{n-1,n} - 4\rho_1 \rho_2 \delta_{n-1,n-1} - \rho_1^2 \delta_{n-2,n} - \rho_2^2 \delta_{n,n-2} + \rho_1^2 \rho_2 \delta_{n-2,n-1} + \rho_1 \rho_2^2 \delta_{n-1,n-2} - \rho_1^2 \rho_2^2 \delta_{n-2,n-2}$	$g_{n,n} = \frac{2\rho_1}{A} (\delta_{n,n-1} + \delta_{n,n+1}) + \frac{\rho_1^2}{A} (\delta_{n,n-1} + \delta_{n,n+1}) + \frac{2\rho_2}{A} (\delta_{n-1,n} + \delta_{n+1,n}) + \frac{\rho_2^2}{A} (\delta_{n,n-1} + \delta_{n,n+1}) - \frac{8\rho_1\rho_2}{A} (\delta_{n-1,n-1} + \delta_{n-1,n+1} + \delta_{n+1,n-1} + \delta_{n+1,n+1}) + \frac{2\rho_1^2\rho_2}{A} (\delta_{n-2,n-1} + \delta_{n+2,n+1}) + \frac{\rho_1\rho_2^2}{A} (\delta_{n-1,n-2} + \delta_{n+1,n+2}),$ где $A = \frac{1}{2} + 2\rho_1^2 + 2\rho_2^2 + 8\rho_1\rho_2 + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2} + \frac{\rho_1^2\rho_2}{2} + \frac{\rho_1\rho_2^2}{2} + \frac{\rho_1^2\rho_2^2}{3}$

Отметим, что анализ выражений (2.51) и (2.53) в части особенностей многомерной дискретной свертки позволяет сделать вывод о невозможности построения в общем виде обратных соотношений, определяющих каузальные оценки по их некаузальным аналогам. Такие соотношения могут быть получены только для одномерного случая. Это может также свидетельствовать о том, что некаузальные модели являются принципиально более общим способом описания многомерных сигналов, чем каузальные. Также обратим внимание, что описанные закономерности могут быть обобщены на случай

более сложных математических моделей многомерных случайных полей. Таковыми, например, являются и ДС модели. При этом соответствующая этой модели формула (2.2) определяет многомерный мартингал [20] с ограниченными приращениями, для которого:

$$M \left\{ x_{\bar{l}} - \sum_{\bar{j} \in D_{\bar{l}}} \rho_{\bar{l}, \bar{j}} x_{\bar{l}-\bar{j}} \mid x_{\bar{k}}, \bar{k} \notin D_{\bar{l}} \right\} = 0, x_{\bar{0}} = 0.$$

Тогда по центральной предельной теореме для мартингалов $x_{\bar{l}}$ будет близок к нормальному при достаточно больших \bar{l} . В случае, если скорость изменения параметров (2.2) будет достаточно малой по сравнению с областью некаузального прогноза, то в пределах этой области имитируемое случайное поле можно считать пространственно однородным. Тогда (2.2) удобно переписать в следующем матричном виде:

$$\bar{x}_{\bar{l}} = \bar{A}_{\bar{l}} + \sum_{\bar{j} \in D_{\bar{l}}} \wp_{\bar{l}, \bar{j}} \bar{x}_{\bar{l}-\bar{j}} + \mathcal{B}_{\bar{l}} \bar{\xi}_{\bar{l}}, \bar{l}, \bar{j} \in \Omega,$$

где $\bar{x}_{\bar{l}} = (\bar{x}_{\bar{l}}, \rho_{\bar{l}, 1}, \dots, \rho_{\bar{l}, N})^T$ – вектор, составленный из нормальных случайных величин, $\bar{A}_{\bar{l}}$, $\wp_{\bar{l}, \bar{j}}$, $\mathcal{B}_{\bar{l}}$ – матричные коэффициенты, а соответствующий каузальный прогноз переписется в виде:

$$\bar{h}_{\bar{n}} = \bar{A}_{\bar{l}} + \sum_{\bar{j} \in D_{\bar{l}}} \wp_{\bar{l}, \bar{j}} \bar{\delta}_{\bar{l}-\bar{j}}.$$

В качестве примера рассмотрим простейшую одномерную дважды стохастическую модель:

$$x_i = \rho_{i-1} x_{i-1} + \xi_i, \rho_i = r \rho_{i-1} + \eta_i, i = 1..M_1,$$

где ξ_i , η_i – отсчеты белого шума. В векторном виде последнее выражение может быть записано как:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \rho_{i-1} & (1 - \alpha) x_{i-1} \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ \rho_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_i \\ \eta_i \end{pmatrix},$$

где α – произвольная константа. Тогда соответствующий каузальный прогноз выражается формулой:

$$\begin{pmatrix} h_x \\ h_\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\rho_{i-1} & (1-\alpha)x_{i-1} \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{n-1} \\ \delta_{n-1} \end{pmatrix} = \wp_{i-1} \begin{pmatrix} \delta_{n-1} \\ \delta_{n-1} \end{pmatrix},$$

а его некаузальный аналог запишется как:

$$\begin{pmatrix} g_x \\ g_\rho \end{pmatrix} = \wp_{i-1}(1 + \wp_{i-1}^2)^{-1} \begin{pmatrix} \delta_{n-1} + \delta_{n+1} \\ \delta_{n-1} \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Простой анализ выражения (2.55) показывает, что при $\alpha = 1$ оно соответствует двум последовательным процедурам. Первая предполагает расчет некаузальной оценки g_ρ вспомогательного случайного процесса $\{\rho_i\}$, вторая использует найденные на первом этапе оценки для вычисления некаузальной оценки основного процесса $\{\rho_i\}$. Нетрудно показать, что приведенная выше логика определять некаузальные прогнозы для произвольных вариантов ДС моделей в том числе для случаев, указанных в таблице 2.4.

2.8. Выводы

Анализ недостатков, свойственных «статическим» моделям, в которых АР коэффициенты являются постоянными величинами, позволил сделать вывод о целесообразности рассмотрения другого вида моделей – «динамических», в которых параметры модели сами являются СП. Исследование смешанных моделей, базирующихся на АР ДС моделях СП, показало, что такие модели по сравнению со «статическими» имеют ряд преимуществ. Во-первых, формирование СП происходит в различных пространственных зонах с различными параметрами, что позволяет получать неоднородные поля. Во-вторых, на основе выбора базовых и основных моделей, а также методов преобразования значений яркости в совокупности корреляционных параметров представляется возможным формирование СП с разнообразными вероятностными свойствами.

В ходе исследования был выявлен класс ДС моделей, построенных на базе АР моделей с кратными корнями, обеспечивающих квазиизотропность имитируемых изображений и упрощение процедур синтеза и анализа модели. В

работе рассмотрены вопросы обобщения таких моделей для некаузальных вариантов описания многомерных изображений, а также для имитации разнородных объектов, разделенных визуально наблюдаемой границей. Для решения задачи идентификации параметров многомерной ДС модели по реальным изображениям предложен метод, основанный на комбинации модифицированного EM алгоритма и численной безыдентификационной ПГ адаптации. Показана состоятельность этого метода и установлены количественные характеристики его эффективности при оценивании параметров ДС модели. Установлено, что данный подход позволяет получить изображения, близкие к заданным по своим статистическим и корреляционным свойствам.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что использование ДС моделей позволяет создавать системы описания многомерных случайных полей с различными вероятностными и корреляционными свойствами. В то же время, не смотря на естественное усложнение процедур синтеза и анализа ДС моделей, эти процедуры во многих важных случаях остаются реализуемыми, что позволяет выполнять описание и последующую обработку многомерных пространственно неоднородных сигналов.

ГЛАВА 3. СИНТЕЗ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА БАЗЕ ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

3.1. Постановка задачи

Обработка спутникового материала сопряжена с решением целого ряда задач, связанных с предварительной обработкой многозональных изображений и извлечением информации разного рода. Среди таких задач можно выделить задачи фильтрации и восстановления спутниковых изображений. Синтез необходимых для этого алгоритмов сопряжен с выбором и использованием математических моделей, наиболее точно характеризующих особенности спутниковых многозональных изображений. В главе 2 показано, что для этого хорошо подходит АР ДС модель, реализации которой отличаются пространственной неоднородностью. Эта модель позволяет выполнять идентификацию параметров для неоднородных реальных изображений.

Настоящая глава посвящена применению синтезированной модели для обработки реальных сигналов и изображений. Вначале (п. 3.2) рассматриваются варианты синтеза нелинейного дважды стохастического фильтра. Далее выполняется исследование этого фильтра при обработке одномерных сигналов (п.3.3) и многомерного дискретного случайного поля (п. 3.4). Полученные результаты обобщены на случай двумерных изображений (п.3.5). В п. 3.6 исследуются вопросы поиска квазиоптимальных некаузальных дважды стохастических процедур обработки. П. 3.7 посвящен фильтрации многозональных изображений и их временных последовательностей. Найденные решения используются для решения задачи восстановления спутниковых изображений (п. 3.8).

3.2. Синтез алгоритма фильтрации на основе ДС моделей

Преимуществом рассмотренных в главе 2 способов описания многомерных случайных полей на базе ДС модели является возможность синтеза новых классов алгоритмов обработки этих полей. Рассмотрим задачу фильтрации случайного поля, имитируемого с помощью ДС модели. Для этого выполним вначале подробно синтез алгоритма, позволяющего выполнять оптимальную фильтрацию одномерного дважды стохастического процесса. Для этого рассмотрим простейшую дважды стохастическую модель в следующей стандартной форме:

$$x_i = \rho_{i-1}x_{i-1} + \sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_{i-1}^2} \xi_i, i = 1..M_1, \quad (3.1)$$

где $\{\rho_i\}$ – совокупность коэффициентов корреляции соседних элементов на i -ом шаге; $\{\xi_i\}$ – совокупность независимых гауссовских случайных величин с нулевым средним $M\{\xi_i\} = 0$ и единичной дисперсией $\sigma_\xi^2 = M\{\xi_i^2\} = 1$; M_1 – длина моделируемого процесса. Пусть коэффициенты корреляции ρ_i от шага к шагу сами изменяются в соответствии с АР моделью:

$$\rho_i = r\rho_{i-1} + \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \zeta_i, i = 1..M_1, \quad (3.2)$$

где r – коэффициент корреляции соседних элементов; $\{\zeta_i\}$ – реализация независимых гауссовских случайных величин с нулевым средним $M\{\zeta_i\} = 0$ и единичной дисперсией $\sigma_\zeta^2 = M\{\zeta_i^2\} = 1$.

Пусть теперь имеются наблюдения:

$$z_i = x_i + n_i, i = 1..M_1,$$

полученные простым аддитивным смешиванием x_i и белого шума n_i с дисперсией $\sigma_n^2 = M\{n_i^2\}$. Требуется по имеющимся наблюдениям $\{z_i\}$ и указанной априорной информации максимально достоверно оценить исходный сигнал $\{x_i\}$.

Отметим вначале, что предложенная модель несмотря на видимую простоту существенно отличается от привычных однородных конструкций, поскольку предполагает использование сразу двух последовательностей

«внутренней» ρ_i и «внешней» («основной») x_i . Соответственно, даже выбор целевой функции, показывающий то насколько «достоверно оценивается исходный сигнал» затруднен тем, что необходимо обеспечить оценивание и x_i и ρ_i . В связи с этим использование стандартного критерия $\min[M(\hat{x}_i - x_i)^2]$ минимума квадрата рассогласования между оценкой и истинным значением может оказаться неверным. Оставим пока данный вопрос в надежде на его разрешение в ходе разработки фильтра.

Отметим, что сама модель формирования последовательности, элементы которой формируются один за другим, наталкивает на возможное применение рекуррентных соотношений для решения задачи фильтрации. Предположим в связи с этим, что такой рекуррентный фильтр построен. С его помощью получены оценки $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{i-1}$ и $\hat{\rho}_1, \dots, \hat{\rho}_{i-1}$ на предыдущих $i - 1$ шагах. Как теперь получить оценку пары \hat{x}_i и $\hat{\rho}_i$? Перепишем выражения (3.1) и (3.2) в виде одного векторного уравнения:

$$\bar{x}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{i-1}/2 & x_{i-1}/2 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ \rho_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_{i-1}^2} \xi_i \\ \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \zeta_i \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

или

$$\bar{x}_i = \Pi_{i-1} \bar{x}_{i-1} + \Psi_i,$$

где $\Pi_{i-1} = \begin{pmatrix} \rho_{i-1}/2 & x_{i-1}/2 \\ 0 & r \end{pmatrix}$ – матрица 2×2 , $\Psi_i = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_{i-1}^2} \xi_i \\ \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \zeta_i \end{pmatrix}$ – вектор из

двух элементов. Уравнение (3.3) существенно отличается от привычных записей многомерных авторегрессий тем, что матрица Π_{i-1} является не просто изменяющейся итерации к итерации, но и содержит значения x_{i-1} и ρ_{i-1} на предыдущей итерации. Выражение для наблюдения тоже можно переписать соответственно:

$$z_i = C \bar{x}_i + n_i,$$

где $C = (1 \ 0)$ – матрица, определяющая непосредственное участие в наблюдении только x_i , но не ρ_i .

Пусть нам известна оценка $\hat{x}_{i-1} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{i-1} \\ \hat{\rho}_{i-1} \end{pmatrix}$ на предыдущем шаге фильтра и ее ковариационная матрица ошибок $P_{i-1} = M\{(\hat{x}_{i-1} - \bar{x}_{i-1})(\hat{x}_{i-1} - \bar{x}_{i-1})^T\}$. Зададимся теперь вопросом: как выполнить оценку на следующем шаге \bar{x}_i . Будем считать, что эту оценку можно представить в виде линейной комбинации прогноза, сделанного по предыдущей оценке $\hat{x}_{\text{Э}i} = \Phi(\hat{x}_{i-1})$, и текущего наблюдения z_i . Это можно обосновать «марковостью» выражений (3.1-3.2).

$$\hat{x}_i = A_i \hat{x}_{\text{Э}i} + B_i z_i.$$

Простой анализ показывает, что $A_i = \begin{pmatrix} a_{i11} & a_{i12} \\ a_{i21} & a_{i22} \end{pmatrix}$ является матрицей 2×2 , а $B_i = \begin{pmatrix} b_{i1} \\ b_{i2} \end{pmatrix}$ – вектором 2×1 . Таким образом, задача построения рекуррентного фильтра связана с поиском 6 скалярных чисел: $a_{i11}, a_{i12}, a_{i21}, a_{i22}, b_{i1}, b_{i2}$. При этом эти числа нужно найти так, чтобы вектор $\bar{\varepsilon}_i = \hat{x}_i - \bar{x}_i = \begin{pmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{\rho}_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix}$ принимал бы «наименьшие» значения. По аналогии со скалярным случаем обычного линейного калмановского фильтра можно ввести ковариационную матрицу ошибок $P_i = M\{\bar{\varepsilon}_i \bar{\varepsilon}_i^T\}$ и постараться найти ее «минимум». Вообще говоря, использование терминов «минимум» матрицы, «наименьшее» значение вектора является некорректным. Правильным подходом к подобной минимизации является, например, использование байесовского критерия, позволяющего правильно вводить и использовать критерии качества для многомерных параметров. Однако, последующее изложение, на наш взгляд, позволит преодолеть эту неопределенность.

Ответим вначале на вопрос: каким образом теперь выполнить прогноз по предыдущей оценке? Для этого можно воспользоваться выражением (3.3) при условии отсутствия помех ξ_i и ζ_i .

$$\bar{x}_{\text{Э}i} = \Pi_{i-1} \hat{x}_{i-1}.$$

Найдем ковариационную матрицу ошибок такого прогноза:

$$\begin{aligned}
P_{\Delta i} &= M\{(\hat{x}_{\Delta i-1} - \bar{x}_{i-1})(\hat{x}_{\Delta i-1} - \bar{x}_{i-1})^T\} \\
&= M\{(\Pi_{i-1}\hat{x}_{i-1} - \Pi_{i-1}\bar{x}_{i-1} - \Psi_i)(\Pi_{i-1}\hat{x}_{i-1} - \Pi_{i-1}\bar{x}_{i-1} - \Psi_i)^T\} \\
&= M\{(\Pi_{i-1}(\hat{x}_{i-1} - \bar{x}_{i-1}) - \Psi_i)(\Pi_{i-1}(\hat{x}_{i-1} - \bar{x}_{i-1}) - \Psi_i)^T\}.
\end{aligned}$$

С учетом того, что $\bar{\varepsilon}_{i-1} = \hat{x}_{i-1} - \bar{x}_{i-1}$ – ошибка оценивания на предыдущем шаге, то

$$\begin{aligned}
P_{\Delta i} &= \Pi_{i-1}P_{i-1}\Pi_{i-1}^T + V_{\psi i} = \\
&\begin{pmatrix} \hat{\rho}_{i-1}/2 & \hat{x}_{i-1}/2 \\ 0 & r \end{pmatrix} P_{i-1} \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{i-1}/2 & 0 \\ \hat{x}_{i-1}/2 & r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1 - \hat{\rho}_{i-1}^2} & 0 \\ 0 & \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Здесь $V_{\psi i} = M\{\Psi_i \Psi_i^T\}$, $P_{\Delta i}$, Π_{i-1} , P_{i-1} – матрицы 2×2 . Рассмотрим теперь более подробно ошибку оценивания:

$$\begin{aligned}
\bar{\varepsilon}_i &= \hat{x}_i - \bar{x}_i = A_i \hat{x}_{\Delta i} + B_i z_i - \bar{x}_i = A_i \hat{x}_{\Delta i} + B_i (C \bar{x}_i + n_i) - \bar{x}_i = \\
&= A_i \hat{x}_{\Delta i} + (B_i C - E) \bar{x}_i + B_i n_i, \text{ где } E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ – единичная матрица.}
\end{aligned}$$

Прибавим и отнимем от этого выражения $(E - B_i C) \bar{x}_{\Delta i}$, получим

$$\begin{aligned}
\bar{\varepsilon}_i &= A_i \hat{x}_{\Delta i} - (E - B_i C) \bar{x}_{\Delta i} + (E - B_i C) \bar{x}_{\Delta i} + B_i (C \bar{x}_i + n_i) - \bar{x}_i = \\
&= (A_i - (E - B_i C)) \hat{x}_{\Delta i} + (E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) + B_i n_i.
\end{aligned}$$

Поскольку $M(\bar{\varepsilon}_i) = \bar{0}$ должно быть равно $\bar{0}$, то выберем $A_i = (E - B_i C)$,

тогда

$$\bar{\varepsilon}_i = (E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) + B_i n_i.$$

Последнее выражение можно интерпретировать следующим образом. Ошибка, возникающая при оценивании, состоит из 2 компонент: ошибки экстраполяции и ошибки, возникающей из-за воздействия шума n_i при наблюдении. Таким образом, оптимизация оценки сводится к поиску матрицы B_i , размером 2×1 , обеспечивающей «минимум» ковариационной матрицы:

$$\begin{aligned}
P_i &= M\{\bar{\varepsilon}_i \bar{\varepsilon}_i^T\} = M\{[(E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) + B_i n_i][(E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) + B_i n_i]^T\} = \\
&= M\{(E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i)^T (E - B_i C)^T\} + M\{(E - B_i C) (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i) n_i B_i^T\} + \\
&= M\{B_i n_i (\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i)^T (E - B_i C)^T\} + M\{B_i n_i^2 B_i^2\}.
\end{aligned}$$

С учетом независимости n_i получаем

$$P_i = (E - B_i C) P_{\Delta i} (E - B_i C)^T + B_i \sigma_n^2 B_i^T =$$

$$P_{\text{Э}i} + B_i C P_{\text{Э}i} C^T B_i^T + B_i \sigma_n^2 B_i^T - B_i C P_{\text{Э}i} - P_{\text{Э}i} C^T B_i^T = \\ B_i (C P_{\text{Э}i} C^T + \sigma_n^2) B_i^T - B_i C P_{\text{Э}i} - P_{\text{Э}i} C^T B_i^T + P_{\text{Э}i}.$$

Обозначим через $D_i = C P_{\text{Э}i} C^T + \sigma_n^2$, тогда домножая второе и третье слагаемые на $D_i D_i^{-1}$ и добавляя и отнимая $P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1} C P_{\text{Э}i}$, получаем:

$$P_i = B_i D_i B_i^T - B_i D_i D_i^{-1} C P_{\text{Э}i} - P_{\text{Э}i} C^T D_i D_i^{-1} B_i^T + P_{\text{Э}i} + P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1} C P_{\text{Э}i} - \\ P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1} C P_{\text{Э}i}.$$

После группировки:

$$P_i = (B_i - P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1}) D_i (B_i - P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1})^T + P_{\text{Э}i} - P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1} C P_{\text{Э}i}. \quad (3.4)$$

Минимизация выражения (3.4) по матрице B_i связана с минимизацией первого слагаемого, поскольку второе и третье от B_i не зависят. При этом очевидно, что $(B_i - P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1}) D_i (B_i - P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1})^T$ всегда положительна. Указанные условия приводят к следующему равенству:

$$B_i = P_{\text{Э}i} C^T D_i^{-1} = P_{\text{Э}i} C^T (C P_{\text{Э}i} C^T + \sigma_n^2)^{-1},$$

обеспечивающему минимум (3.4). Обратим, внимание, что в последнем выражении $C P_{\text{Э}i} C^T + \sigma_n^2$ — является обычным скалярным числом. Таким образом, поиск коэффициентов фильтрации *не* предполагает операций обращения матриц. При этом подставляя B_i в выражение (4) сразу же получаем дисперсию ошибок оценивания

$$P_i = P_{\text{Э}i} - B_i C P_{\text{Э}i} = (E - B_i C) P_{\text{Э}i}.$$

Поскольку $A_i = E - B_i C$, то получим окончательно следующее выражение для одномерного дважды стохастического фильтра:

$$\hat{x}_i = \hat{x}_{\text{Э}i} + B_i z_i - B_i C \hat{x}_{\text{Э}i} = \hat{x}_{\text{Э}i} + B_i (z_i - C \hat{x}_{\text{Э}i}) \quad (3.5)$$

Для модели (3.3) равенство (3.5) может быть записано следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{\rho}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{i-1} \hat{x}_{i-1} \\ r \hat{\rho}_{i-1} \end{pmatrix} + B_i (z_i - \hat{\rho}_{i-1} \hat{x}_{i-1}). \quad (3.6)$$

Выражения (3.5) и (3.6) близки к соответствующим линейным калмановским аналогам, но есть и ряд принципиальных отличий. Во-первых, в рамках дважды стохастической фильтрации выполняется одновременная

оценка самого оцениваемого параметра \hat{x}_i и вспомогательного параметра $\hat{\rho}_i$. Во-вторых, эта совместная оценка производится с помощью, вообще говоря, нелинейных соотношений, объединяющих прогноз, который сделан на предыдущей итерации, и новое скалярное наблюдение. Представленное доказательство может быть распространено на случай дважды стохастической авторегрессии любого порядка, однако его обобщение на случай многомерного дважды стохастического поля затруднено неоднозначностью построения векторных каузальных соотношений (3.3) для многомерного случая. В связи с этим покажем возможность построения многомерных дважды стохастических фильтров с помощью более общего подхода.

Для этого рассмотрим общую задачу, связанную с построением наилучшей оценки \hat{X}_k для многомерного параметра X_k по множеству наблюдений $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$. При этом каждый из X_k может представлять собой либо вектор значений, либо многомерную матрицу. Примером X_k может быть пара $\bar{X}_k = (x_k \quad \rho_k)$, определяющих поведение дважды стохастического процесса в i -ой точке, или вектор $\bar{X}_k = (x_{k1} \quad \dots \quad x_{kM} \quad \rho_{xk1} \quad \dots \quad \rho_{xkM} \quad \rho_{yk1} \quad \dots \quad \rho_{ykM})$, соответствующий параметрам i -ой строки случайного поля, сформированного с помощью дважды стохастической модели.

Постараемся вначале сформировать критерий качества наилучшей оценки, то есть построить некоторую скалярную функцию $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$, позволяющую однозначно устанавливать степень близости оценки \hat{X}_k к неизвестному X_k . Чем ближе \hat{X}_k к X_k , тем меньшие значения должна принимать $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$. В предельном случае, если $\hat{X}_k = X_k$, то $R(X_k, \hat{X}_k(Z)) = 0$. Пусть нам известна априорная ПРВ $w(X_k)$, позволяющая оценивать поведение X_k до эксперимента, ПРВ наблюдений $w(Z)$ и условная апостериорная ПРВ $w(X_k/Z)$, определяющая поведение X_k в случае известных наблюдений Z . Указанные ПРВ позволяют получить следующую совместную ПРВ оценок и наблюдений: $w(X_k, Z) = w(Z) w(X_k/Z)$.

В случае, если $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$ известна, то возможно использовать байесовский критерий качества

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} R(X_k, \hat{X}_k(Z)) w(X_k, Z) dx_1 \dots dx_{N_1} dz_1 \dots dz_{N_2}, \quad (3.7)$$

позволяющий рассчитать средние потери при использовании оценки \hat{X}_k . Здесь N_1 – количество оцениваемых скалярных параметров, входящих в X_k , N_2 – количество скалярных наблюдений, используемых для оценки. В случае, если оценка \hat{X}_k такова, что (3.7) принимает наименьшие значения, то \hat{X}_k является оптимальной. Как и в работе [45], перепишем выражение для средних потерь в следующей форме:

$$R = \int_{G_Z} \left(\int_{G_{X_k}} R(X_k, \hat{X}_k(Z)) w(X_k/Z) dX_k \right) w(Z) dZ, \quad (3.8)$$

где G_Z – область всевозможных значений наблюдений, G_{X_k} – область всевозможных значений оцениваемого параметра X_k . Анализ формулы (3.8) показывает, что средний риск R принимает наименьшие значения тогда когда условные потери

$$R_a(Z) = \int_{G_{X_k}} R(X_k, \hat{X}_k(Z)) w(X_k/Z) dX_k$$

принимают минимальные значения в каждой точке $Z \in G_Z$. Вернемся теперь к определению функции $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$. Обычно [47, 66, 225] в ее качестве используют

расстояние

Махалонобиса

$R(X_k, \hat{X}_k(Z)) = \sqrt{(X_k - \hat{X}_k(Z))^T V_\varepsilon^{-1} (X_k - \hat{X}_k(Z))}$, где V_ε – ковариационная матрица ошибок оценивания, приводящее для скалярного X_k к обычной квадратичной функции потерь $R(X_k, \hat{X}_k(Z)) = (X_k - \hat{X}_k(Z))^2$. Однако для упрощения дальнейших выкладок воспользуемся равномерной функцией выигрыша:

$$I(X_k, \hat{X}_k(Z)) = \begin{cases} A, & X_k - \hat{X}_k(Z) \in G_\varepsilon \\ 0, & X_k - \hat{X}_k(Z) \notin G_\varepsilon \end{cases},$$

где $G_\varepsilon \in G_x$ – область, включающая точку начала координат и некоторую ее окрестность, A – некоторое число. Тогда функцию потерь можно записать в

виде $R(X_k, \hat{X}_k(Z)) = A - I(X_k, \hat{X}_k(Z))$. Таким образом, в случае близости оценки $\hat{X}_k(Z)$ к действительному значению X_k (разность $X_k - \hat{X}_k(Z)$ находится в области G_ε) $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$ будет принимать нулевые значения, в противоположном случае $R(X_k, \hat{X}_k(Z))$ будем полагать равной некоторой постоянной A . Тогда средние потери (3.8) составят

$$R = A \int_{G_Z} \left(\int_{X_k - \hat{X}_k(Z) \notin G_\varepsilon} w(X_k, Z) dX_k \right) dZ.$$

В противоположность средним потерям можно ввести средний выигрыш, равный

$$I = A \int_{G_Z} \left(\int_{X_k - \hat{X}_k(Z) \in G_\varepsilon} w(X_k, Z) dX_k \right) dZ.$$

Очевидно, что задача поиска оптимальной оценки $\hat{X}_k(Z)$ связана с минимизацией среднего риска R или максимизацией I . Рассмотрим теперь вопрос относительно выбора формы области G_ε . Для этого воспользуемся одним из результатов второй главы, заключающегося в том, что имитируемое с помощью ДС модели СП быстро нормализуется. Тогда, оцениваемый вектор параметров одномерного процесса $\bar{X}_k = (x_k \ \rho_k)$ или вектор параметров строки изображения $\bar{X}_k = (x_{k1} \ \dots \ x_{kM} \ \rho_{xk1} \ \dots \ \rho_{xkM} \ \rho_{yk1} \ \dots \ \rho_{ykM})$ могут считаться системами нормально распределенных случайных величин. Вспомним, что одной из характеристик нормальной ПРВ $w(X_k)$ является эллипсоид рассеивания G_a , определяющий то насколько близкими к математическому ожиданию $M(X_k)$ окажется вектор случайных величин X_k после розыгрыша. Задать этот эллипсоид возможно с помощью следующего соотношения [115]:

$$(X_k - M(X_k))^T V_x^{-1} (X_k - M(X_k)) \leq N + 2,$$

где N – количество скалярных элементов в X_k , V_x – совместная ковариационная матрица между элементами X_k . При этом объем эллипсоида G_a будет равен [115]:

$$mes G_a = \frac{(n+2)^{n/2} \pi^{n/2}}{\Gamma(0.5n+1)} \sqrt{\det V_x},$$

где $\Gamma(0.5n + 1)$ – полная гамма-функция [69]. Теперь в силу отсутствия ограничений на форму области G_ε выберем ее подобной области G_a . Пусть для определенности $G_\varepsilon \in G_a$. На следующем рисунке представлено геометрическое двумерное представление областей G_ε и G_a для случая оценки $\bar{X}_k = (x_k \ \rho_k)$ в случае использования модели (3.1). Очевидно, что в этом случае G_ε и G_a ограничены обычными эллипсами. При этом область G_a определяется уравнением: $(x_i \ \rho_i) \begin{pmatrix} \sigma_{xi}^2 & Bx\rho_i \\ Bx\rho_i & \sigma_{\rho i}^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \end{pmatrix} \leq 4$, где σ_{xi}^2 – дисперсия случайной величины x_i , $\sigma_{\rho i}^2$ – дисперсия случайной величины ρ_i , $Bx\rho_i$ – ковариация между случайными величинами x_i и ρ_i . При попадании оценки \hat{X}_k в область G_ε назначается выигрыш A .

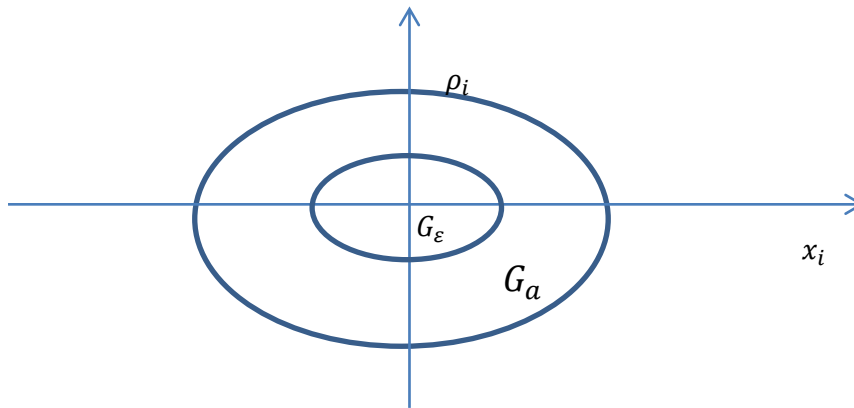


Рисунок 3.1 – Эллипсоиды рассеивания G_ε и G_a

Тогда положим $A = \frac{B}{mesG_\varepsilon}$. В этом случае средний выигрыш составит

$$I = \frac{B}{mesG_\varepsilon} \int_{G_Z} \left(\int_{X_k - \hat{X}_k(Z) \in G_\varepsilon} w(X_k, Z) dX_k \right) dZ \quad . \quad \text{Проанализируем поведение}$$

величины I для случая малого размера области G_ε . Для этого рассмотрим величину $I_l = \lim_{mesG_\varepsilon \rightarrow 0} I$. После выполнения предельного перехода с учетом интегрирования по области G_ε и сокращения $mesG_\varepsilon$ получим

$$I_l = B \int_{G_Z} w(X_k, Z) dZ \quad . \quad \text{Наибольшее значение } I_l \text{ принимает тогда когда}$$

$$w(X_k, Z) = w(X_k)w(Z/X_k) \text{ максимально для текущих наблюдений } Z \text{ . Здесь}$$

$w(Z/X_k)$ является функцией правдоподобия [45]. Для гауссовских параметров

$$w(X_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det V_x}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(X_k - M(X_k))^T V_x^{-1}(X_k - M(X_k))\right\}.$$

Вернемся теперь к определению ДС модели (2.2 и 2.3). Используя подход, связанный с векторизацией многомерных АР моделей и раскрытый, например, в работе [117], можно переписать любую ДС модель в виде следующего многомерного стохастического уравнения:

$$\bar{x}_i = \varphi_i(\bar{x}_{i-1}) + \bar{\xi}_i,$$

где \bar{x}_i – совокупность отсчетов фильтруемого сигнала и вспомогательных случайных величин, играющих роль переменных коэффициентов. Примером такого представления может быть выражение (3.3) или построчные зависимости для двумерного дважды стохастического поля, раскрытые более подробно в п. 3.2. Тогда с учетом марковости векторной последовательности \bar{x}_i совместную ПРВ $w(X_k)$ можно представить как произведение условных ПРВ [35]:

$$w(X_k) = w(\bar{x}_1) \prod_{i=2}^k w(\bar{x}_i / \bar{x}_{i-1}).$$

$$\text{Условная ПРВ } w(\bar{x}_i / \bar{x}_{i-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m \det V_{\xi_i}}} \exp\left(-\frac{(\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}))^T V_{\xi_i}^{-1} (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}))}{2}\right)$$

может быть получена из ПРВ $w(\bar{\xi}_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m \det V_{\xi_i}}} \exp\left(-\frac{\bar{\xi}_i^T V_{\xi_i}^{-1} \bar{\xi}_i}{2}\right)$ с учетом связи

$\bar{\xi}_i = \bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1})$. Здесь m размер оцениваемого вектора для каждой точки.

Например, для случая одномерного дважды стохастического процесса $m = 2$;

$$V_{\xi_i} = \begin{pmatrix} \delta_\xi^2 & 0 \\ 0 & \delta_\zeta^2 \end{pmatrix}.$$

Тогда с учетом, что $\bar{x}_1 = \bar{\xi}_1$, совместная ПРВ всех оцениваемых параметров до индекса k включительно $X_k = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k)$ может быть записана в виде:

$$w(X_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{mk} \det V_x}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}))^T V_{\xi_i}^{-1} (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}))\right\}.$$

Несложно убедиться в том, что более сложные, в том числе и многомерные варианты, дважды стохастической модели также подчинены тем же вероятностным законам.

Предположим теперь, что на каждом i -м шаге осуществляется наблюдение \bar{z}_i вектора \bar{x}_i на фоне аддитивной помехи \bar{n}_i , представляемой белым шумом с ковариационной матрицей V_{ni} . В общем виде модель наблюдения может быть представлена как

$$\bar{z}_i = C_i \bar{x}_i + \bar{n}_i.$$

Обратим внимание, что модель наблюдения допускает разный размер векторов \bar{z}_i и \bar{x}_i . Для случая одномерной дважды стохастической модели $C_i = (1 \ 0)$, z_i и n_i – скалярные величины (размер вектора наблюдения в каждой точке $n = 1$).

Исходя из вышеупомянутых соображений совместная условная ПРВ наблюдений может быть представлена как

$$w(Z/X_k) = \prod_{i=1}^k w(\bar{z}_i / \bar{x}_i),$$

$$\text{где } w(\bar{z}_i / \bar{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det V_{ni}}} \exp\left(-\frac{(\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i)^T V_{ni}^{-1} (\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i)}{2}\right).$$

Тогда

$$w(X_k)w(Z|X_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{mk} \det V_x}} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det V_{ni}}} \exp(-W_k(X_k)),$$

$$\text{где } W_k(X_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}))^T V_{\xi i}^{-1} (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1})) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i)^T V_{ni}^{-1} (\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i).$$

Очевидно, что максимизация $w(X_k)w(Z|X_k)$ эквивалентна минимизации $W_k(X_k)$. Для достижения минимума статистики $W_k(X_k)$ представим ее минимизацию как задачу на поиск условного экстремума

$$W_k(X_k, \xi_k) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\bar{\xi}_i^T V_{\xi i}^{-1} \bar{\xi}_i}{2} - f_i(\bar{x}_i, \bar{z}_i) \right)$$

при ограничении $\bar{x}_i = \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}) + \bar{\xi}_i$. В последнем выражении ξ_k множество всех $\bar{\xi}_i$ при $i = 1..k$; $f_i(\bar{x}_i, \bar{z}_i) = -\frac{(\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i)^T V_{ni}^{-1} (\bar{z}_i - C_i \bar{x}_i)}{2}$. В соответствии с

порядком поиска оценок \hat{X}_k , обеспечивающих минимум $W_k(X_k, \xi_k)$, введем множители Лагранжа $\bar{\lambda}_i$, $i = 0..k-1$. Каждый из множителей представляет собой вектор размером m . Запишем функцию Лагранжа

$$L(X_k, \lambda_k, \xi_k) = W_k(X_k, \xi_k) + \sum_{i=1}^k \bar{\lambda}_{i-1}^T (\bar{x}_i - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{i-1}) - \bar{\xi}_i),$$

продифференцируем $L(X_k, \lambda_k, \xi_k)$ последовательно по $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k, \bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \dots, \bar{\xi}_k, \bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_{k-1}$ и приравняем производные к нулю. Последовательно получим следующие $3k$ уравнений:

$$\bar{\lambda}_{i-1} - \varphi_i'(\bar{x}_{Wi}) \bar{\lambda}_i = f_i'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_i); V_{\xi_i}^{-1} \bar{\xi}_i = \bar{\lambda}_{i-1}; \bar{\xi}_i = \bar{x}_{Wi} - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{Wi-1}),$$

где $i = 1, 2, \dots, k$. Тогда выделим из каждого второго уравнения $\bar{\xi}_i = V_{\xi_i} \bar{\lambda}_{i-1}$ и подставим это равенство в каждое третье уравнение. Получим окончательно:

$$\bar{\lambda}_{i-1} - \varphi_i'(\bar{x}_{Wi})^T \bar{\lambda}_i = f_i'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_i), V_{\xi_i} \bar{\lambda}_{i-1} = \bar{x}_{Wi} - \varphi_{i-1}(\bar{x}_{Wi-1}), \quad (3.9)$$

где $i = 1, 2, \dots, k$; $\bar{\lambda}_k = 0$; $\bar{x}_0 = 0$. Результат решения данной системы – совокупность векторов \bar{x}_{Wi} , $i = 1, 2, \dots, k$ является наилучшей оценкой X_k при использовании всех наблюдений Z и простой функции потерь. Рассмотрим более подробно производную функции $f_i'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_i)$ по вектору $\bar{x}_{Wi} = (\hat{x}_{W1i}, \hat{x}_{W2i}, \dots, \hat{x}_{Wmi})^T$. Легко показать, что $f_i'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_i) = C_i^T V_{ni} (\bar{z}_i - C_i \bar{x}_{Wi})$. Также несложно увидеть, что в случае линейной $\varphi_i(\bar{x}_{i-1})$ система (3.9) сводится к известной линейной системе уравнений Винера-Хопфа. Основным недостатком такого подхода являются значительные сложности, возникающие при фильтрации сигнала X_k большого объема. Кроме этого при появлении дополнительного наблюдения \bar{z}_{k+1} , соответствующему вектору \bar{x}_{k+1} , необходимо заново искать решение системы (3.9). Логичным представляется использование механизма, позволяющего последовательно уточнять оценку на последующем шаге, используя оценку на предыдущем шаге и текущее наблюдение, т.е. $\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1}(\bar{x}_k, \bar{z}_{k+1})$. При этом обратим внимание, что \bar{x}_i , вообще говоря, может не совпадать с \bar{x}_{Wi} , поскольку при получении \bar{x}_{Wi} использовались все k наблюдений, т.е. $\bar{x}_{Wi} = \bar{x}_{Wi}(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_k)$, а \bar{x}_i опирается только на i наблюдений, т.е. $\bar{x}_i = \bar{x}_i(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_i)$. Идентичность указанных

оценок может быть достигнута только при $k = i$. Для получения рекуррентных оценок \bar{x}_i воспользуемся методом инвариантного погружения. При этом будем искать решение более общей системы уравнений с ненулевым граничным условием $\bar{\lambda}_k \neq 0$. Тогда последние уравнения системы (3.9) запишется в виде:

$$\bar{\lambda}_{k-1} - \varphi_k'(\bar{x}_{Wk})^T \bar{\lambda}_k = f_k'(\bar{x}_{Wk}, \bar{z}_k), V_{\xi k} \bar{\lambda}_{k-1} = \bar{x}_{Wk} - \varphi_{k-1}(\bar{x}_{Wk-1}). \quad (3.10)$$

Обозначим через $\bar{c}_k = \varphi_k'(\bar{x}_{Wk})^T \bar{\lambda}_k \neq 0$ – ненулевое граничное условие.

Тогда оценку \bar{x}_{Wk} при наличии такого условия можно записать как функцию двух переменных $\bar{x}_{Wk} = \bar{x}_{Wk}(\bar{x}_k, \bar{c}_k)$. При этом $\bar{x}_{Wk} = \bar{x}_k$ при $\bar{c}_k = 0$. Аналогично можно поступить и на предыдущем $k - 1$ шаге. Тогда $\bar{x}_{Wk-1} = \bar{x}_{Wk-1}(\bar{x}_{k-1}, \bar{c}_{k-1})$; $\bar{x}_{Wk-1} = \bar{x}_{k-1}$ при $\bar{c}_{k-1} = 0$. Вернемся для иллюстрации к одномерной модели (3.3). В соответствии с правилами матричного дифференцирования для нее справедливо следующее равенство

$$\varphi_i'(\bar{x}_i) = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_{i1}}{\partial x_i} & \frac{\partial \varphi_{i1}}{\partial \rho_i} \\ \frac{\partial \varphi_{i2}}{\partial x_i} & \frac{\partial \varphi_{i2}}{\partial \rho_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_i & x_i \\ 0 & r \end{pmatrix}.$$

Это позволяет сделать вывод о том, что уравнения $\bar{\lambda}_{i-1} - \varphi_i'(\bar{x}_{Wi}) \bar{\lambda}_i = f_i'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_i)$ являются линейными для любого i . Обратим также внимание на близость матриц $\varphi_i'(\bar{x}_i)$ и матрицы Π_{i-1} , используемой в векторном уравнении для дважды стохастической модели (3.3). Действительно, воспользуемся разложением векторной функции в многомерной ряд Тейлора [105]:

$$\varphi_i(\bar{x}_i) = \varphi_i(\bar{a}) + \varphi_i'(\bar{a}) \bar{x}_i + \frac{\varphi_i''(\bar{a}) \bar{x}_i \bar{x}_i^T}{2} + \dots$$

Для $\varphi_i(\bar{x}_i)$, определяющей поведение дважды стохастической модели, нетрудно получить то, что производные l -ого порядка $\varphi_i^l(\bar{x}_i)$ совпадают с нулевыми тензорами для всех $l \geq 3$. Тогда:

$$\varphi_i(\bar{x}_i) = \varphi_i(\bar{a}) + \varphi_i'(\bar{a}) \bar{x}_i + \varphi_i''(\bar{a}) \bar{x}_i \bar{x}_i^T.$$

При этом значения трехмерная матрица $\varphi_i''(\bar{a})$ равны нулю почти всюду, кроме двух отсчетов. В этих отсчетах значения $\varphi_i''(\bar{a})$ тождественно равны

единице для любых \bar{a} . Вклад этих единичных отсчетов в значения $\varphi_i(\bar{x}_{i-1})$ является незначительным, поскольку они перемножаются на квадратичные формы реализаций внутренних СП $\{\rho_i\}$. Для реальных случайных процессов, свойства которых меняются относительно медленно, ρ_i близок к 0. Тогда можно считать, что

$$\varphi_i(\bar{x}_i) \cong \varphi_i(\bar{a}) + \varphi'_i(\bar{a})\bar{x}_i.$$

Таким образом, систему уравнений (4) можно считать близкой к линейной относительно компонентов \bar{x}_{Wk-1} . Это позволяет, как и в работе [45] записать следующие линейные зависимости для \bar{x}_{Wk} и \bar{x}_{Wk-1} .

$$\bar{x}_{Wk} = \bar{x}_k + P_k \bar{c}_k; \quad \bar{x}_{Wk-1} = \bar{x}_{k-1} + P_{k-1} \bar{c}_{k-1}; \quad (3.11)$$

где P_k, P_{k-1} – некоторые матрицы размером $m \times m$. Нужно отметить, что для случая нелинейной функции $\varphi_k'(\bar{x}_{Wk})$ также возможно получить приближенный аналог указанных соотношений. Для этого можно воспользоваться аппроксимацией $\bar{x}_{Wk}(\bar{x}_k, \bar{c}_k)$ конечным числом разложений в многомерный ряд Тейлора [45].

Теперь рассмотрим подробно второе уравнение системы (3.10): $V_{\xi k} \bar{\lambda}_{k-1} = \bar{x}_{Wk} - \varphi_{k-1}(\bar{x}_{Wk-1})$. Из него следует, что

$$\begin{aligned} \bar{x}_{Wk} &= \varphi_{k-1}(\bar{x}_{Wk-1}) + V_{\xi k} \bar{\lambda}_{k-1} \cong (\varphi_{k-1}(\bar{a}) + \varphi'_{k-1}(\bar{a})\bar{x}_{Wk-1}) + V_{\xi k} \bar{\lambda}_{k-1} = \\ &= \varphi_{k-1}(\bar{a}) + \varphi'_{k-1}(\bar{a})(\bar{x}_{k-1} + P_{k-1} \varphi_{k-1}'(\bar{x}_{k-1})\bar{\lambda}_{k-1}) + V_{\xi k} \bar{\lambda}_{k-1} \cong \varphi_{k-1}(\bar{x}_{k-1}) + \\ &+ \left(\varphi_{k-1}'(\bar{x}_{k-1})P_{k-1}\varphi_{k-1}'(\bar{x}_{k-1})^T + V_{\xi k} \right) \bar{\lambda}_{k-1} = \bar{x}_{\Delta k} + P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1}, \end{aligned}$$

где $\bar{x}_{\Delta k} = \varphi_{k-1}(\bar{x}_{k-1})$ – экстраполированный прогноз на k – ом шаге по оценке \bar{x}_{k-1} , полученной на предыдущем шаге,

$$P_{\Delta k} = \varphi_{k-1}'(\bar{x}_{k-1})P_{k-1}\varphi_{k-1}'(\bar{x}_{k-1})^T + V_{\xi k}.$$

С учетом полученных соотношений запишем следующее выражение для $f_k'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_k)$:

$$f_k'(\bar{x}_{Wi}, \bar{z}_k) = C_k^T V_{nk} (\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{Wk}) = C_k^T V_{nk} (\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{\Delta k}) - C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1}$$

Теперь подставим этот результат в первое уравнение системы (3.10).

Получим следующее равенство

$$\bar{\lambda}_{k-1} - \varphi_k'(\bar{x}_{Wk-1})\bar{\lambda}_k = C_k^T V_{nk}(\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{\Delta k}) - C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1}. \quad (3.12)$$

Запишем полученные для \bar{x}_{Wk} формулы в виде равенства:

$$\bar{x}_k + P_k \varphi_k'(\bar{x}_{Wk-1})\bar{\lambda}_k = \bar{x}_{\Delta k} + P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1}.$$

Подставим в это равенство вместо $\varphi_k'(\bar{x}_{Wk-1})\bar{\lambda}_k$ соответствующее выражение из (3.11)

$$\begin{aligned} \bar{x}_k + P_k(C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1} - C_k^T V_{nk}(\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{\Delta k}) + \bar{\lambda}_{k-1}) &= \bar{x}_{\Delta k} + P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1} \\ \bar{x}_k = \bar{x}_{\Delta k} + P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1} + P_k C_k^T V_{nk}(\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{\Delta k}) - P_k C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1} - P_k \bar{\lambda}_{k-1} \end{aligned}$$

Выберем теперь P_k так, чтобы

$$P_{\Delta k} + P_k C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k} - P_k = 0.$$

Тогда

$$P_k = P_{\Delta k}(E + C_k^T V_{nk} C_k P_{\Delta k})^{-1}.$$

И получаем окончательно:

$$\bar{x}_k = \bar{x}_{\Delta k} + P_k C_k^T V_{nk}(\bar{z}_k - C_k \bar{x}_{\Delta k}). \quad (3.13)$$

Полученные выражения совпадают с уравнениями калмановской фильтрации [12], но необходимо отметить, что они получены на основании использования байесовского критерия и простой функции потерь и не имеют иных допущений, кроме частичной линеаризации функции $\varphi_i(\bar{x}_{i-1})$ путем отбрасывания третьего слагаемого в векторном разложении Тейлора.

Рассмотрим теперь обратную задачу, связанную с определением оценок $\bar{x}_{Wi-1}(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_k)$ в случае известных $\bar{x}_i(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_i)$, $i = 1 \dots k$. Для этого рассмотрим еще ранее полученное равенство:

$$\bar{x}_{Wk} = \bar{x}_{\Delta k} + P_{\Delta k} \bar{\lambda}_{k-1}.$$

Отсюда можно получить следующее равенство для $\bar{\lambda}_{k-1}$:

$$\bar{\lambda}_{k-1} = P_{\Delta k}^{-1}(\bar{x}_{Wk} - \bar{x}_{\Delta k}).$$

Теперь воспользуемся связью (3.11) и получим

$$\begin{aligned} \bar{x}_{Wk-1} &= \bar{x}_{k-1} + P_{k-1} \varphi_{k-1}'(\bar{x}_{Wk-1})^T \bar{\lambda}_{k-1} \\ &= \bar{x}_{k-1} + P_{k-1} \varphi_{k-1}'(\bar{x}_{Wk-1})^T P_{\Delta k}^{-1}(\bar{x}_{Wk} - \bar{x}_{\Delta k}) \end{aligned}$$

В силу произвольности k можно заметить, что полученные результаты справедливы для любого индекса i . Тогда

$$\bar{\lambda}_i = P_{\Xi i+1}^{-1}(\bar{\hat{x}}_{Wi+1} - \bar{\hat{x}}_{\Xi i+1}).$$

$$\bar{\hat{x}}_{Wi-1} = \bar{\hat{x}}_{i-1} + A_i(\bar{\hat{x}}_{Wi} - \bar{\hat{x}}_{\Xi i}),$$

где $A_i = P_{i-1}\varphi_{i-1}'(\bar{\hat{x}}_{Wi-1})^T P_{\Xi i}^{-1}$, $\bar{\hat{x}}_{Wk} = \bar{\hat{x}}_k$. Таким образом, указанные соотношения позволяют при наличии матриц ошибок фильтрации P_i и матриц ошибок экстраполяции $P_{\Xi i}$, рассчитанных в ходе прямого хода фильтра, произвести уточнение найденных оценок по информации в наблюдениях, следующих за оцениваемым значением.

Использование найденных соотношений позволяет также как и в работе [177] получить рекуррентные соотношения относительно ковариационной матрицы интерполированных оценок:

$$P_{Wi} = P_i + A_i(P_{i+1} - P_{\Xi i+1})A_i^T.$$

3.3. Фильтрация дважды стохастических случайных процессов

Рассмотрим вначале возможности применения дважды стохастического фильтра для обработки одномерных случайных последовательностей. Для этого исследуем вначале эффективность подобной фильтрации при обработке стационарных и нестационарных сигналов. На рисунке 3.2 представлена серия зашумленных сигналов, полученных с помощью дважды стохастической модели (3.3) с разными параметрами, а также результаты фильтрации этих сигналов.

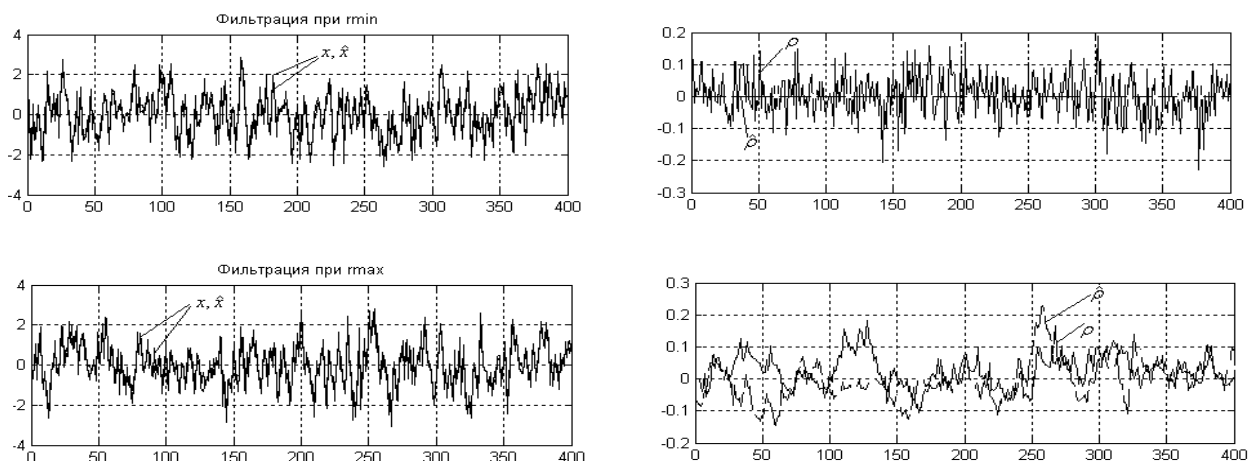


Рисунок 3.2 – Оценивание изменяющихся коэффициентов связи при различных r (сплошная – коэффициент корреляции, пунктирная – его оценка): $\sigma_\rho^2 = 0.04$, $m_\rho = 0.7$

На рисунке 3.3 представлены зависимости дисперсии ошибки фильтрации основного СП от коэффициента r и дисперсии шума σ_n^2 , полученные в результате статистического моделирования.

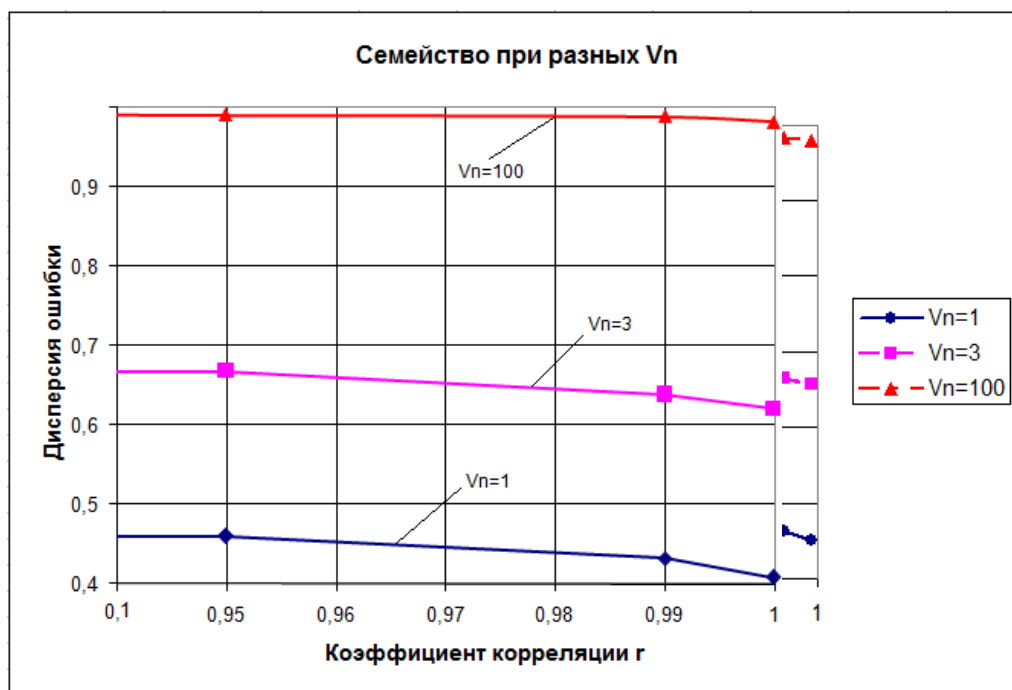


Рисунок 3.3 – Зависимости дисперсии ошибки дважды стохастической фильтрации одномерного процесса от коэффициента r и дисперсии шума σ_n^2

Анализ полученных материалов показывает, что предложенная методика позволяет с достаточной точностью выполнять оценку зашумленного сигнала. При этом как следует из представленных графиков, наблюдается слабая зависимость дисперсии ошибки фильтрации от коэффициента корреляции r . Это связано с малыми значениями дисперсии внутреннего АР процесса.

Сравним предложенный алгоритм дважды стохастической фильтрации реализации одномерной ДС модели со скалярными фильтрами Калмана и Винера [168]. Для применения фильтра Винера будем считать, что происходит очень медленное изменение базового поля $\{\rho_i\}$, и КФ смешанной модели может быть очень близка к КФ АР модели:

$$B_i = \sigma_x^2 m_\rho^{|i|} = \sigma_x^2 e^{-a|i|}.$$

Это дает возможность записи оценки $\{x_i\}$ с помощью обычного линейного взвешивания:

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^{M_0} h_j z_j, \quad (3.14)$$

где h_q – весовая функция, значения которой могут быть получены из решения системы уравнений Винера-Хопфа [44,314].

На рисунке 3.4 приведены зависимости дисперсии ошибки фильтрации указанными фильтрами при различных дисперсиях шума σ_n^2 , а также при различных коэффициентах корреляции r . Длина последовательности $M_1 = 1000$.

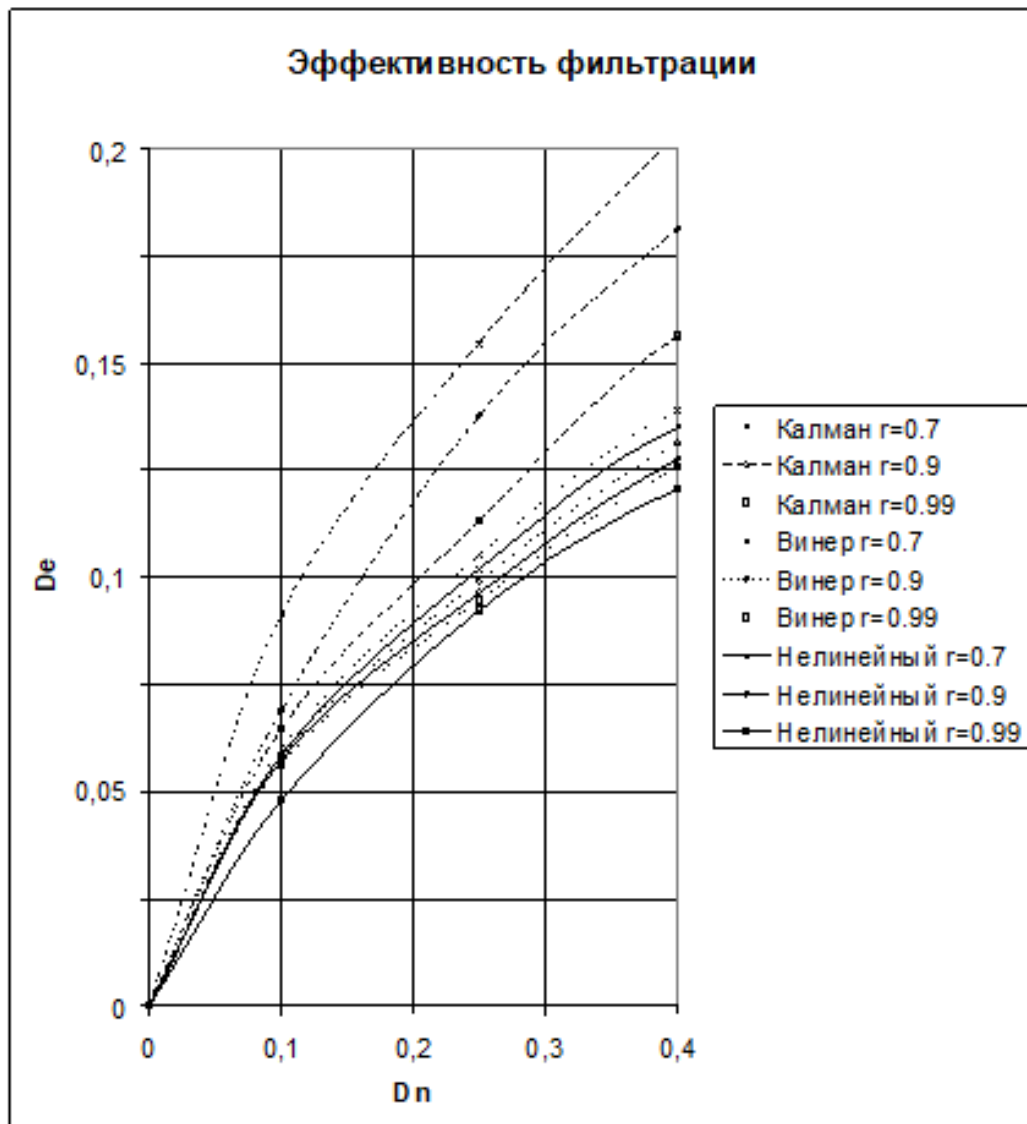


Рисунок 3.4 – Эффективность дважды стохастического фильтра (сплошные линии), скалярного фильтра Калмана (штриховые) и фильтра Винера (точки)

Анализ кривых показывает, что наилучшие оценки дает нелинейный дважды стохастический фильтр. При этом выигрыш увеличивается совместно со степенью нестационарности фильтруемого процесса. Также дважды стохастический фильтр требует существенно меньше ресурсов по сравнению с фильтром Винера. Это объясняется тем, что в фильтре Винера используется вся последовательность наблюдений, чтобы сделать оценку текущего элемента, а при нелинейной фильтрации – только последняя строка наблюдений или последний оцененный элемент в одномерном случае.

Отметим, что в некоторых случаях можно получить хорошие оценки с использованием дискретного фильтра Винера, адаптированного под дважды стохастическую модель на основе оценивания КФ в скользящем окне. Рассмотрим такой фильтр для одномерной ДС модели, вариации коэффициента корреляции в которой определяются формулой (3.2). В этом случае легко определить КФ самого процесса нестационарного процесса. Так, например, для первых пяти отчетов эта КФ примет вид:

$$B_x(i, j) = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_1 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 & \sigma_x^2 \rho_2 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_4 \rho_3 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_3 & \sigma_x^2 & \sigma_x^2 \rho_4 \\ \sigma_x^2 \rho_1 \rho_2 \rho_3 \rho_4 & \sigma_x^2 \rho_2 \rho_3 \rho_4 & \sigma_x^2 \rho_4 \rho_3 & \sigma_x^2 \rho_4 & \sigma_x^2 \end{pmatrix}.$$

В случае, если КФ наблюдений $B_z(i, j) = M\{z_i z_j\}$ и взаимная КФ $B_{zx}(i, j) = M\{z_i x_j\}$ являются известными, то для фильтрации возможно использовать выражение (3.14) с учетом того, что значимая область фильтрации D_k и веса $h_{j,k}$, $j \in D_k$, могут быть различны для оцениваемых элементов x_k . При этом получаемые оценки должны минимизировать дисперсию ошибки

$$\sigma_{\varepsilon k}^2 = M \left\{ \left(\sum_{j \in D_k} h_{j,k} z_j - x_k \right)^2 \right\} = \sigma_x^2 + M \left\{ \sum_{j_1 \in D_k}^{M_0} \sum_{j_2 \in D_k}^{M_0} h_{j_1,k} h_{j_2,k} z_{j_1} z_{j_2} - 2 \sum_{j=1}^{M_0} h_{j,k} z_j x_k \right\}.$$

Результатом вычисления математического ожидания и дифференцирования представленного выше выражения будет система линейных уравнений относительно весовых коэффициентов:

$$\sum_{j \in D_k} h_{j,k} B_z(i, j) = B_{zx}(i, k), k \in D_k, i = 1..M_1. \quad (3.15)$$

При этом минимальная дисперсия ошибки фильтрации

$$\sigma_{\varepsilon k}^2 = \sigma_x^2 - \sum_{j \in D_k} h_{j,k} B_{zx}(i, k).$$

В случае, если коэффициент r близок к 1, то корреляционные параметры меняются относительно медленно и дважды стохастический процесс на коротких участках оказывается квазистационарным. Тогда система (3.15) может быть преобразована к виду

$$\sigma_x^2 h_i + \sum_{j \in D} h_j B_x(i - j) = B_x(i), i = 1..M_1.$$

На рисунке 3.5 представлены графики дисперсии ошибки для сравнения скалярного фильтра Калмана (1), фильтра Винера для АР модели (2), нелинейного дважды стохастического фильтра (3), фильтров Винера для ДС модели (4). При этом для рисунка 3.5а была выбрана модель процесса с резко изменяющимися корреляционными параметрами, а для рисунка 3.5б – с плавным изменением, близкая к АР модели.

Анализ показывает, что для заданных параметров процесса фильтр Винера для ДС модели оказывается эффективнее на 25-30% по дисперсии ошибки оценивания. При этом этот выигрыш обеспечивается подбором оптимального размера области D_k . Это очевидно, связано с некаузальным характером получаемых таким образом оценок.

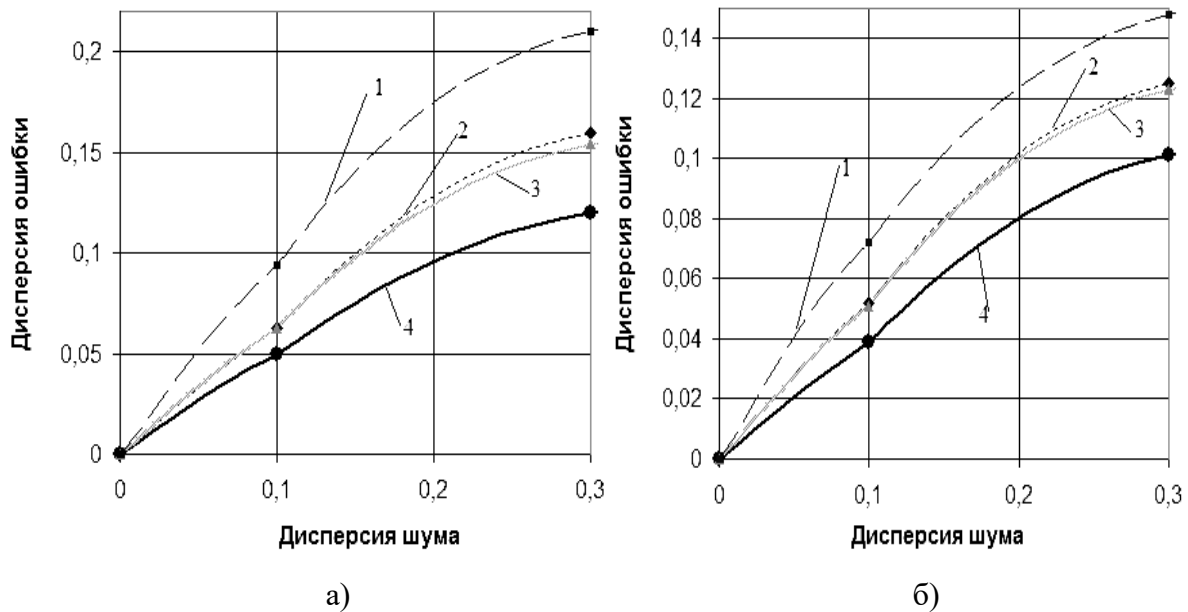


Рисунок 3.5 – Дисперсии ошибки фильтрации процессов: с большой дисперсией изменения параметров ($r = 0.7$) (а) и близкого к АР ($r = 0.95$) (б)

При приближении дважды стохастического процесса к АР (то есть приближении коэффициента r к 1) выигрыш дискретного фильтра Винера для ДС модели снижается и его эффективность приближается к эффективности обычной винеровской фильтрации. В то же время с ростом неоднородности фильтруемого процесса значимая для оценки область D_k уменьшается и наилучшие результаты показывает нелинейный дважды стохастический фильтр, способный подстраиваться под изменения корреляционных параметров.

Важной особенностью дважды стохастического фильтра является возможность выполнять оценку не только наблюдаемого процесса, но внутренних параметров, определяющих динамику изменения корреляционных свойств этого процесса. Таким образом, синтезированный дважды стохастический фильтр можно использовать в том числе для идентификации всей последовательности корреляционных параметров.

В качестве иллюстрации симулируем дважды стохастическую последовательность (3.3) с параметрами: $m_p = 0.85$, $\sigma_x^2 = 1$, $r = 0.9999$, $\sigma_p^2 = 10^{-9}$, смешаем результат с шумом $\sigma_n^2 = 0.001$ и выполним обработку с

помощью фильтра (3.13). Обратим внимание, что при указанных параметрах реализации последовательности $\{\rho_i\}$ должны стремиться к нулю. На рисунке 3.6 представлен результат фильтрации в виде совокупности оценок $\{\hat{x}_i\}$ (рисунок 3.6а) и оценок $\{\hat{\rho}_i\}$ (рисунок 3.6б)

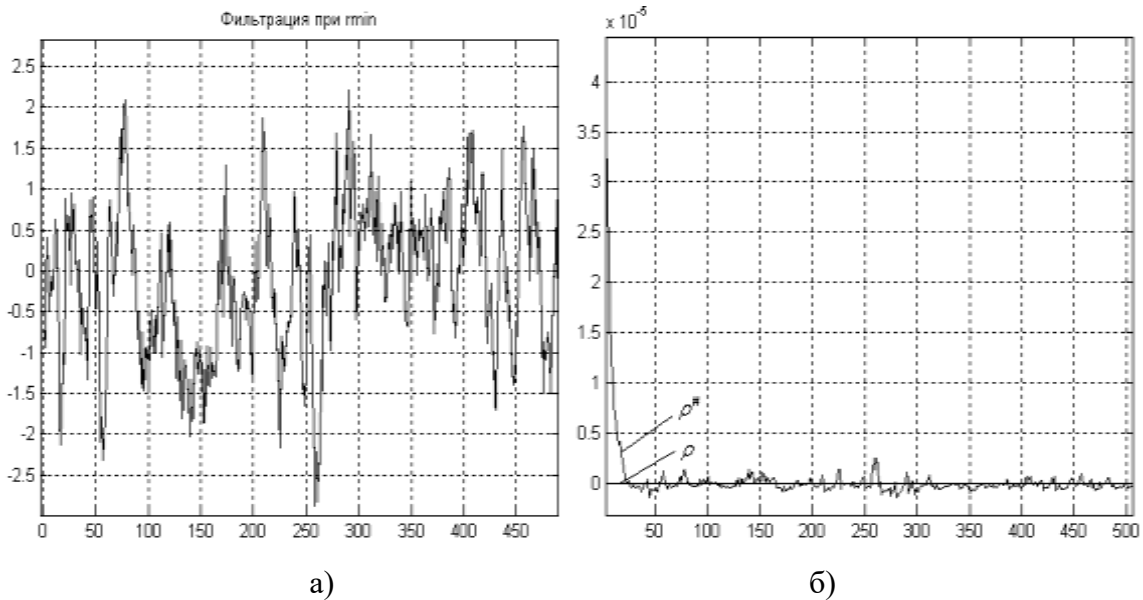


Рисунок 3.6 – Результаты фильтрации (а) и идентификации параметров базовой АР (б)

Анализ рисунка 3.4б подтверждает стремление оценок $\{\hat{\rho}_i\}$ к действительным околонулевым значениям. При этом максимальное отклонение от действительного значения составляет порядка 4×10^{-5} , а примерно к 20 отсчету оценка стабилизируется, и расхождение не превышает 0.5×10^{-6} .

Использование полученных оценок позволяет повысить точность идентификации остальных параметров. Для представленного примера оценки составили: $\hat{m}_\rho = 0.86$, $\hat{\sigma}_\rho^2 = 6 \times 10^{-8}$, $\hat{\sigma}_x^2 = 1.03$. Сравнение этих оценок с истинными параметрами подтверждает эффективность предлагаемой методики.

С помощью статистического моделирования было проведено исследование дисперсии ошибки σ_{er}^2 идентификации параметров $\{\hat{\rho}_i\}$ в зависимости от значений параметра r . Для этого на базе модели (3.3) разыгрывалось 100000 случайных последовательностей $\{x_i\}$ совместно со вспомогательными $\{\rho_i\}$ при разных значениях r от 0 до 1. После этого выполнялась обработка дважды стохастическим фильтром и оценивалась

средняя погрешность ошибки оценивания $\varepsilon_{er} = \hat{\rho}_i - \rho_i$. Результаты исследования приведены на рис. 3.5.

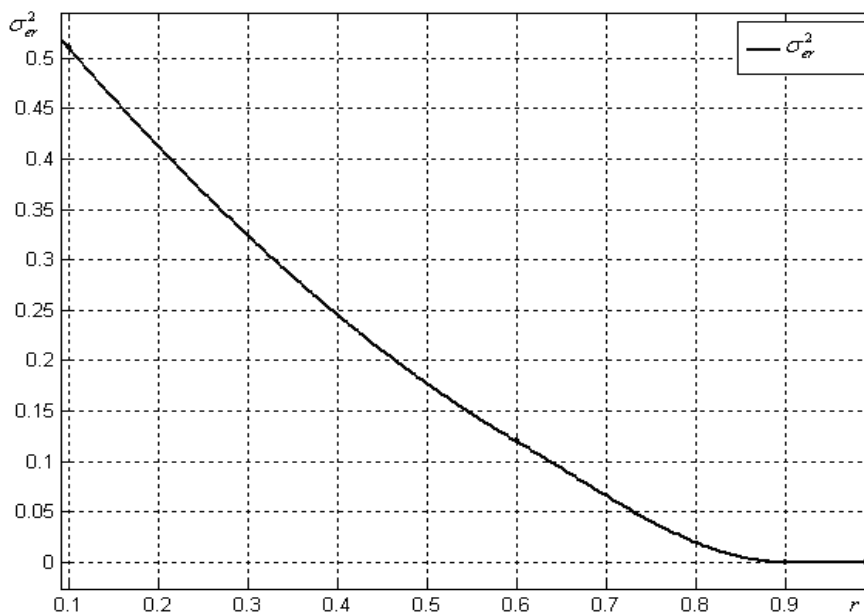


Рисунок 3.7 – Зависимость дисперсии ошибки от коэффициента корреляции базового процесса

Анализ кривой на рисунке 3.7 показывает, что дважды стохастический фильтр обеспечивает минимальное значение ошибки при $r > 0.85$. С уменьшением r ошибка идентификации предсказуемо увеличивается.

Таким образом, предложенный алгоритм идентификации параметров ДС АР модели позволяет производить адекватную оценку как базового случайного процесса, так и основного случайного процесса при значениях r , близких или равных 1. Как будет показано далее рассмотренный алгоритм может быть обобщен на многомерный случай, что позволяет находить параметры модели для таких реальных сигналов и изображений, которые могут адекватно описываться ДС моделью с медленным изменением корреляционных параметров.

Обратим внимание, что при значениях коэффициента r близких к 1 значения случайной последовательности $\{\rho_i\}$ становятся близки к нулевым значениям, а коэффициенты корреляции между элементами x_i и x_{i+1} соответственно близки к m_ρ для любых значений i . Тогда для некоторых задач,

критичных к скорости обработки, разумно положить $r = 1$. Тогда становится возможным на основе простой статистики

$$\hat{\rho}_i = \frac{2D_r + 1 \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r-1} (x_j - \frac{1}{2D_r + 1} \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r} x_j)(x_{j+1} - \frac{1}{2D_r + 1} \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r} x_j)}{2D_r \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r-1} (x_j - \frac{1}{2D_r + 1} \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r} x_j)(x_j - \frac{1}{2D_r + 1} \sum_{j=i-D_r}^{i+D_r} x_j)}$$

определить коэффициент корреляции в текущей точке. При этом величина D_r выбирается исходя из информации относительно параметра r . Опыт показывает, что наилучшие результаты получаются, когда величина D_r равна примерно радиусу корреляции случайной последовательности $\{\rho_i\}$, то есть для выбранной модели $D_r = \frac{\ln 0.5}{\ln r}$. В этом случае при $r \neq 1$ оценка изменяющихся параметров будет отличаться от их истинных значений. Это отличие может быть выражено дисперсией ошибки

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} \rho_i^2.$$

Тогда, используя подход, представленный в п. 3.2., возможно записать следующий алгоритм квазиоптимальной фильтрации:

$$\hat{x}_i = x_{\text{Э}i} + \frac{P_i}{\sigma_n^2} (z_i - x_{\text{Э}i}), \quad (3.16)$$

где $P_i = \frac{P_{\text{Э}i}}{1 + P_{\text{Э}i}/\sigma_n^2}$; $P_{\text{Э}i} = (m_\rho + \hat{\rho}_{i-1})^2 P_{i-1} + \sigma_x^2 (1 - (m_\rho + \hat{\rho}_{i-1})^2)$; $x_{\text{Э}i} = \hat{\rho}_{i-1} \hat{x}_{i-1}$; $x_{\text{Э}0} = 0$; $P_{\text{Э}1} = \sigma_x^2$.

На рисунке 3.8 представлена зависимость фактической дисперсии ошибки фильтрации $D_\varepsilon = \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^{M_1} (x_i - \hat{x}_i)^2$ от значения параметра r и используемого алгоритма. При этом использовался обычный фильтр Калмана – (1), алгоритм (3.16) – (2) и дважды стохастический фильтр (3).

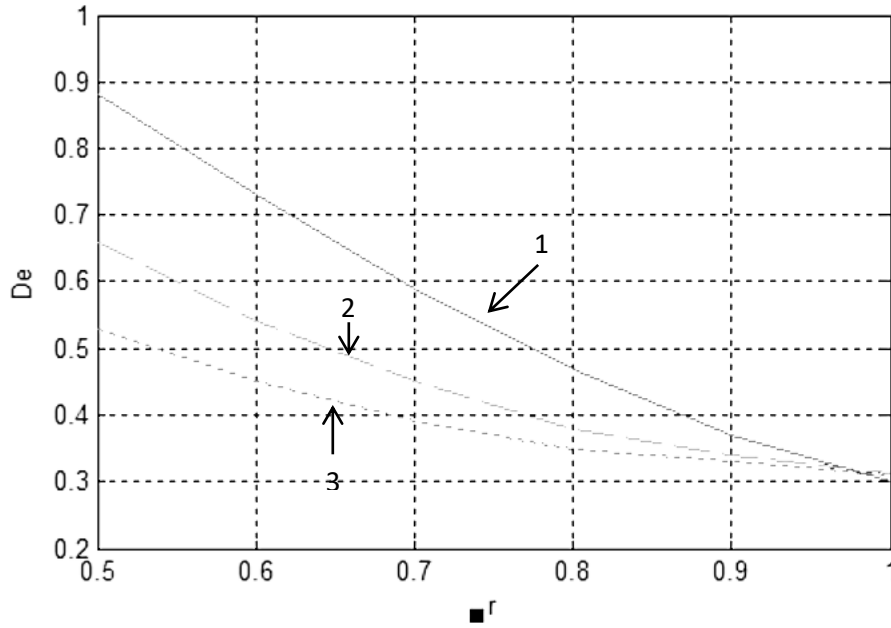


Рисунок 3.8 – Сравнение эффективности алгоритмов фильтрации одномерного процесса

Анализ представленных кривых показывает, что использование алгоритма (3.16) оправдано при $0.92 < r < 0.98$. В этих условиях выигрыш по точности фильтрации дважды стохастическому фильтру является незначительным по сравнению с экономией вычислительных ресурсов. При r близких к 1 разумно использовать обычные линейные фильтры. Наконец, при уменьшении r становится предпочтительным дважды стохастический фильтр (3.14). Очевидной причиной этого является высокие адаптивные свойства дважды стохастического фильтра, основанные на возможности оценивания и уточнения локальных характеристик неоднородности фильтруемого процесса.

3.4. ДС фильтрация многомерных случайных полей

Используем теперь найденные подходы для решения задачи фильтрации и оценивания параметров дважды стохастической модели для многомерного случая. Для этого рассмотрим вначале случай обработки двумерного изображения. Пусть это изображение может быть описано СП $\{x_{i,j}\}$, заданным на прямоугольной сетке $\{(i,j); i = 1, M_1; j = 1, M_2\}$. Предположим, что значения $\{x_{i,j}\}$ заданы пространственной дважды стохастической моделью (2.5) и пусть производятся наблюдения смеси $z_{i,j} = x_{i,j} + n_{i,j}$ информационного СП и

аддитивного белого гауссовского СП $\{n_{i,j}\}$ с $\sigma_n^2 = M\{n_{i,j}^2\}$. В этих условиях выполним построение наилучшего в смысле минимума дисперсии ошибки оценивания алгоритма фильтрации СП.

Будем считать, что каждому элементу изображения x_{ij} предшествует элемент $x_{i,j-1}$. Если $j = 1$ и предшествующий элемент в строке отсутствует, то таковым будем считать элемент изображения x_{i-1,M_1} . Такая линейная развертка представлена на рисунке 3.9.

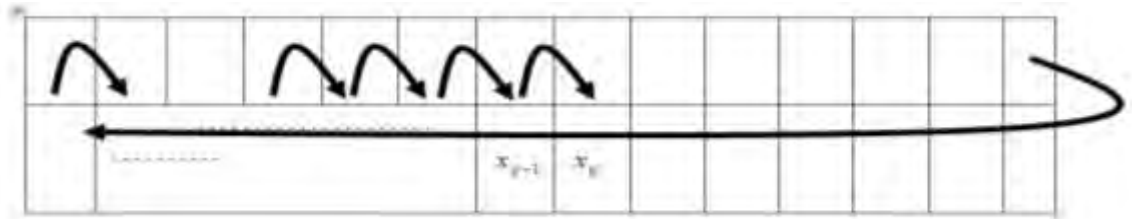


Рисунок 3.9 – Используемая линейная развертка изображения

Составим следующий вектор $\bar{x}_{i,j} = (\bar{x}_{xi,j} \quad \bar{\rho}_{xi,j} \quad \bar{\rho}_{yi,j})^T$ длиной $(3M_1 + 3)$, где $\bar{x}_{xi,j} = (x_{i,j} \quad x_{i,j-1} \quad \dots \quad x_{i,1} \quad x_{i-1,M_1} \quad \dots \quad x_{i-1,j})$, $\bar{\rho}_{xi,j} = (\rho_{xi,j} \quad \rho_{xi,j-1} \quad \dots \quad \rho_{xi,1} \quad \rho_{xi-1,M_1} \quad \dots \quad \rho_{xi-1,j})$, $\bar{\rho}_{yi,j} = (\rho_{yi,j} \quad \rho_{yi,j-1} \quad \dots \quad \rho_{yi,1} \quad \rho_{yi-1,M_1} \quad \dots \quad \rho_{yi-1,j})$.

Тогда модель (2.5) запишется в виде $\bar{x}_{i,j} = \wp_{i,j} \bar{x}_{i,j-1} + \bar{\xi}_{i,j}$,

где $\bar{\xi}_{i,j} = (\xi_{i,j} \quad \dots \quad \xi_{1i,j} \quad \dots \quad \xi_{2i,j} \quad \dots)^T$; $\wp_{i,j} = \begin{pmatrix} \wp_{xi,j} & 0 & 0 \\ 0 & \wp_{\rho_{xi,j}} & 0 \\ 0 & 0 & \wp_{\rho_{yi,j}} \end{pmatrix}$;

$$\wp_{xi,j} = \begin{pmatrix} \rho_{xi,j-1} & \dots & \rho_{yi-1,j} & -\rho_{xi,j-1}\rho_{yi-1,j} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\wp_{\rho_{xi,j}} = \begin{pmatrix} r_{11} & \dots & r_{12} & -r_{11}r_{12} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \wp_{\rho_{yi,j}} = \begin{pmatrix} r_{21} & \dots & r_{22} & -r_{21}r_{22} \\ 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Такое представление также можно записать в более общем виде:

$$\bar{x}_{i,j} = \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j-1}) + \bar{\xi}_{i,j},$$

где φ – нелинейное матричное преобразование. Введем экстраполированную оценку $\bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j} = \varphi_{i,j}(\bar{\hat{x}}_{i,j-1})$ и найдем матрицу $\varphi_{i,j}'(\bar{\hat{x}}_{i,j-1}) = \frac{\partial \varphi_{i,j}(\bar{\hat{x}}_{i,j-1})}{\partial \bar{\hat{x}}_{i,j-1}}$. Расчеты

показывают, что она будет идентична матрице $\wp_{i,j}$, за исключением первой строки:

$$\varphi_{i,j}'(\bar{\hat{x}}_{i,j-1})_1 = (A_1 \quad A_2 \quad A_3) \quad , \quad \text{где}$$

$$A_1 = (\rho_{xi,j-1} \quad \dots \quad \rho_{yi-1,j} \quad -\rho_{xi,j-1}\rho_{yi-1,j}) \quad , \quad A_2 = (x_{i-1,j} - x_{i-1,j-1}\rho_{yi-1,j} \quad \dots \quad 0 \quad 0) \quad ,$$

$$A_3 = (0 \quad \dots \quad x_{i,j-1} - x_{i-1,j-1}\rho_{xi-1,j} \quad 0) \quad . \quad \text{Ковариационная матрица ошибок}$$

экстраполяции

$$P_{\varepsilon i,j} = M \left\{ (\bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j} - \bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j}) (\bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j} - \bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j})^T \right\} = \varphi_{i,j}'(\bar{\hat{x}}_{i,j-1}) P_{i,j-1} \varphi_{i,j}'(\bar{\hat{x}}_{i,j-1}) + V_{\xi i,j} ,$$

где $P_{i,j-1}$ – дисперсия ошибок фильтрации в точке $(i, j - 1)$, $V_{\xi i,j} = M \{ \bar{\xi}_{i,j} \bar{\xi}_{i,j}^T \}$ – диагональная ковариационная функция случайных добавок $\bar{\xi}_{i,j}$.

Используя эти соотношения и метод рекуррентной векторной фильтрации [312], можно получить следующий двумерный нелинейный фильтр:

$$\bar{\hat{x}}_{i,j} = \bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j} + B_{i,j} (z_{i,j} - \hat{x}_{\varepsilon i,j}) , \quad (3.17)$$

где $\hat{x}_{\varepsilon ij}$ – первый элемент вектора $\bar{\hat{x}}_{\varepsilon i,j}$; $B_{i,j} = P_{\varepsilon i,j} C^T D_{i,j}^{-1}$; $C = (1, 0, \dots, 0)$;

$D_{i,j} = C P_{\varepsilon i,j} C^T + \sigma_n^2$. Дисперсия ошибки фильтрации на каждом шаге $P_{i,j} =$

$(E - B_{i,j} C) P_{\varepsilon i,j}$. Полученный алгоритм обладает важными особенностями. Во-

первых, несмотря на внешнюю громоздкость, он не требует обращения матриц большого размера как при построчном калмановском оценивании [312]. Во-

вторых, при формировании оценки в точке $\hat{x}_{i,j}$ используются все элементы

слева и сверху от точки (i, j) . Большой объем информации при фильтрации

позволяет уменьшить ошибку оценивания. В-третьих, результатом фильтрации

является не только совокупность оценок $\{\hat{x}_{i,j}\}$, но и множества оценок

вспомогательных параметров $\{\hat{\rho}_{xi,j}\}$ и $\{\hat{\rho}_{yi,j}\}$, определяющих локальные

корреляционные свойства изображения.. Такая особенность позволяет

использовать фильтр не только для компенсации шума, но и как элемент

алгоритмов текстурно-корреляционного анализа, например, при сегментации

изображений.

Предложенный алгоритм фильтрации близок по своей структуре к векторному фильтру Калмана. На рисунке 3.10 представлены зависимости теоретических дисперсий ошибок фильтрации векторного фильтра Калмана и нелинейной дважды стохастической фильтрации.

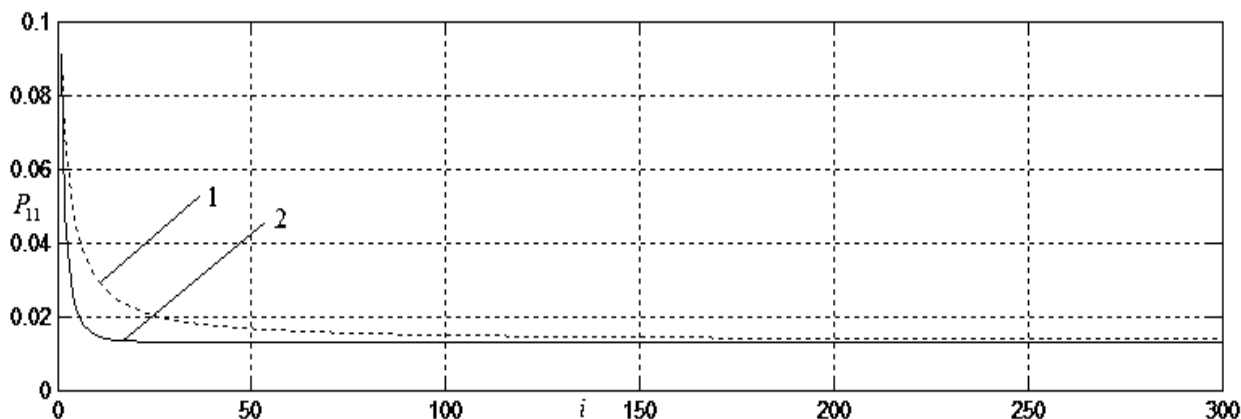


Рисунок 3.10 — Дисперсии ошибок для нелинейного фильтра (1) и линейной калмановской фильтрации (2)

Можно заметить, что нелинейный фильтр незначительно проигрывает фильтру Калмана в начале строки в ходе процесса стабилизации. С ростом количества элементов наблюдается сходимость к фильтру Калмана. Полученный результат позволяет утверждать, что процедуры близки между собой при фильтрации однородных изображений с известными корреляционными параметрами. Ситуация существенно меняется при осуществлении фильтрации неоднородных изображений. Действительно, на рисунке 3.11 и рисунке 3.12 представлены результаты для ДС модели. При этом a — исходное изображение; b — зашумленное изображение; c — оценка изображения с помощью фильтра. Из рисунков видно, что фильтр Калмана дает более гладкое изображение, чем предложенный ДС фильтр. Однако количественный анализ ошибок показывает преимущество нелинейного дважды стохастического фильтра. Так для оценок, представленных на рисунке 3.11 и рисунке 3.12, дисперсии ошибок фильтрации составляют $\sigma_e^2 = 0.75$ для дискретной винеровской фильтрации и $\sigma_e^2 = 0.55$ для нелинейной дважды стохастической фильтрации.

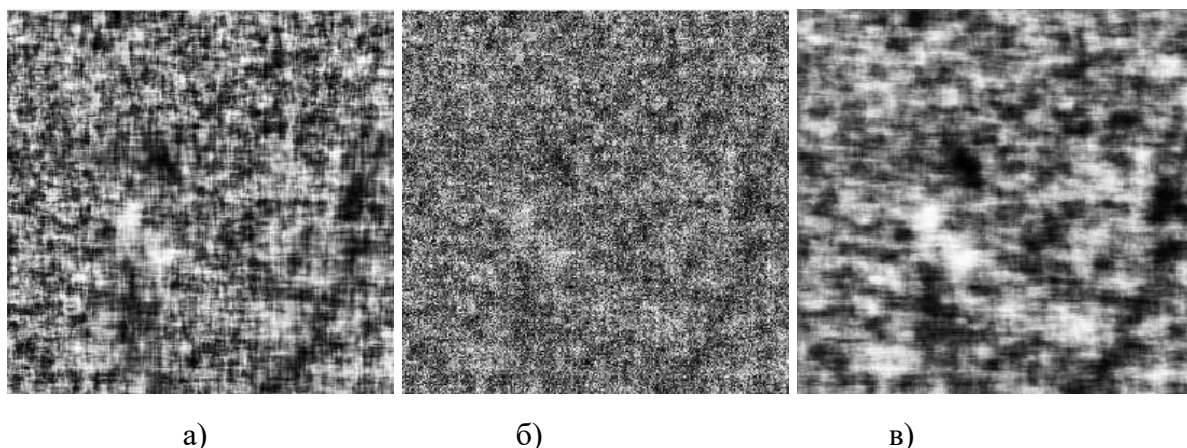


Рисунок 3.11 – Изображение без шума (а) и с шумом (б), а также его оценка (в) с помощью линейного фильтра Калмана

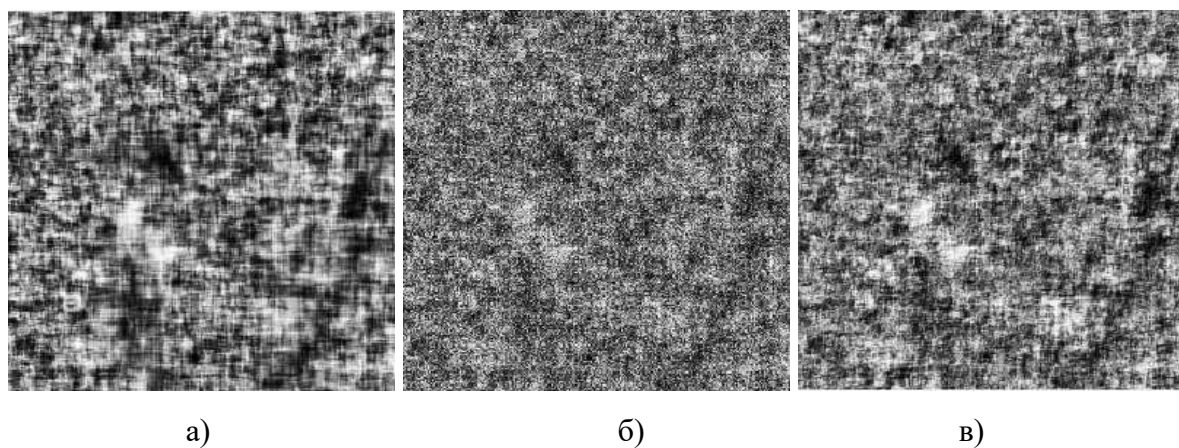


Рисунок 3.12 – Изображение без шума (а) и с шумом (б), а также его оценка (в) с помощью нелинейного дважды стохастического фильтра

Разрыв между фильтрами увеличивается в случае наличия резких переходов между однородными областями, составляющими изображение. На рисунке 3.13 представлены результаты фильтрации имитированного неоднородного изображения с помощью векторного фильтра Калмана, дискретного фильтра Винера и предложенного алгоритма. При этом левые и правые части имитированного изображения имеют одинаковые математические ожидания и дисперсии, но существенно отличаются по корреляционным характеристикам.

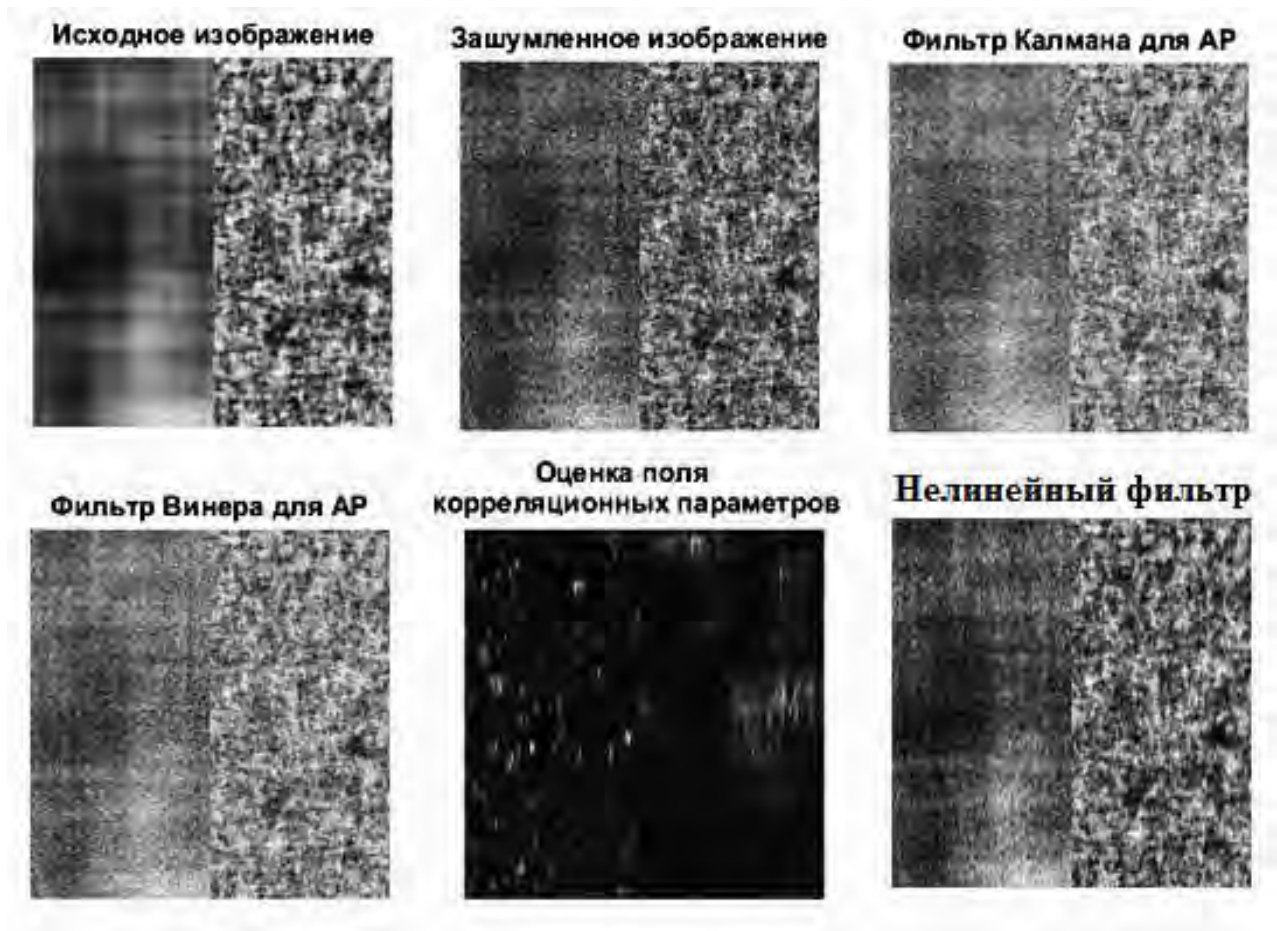


Рисунок 3.13 – Фильтрация неоднородного изображения

По результатам фильтрации получены средние дисперсии ошибок при отношении сигнал/шум, равные 2. Для фильтра Калмана дисперсия ошибок фильтрации составила 0.3967, для дискретного фильтра Винера 0.3963, для предложенного алгоритма 0.1842. Проанализируем причины более чем двукратного выигрыша предлагаемого фильтра. Для этого рассмотрим процесс фильтрации отдельной строки имитированного изображения. На графиках рисунка 3.14 представлены исходная строка изображения (1), строка зашумленного изображения (2), результат обработки фильтром Калмана (3), фильтром Винера (4), предложенным ДС фильтром (5).

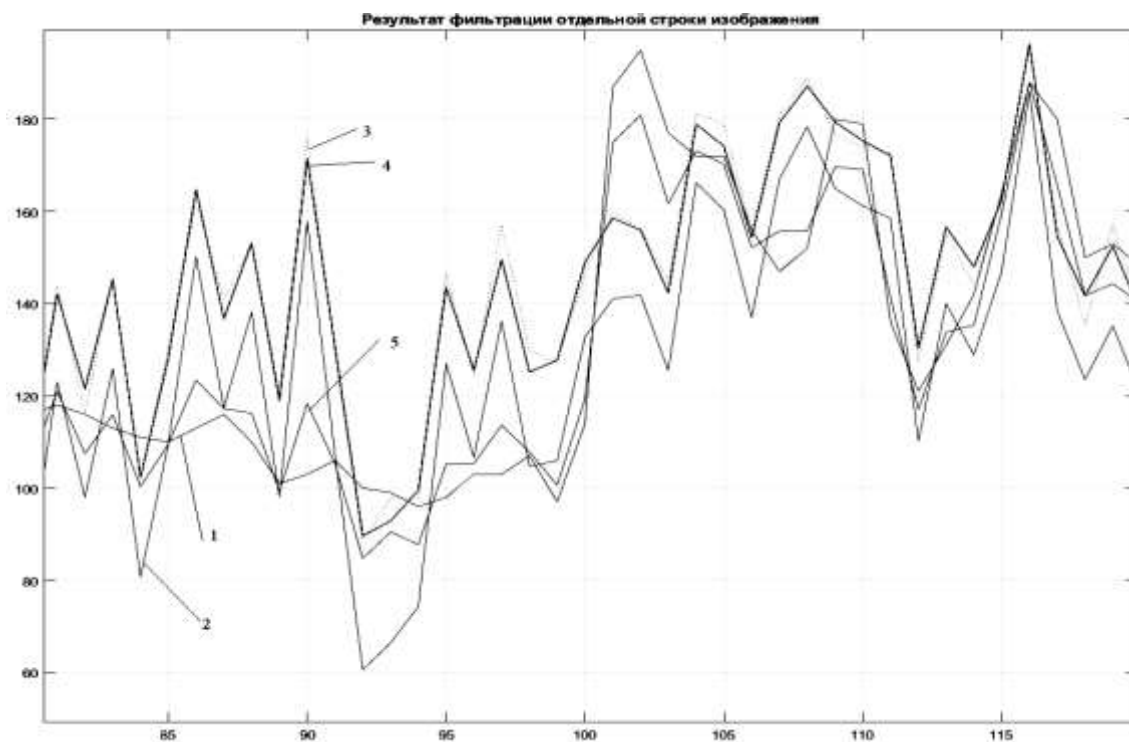


Рисунок 3.14 – Сравнение работы фильтров по отдельной строке изображения

Хорошо заметно резкое изменение поведения исходного сигнала при пересечении условной границы между двумя половинами изображения. При этом анализ полученных кривых показывает, что нелинейный фильтр адаптируется к этому изменению с минимальной задержкой по сравнению с другими алгоритмами. Очевидно, такая адаптивность связана с возможностью последовательного оценивания корреляционных параметров обрабатываемого изображения рекуррентным нелинейным фильтром и использованием их при фильтрации. Это свойство позволяет обоснованно надеяться на получение схожих характеристик при фильтрации реальных неоднородных сигналов. Действительно, на рисунке 3.15 представлены результаты фильтрации спутникового изображения.

Для фильтра Калмана средняя дисперсия ошибок фильтрации при отношении сигнал/шум = 2 составила 0.4981, для дискретного фильтра Винера – 0.4978, для предложенного алгоритма – 0.1359.

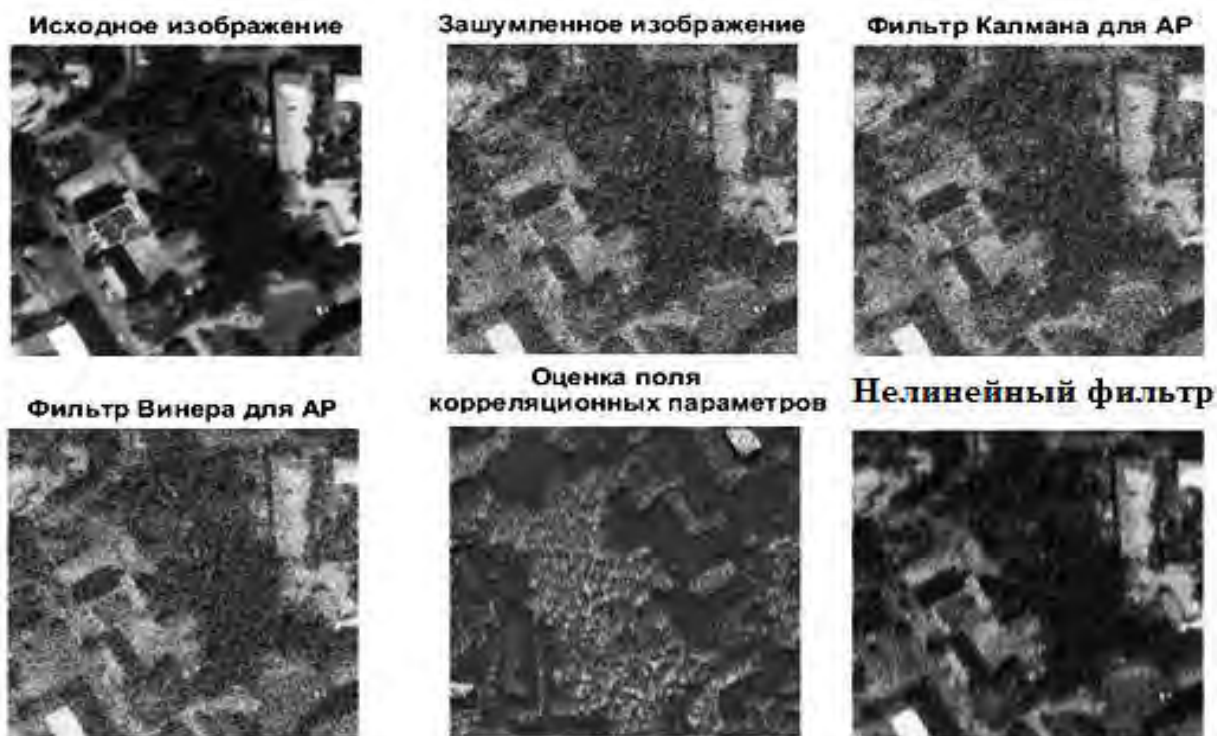


Рисунок 3.15 – Фильтрация спутниковых изображений

На рисунке 3.16 показан процесс фильтрации, выполняемый по отдельной строке изображения. На графиках представлены исходная строка изображения (1), строка зашумленного изображения (2), результат обработки фильтром Калмана (3), фильтром Винера (4), предложенным ДС фильтром (5).

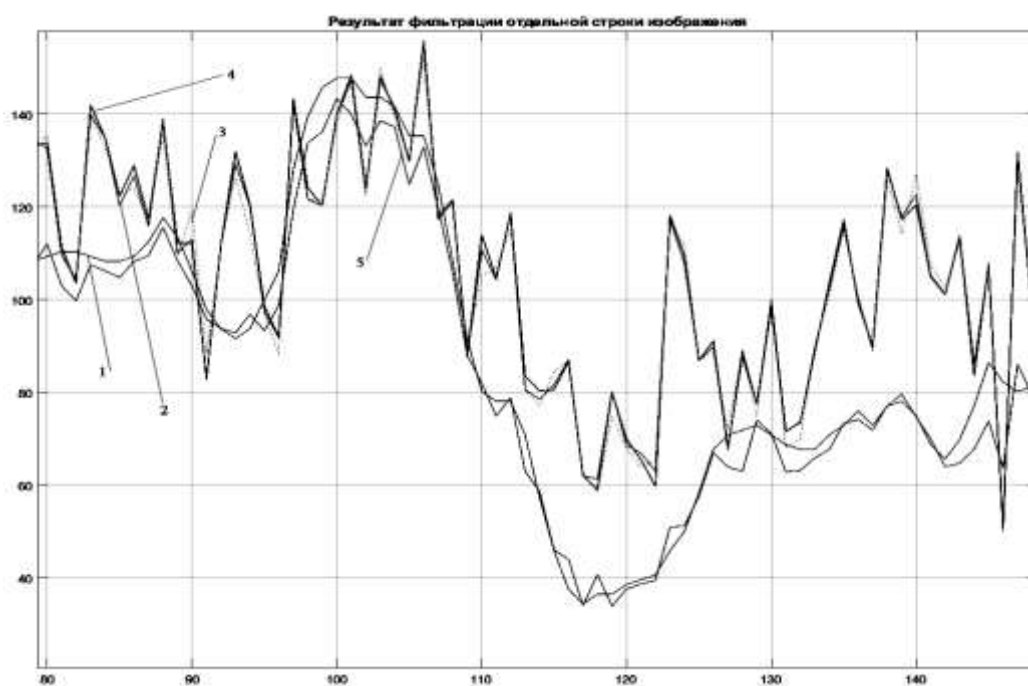


Рисунок 3.16 – Фильтрация отдельной строки изображения

На графиках хорошо заметно адаптивное поведение предложенного нелинейного алгоритма фильтрации.

Рассмотренный ДС фильтр может быть обобщен на основе использования ДС модели (2.6).

Для иллюстрации рассмотрим несколько важных примеров. Пусть ДС модель определяется следующими стохастическими уравнениями:

$$x_{i,j} = F_{\text{ARMR}_{2,2}}(\rho_{1i,j}, \rho_{2i,j}, b_{i,j}, \xi_{i,j}) = 2\rho_{1i,j}x_{i-1,j} + 2\rho_{2i,j}x_{i,j-1} - 4\rho_{1i,j}\rho_{2i,j}x_{i-1,j-1} - \rho_{1i,j}^2x_{i-2,j} - \rho_{2i,j}^2x_{i,j-2} + \rho_{1i,j}^2\rho_{2i,j}x_{i-2,j-1} + \rho_{1i,j}\rho_{2i,j}^2x_{i-1,j-2} - \rho_{1i,j}^2\rho_{2i,j}^2x_{i-2,j-2} + b_{i,j}\xi_{i,j},$$

где $\{(i,j): i = 1, M_1; j = 1, M_2\}$; $\rho_{1i,j} = F_{\text{ARMR}_{1,1}}(r_{11}, r_{12}, \gamma_1 \xi_{1i,j})$, $\rho_{2i,j} = F_{\text{ARMR}_{1,1}}(r_{21}, r_{22}, \gamma_2 \xi_{2i,j})$ – случайные величины, определяемые АРКК моделью; $\xi_{i,j}$, $\xi_{1i,j}$, $\xi_{2i,j}$ – СП независимых гауссовских СВ с нулевым математическим ожиданием, и единичной дисперсией.

В этом случае областью локальных состояний для каждого из $x_{i,j}$ является множество из восьми точек, а для проведения последовательной фильтрации требуется использовать $2M_1 + 3$ пикселей изображения (рисунок 3.17).

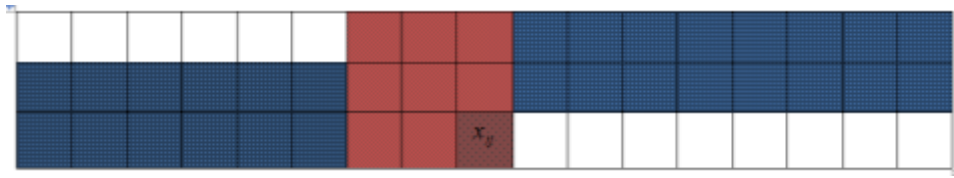


Рисунок 3.17 – Область локальных состояний и опорные элементы для АР модели с корнями характеристического уравнения кратности (2,2)

Как и в предыдущем примере составим следующий вектор длиной $4M_1 + 4$ элементов $\bar{x}_{i,j} = (\bar{x}_{xi,j} \quad \bar{\rho}_{xi,j} \quad \bar{\rho}_{yi,j})^T$, где

$$\bar{x}_{xi,j} = (x_{i,j} \quad x_{i,j-1} \quad \dots \quad x_{i,1} \quad x_{i-1,M_1} \quad \dots \quad x_{i-1,1} \quad x_{i-2,M_1} \quad \dots \quad x_{i-2,j-1}),$$

$$\bar{\rho}_{xi,j} = (\rho_{xi,j} \quad \rho_{xi,j-1} \quad \dots \quad \rho_{xi,1} \quad \rho_{xi-1,M_1} \quad \dots \quad \rho_{xi,j}),$$

$$\bar{\rho}_{yi,j} = (\rho_{yi,j} \quad \rho_{yi,j-1} \quad \dots \quad \rho_{yi,1} \quad \rho_{yi-1,M_1} \quad \dots \quad \rho_{yi,j}).$$

Тогда, как и ранее, модель СП запишется в виде $\bar{x}_{i,j} = \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j-1}) + \bar{\xi}_{i,j} = \wp_{i,j}\bar{x}_{i,j-1} + \bar{\xi}_{i,j}$, где

$$\wp_{i,j} = \begin{pmatrix} \wp_{xi,j} & 0 & 0 \\ 0 & \wp_{\rho_{xi,j}} & 0 \\ 0 & 0 & \wp_{\rho_{yi,j}} \end{pmatrix} - \text{матрица из } (4M_1 + 4) \times (4M_1 + 4) \text{ элементов;}$$

$$\mathcal{J}_{ijx} = \begin{pmatrix} 2\rho_{xij-1} & -\rho^2_{xij-1} & 0 & \dots & 2\rho_{yi-1j} & -4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j} & 2\rho_{xij-1}\rho^2_{yi-1j} & 0 & \dots & -\rho^2_{yij-1} & 2\rho^2_{xij-1}\rho_{yi-1j} & -\rho^2_{xij-1}\rho^2_{yi-1j} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

а структура и состав матриц $\mathcal{J}_{\rho_{xi,j}}$, $\mathcal{J}_{\rho_{yi,j}}$ и вектора $\bar{\xi}_{i,j}$ остается неизменным.

Тогда определим матрицу $\varphi_{i,j}'(\bar{x}_{i,j-1}) = \frac{\partial \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j-1})}{\partial \bar{x}_{i,j-1}}$. Она будет отличаться от

$\mathcal{J}_{i,j}$ первой строкой, которую можно определить следующим образом:

$$\varphi_{i,j}'(\bar{x}_{i,j-1})_1 = (A_1 \quad A_2 \quad A_3), \text{ где}$$

$$A_1 = (2\rho_{xij-1} \quad -\rho^2_{xij-1} \quad 0 \quad \dots \quad 2\rho_{yi-1j} \quad -4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j} \quad 2\rho_{xij-1}\rho^2_{yi-1j} \quad 0 \quad \dots \quad -\rho^2_{yij-1} \quad 2\rho^2_{xij-1}\rho_{yi-1j} \quad -\rho^2_{xij-1}\rho^2_{yi-1j})$$

$$A_2 = (2x_{i-1j} - 4\rho_{yi-1j}x_{i-1j-1} - 2\rho_{xij-1}x_{i-2,j} + 4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-2,j-1} + 2\rho^2_{yi-1j}x_{i-1,j-2} - 2\rho_{xij-1}\rho^2_{yi-1j}x_{i-2,j-2} \quad \dots \quad 0 \quad 0) \quad ,$$

$$A_3 = (0 \quad \dots \quad 2x_{ij-1} - 4\rho_{xij-1}x_{i-1j-1} - 2\rho_{xij-1}x_{i,j-2} + 4\rho_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-1,j-2} + 2\rho^2_{xij-1}x_{i-2,j-1} - 2\rho^2_{xij-1}\rho_{yi-1j}x_{i-2,j-2} \quad 0) \quad -$$

строки длиной $2M_1 + 2$, $M_1 + 1$ и $M_1 + 1$ соответственно.

Введенные обозначения позволяют использовать полученное выражение для фильтрации. Очевидно, рассмотренный вариант векторной фильтрации также может быть уточнен за счет использования других математических моделей для корреляционных параметров или основного СП. Параметры этих моделей будут определять матрицу $\mathcal{J}_{i,j}$ и размер оцениваемого вектора $\bar{x}_{i,j}$, а структура нелинейного фильтра сохранится.

Для дальнейшего уточнения полученных результатов возможно использовать оставшиеся наблюдения в рамках процедуры интерполяции или обратного хода фильтра [12]. Для этого будем определять и сохранять в ходе прямого хода фильтрации матрицы $A_{i,j} = P_{i,j}\mathcal{J}_{i,j}P^{-1}_{i,j}$ и вектора экстраполированной оценки $\bar{x}_{i,j}$. По завершению прямого хода фильтра

определим вектор интерполированной оценки в нижней правой точке изображения как $\bar{x}_{M_1, M_2}^\lambda = \bar{x}_{M_1, M_2}$. Действительно, оценка в точке (M_1, M_2) основана на обработке всех точек исходного изображения и в связи с этим может считаться интерполированной. Найдем интерполированные оценки в предыдущей точке с координатами $(M_1, M_2 - 1)$. В соответствии с подходом, представленным в п. 3.2.

$$\bar{x}_{M_1, M_2 - 1}^\lambda = \bar{x}_{M_1, M_2 - 1} + A_{M_1, M_2 - 1}(\bar{x}_{M_1, M_2}^\lambda - \bar{x}_{\mathcal{E}M_1, M_2}).$$

Продолжая обратный ход фильтра до точки с произвольной координатой (i, j) , запишем окончательно выражение для интерполированной оценки:

$$\bar{x}_{i, j - 1}^\lambda = \bar{x}_{i, j - 1} + A_{i, j - 1}(\bar{x}_{i, j}^\lambda - \bar{x}_{\mathcal{E}i, j}).$$

При этом, как и ранее, следует учитывать, что предшествующим для вектора $\bar{x}_{i, 1}^\lambda$ является вектор $\bar{x}_{i - 1, M_1}^\lambda$.

Предложенные алгоритмы нелинейной фильтрации могут быть применены к реальным изображениям как для подавления шума, так и для создания поля корреляционных параметров изображения. Результаты для трех спутниковых изображений представлены на рисунке 3.18.

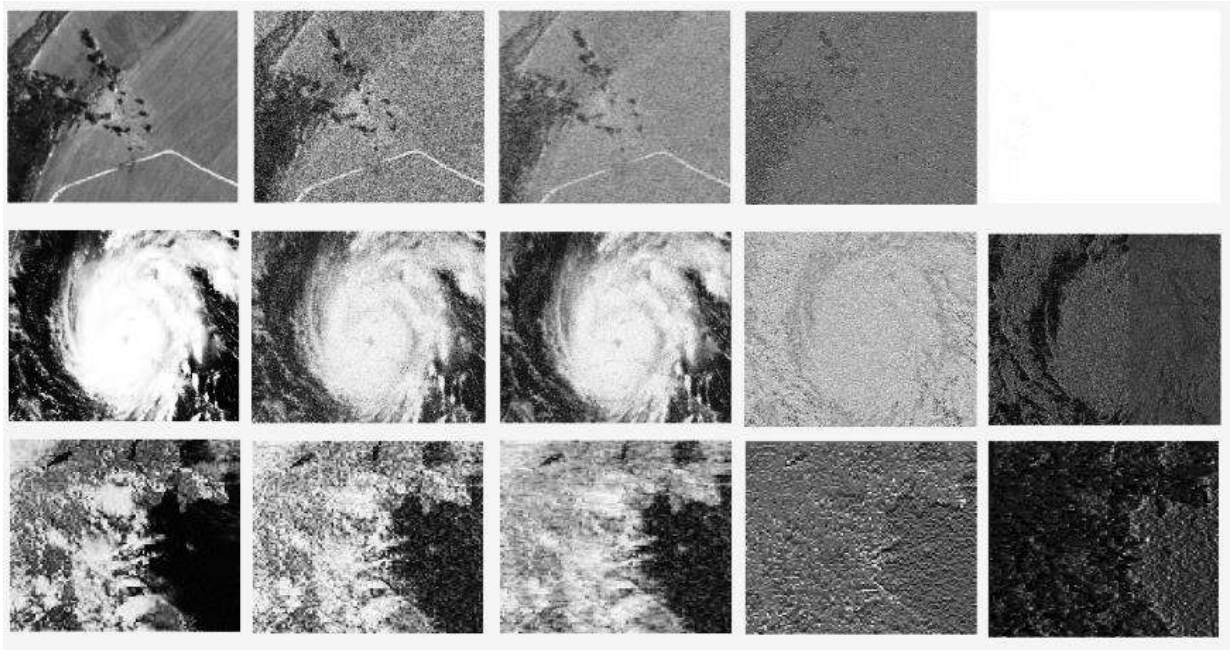


Рисунок 3.18 – Фильтрация изображений. Слева направо: реальное изображение, зашумленное изображение, его оценка, оценка корреляционных параметров по строке, оценка корреляционных параметров по столбцу

Визуальный анализ представленных результатов подтверждает подавление шума на реальных изображениях. При этом за счет применения дополнительного эквалайзинга возможно улучшить отфильтрованное изображение в плане визуального восприятия.

Воспользуемся методикой статистического моделирования для сравнения следующих алгоритмов фильтрации: Векторный фильтр Калмана (А-1); Дискретный фильтр Винера (А-2); Векторный фильтр Калмана с интерполяцией (А-3); Нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией (А-4).

На графиках рисунка 3.19 представлены зависимости дисперсии ошибки фильтрации от дисперсии шума. При этом на определенных участках близких к однородным эффективная фильтрация обеспечивается только последним алгоритмом.

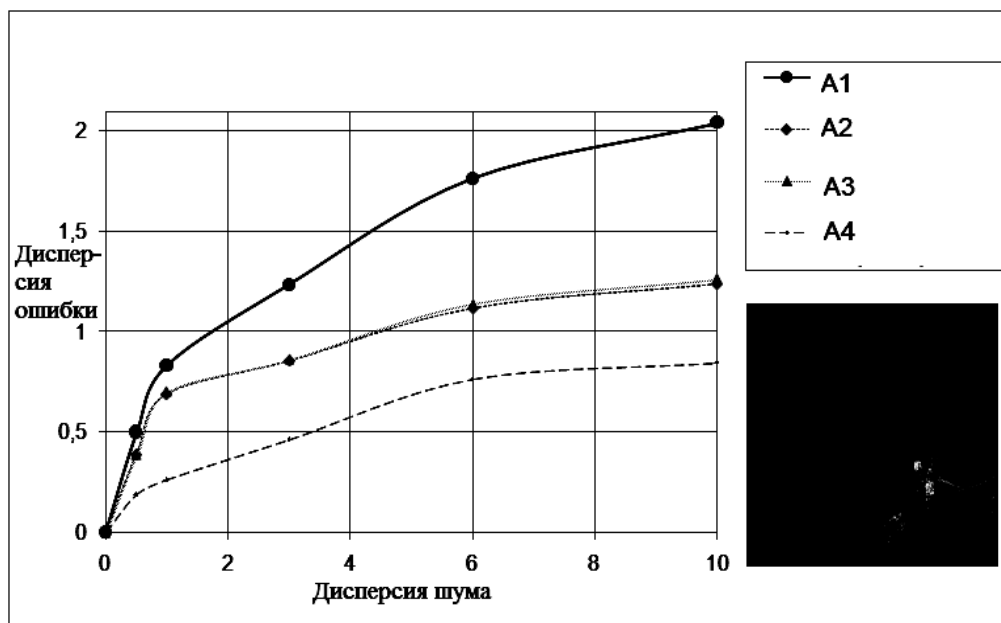


Рисунок 3.19 – Эффективность фильтрации неоднородного изображения

На рисунке 3.20 показаны результаты такой фильтрации при единичной дисперсии шума: первый ряд – исходное изображение, зашумленное изображение, фильтр Калмана без интерполяции; второй ряд – дискретный фильтр Винера, фильтр Калмана с интерполяцией, нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией.

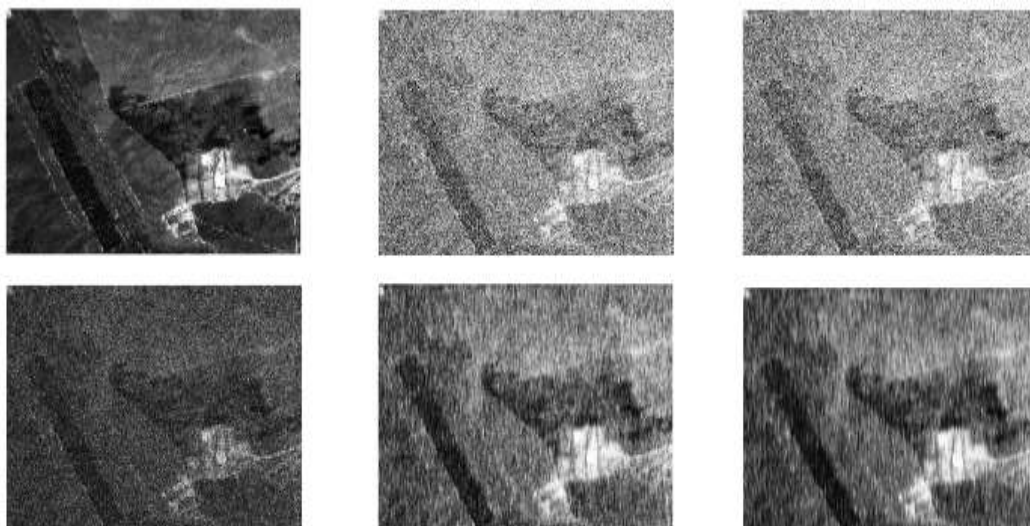


Рисунок 3.20 – Пример фильтрации реального спутникового изображения

Заметим, что максимальный выигрыш достигается при низких значениях дисперсии шума, а потом происходит стабилизация выигрыша. Так при единичной дисперсии шума нелинейный дважды стохастический фильтр с интерполяцией почти в 2 раза точнее дискретного фильтра Винера и фильтра Калмана с интерполяцией. Выигрыш по сравнению с фильтром Калмана без интерполяции достигает еще больших значений.

На графиках рисунка 3.21 представлен выигрыш дважды стохастического фильтра в зависимости от дисперсии шума.

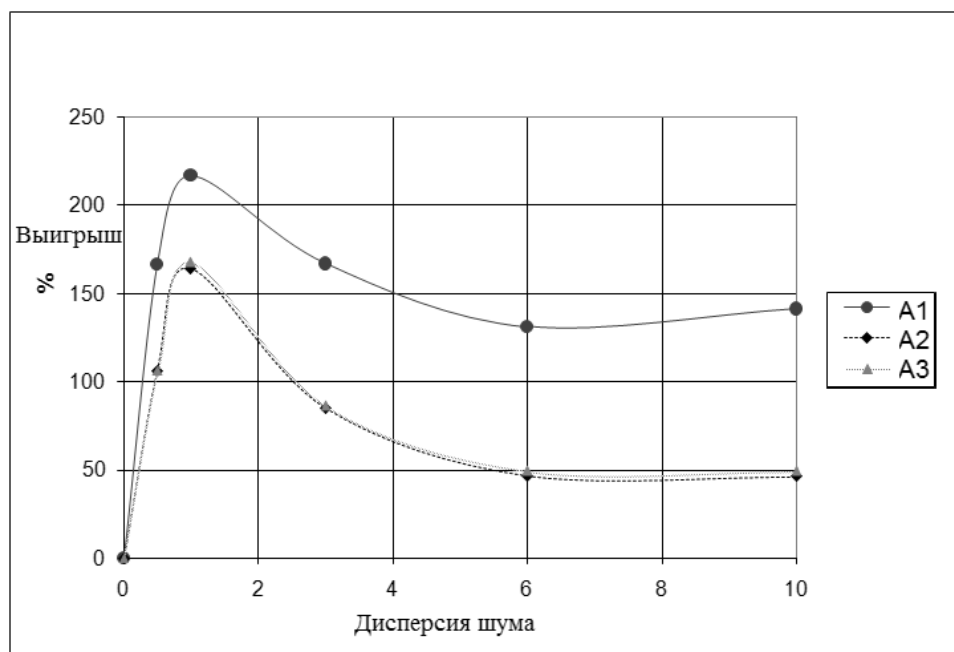


Рисунок 3.21 – Выигрыш при фильтрации неоднородного изображения

Отметим, что в силу особенностей матричных операций найденные решения требуют значительных вычислительных затрат. Для иллюстрации приведем таблицу 3.1, полученную по результатам обработки спутникового изображения 256×256 , приведенного на рисунке 4.12.

Таблица 3.1 – Эффективность алгоритмов фильтрации

Способ обработки	Достижимая точность по дисперсии оценивания	Время обработки (сек)
Поточечный калмановский фильтр. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (1,1).	0.4981	0.3 секунды
Поточечный калмановский фильтр. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2).	0.4745	0.5 секунды
Поточечный калмановский фильтр с интерполяцией. Оценивание по авторегрессионной модели с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2).	0.4698	1.8 секунды
Дискретная винеровская фильтрация в скользящих окнах 20×20 элементов	0.4978	47 секунд
Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (1,1).	0.1359	31 секунд
Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2) для основного имитируемого поля; кратность (1,1) для полей корреляционных параметров	0.1289	2 мин. 58 секунд
Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2) для основного имитируемого поля; кратность (2,2) для полей корреляционных параметров	0.1238	6 мин 53 секунды
Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (3,3) для основного имитируемого поля; кратность (3,3) для полей корреляционных параметров	0.1221	23 мин 13 секунд
Нелинейный векторный фильтр. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (4,4) для основного поля; кратность (4,4) для полей корреляционных параметров	0.122	1 час 09 минут 23 секунды
Нелинейный векторный фильтр с интерполяцией. Оценивание по комбинации авторегрессионных моделей с кратными корнями характеристического уравнения. Кратность (2,2) для основного поля; кратность (1,1) для полей корреляционных параметров	0.1207	1 час 13 минут 17 секунд

Расчет выполнялся на компьютере Intel Core i7, 2.7 Ghz, 8Гб ОЗУ в системе MatLab 2014. Для всех изображений выполнена предварительная оценка параметров. Анализ данных представленных в таблице позволяет сделать вывод о наилучших результатах фильтрации для нелинейного векторного фильтра с интерполяцией. Это объясняется тем, что в таком фильтре учитывается возможная неоднородность изображения и характер КФ. Обратной стороной такого результата являются значительные вычислительные ресурсы, требуемые на его реализацию. Время обработки изображения указанным фильтром на несколько порядков превосходит время для других фильтров. Это объясняется необходимостью обращения матрицы ошибок экстраполяции. Кроме этого из представленных данных ясно, что с увеличением кратности (порядка формирующих авторегрессий) ошибка фильтрации уменьшается. Однако это уменьшение наиболее заметно при изменении кратности с 1 до 2. Очевидно, это связано с квазиизотропными свойствами, которыми начинают обладать АРКК модели, начиная с кратности 2. Дальнейшее увеличение кратности не влечет такого существенного выигрыша, но в то же время требует существенных ресурсов на собственную реализацию.

Действительно, для осуществления прямой фильтрации требуется для каждой точки изображения выполнить 2 последовательных перемножения матриц $\varphi_{i,j}'(\tilde{x}_{i,j-1})P_{i,j-1}\varphi_{i,j}'(\tilde{x}_{i,j-1})^T$ размером $N \times N$, где $N = (K_1 + K_2 + K_3)(M_1 + 1)$, где K_1, K_2, K_3 – кратности основной и порождающих моделей. Эти операции являются наиболее затратными в смысле вычислительных ресурсов при расчете оценки в одной точке изображения. С учетом особенностей используемого в программе MatLab 2014 алгоритма Штрассена [89,90] вычислительная сложность каждой операции перемножения квадратных матриц составляет $O(N^{2.81})$. Для осуществления процедуры интерполяции требуется дополнительно для каждой точки изображения найти матрицу дисперсий ошибок фильтрации на каждом шаге $P_{i,j}$, что сопряжено с еще одной

процедурой перемножения матрицы $N \times N$, обратить матрицу $P_{\varepsilon i, j+1}$ и результат этого обращения перемножить с произведением матриц $P_{ij} \otimes \delta_{ij}$. С учетом разреженности матриц оценить количество операций умножения/деления можно исходя из свойств используемого метода LU/LUP-разложения, обращающего матрицы за $O(N^3)$ операций.

Уменьшить количество используемых операций возможно, используя тот факт, что матрицы ошибок экстраполяции $P_{\varepsilon i, j}$ и ошибок фильтрации $P_{i, j}$ быстро устанавливаются и очень мало меняются в ходе фильтрации изображений, медленно меняющих свои корреляционные свойства и хорошо описываемых ДС моделью. Для этого можно использовать инструментарий оптимизации калмановских фильтров, описанный, например, в работе [35]. Однако при этом следует учитывать, что при обработке изображений, имеющих резкие переходы между однородными областями, такая квазиоптимальная фильтрация может привести к значительным ошибкам.

Рассмотренные фильтры также можно использовать при подгонке параметров моделей для описания реальных изображений. Действительно, дополним результаты подгонки, полученные в п. 3.3, выполнив оценивание параметров двух изображений, представленных на рисунке 3.22.

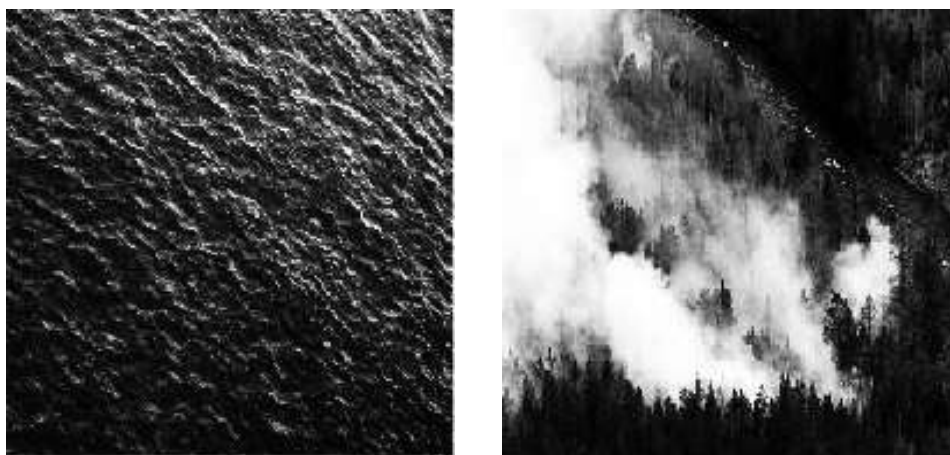


Рисунок 3.22 – Изображения, используемые для оценки эффективности алгоритмов подгонки параметров

Одно из этих изображений близко по своим корреляционным свойствам к однородному, другое является классическим неоднородным спутниковым снимком. Выполним оценку параметров этих изображений и в соответствии с этой оценкой произведем имитацию изображения на базе выбранной математических моделей. Результатом данного эксперимента следующие дисперсии ошибок при стороне скользящего окна $W = 11$:

1) Оценивание постоянных параметров и реализация АР модели СП первого порядка (А-1): $\sigma_e^2 = 0.949$ – для первого изображения, $\sigma_e^2 = 0.957$ – для второго изображения.

2) Оценивание параметров в скользящем окне и реализация ДС модели на базе АР моделей первого порядка (А-2): $\sigma_e^2 = 0.793$ – для первого изображения, $\sigma_e^2 = 0.490$ – для второго изображения.

3) Оценивание параметров в скользящем окне и реализация ДС модели на базе АР моделей второго порядка (А-2): $\sigma_e^2 = 0.786$ – для близкого к однородному изображения, $\sigma_e^2 = 0.376$ – для неоднородного изображения.

4) Оценивание параметров с помощью нелинейного дважды стохастического фильтра (А-4): $\sigma_e^2 = 0.032$ – для близкого к однородному изображения, $\sigma_e^2 = 0.009$ – для неоднородного изображения.

Анализ результатов показывает, что наиболее эффективную подгонку обеспечивает метод на основе применения нелинейного дважды стохастического фильтра. При этом выигрыш такого подхода составляет порядка 90% по дисперсии разницы между реальными и имитированными изображениями в сравнении с результатами алгоритма, основанного на использовании скользящего окна, и порядка 140% в сравнении с результатами использования АР модели с постоянными параметрами. Стоит отметить, что при подгонке однородного изображения выигрыш в эффективности падает, так как модели рассчитаны на постоянное изменение параметров. На рисунке 3.23 представлен пример имитации таких изображений с помощью указанных алгоритмов: в верхнем ряду – близкие к однородным изображения; в нижнем

ряду – пространственно неоднородные изображения. Слева направо – алгоритмы А-1, А-2, А-3, А-4.

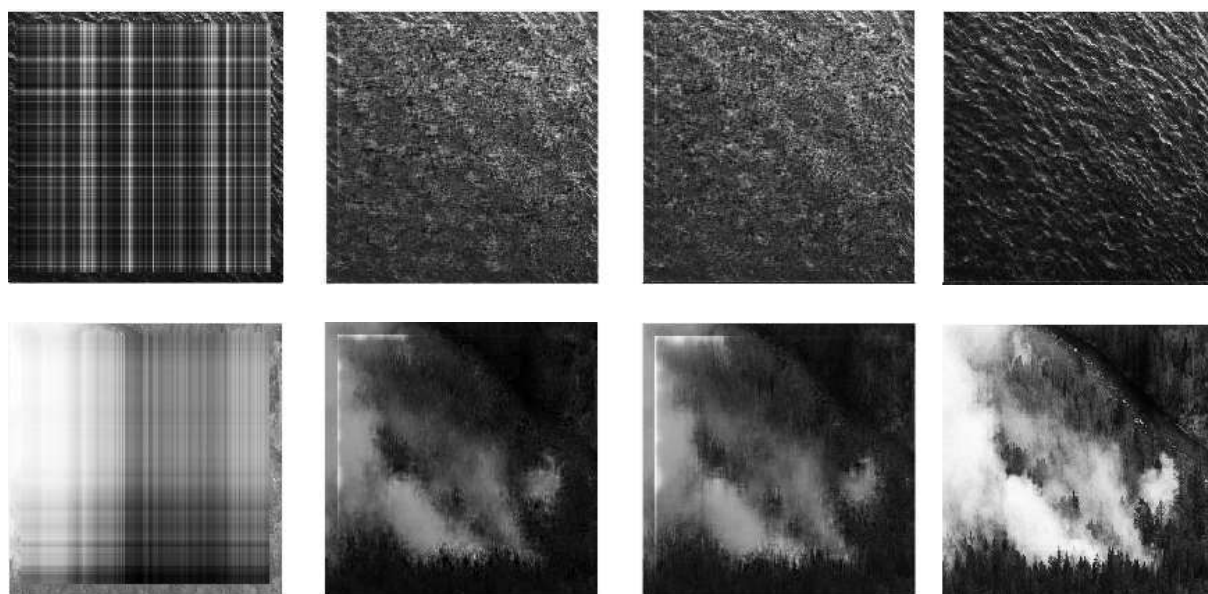


Рисунок 3.23 – Результаты подгонки

Таким образом, применение алгоритмов фильтрации, основанных на ДС моделях, обеспечивает существенно лучшие результаты при обработке как имитированного материала так и реальных снимков.

3.5. Некаузальные варианты ДС фильтров

Представленное решение задачи фильтрации дважды стохастических изображений на фоне белого шума оставляет чувство неудовлетворенности, поскольку предполагает полукаузальный характер фильтрации и значительное количество операций, необходимых для реализации фильтра. В связи с этим рассмотрим возможности построения ДС моделей и алгоритмов фильтрации поля $\{\bar{x}_i\}$ на фоне аддитивной помехи в скользящих по сетке J окнах. Для определенности будем считать вначале, что сетка J является двумерной размером $M_1 \times M_2$ элементов, а используемые окна прямоугольными одинаковыми размерами $W_1 \times W_2$. Окно, геометрический центр которого располагается в точке (i, j) , будем обозначать через $\bar{X}_{i,j}$. Также будем считать,

что в результате перемещения этого окна \bar{X}_{ij} , на одну позицию по вертикали и горизонтали область $D_{i+1,j+1}$, построенная для точки $(i+1, j+1)$, состоит из элементов $\bar{X}_{ij} \cup \bar{X}_{i-1,j} \cup \bar{X}_{i,j-1}$ для любых пар (i, j) . Очевидно, что всегда можно выбрать W_1 и W_2 такие, что указанные условия будут выполняться.

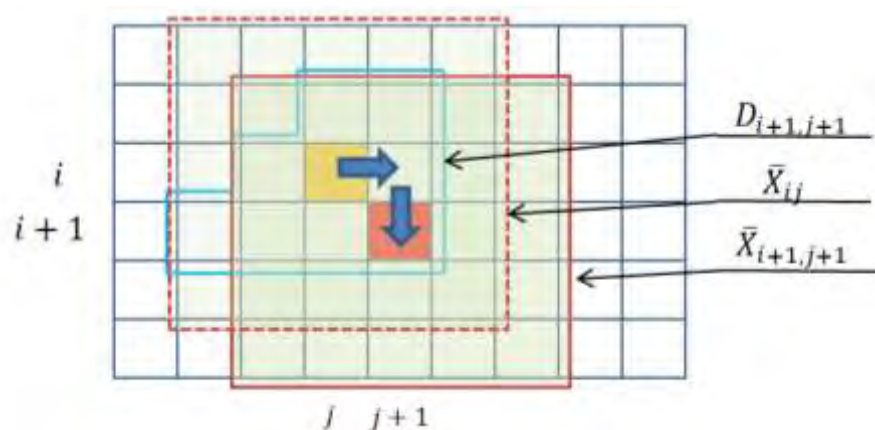


Рисунок 3.24 – Графическая иллюстрация связи между элементами $\bar{X}_{i,j}$ и $\bar{X}_{i+1,j+1}$

Предположим, что определены $W_1 W_2$ элементов вектора $\bar{X}_{i,j-1} = (\bar{x}_{i,j-1}^1, \bar{x}_{i,j-1}^2, \dots, \bar{x}_{i,j-1}^{W_1 W_2})$, входящие в окно на позиции $(i, j-1)$. Будем также считать, что порядок заполнения элементов вектора $\bar{X}_{i,j-1}$ определяется линейной разверткой (построчно) в пределах текущего расположения окна. Сдвинем окно на одну позицию и сформируем вектор $\bar{X}_{i,j} = (\bar{x}_{i,j}^1, \bar{x}_{i,j}^2, \dots, \bar{x}_{i,j}^{W_1 W_2})$. Обратим внимание, что в силу особенностей дважды стохастической модели элементами $\bar{X}_{i,j}$ являются векторы, причем, вообще говоря, разной длины. Также отметим, что позиции, на которые сдвигается окно по каждому измерению, не обязательно соответствуют отсчетам самого случайного поля. Так можно описать перемещение окна на любое целое количество отсчетов вдоль каждого из измерений.

Рассмотрим вначале процесс перемещения окна фильтрации вдоль первой строки изображения и определим связи между элементами соседних векторов $\bar{A} = \bar{X}_{1,j-1}$ и $\bar{B} = \bar{X}_{1,j}$. Очевидно, что $B_{k+W_1(l-1)} = A_{k+1+W_1(l-1)}$ для всех $k < W_1$. Что касается элементов $B_{W_1 l}$, $l = 1, 2, \dots, W_2$, то они определяются следующим образом:

$$B_{W_1} = F_{DSM}^{D_{l_1, l_2}} (\{\bar{x}_{k, l} \in D_{l_1, l_2}\}, \bar{\xi}_{l_1, l_2}),$$

где (l_1, l_2) – это координаты элемента поля J , соответствующего элементу вектора \bar{B}_1 ; D_J – это область локальных состояний элемента поля с координатами (l_1, l_2) , то есть элементы первой «строки» вектора \bar{A} $D_{l_1, l_2} = \{A_k, k = 1..W_1 - 1\}$. Элемент

$$B_{2W_1} = F_{DSM}^{D_{l_1+1, l_2}} (\{\bar{x}_{k, l} \in D_{l_1+1, l_2}\}, \bar{\xi}_{l_1, l_2}, \bar{\xi}_{l_1+1, l_2}),$$

где D_{l_1+1, l_2} – область, состоящая из элементов двух первых «строк» вектора \bar{A} , $D_{l_1+1, l_2} = \{A_k, k = 1..2W_1 - 1\}$. По аналогии очевидно, что

$$B_{W_1 l} = F_{DSM}^{D_{l_1+W_1, l_2}} (\{\bar{x}_{k, l} \in D_{l_1+W_1, l_2}\}, \bar{\xi}_{l_1, l_2}, \bar{\xi}_{l_1+1, l_2}, \dots, \bar{\xi}_{l_1+W_1, l_2}).$$

Таким образом, всякий элемент вектора $\bar{B} = \bar{X}_{1, j}$ определяется элементами вектора $\bar{A} = \bar{X}_{1, j-1}$ и множеством реализаций случайных добавок в области положительного сдвига $\bar{B} - \bar{A}$. Тогда можно записать следующее матричное соотношение:

$$\bar{X}_{1, j} = P_{1, j-1} \bar{X}_{1, j-1} + \vartheta_{1, j-1} \bar{\xi}_{i, j}, \quad (3.18)$$

где $\bar{\xi}_{i, j}$ множество нормальных случайных величины, формирующих ДС модель и разыгранных в области $\bar{X}_{1, j} - \bar{X}_{1, j-1}$. Отметим особо, что тензоры $P_{1, j-1}$ и $\vartheta_{1, j-1}$ включают в себя в том числе элементы вектора $\bar{X}_{1, j-1}$, поэтому выражение (3.18), вообще говоря, является нелинейным. Кроме этого, обратим внимание, что окна $\bar{X}_{1, j}$ и $\bar{X}_{1, j-1}$ включают в себя элементы, расположенные за пределами обрабатываемого случайного поля. Для того, чтобы минимизировать влияние краевых эффектов, можно расширить обрабатываемое случайное поле вдоль собственных границ на $W_2 \text{ div } 2$ элементов сверху и снизу и на $W_1 \text{ div } 2$ элементов слева и справа. Заполнить это приграничное множество элементов можно путем простого зеркалирования значений внутри исходного случайного поля. При этом, например, $\bar{x}_{0, j} = \bar{x}_{1, j}$, а $\bar{x}_{i, W_1+1} = \bar{x}_{i, W_1-1}$.

Легко увидеть, что соотношение (3.18) можно изменить на случай окон, перемещающихся вдоль первого столбца. Тогда

$$\bar{X}_{i,1} = Q_{i-1,1}\bar{X}_{i-1,1} + \vartheta_{i,1}\bar{\xi}_{i-1,1}.$$

Наконец, для произвольного $\bar{X}_{i,j}$ можно записать следующее общее выражение:

$$\bar{X}_{i,j} = P_{i,j-1}\bar{X}_{i,j-1} + P_{i-1,j}\bar{X}_{i-1,j} + \vartheta_{ij}\bar{\xi}_{ij} \quad (3.19)$$

Обратим особое внимание, что в выражении (3.19) вектор случайных добавок $\bar{\xi}_{ij}$ составлен только из случайных величин, принадлежащих точке (i,j) , поскольку $\bar{X}_{i,j} - (\bar{X}_{i,j-1} \cup \bar{X}_{i-1,j} \cup \bar{X}_{i-1,j-1}) = \bar{x}_{i,j}$.

Выражение (3.19) позволяет применять для обработки дважды стохастический случайных полей инструментарий, предназначенный для обработки обычных двумерных изображений. Тогда выражение (3.17) можно переписать в виде

$$\mathfrak{X}_{i,j} = \mathfrak{N}_{ij}\mathfrak{X}_{i,j-1} + \mathfrak{Y}_{ij}\mathfrak{z}_{ij}, \quad (3.20)$$

где $\mathfrak{X}_{i,j}, \mathfrak{N}_{ij}, \mathfrak{Y}_{ij}, \mathfrak{z}_{ij}$ – тензоры полукаузального описания изображения. Выражение (3.20) позволяет формировать на своей основе алгоритмы обработки случайного поля, в частности процедуры фильтрации изображения, которые в случае соответствия этих изображений дважды стохастической модели будут строго оптимальными. В этом случае совокупность окон $\mathfrak{X}_{i,j}$ скользит по изображению. При перемещении этой совокупности множество наблюдений на одну позицию, расположенных в области $G_{\mathfrak{X}ij} = \{i_1, j_1\} = \mathfrak{X}_{i,j} - \mathfrak{X}_{i,j-1}$, приводят к переоценке всей совокупности $\mathfrak{X}_{i,j}$. Обратим внимание, что если позиция, на которую перемещается $\mathfrak{X}_{i,j}$, соответствует одному элементу на исходном случайном поле, то все множество наблюдений, используемых для переоценки, состоит только из одного элемента.

Более простым вариантом фильтрации может быть развертка изображения «змейкой» толщиной W_2 . Тогда описать изображение можно с помощью следующего простого соотношения:

$$\bar{X}_i = P_i\bar{X}_{i-1} + \vartheta_i\bar{\xi}_i \quad (3.21)$$

где \bar{X}_i – вектор, составленный из W_1W_2 векторных элементов и соответствующий i -ому окну в развертке. Обратим внимание, что при использовании (3.21) для фильтрации изображения на каждой итерации используются W_2 наблюдения для переоценки W_1W_2 векторных элементов. Кроме этого, при достижении конца строки изображения необходимо однократно использовать W_1W_2 наблюдения. Также возможно выполнить комбинацию фильтров (3.19) и (3.20) в виде последовательной построчной фильтрации. При этом каждая начальные параметры фильтрации каждой последующей строки определяются результатами фильтрации предыдущей строки. Подобная фильтрация представляется весьма перспективной, поскольку она может быть очень просто распараллелена на процедуры построчной оконной рекуррентной фильтрации. Поскольку каждая такая процедура, включает в себя значительный объем повторяющихся тензорных вычислений, ее удобно реализовывать на графических процессорах с параллельной архитектурой (дискретных графических ускорителей, поддерживающих архитектуру CUDA и последующих).

Рассмотрим подробно несколько важных примеров. Возьмем, вначале реализацию двумерного дважды стохастического СП $\{x_{\bar{i}}\} = \{x_{i,j}\}$ на сетке $J = \{\bar{i} = (i,j) : (i = 1,2,\dots,M_1; j = 1,2,\dots,M_2), k = 1,2,\dots,N$, полученного с помощью АР модели Хабиби (2.5). Ее использование обуславливает необходимость предварительного формирования двух базовых СП, значения яркости одного из которых будут преобразованы в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{1i,j}, i = 1,2,\dots,M_1; j = 1,2,\dots,M_2\}$, а значения яркости другого – в совокупность корреляционных параметров $\{\rho_{2ij}, i = 1,2,\dots,M_1; j = 1,2,\dots,M_2\}$. Тогда

$$x_{i,j} = F_{ARMR1,1}(m_{\rho_1} + \rho_{1i,j}, m_{\rho_2} + \rho_{2i,j}, \xi_{i,j}) = \tilde{\rho}_{1i,j}x_{i-1,j} + \tilde{\rho}_{2ij}x_{i,j-1} - \tilde{\rho}_{1i,j}\tilde{\rho}_{2ij}x_{i-1,j-1} + \xi_{i,j}, \quad (3.22)$$

где $\rho_{1i,j} = F_{ARMR1,1}(r_{11}, r_{12}, \xi_{1i,j})$, $\rho_{2i,j} = F_{ARMR1,1}(r_{21}, r_{22}, \xi_{2i,j})$, $\tilde{\rho}_{1i,j} = m_{\rho_1} + \rho_{1i,j}$, $\tilde{\rho}_{2ij} = m_{\rho_2} + \rho_{2ij}$, $\bar{\xi}_{i,j} = (\xi_{i,j}, \xi_{1i,j}, \xi_{2i,j})$ – вектор случайных

добавок, состоящий из гауссовских случайных величин с нулевыми средними и единичной дисперсией. Обратим внимание, что представленный вариант ДС модели не предполагает описания изменений математического ожидания и дисперсии, а только корреляционных свойств имитируемого изображения. При этом области $D_{x(i,j)}, D_{\rho_1(i,j)}, D_{\rho_2(i,j)}$ являются идентичными между собой и составлены из трех элементов изображения с координатами $(i-1, j), (i, j-1), (i-1, j-1)$ соответственно.

Пусть в результате идентификации параметров модели по реальному сигналу определены параметры $\hat{\sigma}_x^2, \hat{m}_{\rho_1}, \hat{m}_{\rho_2}, \hat{r}_{11}, \hat{r}_{12}, \hat{r}_{21}, \hat{r}_{22}$, а также размер окна фильтрации $W_1 \times W_2$. Предположим для определенности, что $W_1 = W_2 = 3$. Тогда можно составить вектор длиной $W_1 W_2$, а именно $\bar{X}_{1,1} = (\bar{x}_{0,0} \ \bar{x}_{0,1} \ \bar{x}_{0,2} \ \bar{x}_{1,0} \ \bar{x}_{1,1} \ \bar{x}_{1,2} \ \bar{x}_{2,0} \ \bar{x}_{2,1} \ \bar{x}_{2,2})$, который для наглядности можно представить в виде матрицы $W_1 \times W_2$.

$$\bar{X}_{1,1} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{0,0} & \bar{x}_{0,1} & \bar{x}_{0,2} \\ \bar{x}_{1,0} & \bar{x}_{1,1} & \bar{x}_{1,2} \\ \bar{x}_{2,0} & \bar{x}_{2,1} & \bar{x}_{2,2} \end{bmatrix}, \text{ где каждый } \bar{x}_{i,j} = (x_{i,j}, \rho_{1i,j}, \rho_{2i,j}), \text{ при этом } \bar{x}_{0,0} = \bar{x}_{1,1},$$

$\bar{x}_{0,1} = \bar{x}_{1,1}$, $\bar{x}_{0,2} = \bar{x}_{1,2}$, $\bar{x}_{1,0} = \bar{x}_{1,1}$, $\bar{x}_{2,0} = \bar{x}_{2,1}$ – копии соответствующих векторных элементов, полученных с помощью простого отражения через границу этого изображения. Будем считать, что в пределах окна фильтрации $W_1 \times W_2$ поле $\{x_{i,j}\}$ близко к однородному. Тогда $\overline{\bar{X}_{1,1}(k)}(2) = \hat{m}_{\rho_1}$,

$$\overline{\bar{X}_{1,1}(k)}(3) = \hat{m}_{\rho_2} \text{ для } k = 1..W_1 W_2. \quad \text{Оценку } \overline{\bar{X}_{1,1}(k)}(1) = \begin{bmatrix} \hat{x}_{0,0} & \hat{x}_{0,1} & \hat{x}_{0,2} \\ \hat{x}_{1,0} & \hat{x}_{1,1} & \hat{x}_{1,2} \\ \hat{x}_{2,0} & \hat{x}_{2,1} & \hat{x}_{2,2} \end{bmatrix}$$

можно получить по результатам простого решения системы линейных уравнений Винера Хопфа:

$$\sum_{k=1}^{W_1} \sum_{l=1}^{W_2} g_{ijkl} B_x(i-k, j-l) + \sigma_n^2 = B_x(i, j) \quad i, j = 1..W_1$$

где ковариационную функцию $B_x(i, j)$ в пределах окна можно считать экспоненциальной $B_x(i, j) = \sigma_x^2 \hat{m}_{\rho_1}^{|i|} \hat{m}_{\rho_2}^{|j|}$. Тогда

$$\overline{\bar{X}_{1,1}(k)}(1) = \sum_{k=1}^{W_1} \sum_{l=1}^{W_2} g_{ijkl} \bar{Z}_{1,1}((1+k \bmod W_1), (1+l \bmod W_2)), \text{ где } \bar{Z}_{1,1} =$$

$\begin{vmatrix} z_{1,1} & z_{1,1} & z_{1,2} \\ z_{1,1} & z_{1,1} & z_{1,2} \\ z_{2,1} & z_{2,1} & z_{2,2} \end{vmatrix}$ – наблюдения в левом верхнем углу изображения; *div* – операция целочисленного деления; *mod* – остаток от целочисленного деления.

Рассмотрим теперь возможность построения рекуррентного соотношения

для вектора $\bar{X}_{1,2} = \begin{vmatrix} \bar{x}_{0,1} & \bar{x}_{0,2} & \bar{x}_{0,3} \\ \bar{x}_{1,1} & \bar{x}_{1,2} & \bar{x}_{1,3} \\ \bar{x}_{2,1} & \bar{x}_{2,2} & \bar{x}_{2,3} \end{vmatrix}$ с учетом дважды стохастических

особенностей модели (3.22). Очевидно, что $\bar{X}_{1,2}(k + W_1(l - 1)) = \bar{X}_{1,1}(k + 1 + W_1(l - 1))$. Рассмотрим подробно формирование векторов $\bar{X}_{1,2}(3)$, $\bar{X}_{1,2}(6)$, $\bar{X}_{1,2}(9)$.

$$\bar{X}_{1,2}(3) = \begin{pmatrix} x_{0,3} \\ \rho_{1,0,3} \\ \rho_{2,0,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1,0,2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{0,2} \\ \rho_{1,0,2} \\ \rho_{2,0,2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_{0,3} \\ \xi_{1,0,3} \\ \xi_{2,0,3} \end{pmatrix} = A_{11}(1,2)\bar{X}_{1,1}(3) + \bar{\xi}_{0,3}, \quad \bar{X}_{1,2}(6) =$$

$$\begin{pmatrix} x_{1,3} \\ \rho_{1,1,3} \\ \rho_{2,1,3} \end{pmatrix} = A_{21}(1,1)\bar{X}_{1,1}(6) + A_{22}(1,1)\bar{X}_{1,1}(3) + \bar{\xi}_{1,3} + B_{21}(1,2)\bar{\xi}_{0,3},$$

$$\bar{X}_{1,2}(9) = \begin{pmatrix} x_{2,3} \\ \rho_{1,2,3} \\ \rho_{2,2,3} \end{pmatrix} = A_{31}(1,2)\bar{X}_{1,1}(9) + A_{32}(1,2)\bar{X}_{1,1}(6) + A_{33}(1,2)\bar{X}_{1,1}(3) + \bar{\xi}_{2,3} + B_{31}(1,2)\bar{\xi}_{1,3} + B_{32}(1,2)\bar{\xi}_{0,3}.$$

$$\text{где } A_{11}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, \quad A_{21}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1, i2+1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, \quad A_{22}(i1, i2) =$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+2}\tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+1} - \tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+1}\tilde{\rho}_{2, i1-1, i2+1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 - r_{11}r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 - r_{21}r_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_{31}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1, i2+2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, \quad A_{32}(i1, i2) =$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1, (i2+2)}\tilde{\rho}_{1, i1, (i2+1)} - \tilde{\rho}_{1, i1, (i2+1)}\tilde{\rho}_{2, i1, (i2+1)} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 - r_{11}r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 - r_{21}r_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_{33}(i1, i2)$$

$$= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1, i1, i2+2}(\tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+2}\tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+1} - \tilde{\rho}_{1, i1-1, i2+1}\tilde{\rho}_{2, i1-1, i2+1}) & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}(r_{11}^2 - r_{11}r_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}(r_{21}^2 - r_{21}r_{22}) \end{pmatrix}$$

$$B_{21}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1 i1-1, j1+2} \\ r_{11} \\ r_{21} \end{pmatrix}, B_{31} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1 i1, j1+2} \\ r_{11} \\ r_{21} \end{pmatrix}, B_{32} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1 i1, j1+2} \tilde{\rho}_{1 i1-1, j1+2} \\ r_{11}^2 \\ r_{21}^2 \end{pmatrix}.$$

Запись матричных коэффициентов в виде $A_{kl}(1,2)$ и $B_{kl}(1,2)$ подчеркивает тот факт, что эти коэффициенты меняются в зависимости от координат определяемого вектора $\bar{X}_{1,2}$ и определяющего вектора $\bar{X}_{1,1}$.

Найденные соотношения позволяют записать следующее выражение, определяющее связь между $\bar{X}_{1,2}$ и $\bar{X}_{1,1}$:

$$\bar{X}_{1,2} = P_{1,2} \bar{X}_{1,1} + \Sigma_{1,2}, \quad (3.24)$$

где $P_{1,2}$ – четырехмерный тензор $9 \times 9 \times 3 \times 3$, $\Sigma_{1,2}$ – двумерная матрица 9×3 .

$$P_{1,j} = \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & A_{11}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & A_{22}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & A_{21}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E \\ \bar{0} & \bar{0} & A_{33}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & A_{32}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & A_{31}(1,j) \end{pmatrix},$$

$$\Sigma_{1,j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{0,j+1} \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{1,j+1} + B_{21}(i,j) \bar{\xi}_{0,j+1} \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{2,j+1} + B_{31}(i,j) \bar{\xi}_{1,j+1} + B_{32}(i,j) \bar{\xi}_{0,j+1} \end{pmatrix}$$

где $\bar{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – нулевая матрица, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица,

$A_{13}(1,2)$, $A_{21}(1,2)$, $A_{22}(1,2)$, $A_{31}(1,2)$, $A_{32}(1,2)$, $A_{33}(1,2)$ – диагональные матрицы, определенные ранее, $B_{21}(1,2)$, $B_{31}(1,2)$, $B_{32}(1,2)$ – вектор-столбцы, определяющие вклад случайных добавок для каждого отчета $\bar{X}_{1,2}$.

Нетрудно заметить, что тензорное выражение (3.24) может быть обобщено на случай двух любых соседних элементов $\bar{X}_{1,j}$ и $\bar{X}_{1,j+1}$, $j = 1..M_1 - 1$

$$\bar{X}_{1,j} = P_{1,j-1}\bar{X}_{1,j-1} + \Sigma_{1,j}. \quad (3.25)$$

Кроме этого, аналогичный подход можно использовать для того, чтобы определить связь между соседними элементами в первом «столбце» $\bar{X}_{i,1}$ и $\bar{X}_{i-1,1}$:

$$\bar{X}_{i,1} = Q_{i-1,1}\bar{X}_{i-1,1} + Y_{i,1}. \quad (3.26)$$

Нетрудно заметить, что порядок определения тензоров $Q_{i-1,1}$ и матрицы случайных добавок $Y_{i,1}$ идентичен соответствующим процедурам для $P_{1,j-1}$ и $\Sigma_{1,j}$ с точностью до замены первого и второго индексов соответствующих элементов и матриц.

$$Q_{i,1} = \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & C_{11}(i,1) & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & C_{22}(i,1) & C_{21}(i,1) & E \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & C_{33}(i,1) & C_{32}(i,1) & C_{31}(i,1) \end{pmatrix},$$

$$Y_{i,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{i+1,0} \\ \bar{\xi}_{i+1,1} + D_{21}(i,j)\bar{\xi}_{i+1,0} \\ \bar{\xi}_{i+1,2} + D_{31}(i,j)\bar{\xi}_{i+1,1} + B_{32}(i,j)\bar{\xi}_{i+1,0} \end{pmatrix}$$

где $C_{11}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}$, $C_{21}(i1, i2) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}$, $C_{22}(i1, i2) =$

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+2, i2-1} \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2-1} - \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2-1} \tilde{\rho}_{1 i1+1, i2-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{22}^2 - r_{21}r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{12}^2 - r_{11}r_{12} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
C_{31}(i1, i2) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1, i2+2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{21} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, C_{32}(i1, i2) = \\
&= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+2, i2} \tilde{\rho}_{1 i1+1, i2} - \tilde{\rho}_{1 i1+1, i2} \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{21}^2 - 2r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{11}^2 - r_{11}r_{12} \end{pmatrix}, \\
C_{33}(i1, i2) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+2, i2} (\tilde{\rho}_{2 i1+2, i2-1} \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2-1} - \tilde{\rho}_{2 i1+1, i2-1} \tilde{\rho}_{1 i1+1, i2-1}) & 0 & 0 \\ 0 & r_{21}(r_{21}^2 - r_{21}r_{22}) & 0 \\ 0 & 0 & r_{11}(r_{11}^2 - r_{11}r_{12}) \end{pmatrix} \\
D_{21}(i1, i2) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+21, j1-1} \\ r_{21} \\ r_{11} \end{pmatrix}, D_{31} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+2, j1} \\ r_{21} \\ r_{11} \end{pmatrix}, D_{32} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i1+2, j1} \tilde{\rho}_{2 i1+2, j1-1} \\ r_{21}^2 \\ r_{11}^2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Наконец, можно записать выражение для произвольного $\bar{X}_{i,j}$, $i = 2 \dots M_1$, $i = 2 \dots M_2$.

$$\bar{X}_{i,j} = P_{i,j-1} \bar{X}_{i,j-1} + Q_{i-1,j} \bar{X}_{i-1,j} + \Sigma_{i,j}, \quad (3.27)$$

$$\text{где } P_{i,j} = \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & A_{11}(i,j) \end{pmatrix}, A_{11}(i,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1 i, j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix},$$

$$Q_{i,j} = \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & C_{22}(i,j) \end{pmatrix}, \Sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{i,j} \end{pmatrix},$$

$$C_{21}(i,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2 i-1, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}, C_{22}(i,j) = \begin{pmatrix} -\tilde{\rho}_{2 i-1, j} \tilde{\rho}_{1 i, j-1} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{12}r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & -r_{12}r_{22} \end{pmatrix}.$$

Указанные соотношения позволяют на своей основе формировать различные алгоритмы обработки изображений. Рассмотрим в качестве примера змееобразную развертку изображения (рисунок 3.25).

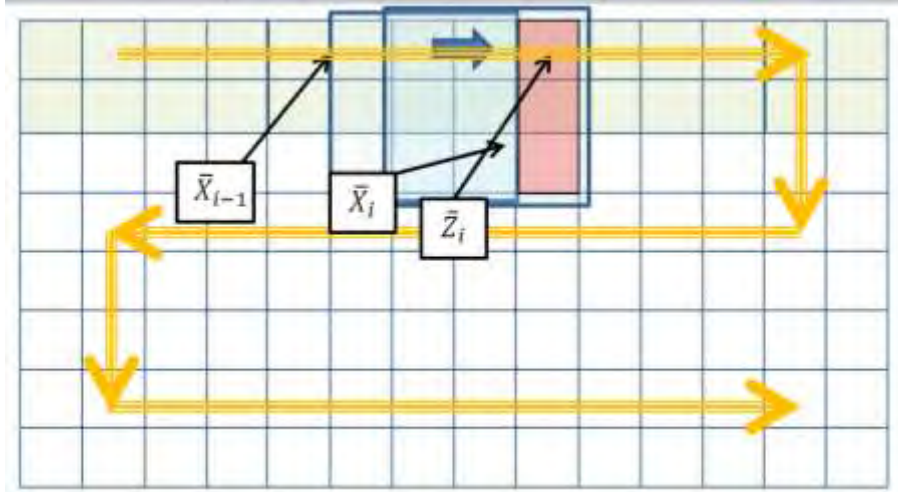


Рисунок 3.25 – Фильтрация изображения при использовании змееобразной развертки

Изображение после подобной развертки в таком случае будет представлено матрицей размером $M_1 M_2 \times M_2/3$. Описать такой массив удобно с помощью следующей простой модификации соотношения (3.21).

$$\bar{X}_j = P_{j-1} \bar{X}_{j-1} + \Sigma_j. \quad (3.28)$$

Вернемся теперь к решению задачи фильтрации изображения. В условиях модели (3.22) модель наблюдения можно переписать как

$$\bar{Z}_j = Y \bar{X}_j + \bar{N}_j,$$

где $\bar{Z}_j = \begin{pmatrix} z_{1,j+1} \\ z_{2,j+1} \\ z_{3,j+1} \end{pmatrix}$, $\bar{N}_j = \begin{pmatrix} n_{1,j+1} \\ n_{2,j+1} \\ n_{3,j+1} \end{pmatrix}$, Y – тензор $9 \times 3 \times 3$, первый слой которого

равен $Y(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, второй и третий слой Y

является нулевым. Тогда можно записать

$$\hat{X}_j = \hat{X}_{\Delta j} + B_j (Z_j - Y \hat{X}_{\Delta j}), \quad (3.29)$$

где $\hat{X}_{\Delta j} = P_{j-1} \hat{X}_{j-1}$; $B_j = P_{\Delta j} Y^T D_j$; $P_{\Delta j} = P_{j-1} P_{D_{j-1}} P_{j-1}^T + V_{\xi j} -$

тензор $9 \times 9 \times 3 \times 3$; $D_j = \Upsilon P_{\Delta j} \Upsilon^T + \sigma_n^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Дисперсия ошибки фильтрации на каждом шаге $P_j = (E - B_j \Upsilon) P_{\Delta j}$, где $P_{\Delta j}$, P_j – тензоры $9 \times 9 \times 3 \times 3$, E – единичный тензор $9 \times 9 \times 3 \times 3$, D_j – вектор из трех элементов. Обратим внимание, что при каждом смещении окна \bar{X}_j на один элемент вправо и оценивания в соответствии с (3.28) выполняется переоценка 6 ранее полученных на двух предыдущих итерациях векторных элементов $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_4, \hat{x}_5, \hat{x}_7, \hat{x}_8$ вектора \bar{X}_j .

Использование выражений (3.28 и 3.29) позволяет также реализовать построчную процедуру фильтрации. При этом на первом шаге выполняется фильтрация первой «строки» изображения. На втором – первого столбца. Третий этап состоит в проведении собственно построчной фильтрации. При этом

$$\hat{X}_{i,j} = \hat{X}_{\Delta i,j} + P_{Di,j} V_n^{-1} (z_{i+1,j+1} - \Upsilon \hat{X}_{\Delta i,j}), \quad (3.30)$$

где $\hat{X}_{\Delta i,j} = P_{i,j} \bar{X}_{i-1,j} + Q_{i,j} \bar{X}_{i,j-1}$, $P_{Di,j} = P_{\Delta i,j} (E + V_n^{-1} P_{\Delta i,j})^{-1}$, $P_{\Delta i,j} = P_{\Delta 1i,j} + P_{\Delta 2i,j} + V_{\xi i,j}$, $P_{\Delta 1i,j} = P_{i,j} P_{Di,j-1} P_{i,j}^T$, $P_{\Delta 2i,j} = Q_{i,j} P_{Di-1,j} Q_{i,j}^T$. Здесь $P_{\Delta ij}$, $P_{\Delta 1ij}$, $P_{\Delta 2ij}$, $P_{Di,j-1}$ – тензоры $9 \times 9 \times 3 \times 3$, $V_n^{-1} = \frac{1}{\sigma_n^2}$, Υ – тензор $9 \times 3 \times 3$, первый слой

которого равен $\Upsilon(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, второй и третий слой

Υ является нулевым. Выражение (3.30) предполагает переоценку всех элементов вектора $\bar{X}_{i,j}$, за исключением последнего, на каждой итерации по результатам обработки одного единственного наблюдения $z_{i+1,j+1}$. При этом важно, что выражение (3.30) дает возможность простого распараллеливания процессов обработки. Действительно для оценки $\hat{X}_{i,j}$ требуется только оценка, сделанная на предыдущем шаге $\hat{X}_{i,j-1}$ и в предыдущей строке $\hat{X}_{i-1,j}$. Соответственно возможно организовать параллельную обработку «строк» изображения, запуская с задержкой на условной такт обработчики по каждой последующей строке (рисунок 3.26).

$$Q_{i,j-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{X}_{i,1}(10)^3 & \bar{X}_{i,1}(10)^3 & 0 & \bar{X}_{i,1}(10)^3 & -4\bar{X}_{i,1}(10)^2 & 0 & -\bar{X}_{i,1}(10)^2 & 2\bar{X}_{i,1}(10) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r(1-r) \end{pmatrix},$$

$$\Sigma_{i,j} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \xi_{i,j} \ \xi_{\rho i,j})^T.$$

Использование такого подхода позволяет также реализовать построчную процедуру фильтрации. При этом, как и ранее, вначале выполняется первой «строки» и первого «столбца» изображения. После этого в отдельных параллельных потоках с запаздыванием на условный такт осуществляется построчная фильтрация. При этом

$$\hat{X}_{i,j} = \hat{X}_{\Delta i,j} + P_{Di,j} V_n^{-1} (z_{i+1,j+1} - Y \hat{X}_{\Delta i,j}), \quad (3.31)$$

где $\hat{X}_{\Delta i,j} = P_{i,j} \bar{X}_{i-1,j} + Q_{i,j} \bar{X}_{i,j-1}$, $P_{Di,j} = P_{\Delta i,j} (E + V_n^{-1} P_{\Delta i,j})^{-1}$, $P_{\Delta i,j} = P_{\Delta 1i,j} + P_{\Delta 2i,j} + V_{\xi i,j}$, $P_{\Delta 1i,j} = P_{i,j} P_{Di,j-1} P_{i,j}^T$, $P_{\Delta 2i,j} = Q_{i,j} P_{Di-1,j} Q_{i,j}^T$. Здесь $P_{\Delta i,j}$, $P_{\Delta 1i,j}$, $P_{\Delta 2i,j}$, $P_{Di,j-1}$ матрицы 10×10 , $V_n^{-1} = \frac{1}{\sigma_n^2}$, Y – матрица 10×3 ,

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найденные процедуры несложно обобщить на произвольный размер окна фильтрации. Так, например, для размера окна 5×5 длина вектора $\bar{X}_{i,j}$ увеличиться с 10 элементов до 26, соответственно размер матриц $P_{i,j}$, $Q_{i,j}$, $P_{\Delta i,j}$, $P_{Di,j}$ составит 26×26 , матрица Y будет иметь размер 5×26 , однако структура всех этих матриц останется без каких либо изменений.

Также обратим особое внимание на то, что все перечисленные фильтры позволяют на каждом шаге фильтрации получать в том числе локальную оценку корреляционных характеристик изображения. Например, для последнего фильтра такой характеристикой является элемент $\bar{X}_{i,j}(10)$ для каждой точки (i,j) . Это дает возможность адаптировать размер окна

фильтрации под оцененные локальные корреляционные характеристики в процессе самой фильтрации. Таковую адаптацию можно интерпретировать в том числе как определение для каждой точки (i, j) некаузальной области, определяющей значение поля в данной точке.

Обратим внимание, что в качестве формирующей модели может быть использована не только модель (2.4). Рассмотрим возможность использования для фильтрации более сложных моделей в частности АРКК моделей. Эти модели позволяют формировать квазиизотропные случайные поля близкие по своим свойствам к реальным сигналам. Их использование позволяет обоснованно надеяться на улучшение качества обработки. Рассмотрим в качестве примера использование двумерной АРКК модели кратности (2,2):

$$x_{ij} = F_{ARMR2,2}(m_{\rho 1} + \rho_{1ij}, m_{\rho 2} + \rho_{2ij}, b_{ij}\xi_{ij}),$$

где $\rho_{1i,j} = F_{ARMR1,1}(r_{11}, r_{12}, \xi_{1i,j})$, $\rho_{2i,j} = F_{ARMR1,1}(r_{21}, r_{22}, \xi_{2i,j})$, $\tilde{\rho}_{1i,j} = m_{\rho 1} + \rho_{1i,j}$, $\tilde{\rho}_{2ij} = m_{\rho 2} + \rho_{2ij}$.

Рассмотрим вначале возможность построения рекуррентного соотношения для вектора $\bar{X}_{1,j} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{0,j-1} & \bar{x}_{0,j} & \bar{x}_{0,j+1} \\ \bar{x}_{1,j-1} & \bar{x}_{1,j} & \bar{x}_{1,j+1} \\ \bar{x}_{2,j-1} & \bar{x}_{2,j} & \bar{x}_{2,j+1} \end{bmatrix}$ в случае если вектор $\bar{X}_{1,j-1} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{0,j-2} & \bar{x}_{0,j-1} & \bar{x}_{0,j} \\ \bar{x}_{1,j-2} & \bar{x}_{1,j-1} & \bar{x}_{1,j} \\ \bar{x}_{2,j-2} & \bar{x}_{2,j-1} & \bar{x}_{2,j} \end{bmatrix}$ уже построен. Тогда снова $\bar{X}_{1,j}(k + W_1(l - 1)) = \bar{X}_{1,j-1}(k + 1 + W_1(l - 1))$ в области пересечения $\bar{X}_{1,j}$ и $\bar{X}_{1,j-1}$. Рассмотрим подробно формирование векторов $\bar{X}_{1,j}(3)$, $\bar{X}_{1,j}(6)$, $\bar{X}_{1,j}(9)$.

$$\bar{X}_{1,j}(3) = \begin{pmatrix} x_{0,j+1} \\ \rho_{10,j+1} \\ \rho_{20,j+1} \end{pmatrix} = 2A_{11}(1,j)\bar{X}_{1,j-1}(3) - A_{12}(1,j)\bar{X}_{1,j-1}(2) + \bar{\xi}_{0,j+1},$$

$$\text{где } A_{11}(1,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{10,j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, A_{12}(1,j) = \begin{pmatrix} (\tilde{\rho}_{10,j-1})^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 \end{pmatrix}.$$

$$\bar{X}_{1,j}(6) = \begin{pmatrix} x_{1,j+1} \\ \rho_{11,j+1} \\ \rho_{21,j+1} \end{pmatrix} = [A_{25}(1,j) - 2A_{23}(1,j)A_{12}(1,j)]\bar{X}_{1,j-1}(2) + [4A_{23}(1,j)A_{11}(1,j) - 4A_{24}(1,j)]\bar{X}_{1,j-1}(3) - A_{22}(1,j)\bar{X}_{1,j-1}(5) + 2A_{21}(1,j)\bar{X}_{1,j-1}(6) - 2A_{23}\bar{\xi}_{0,j+1} + \bar{\xi}_{1,j+1} =$$

$$A_{201}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(2) + A_{202}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(3) - A_{22}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(5) + 2A_{21}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(6) - 2A_{23}\bar{\xi}_{0, j+1} + \bar{\xi}_{1, j+1}$$

$$\text{где } A_{21}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, A_{22}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11, j-1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 \end{pmatrix},$$

$$A_{23}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{20, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}, A_{24}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{10, j}\tilde{\rho}_{20, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}r_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_{25}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{10, j-1}^2\tilde{\rho}_{20, j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2r_{22} \end{pmatrix}, A_{201}(1, j) = A_{25}(1, j) - 2A_{23}(1, j)A_{12}(1, j)$$

$$A_{202}(1, j) = [4A_{23}(1, j)A_{11}(1, j) - 4A_{24}(1, j)].$$

$$\bar{X}_{1, j}(9) = \begin{pmatrix} x_{2, j+1} \\ \rho_{12, j+1} \\ \rho_{22, j+1} \end{pmatrix} = A_{301}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(2) + A_{302}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(3) + A_{303}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(5) +$$

$$+ A_{304}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(6) - A_{32}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(8) + 2A_{31}(1, j)\bar{X}_{1, j-1}(9) +$$

$$+ [2A_{36}(1, j) - 4A_{33}(1, j)A_{23}]\bar{\xi}_{0, j+1} + 2A_{33}(1, j)\bar{\xi}_{1, j+1} + \bar{\xi}_{2, j+1},$$

$$\text{где } A_{31}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{12, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, A_{32}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{12, j-1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 \end{pmatrix},$$

$$A_{33}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{21, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}, A_{34}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11, j}\tilde{\rho}_{21, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}r_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_{35}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11, j-1}^2\tilde{\rho}_{21, j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2r_{22} \end{pmatrix}, A_{36}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{11, j-2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{22}^2 \end{pmatrix},$$

$$A_{37}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{20, j}^2\tilde{\rho}_{10, j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12}^2r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22}^2r_{21} \end{pmatrix}, A_{38}(1, j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{10, j}^2\tilde{\rho}_{20, j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2r_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2r_{22}^2 \end{pmatrix}.$$

$$A_{301}(1, j) = 2A_{33}(1, j)[A_{25}(1, j) - 2A_{23}(1, j)A_{12}(1, j)] - A_{36}(1, j)A_{12}(1, j) - A_{38}(1, j),$$

$$A_{302}(1, j) = A_{37}(1, j) + 2A_{33}(1, j)[4A_{23}(1, j)A_{11}(1, j) - 4A_{24}(1, j)] - 2A_{36}(1, j)A_{11}(1, j),$$

$$A_{303}(1, j) = A_{35}(1, j) - 4A_{33}(1, j)A_{22}(1, j), A_{304}(1, j) = 4A_{33}(1, j)A_{21}(1, j) - 4A_{34}(1, j)$$

Тогда

$$\bar{X}_{1,j} = P_{1,j}\bar{X}_{1,j} + \Sigma_{i,j}$$

$$P_{1j} = \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & -A_{12}(1,j) & 2A_{11}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & A_{201}(1,j) & A_{202}(1,j) & \bar{0} & -A_{22}(1,j) & 2A_{21}(1,j) & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E \\ \bar{0} & A_{301}(1,j) & A_{302}(1,j) & \bar{0} & A_{303}(1,j) & A_{304}(1,j) & \bar{0} & -A_{32}(1,j) & 2A_{31}(1,j) & \bar{0} \end{pmatrix},$$

$$\Sigma_{1j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\xi}_{0,j+1} \\ 0 \\ 0 \\ -2A_{23}\bar{\xi}_{0,j+1} + \bar{\xi}_{1,j+1} \\ 0 \\ 0 \\ [2A_{36}(1,j) - 4A_{33}(1,j)A_{23}]\bar{\xi}_{0,j+1} + 2A_{33}(1,j)\bar{\xi}_{1,j+1} + \bar{\xi}_{2,j+1} \end{pmatrix},$$

где $\bar{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – нулевая матрица, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица.

Аналогичным образом записывается выражение, позволяющее связать два соседних по первому столбцу вектора $\bar{X}_{i,1}$ и $\bar{X}_{i-1,1}$:

$$\bar{X}_{i,1} = Q_{i,1}\bar{X}_{i-1,1} + \Sigma_{i,1},$$

где $Q_{i,1}$ – тензор $9 \times 9 \times 3 \times 3$, $\Sigma_{i,1}$ – матрица 9×3 , определяемые аналогично $P_{1,i}$ и $\Sigma_{1,i}$, например, с помощью обмена индексами.

Наконец можно записать выражение для произвольного $\bar{X}_{i,j}$, $i = 2 \dots M_1$, $j = 2 \dots M_2$.

$$\bar{X}_{i,j} = P_{i,j}\bar{X}_{i-1,j} + Q_{i,j}\bar{X}_{i,j-1} + \Sigma_{i,j},$$

$$\begin{aligned}
\text{где } P_{1j} &= \begin{pmatrix} \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & -A_{12}(i,j) & 2A_{11}(i,j) \end{pmatrix}, \\
A_{11}(i,j) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1i,j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21} \end{pmatrix}, A_{12}(i,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1i,j-2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2 \end{pmatrix}, \\
Q_{i,j} &= \begin{pmatrix} \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & E & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & 0 & -A_{28}(i,j) & A_{27}(i,j) & -A_{26}(i,j) & A_{25}(i,j) & -4A_{24}(i,j) & 2A_{23}(i,j) \end{pmatrix}, \\
A_{23}(i,j) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2i-1,j} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22} \end{pmatrix}, A_{24}(i,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1i-1,j-1}\tilde{\rho}_{2i-1,j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}r_{22} \end{pmatrix}, \\
A_{25}(i,j) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1i-1,j-2}^2\tilde{\rho}_{2i-1,j-2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2r_{12} & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2r_{22} \end{pmatrix}, A_{26}(i,j) = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2i-2,j}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{22}^2 \end{pmatrix}, \\
A_{27}(i,j) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{2i-2,j-1}^2\tilde{\rho}_{1i-2,j-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{12}^2r_{11} & 0 \\ 0 & 0 & r_{22}^2r_{21} \end{pmatrix}, \\
A_{28}(i,j) &= \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{1i-1,j-2}^2\tilde{\rho}_{2i-1,j-2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_{11}^2r_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_{21}^2r_{22}^2 \end{pmatrix}, \Sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \xi_{i,j} \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Указанные соотношения позволяют в полном объеме реализовать процедуры фильтрации (3.29) и (3.30) никак не изменяя их структуру или обозначения.

$$\Sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \xi_{i,j} \\ \xi_{\rho i,j} \end{pmatrix}.$$

Полученные соотношения позволяют использовать для фильтрации выражение (3.31) без каких-либо модификаций.

Выполним сравнительное исследование полученных алгоритмов. Для этого будем использовать несколько фрагментов реальных тестовых спутниковых изображений, полученных с космического аппарата Ladsat 8 в 2017 г. Данные фрагменты представлены на рисунке 3.27.

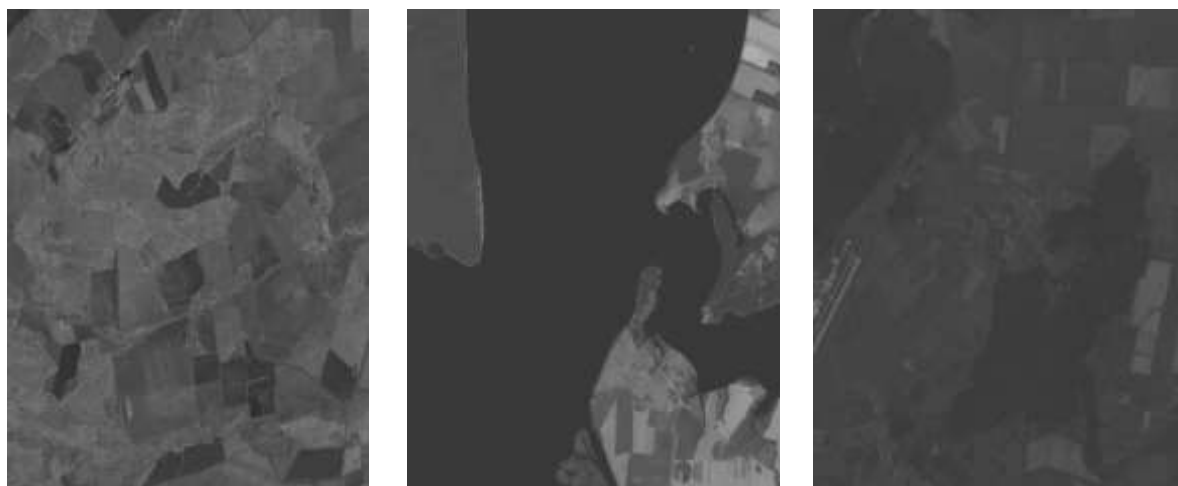


Рисунок 3.27 – Фрагменты многозональных изображений, используемых для оценки эффективности

С целью анализа эффективности найденных алгоритмов указанные изображения были смешаны с белым шумом разной интенсивностью так что отношение сигнал/шум $q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}$ менялось в диапазоне от 2 до 10 и была последовательно выполнена его фильтрация. В таблице 3.2 представлено краткое сравнительное исследование эффективности описанных процедур в сравнении с LPA/ICI алгоритмом [282] и обычным дважды стохастическим фильтром по относительной дисперсии ошибки фильтрации (MSE/σ_x^2).

Таблица 3.2 – Сравнение эффективности ДС фильтров с LPA/ICI алгоритмом

Алгоритм фильтрации	Изображение	Время обработки	q=2	q=5	q=10
LPA/ICI алгоритм	№1	23 сек.	0.076	0.042	0.031
	№2	18 сек.	0.067	0.036	0.028
	№3	28 сек.	0.083	0.045	0.032
Дважды стохастический фильтр	№1	17 мин. 56 сек.	0.089	0.048	0.036
	№2	17 мин 39 сек.	0.083	0.042	0.033
	№3	18 мин 19 сек	0.092	0.051	0.041
Дважды стохастический фильтр с интерполяцией	№1	6 час. 3 мин. 9 сек	0.071	0.038	0.027
	№2	6 час. 1 мин. 11 сек	0.063	0.033	0.024
	№3	6 час. 4 мин. 53 сек.	0.079	0.043	0.030
Дважды стохастическая фильтрация в скользящих окнах при змееобразной развертке (алгоритм 3.29) и использовании ДС модели на основе двумерных авторегрессий с кратными корнями кратности (1,1)	№1	1 мин. 21 сек.	0.091	0.048	0.036
	№2	1 мин. 16 сек.	0.083	0.044	0.033
	№3	1 мин 23 сек.	0.089	0.051	0.041
Дважды стохастическая фильтрация в параллельно скользящих окнах в соответствии с соотношением 3.30 и использовании ДС модели на основе двумерных авторегрессий с кратными корнями кратности (1,1)*	№1	16 сек.	0.068	0.035	0.027
	№2	15 сек.	0.059	0.033	0.025
	№3	16 сек.	0.074	0.04	0.028
Дважды стохастическая фильтрация в параллельно скользящих окнах в соответствии с соотношением 3.31 и использовании ДС модели на основе двумерных авторегрессий с кратными корнями кратности (1,1)*	№1	4.4 сек.	0.076	0.04	0.03
	№2	4.3 сек.	0.064	0.035	0.026
	№3	4.4 сек.	0.083	0.045	0.031

Окончание таблицы 3.2

Алгоритм фильтрации	Изображение	Время обработки	q=2	q=5	q=10
Дважды стохастическая фильтрация в параллельно скользящих окнах в соответствии с соотношением 3.30 и использовании ДС модели на основе двумерных авторегрессий с кратными корнями кратности (2,2)*	№1	46 сек.	0.064	0.031	0.024
	№2	41 сек.	0.053	0.031	0.022
	№3	48 сек.	0.071	0.036	0.025
Дважды стохастическая фильтрация в параллельно скользящих окнах в соответствии с соотношением 3.31 и использовании ДС модели на основе двумерных авторегрессий с кратными корнями кратности (2,2)*	№1	14.2 сек.	0.068	0.035	0.027
	№2	12.9 сек.	0.058	0.033	0.023
	№3	15.0 сек.	0.076	0.039	0.034

* Реализация выполнена на MYCUDA NVIDIA TESLA M4 без тензорной оптимизации.

Анализ представленных результатов свидетельствует о превосходстве предложенного способа фильтрации при различных уровнях сигнал/шум q . Это в том числе связано с наличием протяженных областей на фильтруемом изображении, в пределах которых дважды стохастические фильтры успевают адаптироваться к локальным особенностям изображений. При этом качество обработки при использовании параллельно скользящих и взаимосвязанных окон оказывается даже выше, чем у формально оптимальных дважды стохастических фильтров. Проведенные исследования показывают, что это связано с наличием четких границ на исходных изображениях, приводящих к локальному рассогласованию оптимального дважды стохастического фильтра. Его аналог, выполняющий обработку в некаузальных окнах, имеет существенно более компактную рабочую область и быстрее адаптируется к резким изменениям свойств изображения. Кроме этого очевиден выигрыш в количестве требуемых на реализацию вычислительных ресурсов (на 2-3 порядка). В результате реализованные на CUDA архитектуре алгоритмы оказываются существенно быстрее, чем применяемые в графических редакторах алгоритмы. При этом данный выигрыш может быть существенно

увеличен в случае использования специальных методик оптимизации тензорных операций с учетом разреженности используемых тензоров.

Еще раз обратим внимание, что все рассмотренные алгоритмы предполагают проведение фильтрации шума совместно с оценкой параметров в том числе и внутренних, порождающих моделей. Такие параметры определяют локальные корреляционные свойства описываемого случайного поля. Это наводит на мысль о применении следующей двухступенчатой процедуры. На первом этапе выполняется дважды стохастическая фильтрация в прямом и обратном направлении. Это позволяет определить для каждой пространственной точки (i, j) изображения совокупность корреляционных соотношений, связывающих эту точку с соседними областями. В случае использования ДС моделей на базе АРКК моделей таких связей будет четыре: две по вертикали: $(\hat{\rho}_{1ij}, \hat{\hat{\rho}}_{1ij})$; две по горизонтали $(\hat{\rho}_{2ij}, \hat{\hat{\rho}}_{2ij})$. В самой точке (i, j) будут также дополнительно оценены математическое ожидание $m_{ij} = \hat{a}_{ij}$ и дисперсия $\sigma_{ij}^2 = \hat{b}_{ij}$ (рисунок 3.28а).

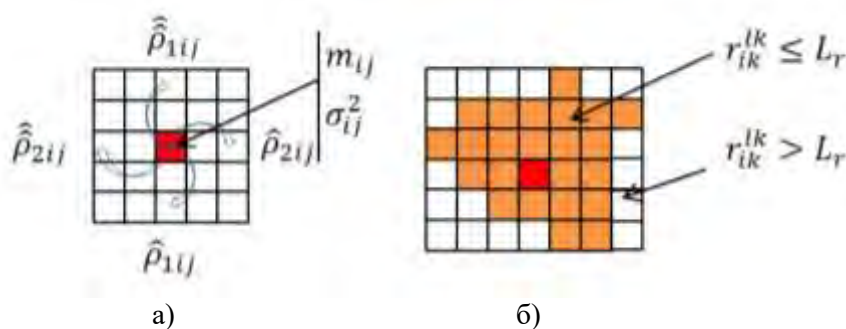


Рисунок 3.28 – Примеры окрестности для формирования некаузального прогноза

Таким образом, плотность распределения любого x_{ij} будет зависеть от соседних отчетов случайного поля $\{x_{i_1j_1}; (i_1, j_1) \in D_{ij}\}$ и оценок $\hat{a}_{ij}, \hat{\rho}_{1ij}, \hat{\hat{\rho}}_{1ij}, \hat{\rho}_{2ij}, \hat{\hat{\rho}}_{2ij}, \hat{b}_{ij}$. Это означает, что само поле $X = \{x_{ij}, i = 1..M_1, j = 1..M_2\}$ будет являться марковским. Это позволяет формировать некаузальные прогнозы для повышения точности обработки. При этом понятно, что из-за различий корреляционных и вероятностных оценок поля в разных точках области этих некаузальных прогнозов будет различной. Для определения этих

областей можно воспользоваться тем фактом, что ДС модель описывает случайное поле с плавно изменяющимися характеристиками, а значит в некоторой окрестности эти характеристики можно считать близкими к постоянным. Тогда ДС модель в этой окрестности можно аппроксимировать обычной АРКК моделью. Тогда последовательно решая дискретные системы уравнений Винера-Хопфа для получившейся АР моделью с кратными корнями характеристических уравнений и оценивая получающуюся ошибку, можно для каждой точки поля X сформировать значимую для некаузального прогноза окрестность и найти коэффициенты некаузального прогноза $\mu_{ijj_1j_1}$, такие что

$$x_{ij} = \sum \sum_{i_1, i_2 \in D_{ij}} \mu_{ijj_1j_1} z_{i_1j_1}$$

На рисунке 3.29 в качестве иллюстрации представлены результаты расчета коэффициентов $\mu_{ijj_1j_1}$, полученные с помощью пакета MatLab R2014a для двумерной АРКК модели с кратностью (2,2) с коэффициентами $\rho_1 = \rho_1 = 0.7$, дисперсией $\sigma_x^2 = 1$ и шума $\sigma_n^2 = 1$ для скользящего окна размером 3×3 , 5×5 , 7×7 .

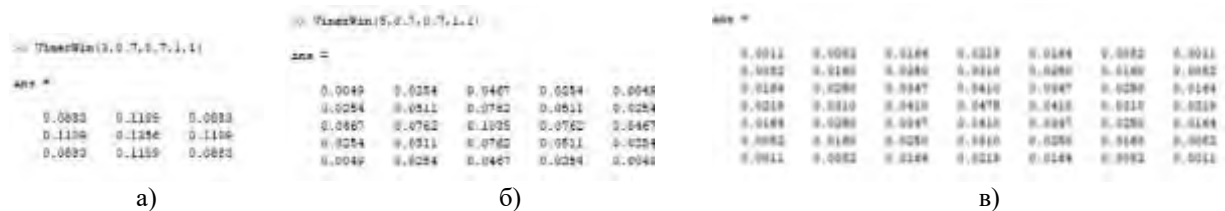


Рисунок 3.29 – Промежуточные расчеты коэффициентов фильтрации

Фактический размер значимой окрестности и, соответственно, размера окна фильтрации можно получить заранее, сравнивая дисперсию ошибки оценивания для окон различных размеров и разных параметров АРКК модели с потенциально достижимой дисперсией ошибку оценивания σ_{min}^2 . Рассчитать σ_{min}^2 для двумерного изображения можно с помощью численного интегрирования выражения $\sigma_{min}^2 = \sigma_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{G(\omega_1, \omega_2) + \sigma_n^2} d\omega_1 d\omega_2$. Энергетический спектр $G(\omega_1, \omega_2)$ можно получить с помощью двумерного преобразования Фурье КФ. Так для АРКК модели кратности (2,2) можно

получить $G(\omega_1, \omega_2) = \frac{(4\sigma_x^2)^2(-\ln\rho_1)^3}{(\omega_1^2+(\ln\rho_1)^2)^2(\omega_2^2+(\ln\rho_2)^2)^2}$. Будем считать размер окрестности, используемой для некаузальной оценки практически достаточным, если достигаемая при этом ошибка оценивания $\sigma_W^2 < 2\sigma_{min}^2$. Для определения требуемого размера окрестности было проведено несколько серий экспериментов, по результатам которых было установлено, что этот размер определяется в основном локальными корреляционными характеристиками изображения и слабо зависит от отношения сигнал/шум. В таблице 3.3 представлены некоторые результаты исследований, позволяющие сопоставить локальным корреляционным характеристикам геометрический размер требуемой окрестности.

Отметим, что для некаузального прогноза при получении таблицы 2 использовались окна прямоугольной и эллипсовидной формы. Однако, наличие информации о корреляционных связях между всеми соседними пикселями изображения, а также разделимость базовой АРКК модели позволяет формировать для каждой точки изображения свою уникальную значимую для некаузального прогноза область D_{ij} . Для этого во многих случаях достаточно выбрать в D_{ij} элементы изображения с координатами (l, k) , такие что оцененные коэффициенты корреляции r_{ik}^{lk} между ними и пикселем (i, j) меньше некоторого порогового значения L_r (рис. 3.26б). Другим вариантом, может быть наполнение области D_{ij} заданным заранее количеством элементов, наиболее коррелированных с точкой (i, j) .

Таблица 3.3 – Зависимость размера значимой окрестности от корреляционных свойств изображения

Коэффициент ρ АРКК модели	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Коэффициент корреляции между соседними элементами поля	0.198	0.384	0.550	0.689	0.8	0.882	0.939	0.975	0.994
Требуемый для выполнения условия $\sigma_W^2 < 2\sigma_{min}^2$ размер окрестности	3	3	5	5	7	9	11	13	15

На рисунке 3.30 представлена еще одна совокупность тестовых фрагментов спутниковых изображений. Как и ранее была проведена серия испытаний, связанных с добавлением белого шума и его последующей фильтрацией.

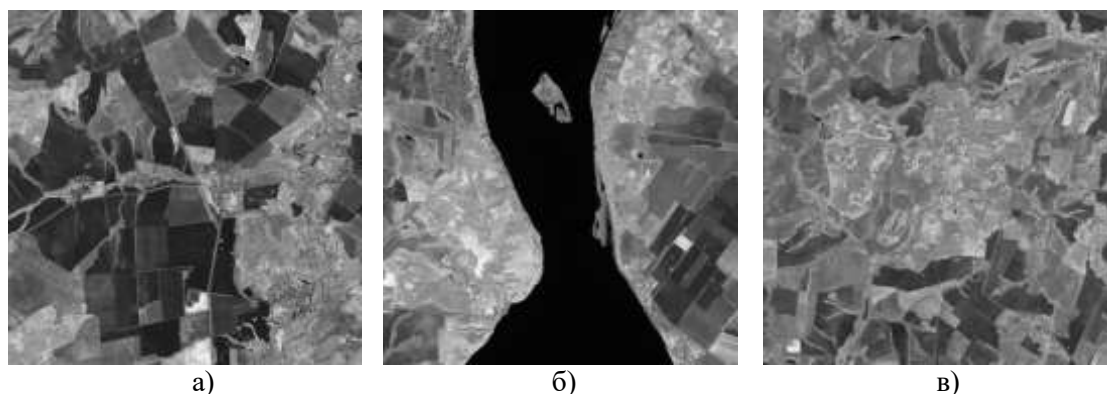


Рисунок 3.30 – Фрагменты многозональных изображений, используемых для оценки эффективности

В таблице 3.4 приведено отношение дисперсии ошибок фильтрации к дисперсии изображения (MSE/σ_x^2).

Таблица 3.4 – Зависимость дисперсии ошибок фильтрации от уровня шума и используемого алгоритма

Используемый алгоритм	Изображение 1			Изображение 2			Изображение 3		
	q = 2	q = 5	q = 10	q = 2	q = 5	q = 10	q = 2	q = 5	q = 10
Алгоритм Anisotropic multiresolution (MR) LPA Denoising	0.067	0.036	0.028	0.059	0.032	0.021	0.073	0.035	0.027
Дважды стохастический фильтр	0.083	0.042	0.033	0.068	0.036	0.028	0.081	0.039	0.034
Некаузальная обработка в квадратном окне	0.063	0.037	0.028	0.056	0.03	0.02	0.072	0.035	0.026
Некаузальная обработка в окне произвольной формы	0.058	0.033	0.024	0.048	0.027	0.017	0.058	0.031	0.024

Анализ представленных в таблице 3.4 данных показывает, что предлагаемая двухэтапная процедура действительно позволяет существенно сократить ошибку фильтрации. Более того, полученные результаты свидетельствует о выигрыше данной процедуры не только в сравнении с обычным дважды стохастическим фильтром, но и с современным высокоэффективным LPA фильтром. Выигрыш однако достигается за счет в том числе существенного увеличения вычислительных затрат, необходимых для осуществления фильтрации. Так время полной обработки фрагмента спутникового изображения размеров (1024×1024) на стандартном персональном компьютере для предложенных процедур фильтрации составляет от 6 до 12 минут.

3.6. Фильтрация спутниковых многозональных изображений и их последовательностей

Представленный фильтр может быть обобщен на случай обработки многозонального изображения. Для этого предположим, что все N двумерных кадров этого многозонального изображения задаются СП $\{x_{ij}^k\}$, $k = 1..N$, размещенным на одной и той же сетке J . Пусть в результате продолжительных наблюдений определена матрица R межкадровых корреляций между отдельными кадрами R . Для этого можно использовать следующие статистики

$$R_{xz}(c, d) = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (z_{m_{ij}}^c - m_m^c)(z_{m_{ij}}^d - m_m^d)}{M \sigma_m^c \sigma_m^d}, \quad (3.32)$$

где M – число многозональных изображений в выборке; $z_{m_{ij}}^c$ – скалярный отчет значения c -го многозонального изображения в точке (i, j) на c -ом кадре; m_m^c и σ_m^c – оценка математическое ожидания и среднеквадратического отклонения на c -ом кадре m -ого многозонального изображения в выборке. Будем также считать, что особенности регистрации объектов на этих кадрах обеспечивает близость внутрикадровых корреляционных характеристик на всех

кадрах. Тогда первый кадр такого многозонального изображения можно описать с помощью модели (2.2), а для описания второго и последующих кадров можно воспользоваться следующим соотношением:

$$x_{ij}^k = \sum_{l=1}^k R(l, k)x_{ij}^l + \sum_{i_1=1}^{M_1} \sum_{j_1=1}^{M_2} v_{i_1 j_1} \xi_{i_1 j_1}^k, \quad (3.33)$$

где $v_{i_1 j_1}$ – элементы треугольной матрицы V , такой что $VV^T = B$, где B – ковариационная матрица отдельного, например, первого кадра в соответствии с (2.13) или (2.15), $\xi_{i_1 j_1}^k$ – отсчеты белого шума с дисперсией $\sigma_{\xi^k}^2 = \prod_{p=1}^k \sqrt{1 - R(p, k)^2}$.

Соотношения (3.33) позволяют модифицировать фильтры п. 3.3 и п. 3.4 для случая многозонального изображения. Для этого ранее необходимо пополнить ранее рассмотренный вектор \bar{x}_{xij} скалярными отчетами $x_{ij}^2, \dots, x_{ij}^N$ и вновь записать нелинейное равенство $\bar{x}_{ij} = \varphi_{ij}(\bar{x}_{ij}) + \bar{\xi}_{ij}$ с учетом соответствующих изменений в векторе $\bar{\xi}_{ij}$. Тогда для фильтрации можно, например, воспользоваться соотношением (3.17), учитывая, что в каждой точке с координатами (i, j) имеется не одно скалярное наблюдение z_{ij} , а вектор таких наблюдений, значения которого соответствуют значениям многозонального изображения в точке (i, j) на соответствующем кадре.

На рисунке 3.31 представлены фрагменты отдельных кадров трех тестовых многозональных спутниковых изображений, полученных с космического аппарата Landsat 8. В каждом обрабатываемом многозональном изображении использовалось восемь спектральных диапазонов [257]. Уровень межкадровой корреляции составил от 0.61 (диапазоны «SWIR-Blue») до 0,99 (диапазоны «Blue-Green»).



Рисунок 3.31 – Фрагменты многозональных изображений, используемых для оценки эффективности

В таблице 3.5 приведено отношение получившейся дисперсии ошибок фильтрации к дисперсии изображения (MSE/σ_x^2).

Таблица 3.5 – Зависимость дисперсии ошибок фильтрации от уровня шума и количества спектральных диапазонов

Количество используемых для фильтрации диапазонов	Изображение 1			Изображение 2			Изображение 3		
	$q = 2$	$q = 5$	$q = 10$	$q = 2$	$q = 5$	$q = 10$	$q = 2$	$q = 5$	$q = 10$
1	0.083	0.042	0.033	0.068	0.036	0.028	0.081	0.039	0.034
2	0.067	0.037	0.029	0.059	0.032	0.026	0.067	0.036	0.028
3	0.064	0.036	0.029	0.056	0.029	0.024	0.063	0.035	0.027
4	0.058	0.033	0.027	0.051	0.028	0.022	0.056	0.033	0.026
5	0.053	0.031	0.026	0.048	0.027	0.021	0.054	0.032	0.025
6	0.052	0.031	0.024	0.046	0.026	0.021	0.054	0.031	0.025
7	0.049	0.028	0.023	0.043	0.024	0.020	0.051	0.029	0.024
8	0.049	0.027	0.023	0.042	0.021	0.019	0.050	0.028	0.022

Анализ данных, представленных в таблице 3.5, показывает, что с ростом количества используемых для обработки спектральных диапазонов эффективность этой обработки существенно возрастает. Так использование всех доступных восьми спектральных диапазонов позволяет снизить дисперсию ошибки фильтрации в среднем на 80% по сравнению с результатами обработки единичного кадра. Найденные решения возможно обобщить на случай обработки ременной последовательности многозональных изображений. Для

этого можно использовать тензорный вариант фильтра Калмана, комбинируя его с результатами фильтрации отдельного многозонального изображения. При этом будем считать, что пространственные сетки J_0, J_1, \dots, J_N , на которых заданы многозональные изображения во временной последовательности, являются идентичными, и каждый вектор-элемент последующего многозонального изображения может быть описан с помощью следующего стохастического уравнения

$$\bar{x}_{ij}^t = \varphi_{ij}^t(\bar{x}_{kl}^{t-1}) + v_{ij}^t(\bar{x}_{kl}^{t-1})\bar{\xi}_{ij}^t, \quad k, l \in J_{t-1},$$

где $\varphi_{ij}^t(\bar{x}_{kl}^{t-1})$ и $v_{ij}^t(\bar{x}_{kl}^{t-1})$ – некоторые функционалы, оперирующие всеми отчетами \bar{x}_{kl}^{t-1} на предыдущем кадре; $\bar{\xi}_{ij}^t$ – вектор независимых нормальных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Будем считать, что для вектора $\varphi_{ij}^t(\cdot)$ существует соответствующая матрица производных $\varphi_{ij}^{t'}(\bar{x}_{kl}^{t-1})$, а отчеты \bar{x}_{ij}^t наблюдаются на фоне аддитивного шума \bar{n}_{ij}^t , так что $\bar{z}_{ij}^t = C\bar{x}_{ij}^t + \bar{n}_{ij}^t$. В последнем выражении C – матрица $N \times (N + 3)$, В этих условиях возможно записать векторно-матричный аналог калмановской фильтрации в следующем виде:

$$\bar{x}_{ij}^t = \hat{x}_{\exists ij}^t + P_{ijkl}^t V_{\theta}^{t-1} (C^T z_{kl}^t - \hat{x}_{\exists kl}^t), \quad (3.34)$$

$$P_{ijkl}^t = P_{\exists ijkl}^t (E + V_{\theta}^{t-1} P_{\exists ijkl}^t),$$

где $\hat{x}_{\exists ij}^t = \varphi_{ij}^t(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1} : i_1, j_1 \in J_{t-1}\})$ – оптимальный прогноз для t -ого многозонального изображения в точке (i, j) по всем точкам $t-1$ -ого многозонального изображения;

$$P_{\exists ijkl}^t = \varphi_{ij}^{t'}(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1} : i_1, j_1 \in J_{t-1}\}) P_{ijkl}^{t-1} \left(\varphi_{ij}^{t'}(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1} : i_1, j_1 \in J_{t-1}\}) \right)^T +$$

$v_{kl}^t(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1} : i_1, j_1 \in J_{t-1}\}) v_{kl}^t(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1} : i_1, j_1 \in J_{t-1}\})^T$ – ковариационная матрица

ошибок экстраполяции; $\hat{x}_{\exists ij}^1 = 0$; $P_{\exists ijkl}^1 = M\{\bar{x}_{ij}^1 \bar{x}_{kl}^1\}$. Выражение (3.34)

позволяет объединить оценки, сделанные на предыдущем $t-1$ кадре, и

наблюдения t -ого кадра. Однако его практическое применение связано с рядом сложностей. Среди этих сложностей можно выделить необходимость определения функции прогноза $\varphi_{ij}^t(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in J_{t-1}\})$ для всех точек $i, j \in J_t$ и значительные вычислительные затраты при вычислении и использовании матриц $P_{\Xi ijkl}^t$ и P_{ijkl}^t . Для преодоления этих сложностей будем считать, что многозональные изображения во временной последовательности пространственно совмещены абсолютно точно, и промежуток времени между регистрациями таких многозональных изображений мал, так что корреляция между соседними многозональными изображениями является значительной. В действительности проведенная оценка корреляционных связей между большим количеством пар реальных многозональных изображений (спутниковая платформа LandSat 8, промежуток между регистраций 14 дней) показывает среднюю такую корреляцию на уровне 0,94-0,97. Тогда можно считать, что пространственная область $G_{ij}^{t-1} = \{k, l: \hat{x}_{ij}^{t-1} = \varphi_{ij_local}^{t-1}(\{\bar{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in G_{ij}^{t-1}\})\}$ на $t-1$ -ом многозональном изображении, содержащая отсчеты, используемые для прогноза в точку (i, j) с помощью функционала $\varphi_{ij_local}^{t-1}()$, близка к аналогичной области G_{ij}^t на t -ом многозональном изображении. Также отметим, что в условиях пространственной неоднородности обрабатываемых многозональных изображений количество векторов оценок входящих в области G_{ij}^{t-1} и G_{ij}^t может быть разным в разных точках (i, j) . Использование медленно меняющейся свои вероятностные и корреляционные свойства дважды стохастической модели позволяет аппроксимировать ковариационной функцию в областях G_{ij}^{t-1} и G_{ij}^t пространственно однородной и делимой на основе выражений (2.13) и (2.15).

В значительном количестве случаев пространственно-временная корреляция и корреляция по времени оказываются делимыми. То есть $M\{\bar{x}_{ij}^t, \bar{x}_{kl}^s\} = R_T(t, s)R_x^t(i, j, k, l)$, где $R_T(t, s)$ – межкадровая корреляционная функция, $R_x(i, j, k, l)$ – внутрикадровый корреляционный тензор. Тогда $\hat{x}_{\Xi ij}^t =$

$\varphi_{ij}^t \varphi_{ij}^t(\{\hat{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in J_{t-1}\}) \cong \rho \varphi_{ij_local}^{t-1}(\{\bar{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in G_{ij}^{t-1}\})$. При этом $R_T(t, s)$ оказывается удобным аппроксимировать выражением $R_T(t, s) = \rho^{|t-s|}$, а $R_x^t(i, j, k, l) \approx R_{x_{1 \times 2}}^t(|i-j|, |k-l|)R_{x_3}$ в пределах G_{ij}^t . В последнем выражении $R_{x_{12}}^t(|i-j|, |k-l|)$ определяется выражением (2.15), а R_{x_3} – матрица $(N+3) \times (N+3)$, построенная с помощью расширения матрицы межкадровых корреляционных характеристик многозонального изображения (3.32) единичной матрицей 3×3 , определяющей корреляционное взаимодействие вспомогательных слоев.

Тогда для выражения (3.34) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{ij}^t &= \rho \varphi_{ij_local}^{t-1}(\{\bar{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in G_{ij}^{t-1}\}) + \\ P_{ijkl}^t V_\theta^{t-1} (C^T z_{kl}^t - \rho \varphi_{ij_local}^{t-1}(\{\bar{x}_{i_1 j_1}^{t-1}: i_1, j_1 \in G_{ij}^{t-1}\})), \quad k, l \in G_{ij}^{t-1} \\ P_{ijkl}^t &= P_{\exists ijkl}^t (E + V_\theta^{t-1} P_{\exists ijkl}^t), \\ P_{\exists ijkl}^t &= \rho^2 P_{ijkl}^{t-1} + (1 - \rho^2) R_{x_{1 \times 2}}^t(|i-j|, |k-l|) R_{x_3} V_\theta^{t-1}, \end{aligned}$$

с начальными условиями $P_{\exists ij}^1 = R_{x_{1 \times 2}}^t(|i-j|, |k-l|) R_{x_3} V_{\theta ij}^{1-1}$.

На рисунке 3.32 в виде графической иллюстрации представлен процесс последовательного объединения оценок на предыдущем изображении и наблюдений на текущем многозональном изображении.

Представленные в работе алгоритмы обработки можно объединить в рамках следующей схемы обработки временной последовательности многозональных изображений. Обратим внимание, что обработка многозонального изображения в соответствии со схемой на рисунке 3.33 может также включать дополнительные процедуры, упрощающие обработку. Такими процедурами могут быть алгоритмы тематической обработки спутниковых многозональных изображений, позволяющие выполнить предварительную сегментацию этих изображений.

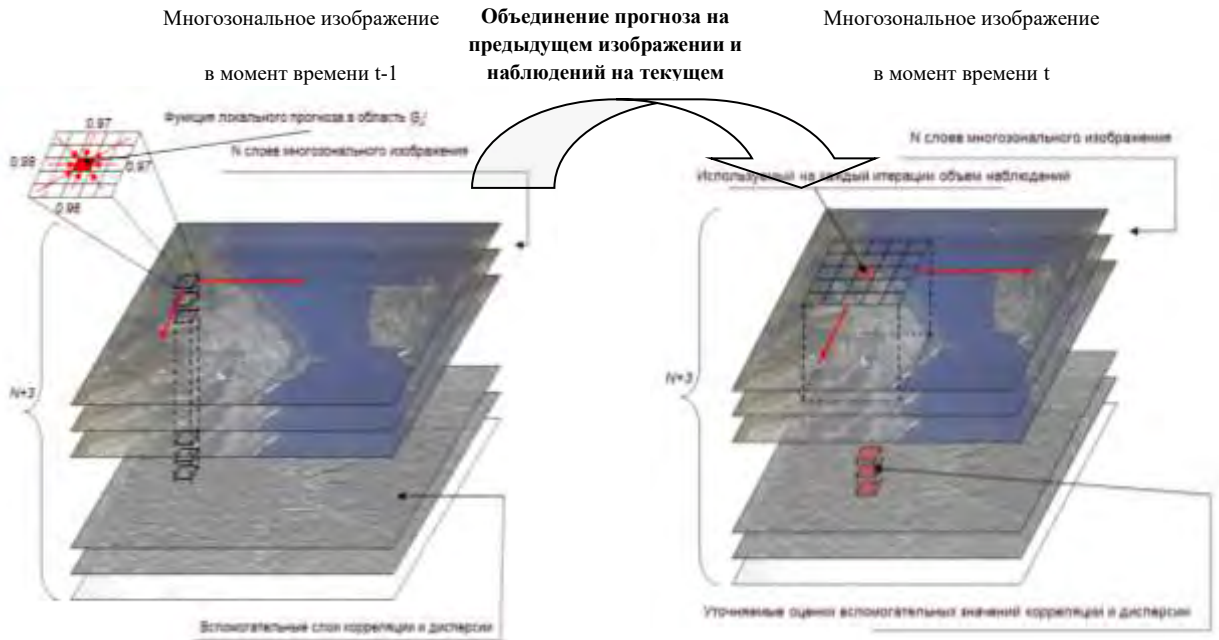


Рисунок 3.32 – Обработка последовательности многозональных изображений



Рисунок 3.33 – Схема обработки последовательности многозональных изображений

В таблице 3.6 сведены результаты анализа эффективности найденных процедур обработки спутниковых изображений на рисунке 3.31 для случаев обработки отдельного кадра, всего многозонального изображения, дополнительной некаузальной обработки с помощью скользящего окна изменяемого размера, тензорной фильтрации временной последовательности многозональных изображений. Для сравнения приведены результаты использования алгоритма Anisotropic multiresolution (MR) LPA Denoising [282]. Отношение сигнал/шум для всех случаев составил $q = 10$.

Таблица 3.6 – Зависимость дисперсии ошибок фильтрации от уровня шума, используемого алгоритма и количества изображений в последовательности

Алгоритм	Изображение 1				Изображение 2				Изображение 3			
	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 8$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 8$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 8$
Алгоритм Anisotropic multiresolution (MR) LPA Denoising (BLUE диапазон)	0.028	0.026	0.029	0.028	0.02	0.021	0.021	0.022	0.027	0.031	0.028	0.027
ДСФ (BLUE диапазон)	0.033	0.035	0.033	0.34	0.028	0.026	0.032	0.031	0.034	0.035	0.034	0.031
ДСФ для отдельного многозонального изображения	0.027	0.028	0.028	0.026	0.021	0.023	0.022	0.02	0.028	0.029	0.027	0.028
Совместное использование ДСФ и последующей фильтрации в скользящем окне произвольной формы	0.023	0.024	0.023	0.023	0.018	0.019	0.018	0.017	0.022	0.024	0.023	0.024
Алгоритм, основанный на использовании тензорного фильтра	0.023	0.020	0.018	0.017	0.018	0.015	0.014	0.014	0.022	0.018	0.017	0.017

Анализ представленных данных показывает, что ДС фильтр при обработке отдельного двумерного кадра незначительно проигрывает референсному LPA алгоритму. Однако, получаемые с помощью ДСФ корреляционные поля позволяют выполнять совместную обработку всех кадров многозонального изображения, формировать некаузальный прогноз и осуществлять обработку временной последовательности многозональных изображений. При использовании всех указанных методик выигрыш по нормированному MSE может достигать 50% в сравнении с LPA алгоритмом.

3.7. Восстановление изображений на основе дважды стохастических моделей

Важным случаем использования математических моделей изображений является задача восстановления поврежденного или отсутствующего фрагмента процесса или изображения по оставшимся элементам. Для ее решения необходимо с минимальной погрешностью выполнить прогноз в отсутствующую область, используя информацию в окрестности этой области и предположения о корреляционной связи элементов внутри и вне поврежденной области. Вначале сформулируем данную задачу для одномерного случая следующим образом. Пусть имеется совокупность случайных величин $\{x_i\}$, $i = 1 \dots M$, являющихся реализацией описываемых дважды стохастической моделью и наблюдаемых на фоне белого шума. Пусть в силу некоторых обстоятельств (выхода из строя измерительной аппаратуры, сильных шумов и т.д.) в диапазоне $[a, b] : 1 < a < b < M$ эти наблюдения отсутствуют или являются совершенно недостоверными. Требуется произвести оценку $\{x_i\}$, $i = a \dots b$ наилучшим образом.

Для решения поставленной задачи воспользуемся дважды стохастическим фильтром. В случае отсутствия отсчетов в иные моменты времени фильтр (3.6) для модели (2.4) можно переписать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{\rho}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\rho_0 + \hat{\rho}_{i-1})\hat{x}_{i-1} \\ r\hat{\rho}_{i-1} \end{pmatrix} + B_i(z_i - (\rho_0 + \hat{\rho}_{i-1})\hat{x}_{i-1}), \quad (3.35)$$

где $B_i = P_i C^T D_i^{-1} = P_{\exists i} C^T (C P_{\exists i} C^T + \sigma_n^2)^{-1}$, $P_i = P_{\exists i} - B_i C P_{\exists i} = (E - B_i C) P_{\exists i}$,

$$\begin{aligned} P_{\exists i} &= \Pi_{i-1} P_{i-1} \Pi_{i-1}^T + V_{\psi i} \\ &= \begin{pmatrix} (\rho_0 + \hat{\rho}_{i-1}) & \hat{x}_{i-1} \\ 0 & r \end{pmatrix} P_{i-1} \begin{pmatrix} (\rho_0 + \hat{\rho}_{i-1}) & 0 \\ \hat{x}_{i-1} & r \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} \sigma_x^2 \sqrt{1 - (\rho_0 + \hat{\rho}_{i-1})^2} & 0 \\ 0 & \sigma_\rho^2 \sqrt{1 - r^2} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Несложно записать аналогичный фильтр и для более сложных одномерных дважды стохастических моделей.

В случае если для $i = a, \dots, b$ отсутствуют наблюдения либо эти наблюдения являются недостоверными, то фильтр (3.35) при выполнении оценки будет оперировать только экстраполированной оценкой $\hat{x}_{\Delta i} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_{i-1} \hat{x}_{i-1} \\ r \hat{\rho}_{i-1} \end{pmatrix}$ и $P_i = P_{\Delta i}$. Выполним исследование точности подобной экстраполяции. Для этого с помощью модели (2.4) произведем имитацию большого количества реализаций временных последовательностей случайных процессов и выполним оценку отсутствующих в диапазоне $[a, \dots, b]$ в момент времени $t = T$ величин. В качестве референсного алгоритма будет использовать обычную калмановскую фильтрацию и соответствующие экстраполированные оценки. На рисунке 3.34а представлены усредненные ошибки экстраполяции, возникающие при использовании дважды стохастической фильтрации (1) и калмановской фильтрации (2). При этом $\sigma_x^2 = 1$, $\sigma_\rho^2 = 0.01$, $r = 0.9$, $\rho_0 = 0.9$, $a = 40$, $b = 60$. Для сравнения представлены теоретически возможные дисперсии ошибок экстраполяции, возникающие при использовании фильтра Калмана (3).

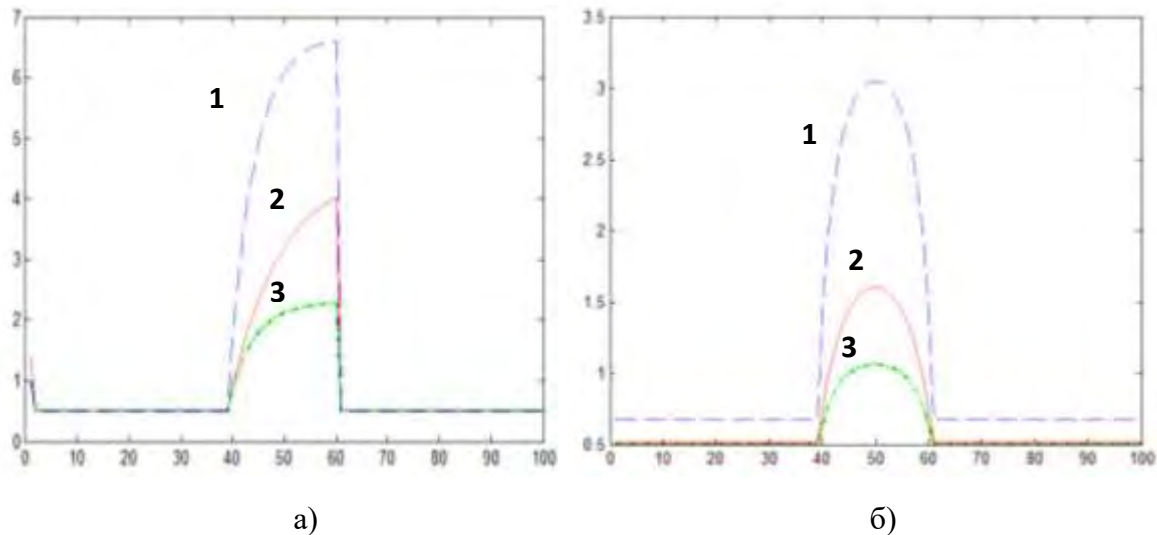


Рисунок 3.34 – Усредненные ошибки экстраполяции

Поскольку и дважды стохастический и калмановский фильтр являются рекуррентными, то ошибка восстановления для всех фильтров растет вместе с расстоянием от ближайшего предыдущего наблюдения. Уменьшить этот эффект возможно используя технику интерполяции, представленную в том

числе п. 3.2. Обозначим для однозначности получаемую с помощью такой процедуры оценку через $\hat{x}_{\Delta i}^T$ и составим диагональную матрицу $\tilde{P}_{\Delta ij}^T = \begin{cases} \tilde{\sigma}_{\Delta i}^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$, где $\tilde{\sigma}_{\Delta i}^2 = M((\hat{x}_{\Delta i} - x_i)^2)$ дисперсия ошибки интерполированного восстановления. На рисунке 3.34б представлены результаты подобного комплексирования результатов прямого и обратного хода фильтров. Анализ представленных кривых позволяет сделать вывод о существенно меньшей ошибке восстановления при использовании дважды стохастического фильтра по сравнению с линейным калмановским. На рисунке 3.35 представлена зависимость среднего выигрыша Q дважды стохастического фильтра в сравнении с калмановским по ошибке экстраполяции в пределах восстанавливаемого фрагмента.

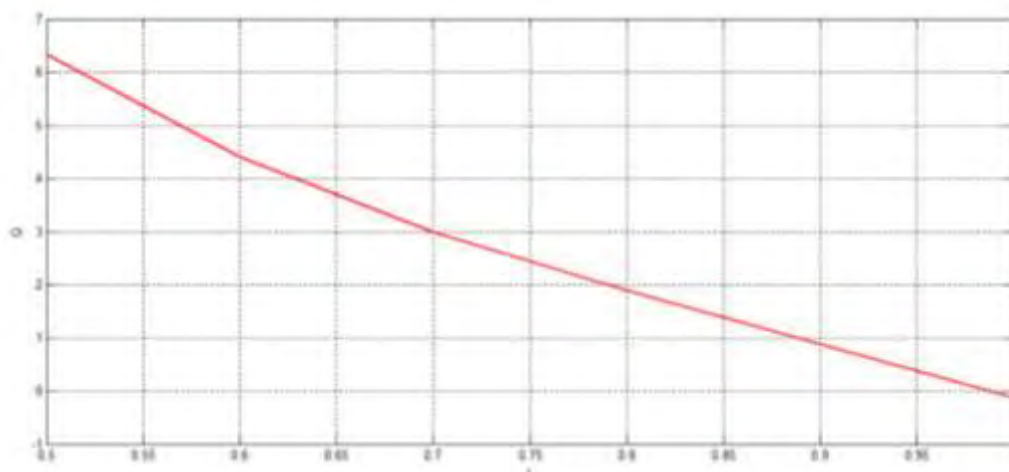


Рисунок 3.35 – Выигрыш дважды стохастического фильтра в сравнении с калмановским по ошибке экстраполяции в пределах восстанавливаемого фрагмента

Из графика на рисунке 3.35 видно, что с уменьшением параметра r , то есть с увеличением степени нестационарности обрабатываемого сигнала выигрыш дважды стохастического фильтра увеличивается. При приближении r к единице, то есть при близости модели (2) к обычным АР моделям этот выигрыш ожидаемо уменьшается до нуля. При этом очень важно, что даже при $r \approx 1$ проигрыш дважды стохастического фильтра не превосходит 5-6%. Это

позволяет сделать вывод об обоснованности использования дважды стохастической фильтрации в решении указанной задачи восстановления.

Обратим внимание на следующую важную деталь. При восстановлении сигнала с помощью дважды стохастического фильтра в силу его природы используются каузальные оценки. В п. 2.6 показано, что ошибки, возникающие при подобном оценивании, могут быть аппроксимированы независимыми нормальными случайными величинами. При этом дисперсия этих случайных величин будет совпадать с дисперсией ошибки восстановления в данной точке. Тогда подобные ошибки можно рассматривать как шум с переменной дисперсией, аддитивно смешанный с полезным сигналом. Мы будем использовать этот факт в дальнейшем при объединении информации из совокупностей наблюдений, полученных в разное время.

Рассмотрим теперь задачу восстановления поврежденного участка двумерного изображения. Пусть это изображение также может быть описано с помощью дважды стохастической модели. Пусть для определенности этой моделью является следующая:

$$x_{i,j} = (\rho_1 + \rho_{1i-1,j})x_{i-1,j} + (\rho_2 + \rho_{2i,j-1})x_{i,j-1} - (\rho_1 + \rho_{1i-1,j-1})(\rho_2 + \rho_{2i-1,j-1})x_{i-1,j-1} + \xi_{i,j},$$

где

$$\begin{aligned} \rho_{1i,j} &= r_{11}\rho_{1i-1,j} + r_{12}\rho_{1i,j-1} - r_{11}r_{12}\rho_{1i-1,j-1} + \xi_{1i,j}, \\ \rho_{2i,j} &= r_{21}\rho_{2i-1,j} + r_{22}\rho_{2i,j-1} - r_{21}r_{22}\rho_{2i-1,j-1} + \xi_{2i,j}, \end{aligned}$$

$\{\xi_{i,j}\}$, $\{\xi_{1i,j}\}$ и $\{\xi_{2i,j}\}$ – двумерные СП независимых гауссовских СВ с нулевыми средними и дисперсиями $M\{\xi_{i,j}^2\} = \sigma_\xi^2$, $M\{\xi_{1i,j}^2\} = \sigma_{\rho_1}^2$, $M\{\xi_{2i,j}^2\} = \sigma_{\rho_2}^2$, $\sigma_{\rho_1}^2 = M\{\rho_{1i,j}^2\}$, $\sigma_{\rho_2}^2 = M\{\rho_{2i,j}^2\}$, r_{11} , r_{12} , r_{21} , r_{22} , ρ_1 , ρ_2 – некоторые константы; $i = 1..M_1$, $j = 1..M_2$. Пусть изображение, описываемое такой моделью, наблюдается на фоне аддитивного белого шума, так что

$$z_{i,j} = x_{i,j} + n_{i,j},$$

где $n_{i,j}$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию $M\{n_{i,j}^2\} = V_{ni,j}$.

Предположим, что в некоторой области G_1 наблюдения либо отсутствуют либо недостоверны. Требуется получить оценки $\hat{x}_{i,j}, i, j \in G_1$.

Для решения поставленной задачи наиболее удобной оказывается модификация дважды стохастического фильтра, предполагающего поточечную обработку изображения как в работе [48]. При этом будем считать, что параметры модели либо известны либо могут быть оценены в ходе предварительной обработки неповрежденных участков изображения. Тогда процесс фильтрации может быть представлен с помощью следующего соотношения:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{i,j} \\ \hat{\rho}_{xi,j} \\ \hat{\rho}_{yi,j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{\exists i,j} \\ \hat{\rho}_{x\exists i,j} \\ \hat{\rho}_{y\exists i,j} \end{pmatrix} + P_{i,j} V_{ni,j}^{-1} T_{i,j} (z_{i,j} - \hat{x}_{\exists i,j}), \quad (3.35)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{1i,j} &= r_{11}\hat{\rho}_{1i-1,j} + r_{12}\hat{\rho}_{1i,j-1} - r_{11}r_{12}\hat{\rho}_{1i-1,j-1}, \\ \hat{\rho}_{2i,j} &= r_{21}\hat{\rho}_{2i-1,j} + r_{22}\hat{\rho}_{2i,j-1} - r_{21}r_{22}\hat{\rho}_{2i-1,j-1}, \end{aligned}$$

$$x_{i,j} = (\rho_1 + \hat{\rho}_{1i-1,j})\hat{x}_{i-1,j} + (\rho_2 + \hat{\rho}_{2i,j-1})\hat{x}_{i,j-1} - (\rho_1 + \hat{\rho}_{1i-1,j-1})(\rho_2 +$$

$$\hat{\rho}_{2i-1,j-1})\hat{x}_{i-1,j-1}, \quad T_{i,j} = \begin{cases} (1 & 0 & 0)^T & \text{если имеется } z_{i,j} \\ (0 & 0 & 0)^T & \text{если } z_{i,j} \text{ отсутствует} \end{cases}, \quad P_{i,j} = P_{\exists i,j}(E +$$

$$V_{ni,j}^{-1}P_{\exists i,j})^{-1}, \quad P_{\exists i,j} = P_{\exists-1,0,i,j} + P_{\exists 0,-1,i,j} + P_{\exists-1,-1,i,j} + V_{\xi},$$

$$V_{\xi} = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\rho_1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\rho_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Оценивание по формуле (3.35) осуществляется в каждой точке (i, j) СП.

При этом $P_{\exists 1ij}, P_{\exists 2ij}, P_{\exists 3ij}$ – вклады соответствующих элементов, такие что

$$P_{\exists-1,0,i,j} = Q_{-1,0,i,j}P_{i,j}Q_{-1,0,i,j}^T, \quad P_{\exists 0,-1,i,j} = Q_{0,-1,i,j}P_{i,j}Q_{0,-1,i,j}^T, \quad P_{\exists-1,-1,i,j} =$$

$$Q_{-1,-1,i,j}P_{i,j}Q_{-1,-1,i,j}^T, \quad \text{где}$$

$$Q_{-1,0,i,j} = \begin{pmatrix} \rho_{x0} + \hat{\rho}_{xi,j-1} & \hat{x}_{i,j-1} & 0 \\ 0 & r_{x1} & 0 \\ 0 & 0 & r_{y1} \end{pmatrix}, \quad Q_{0,-1,i,j} = \begin{pmatrix} \rho_{x0} + \hat{\rho}_{xi-1,j} & 0 & \hat{x}_{i-1,j} \\ 0 & r_{x2} & 0 \\ 0 & 0 & r_{y2} \end{pmatrix},$$

$$Q_{-1,-1,i,j} = \begin{pmatrix} (\rho_{x0} + \rho_{xi-1,j-1})(\rho_{y0} + \rho_{yi-1,j-1}) & (\rho_{y0} + \rho_{yi-1,j-1})x_{i-1,j-1} & (\rho_{x0} + \rho_{xi-1,j-1})x_{i-1,j-1} \\ 0 & -r_{x1}r_{x2} & 0 \\ 0 & 0 & -r_{y1}r_{y2} \end{pmatrix}.$$

При усложнении используемой ДС модели в представленном фильтре соответствующим образом изменяется экстраполированная оценка $\begin{pmatrix} \hat{x}_{\Delta i,j} \\ \hat{\rho}_{x\Delta i,j} \\ \hat{\rho}_{y\Delta i,j} \end{pmatrix}$ и количество слагаемых в $P_{\Delta i,j}$. Представленный нелинейный дважды стохастический фильтр позволяет получить вектор оценок $\begin{pmatrix} \hat{x}_{i,j} \\ \hat{\rho}_{xi,j} \\ \hat{\rho}_{yi,j} \end{pmatrix}$ даже в отсутствие части наблюдений $z_{i,j}$.

Используем синтезированный алгоритм для восстановления поврежденного изображения. Для этого вначале будем использовать множество имитированных с помощью ДС изображений, пораженных аддитивным шумом и имеющих отсутствующие фрагменты разного размера. На рисунке 3.36 представлены некоторые результаты такой имитации и показаны результаты восстановления изображения.

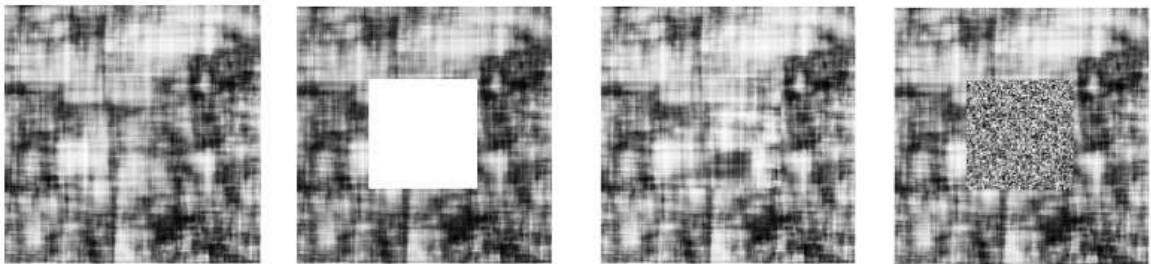


Рисунок 3.36 – Восстановление изображения. Слева направо: исходное изображение, поврежденное изображение, восстановление по АР ДС модели, восстановление по АР модели

Визуальный анализ представленного рисунка показывает, что восстановление с помощью сочетания ПГ оценивания и нелинейного дважды стохастического фильтра с учетом повреждений существенно ближе к реальному изображению, чем применение простейшей модели.

На рисунке 3.37 показаны зависимости одномерного среза дисперсии ошибки восстановления, осуществляемого на основе простейшей АР и ДС моделей.

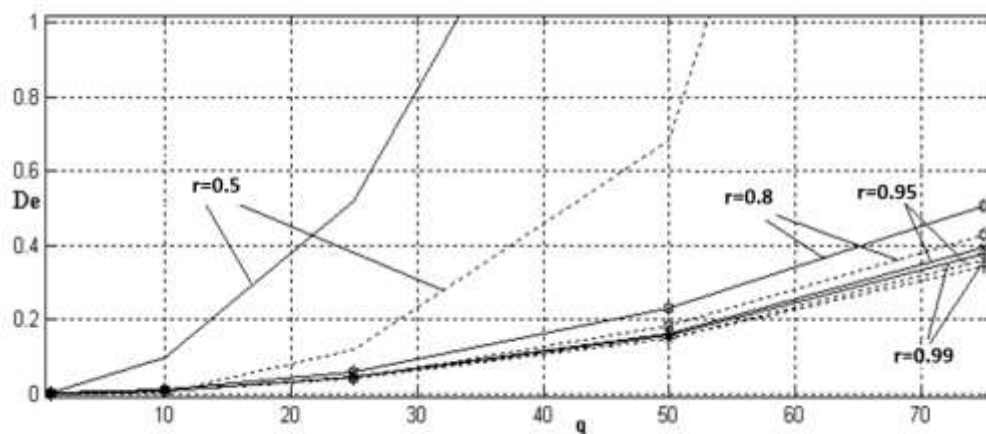


Рисунок 3.37 – Зависимости ошибок от размера повреждений и параметров модели

Анализ представленных кривых демонстрирует преимущество ДС модели при восстановлении изображения. Так, например, при размере повреждений $r = r_{x1} = r_{x2} = r_{y1} = r_{y2} = 0.5$ выигрыш, получающийся при использовании ДС модели вместо АР, составляет в среднем до трех раз по дисперсии ошибки оценивания. При увеличении показателя однородности поля r выигрыш уменьшается, но даже при $r = 0.99$ он составляет в среднем порядка 4%. Предложенный алгоритм нелинейной фильтрации может быть применен не только к имитируемым изображениям, но и к реальным. Действительно, алгоритм позволяет получить не только средние значения корреляционных параметров, а их значения в каждой точке. При этом полученные результаты могут быть использованы при подгонке параметров моделей по характеристикам реальных изображений.

Результаты такой реализации для трех изображений при разных размерах восстанавливаемых областей представлены на рисунках 3.38, 3.39. Для сравнения представлены и реализации на основе трехточечной и восьмиточечной моделей, коэффициенты которых могут быть найдены из выражений для АРКК моделей.

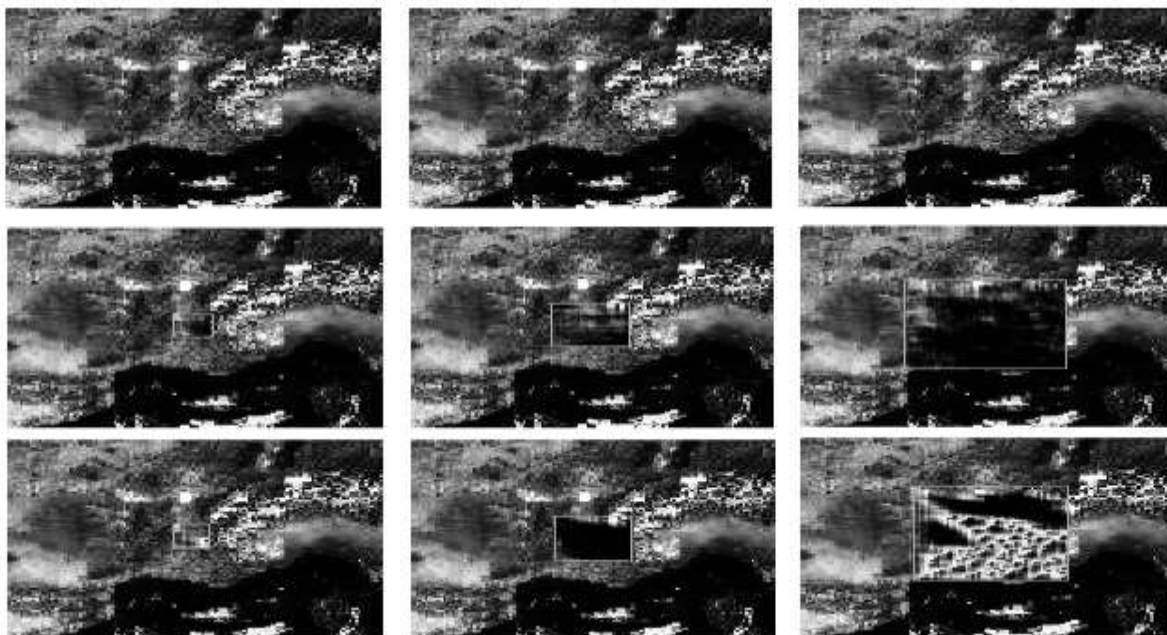


Рисунок 3.38 – Восстановление спутникового изображения (сверху вниз: реальное изображение, результат восстановления по трехточечной АР модели и по ДС модели на основе АРКК кратности (1,1) и (2,2) в зависимости от размера повреждений

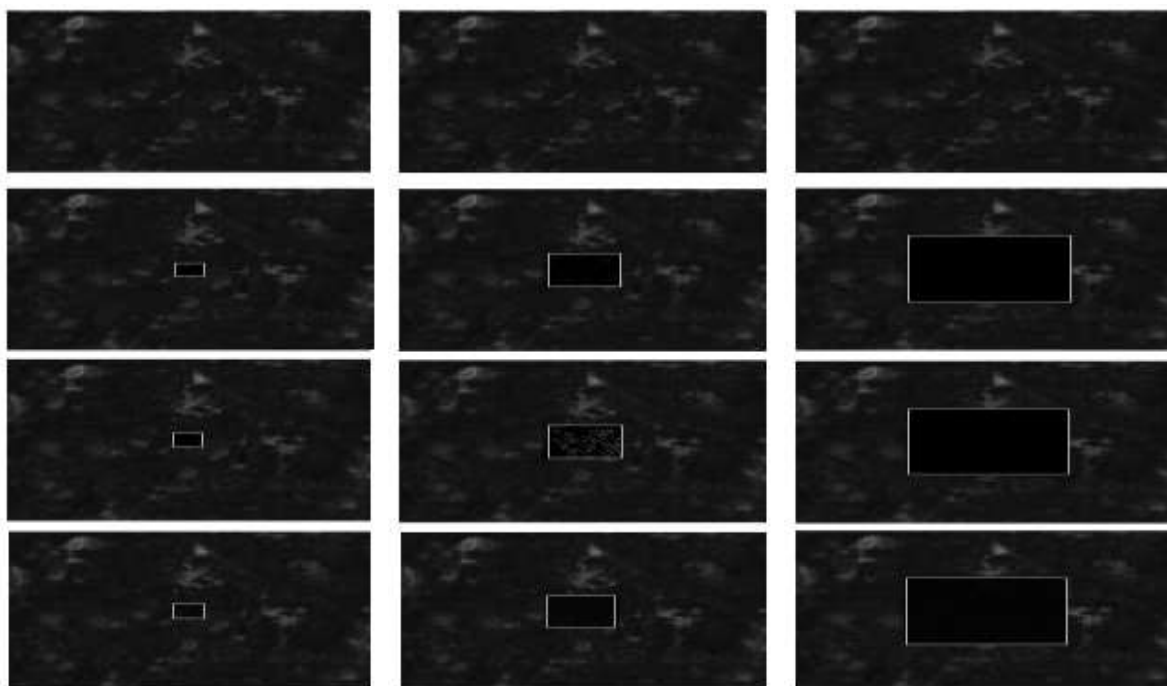


Рисунок 3.39 – Восстановление спутникового изображения (сверху вниз: реальное изображение, результат восстановления по трехточечной АР модели и по ДС модели на основе АРКК модели кратности (1,1) и (2,2) в зависимости от размера повреждений

Анализ рисунков 3.38 – 3.39 позволяет сделать вывод, что удовлетворительного восстановления при больших размерах повреждений q можно добиться лишь с использованием модели с изменяющимися

корреляционными параметрами. Лучшие результаты получены для рисунка 3.38, где реальное изображение является выражено неоднородным. На картинках рисунка 3.39 дисперсия яркости изображения невелика. В связи с этим относительные ошибки становятся больше.

Анализ показывает, что для рассмотренных изображений с ростом поврежденной области растет и дисперсия ошибки восстановления. При этом значительное увеличение дисперсии ошибки для алгоритма с использованием фильтра Калмана для изменяющихся параметров происходит при $q > 20$, в то время как для моделей с постоянными параметрами такое увеличение наблюдается при $q > 10$. Это объясняется тем, что при оценке полей коэффициентов корреляции во время фильтрации извлекается больше информации об изображении.

Повысить точность восстановления возможно, объединяя результаты фильтрации в нескольких направлениях: из верхнего левого угла в нижний правый; из нижнего левого угла в верхний правый; из верхнего правого угла в нижний левый; из нижнего правого угла в верхний левый. Само комплексирование возможно проводить по схеме, представленной в работе [48]. На рисунках 3.40 – 3.42 представлены различные поврежденные изображения и результат их восстановления: *a* – поврежденное изображение, *б* – восстановление из левого верхнего угла, *в* – восстановление из правого верхнего угла, *г* – восстановление из левого нижнего угла, *д* – компенсированное изображение, *д* – восстановление моделью Хабиби из левого верхнего угла. Размер повреждения $q = 40$ для всех рисунков. Размеры изображений: рисунок 3.40 – 290×290 , рисунок 3.41 – 330×330 , рисунок 3.42 – 440×440 . Дисперсия ошибки рассчитана из отношения к дисперсии изображения.

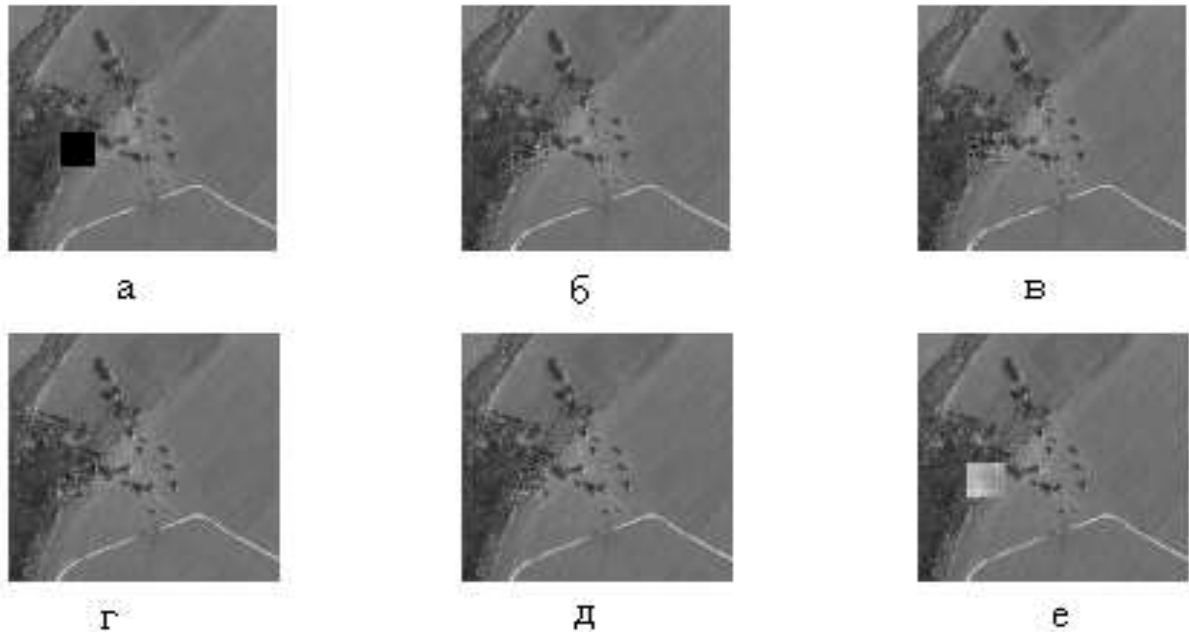


Рисунок 3.40 – Восстановление изображений

Дисперсии ошибок восстановления (б-е): 0.045685, 0.059835, 0.045017, 0.041065, 0.33508

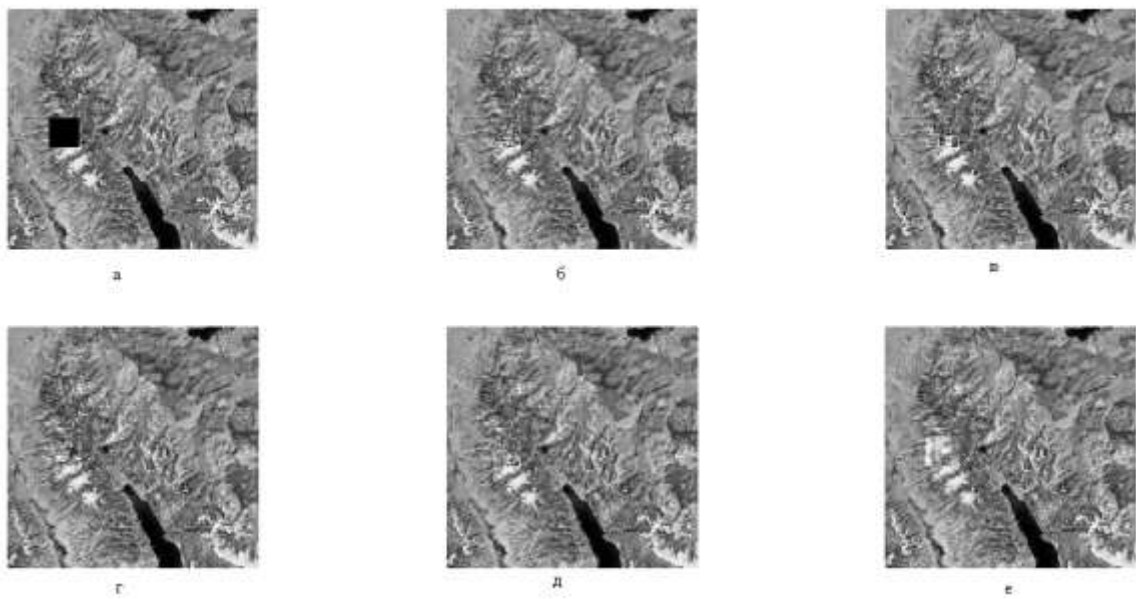


Рисунок 3.41 – Восстановление изображений

Дисперсии ошибок восстановления (б-е): 0.031099, 0.03971, 0.035008, 0.031386, 0.043248

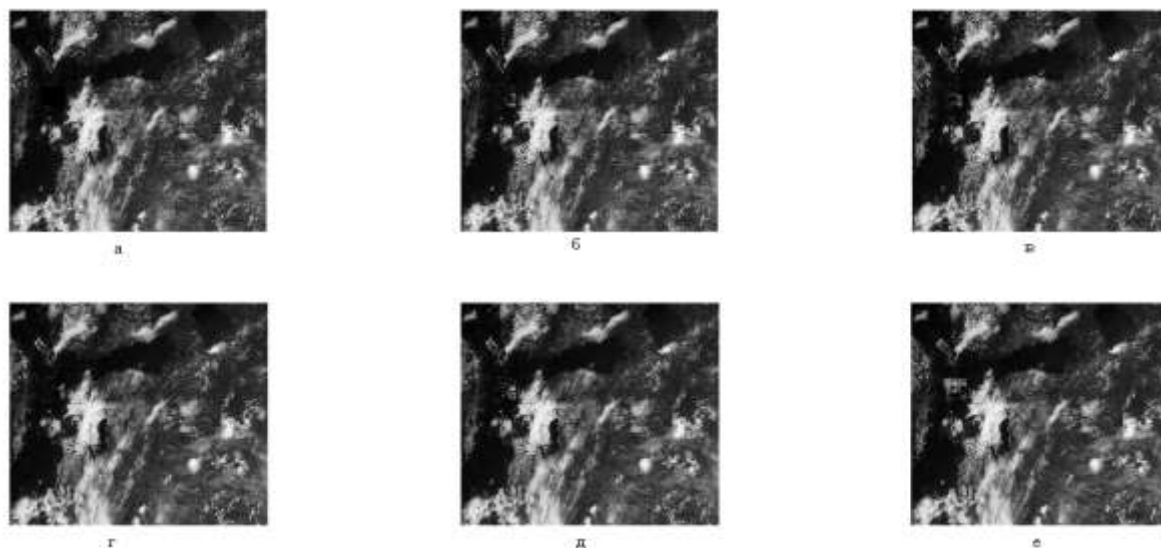


Рисунок 3.42 – Восстановление изображений

Дисперсии ошибок восстановления (б-е): 0.006285, 0.003134, 0.004984, 0.008371, 0.014345

Анализ показывает, что восстановление на базе комплексирования результатов дважды стохастических фильтров позволяет существенно повысить качество восстановления пространственно неоднородных изображений.

Рассмотрим теперь возможность использования наблюдений в предыдущие моменты времени для уточнения оценок при восстановлении утерянного фрагмента. Для этого проанализируем вначале следующую задачу. Пусть наблюдатель с некоторым регистрирующим устройством перемещается по определенному маршруту и производит измерения определенной физической величины, соотнося это измерение с пространственными координатами и некоторым текущим моментом времени. Примером таких измерений могут быть, например, текущие значения глубин, получаемые с помощью эхолота с определенной периодичностью, или регистрируемая высота перемещения самолета, совершающего ежедневные полеты по одному и тому же маршруту. С учетом особенностей современной цифровой регистрирующей аппаратуры подобная информация может быть описана коррелированной совокупностью случайных величин вида $\{x_i^t\}$, где i – номер текущего элемента, характеризующей пространственные координаты регистрируемой величины, t – условный момент времени этой регистрации. Результатом регистрации

указанной дискретизированной информации являются наблюдения, обычно представляющие собой аддитивную смесь полезного сигнала и белого шума.

$$z_i^t = x_i^t + n_i^t,$$

где n_i^t – некоррелированные отсчеты белого шума, такие что $M\{n_i^t\} = 0$, $M\{n_{i_1}^{t_1} n_{i_2}^{t_2}\} = \delta_{i_1-i_2} \delta_{t_1-t_2} \sigma_n^2$; δ_i – дискретная дельта функция, равная единице при $i = 0$ и нулю в любом другом случае.

Предположим, что совокупность $\{x_i^t\}$ может быть описана с помощью следующей пространственно-временной дважды стохастической модели:

$$(1 - (\rho_0 + \rho_{i-1}^t) z_1^{-1})^{n_1} (1 - (\tau_0 + \tau_i^{t-1}) z_2^{-1})^{n_2} x_i^t = \beta \xi_i^t, \quad (3.36)$$

где коэффициенты ρ_i^t и τ_i^t определяются аналогично

$$(1 - r_{\rho 1} z_1^{-1})^{n_{\rho 1}} (1 - r_{\rho 2} z_2^{-1})^{n_{\rho 2}} \rho_i^t = \beta_{\rho} \xi_{\rho i}^t,$$

$$(1 - r_{\tau 1} z_1^{-1})^{n_{\tau 1}} (1 - r_{\tau 2} z_2^{-1})^{n_{\tau 2}} \tau_i^t = \beta_{\tau} \xi_{\tau i}^t,$$

$n_1, n_2, n_{\rho 1}, n_{\rho 2}, n_{\tau 1}, n_{\tau 2}$ – целые числа, определяющие кратности модели по пространству и времени соответственно; $z_1^{-k} x_i^t = x_{i-k}^t$ – оператор сдвига по пространству; $z_2^{-k} x_i^t = x_i^{t-k}$ – оператор сдвига по времени; $\beta, \beta_{\rho}, \beta_{\tau}$ – коэффициенты модели; $\xi_i^t, \xi_{\rho i}^t, \xi_{\tau i}^t$ – независимые нормальные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_{\xi}^2, \sigma_{\xi_{\rho}}^2, \sigma_{\xi_{\tau}}^2$.

Например, в простейшем случае при $n_1 = n_2 = n_{\rho 1} = n_{\rho 2} = n_{\tau 1} = n_{\tau 2} = 1$ модель (1) запишется в виде

$$x_i^t = (\rho_0 + \rho_{i-1}^t) x_{i-1}^t + (\tau_0 + \tau_i^{t-1}) x_i^{t-1} - (\rho_0 + \rho_{i-1}^t)(\tau_0 + \tau_i^{t-1}) x_{i-1}^{t-1} + \beta \xi_i^t, \quad (3.37)$$

где

$$\rho_i^t = r_{\rho 1} \rho_{i-1}^t + r_{\rho 2} \rho_i^{t-1} - r_{\rho 1} r_{\rho 2} \rho_{i-1}^{t-1} + \beta_{\rho} \xi_{\rho i}^t,$$

$$\tau_i^t = r_{\tau 1} \tau_{i-1}^t + r_{\tau 2} \tau_i^{t-1} - r_{\tau 1} r_{\tau 2} \tau_{i-1}^{t-1} + \beta_{\tau} \xi_{\tau i}^t.$$

Сформулируем данную задачу следующим образом. Пусть имеется совокупность случайных величин $\{x_i^t\}$, $i = 1 \dots M$, $t = 1, \dots, T - 1$ описываемых дважды стохастической моделью и наблюдаемых на фоне белого шума. Пусть в момент времени T производится соответствующая регистрация наблюдений x_i^T ,

однако в силу некоторых обстоятельств (выхода из строя измерительной аппаратуры, сильных шумов и т.д.) в диапазоне $[a, b]: 1 < a < b < M$ эти наблюдения отсутствуют или являются совершенно недостоверными. Требуется произвести оценку $x_i^T, i = a, \dots, b$ наилучшим образом.

Разделимость модели (3.36) по времени и пространству наводит на мысль о возможности синтеза двухступенчатого алгоритма восстановления неизвестных отсчетов $x_i^T, i = a, \dots, b$. На первом этапе выполняется восстановление сигнала по имеющимся в момент времени T наблюдениям так, как это было описано выше. На втором этапе результат такого восстановления комбинируется с наблюдениями, которые были зарегистрированы в другие моменты времени. Для этого будем считать, что, во-первых, значимыми для восстановления элемента с индексом i будут элементы из некоторой ограниченной пространственной области $G_i^{T-1} = [i - D, i + D]$. Значения D можно определить исходя из оценки локального радиуса корреляции. Во-вторых, условимся, что в пределах G_i^{T-1} оцениваемый процесс близок к стационарному. Тогда множество элементов, входящих в область G_i^{T-1} в момент времени $T - 1$, можно использовать для формирования прогноза в точку i в момент времени t . Используя байесовский критерий и квадратичную функцию потерь можем, записать следующее выражение для такого прогноза, исходя из модели (3.36):

$$\hat{x}_i^T = M(x_i^T | x_j^{T-1}, j \in G_i^{T-1}) \cong \hat{\tau}_{T-1} M(x_i^{T-1} | x_j^{T-1}, j \in G_i^{T-1}) = \hat{\tau}_{T-1} \hat{x}_i^{T-1},$$

где $\hat{\tau}_{T-1}$ – оценка параметра τ_{T-1} модели (2), полученная с помощью методики скользящих окон или псевдоградиентного оценивания без учета информации в области G_i^T .

Наилучший прогноз $M(x_i^{T-1} | x_j^{T-1}, j \in G_i^{T-1})$ можно получить с помощью, например, дискретной винеровской фильтрации [43] в пределах области G_i^{T-1} . При этом для модели (3.36) можно использовать коэффициенты некаузальной фильтрации, представленные, например, в работе [182].

Для того, чтобы выполнить оценку ошибки такого прогноза воспользуемся результатами тензорной фильтрацией из п. 3.4. Тогда можно записать, что

$$P_{\hat{x}_{ij}}^T = \hat{t}_{T-1}^2 P_{ij}^{T-1} + (1 - \hat{t}_{T-1}^2) R_x^{T-1}(|i - j|) / \sigma_n^2,$$

где P_{ij}^{T-1} – матрица дисперсий ошибок фильтрации в момент времени $T - 1$; $R_x^{T-1}(|i - j|)$ – корреляционная матрица случайного процесса x_i^{T-1} в пределах области G_i^{T-1} . Выражения для корреляционной функций дважды стохастической модели представлены в п. 2.2.

Полученные соотношения позволяют выполнить объединение прогнозов, полученных по имеющимся наблюдениям в предыдущие и текущий моменты времени. Для этого вновь воспользуемся тензорной калмановской фильтрации. Тогда компенсированная оценка будет выглядеть следующим образом

$$\hat{x}_i^T = \hat{t}_{T-1} \hat{x}_i^{T-1} + P_{ii}^T (\hat{x}_i^T - \hat{t}_{T-1} \hat{x}_i^{T-1}), \quad k, l \in G_{ij}^{t-1}, \quad (3.38)$$

где $P^T = P_{\hat{x}}^T (E + \tilde{P}_{\hat{x}}^{T-1} P_{\hat{x}}^T)$.

На рисунке 3.43 представлена зависимость дисперсии ошибки восстановления P_{ii} от оценки \hat{t}_{T-1} .

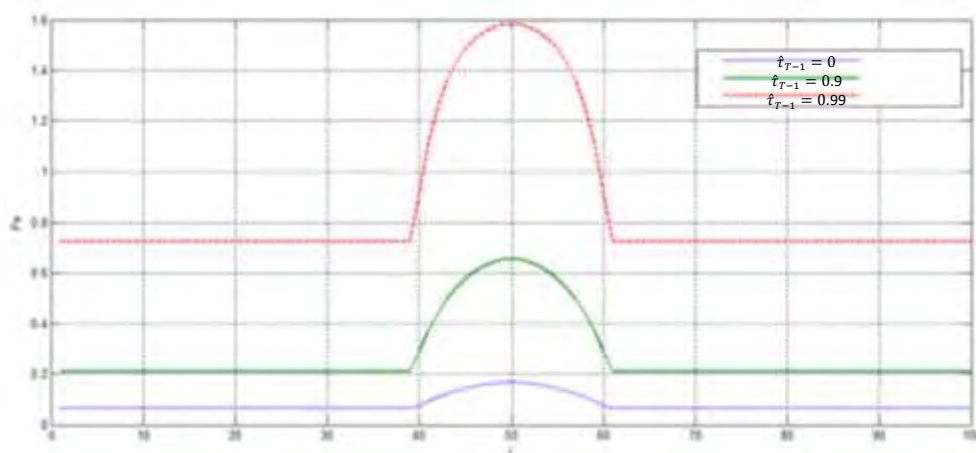


Рисунок 3.43 – Зависимость дисперсии ошибки восстановления P_{ii} от оценки \hat{t}_{T-1}

Анализ представленных графиков подтверждает существенный (до 90% в центре восстанавливаемой области при $\hat{t}_{T-1} = 0.99$) выигрыш по дисперсии точности восстановления при использовании наблюдений в предыдущие моменты времени. Обратим внимание, что соотношение (3.38) может быть

модифицировано для случая, когда имеются оценки процесса в момент времени $T + 1$. Тогда на основе результатов п. 2.6 несложно показать, что имеет место следующее соотношение:

$$\hat{x}_i^T = \frac{\hat{\tau}_{T-1}}{1+\hat{\tau}_{T-1}^2} \hat{x}_i^{T-1} + \frac{\hat{\tau}_{T+1}}{1+\hat{\tau}_{T+1}^2} \hat{x}_i^{T+1} + P_{ii}^T \left(\hat{x}_i^T - \frac{\hat{\tau}_{T-1}}{1+\hat{\tau}_{T-1}^2} \hat{x}_i^{T-1} + \frac{\hat{\tau}_{T+1}}{1+\hat{\tau}_{T+1}^2} \hat{x}_i^{T+1} \right), k, l \in G_{ij}^{t-1},$$

где $P^T = P_{\Delta k}^T (E + \tilde{P}_{\Delta}^{T-1} P_{\Delta k}^T)$, $P_{\Delta k}$ – ковариационная функция ошибок некаузального прогноза.

Важность использования наблюдений в предыдущие моменты времени можно показать следующим примером. Рассмотрим процесс построения двумерного изображения, когда следующая строка изображения регистрируется и хранится после предыдущей. Пусть строка данных с номером T была частично утрачена в ходе либо сбоя при регистрации либо в результате ошибок хранения. Требуется наиболее точно восстановить утраченные данные. Воспользуемся для этого описанным ранее алгоритмом. На рисунке 3.44а в качестве примера представлены фактические наблюдения по отдельной строке тестового изображения. Будем считать, что на промежутке от 100 до 200 отсчетов данные были потеряны. На рисунке 3.44б представлены результаты восстановления этих отсчетов с помощью интерполяции результатов линейного калмановского фильтра (1), дважды стохастического фильтра (2) и объединения результатов интерполяции дважды стохастического фильтра и некаузального прогноза с предыдущей и последующей строки изображения.

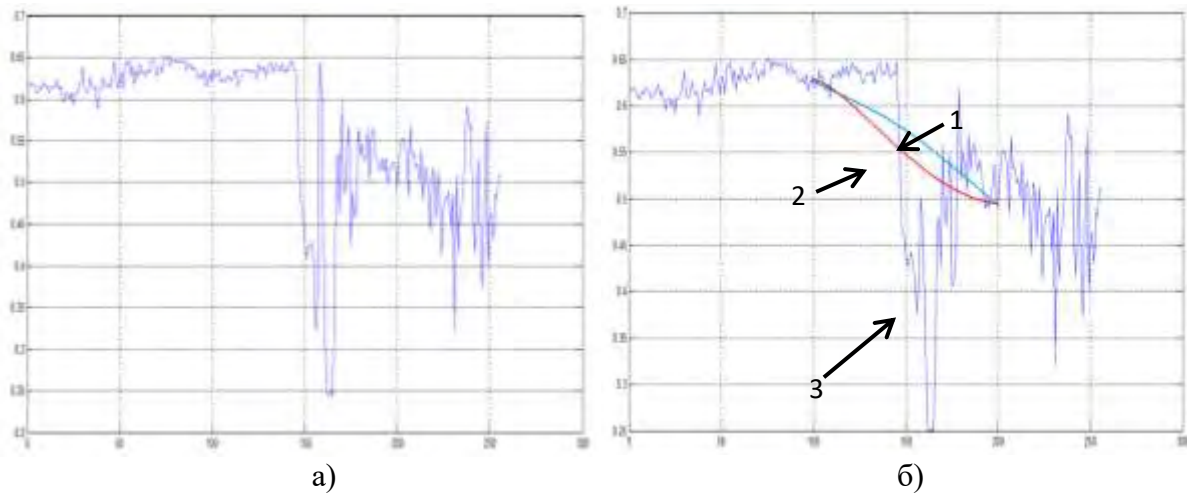


Рисунок 3.44 – Исходный сигнал (а) и результат его восстановления (б)

Визуальный анализ представленных материалов показывает высокое качество подобного восстановления. Проведем количественное сравнение предлагаемого алгоритма с известными интерполяционными процедурами. Для этого будем использовать (1) метод, основанный на минимизации энтропии дискретного косинусного преобразования блока изображения [215], (2) метод реконструкции изображений на основе синтеза текстуры [322], (3) метод на основе изотропной диффузионной модели [148,215]. Ниже в таблице 3.7 приведено сравнение средней достигаемой ошибки восстановления в зависимости от выбранного алгоритма.

Таблица 3.7 – Сравнение средней достигаемой ошибки восстановления в зависимости от выбранного алгоритма

Алгоритм восстановления	Размер фрагмента, 10 элементов	Размер фрагмента, 20 элементов	Размер фрагмента, 50 элементов	Размер фрагмента, 100 элементов	Размер фрагмента, 200 элементов
Метод (1)	2.9	3.2	3.8	4.7	5.7
Метод (2)	2.9	3.1	3.6	4.5	5.3
Метод (3)	3.6	3.9	4.6	5.7	6.9
Восстановление на основе ДСФ	2.0	2.2	2.6	2.9	3.4

Анализ полученных данных подтверждает возможность достижения с помощью предлагаемого подхода лучших характеристик восстановления чем результаты современных техник восстановления изображений.

Найденные подходы можно обобщить на случай обработки временных последовательностей двумерных изображений и спутниковых многозональных изображений. Для этого можно воспользоваться методикой фильтрации временных последовательностей многомерных изображений, представленной в п. 3.5. Существенным нюансом при этом будет тот факт, что вместо наблюдений по текущему изображению будут использоваться результаты восстановления этого изображения по имеющимся в заданный момент времени наблюдениям, а место белого шума с одинаковой дисперсией займет некоррелированное нормальное случайное поле с непостоянной дисперсией, соответствующей дисперсии восстановления текущего изображения. В таком

случае, можно без ограничений использовать комплектирование по формуле (3.34) и ее производным.

Рассмотрим возможность практического применения указанной процедуры. Пусть имеется временная последовательность многозональных спутниковых изображений одной и той же территории. Предположим, что на одном из изображений этой последовательности присутствует облачность. Требуется объединить наблюдения в текущий и предыдущие моменты времени для формирования прогноза о состоянии земной поверхности на территории, скрытой облаками. Для иллюстрации на рисунке 3.45 представлены фрагменты соответствующих многозональных изображений в видимом диапазоне.

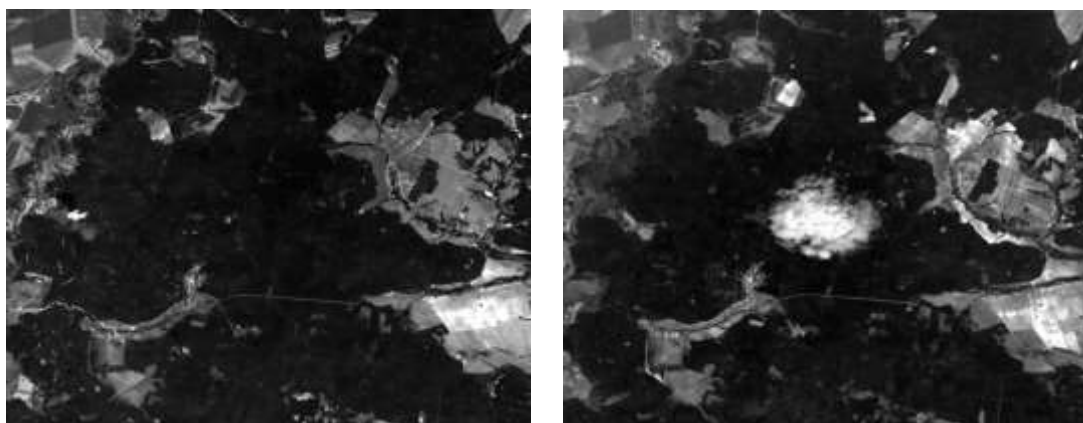


Рисунок 3.45 – Фрагменты спутниковых изображений, снятые в разное время

Для выделения облачности на многозональном изображении можно воспользоваться алгоритмами, представленными в работах [88,111]. На рисунке 3.46 представлен результат работы алгоритма для фрагмента из рисунка 3.45.

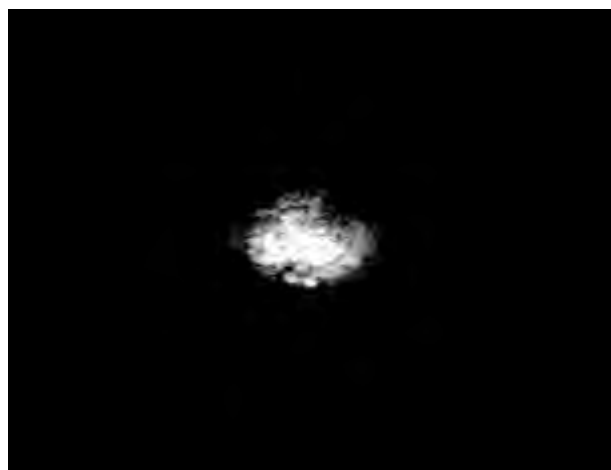


Рисунок 3.46 – Выделенная маска, содержащая облачность

Полученная таким образом маска позволяет однозначно разделить имеющееся изображение на область, содержащую информацию о поверхности (без облачности), и область с отсутствующими наблюдениями (закрытую облаками). Используем результат такой классификации для восстановления отсутствующих наблюдений. В качестве модели восстановления будем использовать дважды стохастическую модель на базе АРКК модели кратности (2,2). На рисунке 3.47 представлен график, характеризующий дисперсию ошибки фильтрации/восстановления в результате использования двухэтапной процедуры восстановления.

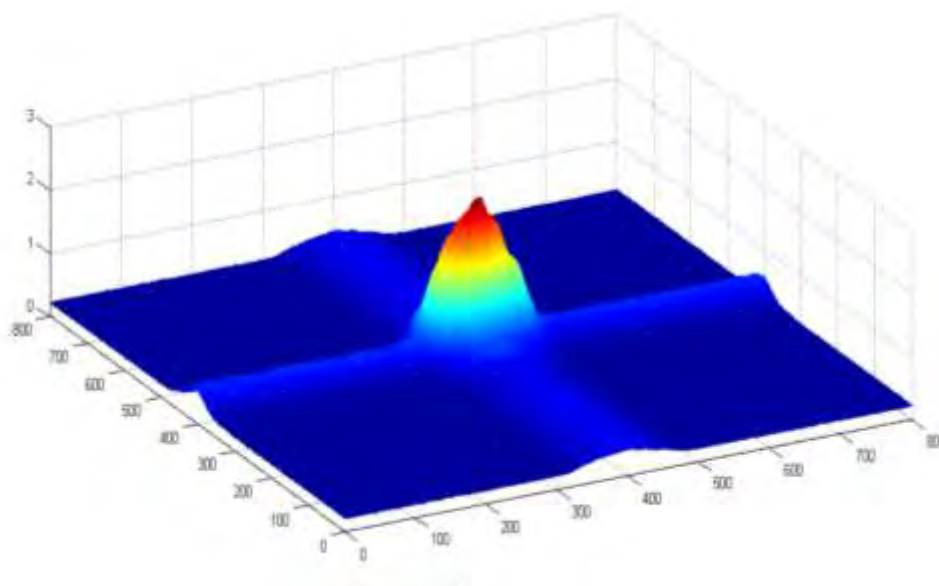


Рисунок 3.47 – Ошибки фильтрации восстановления

Заметна крестообразная структура, являющаяся следствием применения фильтра (3.35) в разных направлениях. В реальности эти ошибки могут быть просто нивелированы дополнительной фильтрацией только тех областей изображения, которые заведомо не содержат облака. На рисунке 3.48 представлен результат окончательной обработки и искусственное изображение, составленное из модуля ошибок восстановления.

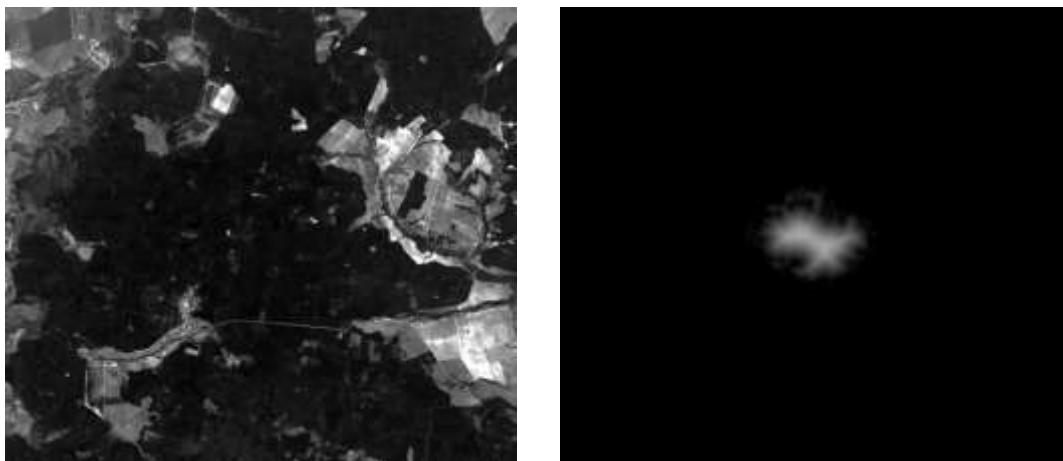


Рисунок 3.48 – Результат восстановления изображения с соответствующими ошибками

Простой визуальный анализ показывает высокое качество восстановления указанным методом. В действительности неподготовленный наблюдатель достоверно не может различить реальное и восстановленное изображения и определить область, которая была скрыта облачностью.

Таким образом, предложен новый способ восстановления изображений, основанный на комплексной оценке параметров ДС модели. При этом для такого восстановления применяется комбинация ПГ алгоритма, позволяющего оценить скорость изменения корреляционных параметров, и нелинейной калмановской фильтрации, дающей возможность оценки параметров изображения, как по всему изображению, так и в окрестности поврежденного фрагмента. Проведенные исследования показали более высокую (до 80% по величине дисперсии ошибки оценивания) точность предлагаемых подходов для восстановления различных фрагментов двумерных изображений по сравнению с использованием оценки постоянных параметров. При этом были получены графики зависимости дисперсии ошибки восстановления от размеров повреждения для представителей трех типов изображений: с плавными перепадами яркости, с малой дисперсией яркости, с резкими перепадами яркости. Исследования показали, что удовлетворительного восстановления можно достичь, используя ДС модель. Улучшение показателей восстановления таких моделей легко может быть достигнуто с помощью эквалайзинга, когда

имеется достаточно информации о распределении яркостей на основе неповрежденной части изображения.

3.8. Выводы

Таким образом, в третьей главе на основе байесовского подхода были синтезированы и исследованы алгоритмы нелинейной дважды стохастической фильтрации двумерных изображений и случайных процессов, позволяющие оценивать не только основное СП, но и поле корреляционных параметров. Синтезировано несколько классов ДС фильтров, позволяющих производить обработку двумерных пространственно неоднородных изображений, МЗИ и их временных последовательностей, в том числе на вычислительных системах с параллельной архитектурой. Анализ полученных алгоритмов показал, что для неоднородных изображений они превосходят известные алгоритмы, основанные на предположении однородности изображения. Обработка реальных изображений подтвердила эффективность работы алгоритмов идентификации параметров, фильтрации и восстановления. В частности показано, что в сравнении с классическими линейными фильтрами применение ДС фильтров позволяет до 2 раз снизить дисперсию ошибки фильтрации.

Разработаны алгоритмы восстановления СП и реальных изображений на основе ДС модели и совместном последовательном применении ПГ процедур поиска и нелинейной фильтрации, обеспечивающие эффективную работу со сложными изображениями.

ГЛАВА 4. СЕГМЕНТАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛИЙ НА ИХ ФОНЕ

4.1. Постановка задачи

Известно большое количество задач обнаружения сигналов, в которых в качестве фоновой помехи выступает коррелированный случайный процесс или коррелированное СП. К таким задачам, например, относятся задача радиолокационного обнаружения целей на фоне помех от взволнованной морской поверхности и задача обнаружения яркого объекта при наличии неоднородного фона в оптических или радиометрических системах мониторинга земной поверхности [24,32,84,101,135,218 и др]. При этом обрабатываемым материалом, как правило, являются последовательности нестационарных и пространственно-неоднородных изображений. Это связано с географическими и климатическими особенностями наблюдаемых объектов, изменением освещенности, случайным распределением горизонтально и вертикально-неоднородной облачности, ее эволюциями, эффектами затенения в поле обзора и т. д. Синтез эффективных обнаружителей аномалий на таком фоне связан с выбором адекватной математической модели мешающих изображений. Каждая модель требует синтеза и анализа специализированных процедур обнаружения сигналов на фоне неоднородных коррелированных СП. В частности, эффективность обнаружения сигналов на фоне АР смешанных (дважды стохастических) моделей можно повысить за счет дополнительной информации о внутренних СП.

В настоящем разделе вначале (п. 4.2) рассматриваются варианты использования дважды стохастических моделей для решения задач сегментации изображений и поиска на них границ между объектами, далее выполняется синтез (п. 4.3) и анализ (п. 4.4) эффективности обнаружения сигналов с известными уровнями на МЗИ. Затем выполняются синтез оптимального алгоритма обнаружения протяженных сигналов с неизвестными

уровнями на отдельном многозональном изображении (п. 4.5) и последовательности таких изображений (п. 4.6). В завершение рассмотрены особенности реализации этих алгоритмов при обработке пространственно неоднородного спутникового материала (п. 4.7).

4.2. Сегментация на основе дважды стохастических моделей случайных процессов и полей

Существенным препятствием на пути широкого применения данных высокого разрешения является ограничения в используемом инструментарии, обеспечивающим автоматизированный анализ и интерпретацию таких данных. Одним из фундаментальных этапов при обработке изображений является их сегментация, которая проводится с целью разделения изображения на сегменты, содержащие однотипные по своим визуальным характеристикам пиксели. Каждому пикселю присваивается некоторая метка (номер сегмента, к которому он отнесен) с последующим формированием карты сегментов. Такая обработка позволяет, например, выделить на спутниковом изображении однородные области (лес, поле, городская застройка и т. д.), последующий анализ которых является существенно более простым в сравнении с исследованием исходного неоднородного спутникового изображения.

Задача сегментации спутниковых изображений является весьма актуальной в связи с возникновением необходимости автоматизированного тематического дешифрирования спутникового материала [11,105,136 и др.]. Кроме этого, сегментация изображений в значительном ряде случаев позволяет существенно повысить качество последующей обработки.

В настоящей работе исследуется возможность использования для сегментации изображений не значений яркости отдельных пикселей, а характеристик, определяющих корреляционные свойства этих изображений. Для получения таких характеристик воспользуемся описанием сегментированного изображения с помощью дважды стохастической модели

(2.2). Как было показано в разделе 3, указанную модель также можно использовать для формирования алгоритмов рекуррентной обработки изображений, в частности фильтрации этих изображений. При этом кроме собственно оценок элементов изображения результаты фильтрации содержат оценки вспомогательных случайных полей. Поведение этих случайных полей непосредственно связано с динамикой изменения корреляционных свойств изображений. Совокупность оценок этих полей возможно использовать для получения дополнительных сведений об изображении в том числе и для проведения сегментации. При этом возможно использовать известные алгоритмы сегментации, применяя их не только к полю яркости изображения, но и к полям оценок вспомогательных параметров.

На рисунке 4.1а в качестве примера приведено имитированное изображение, полученное с помощью модели (2.5).

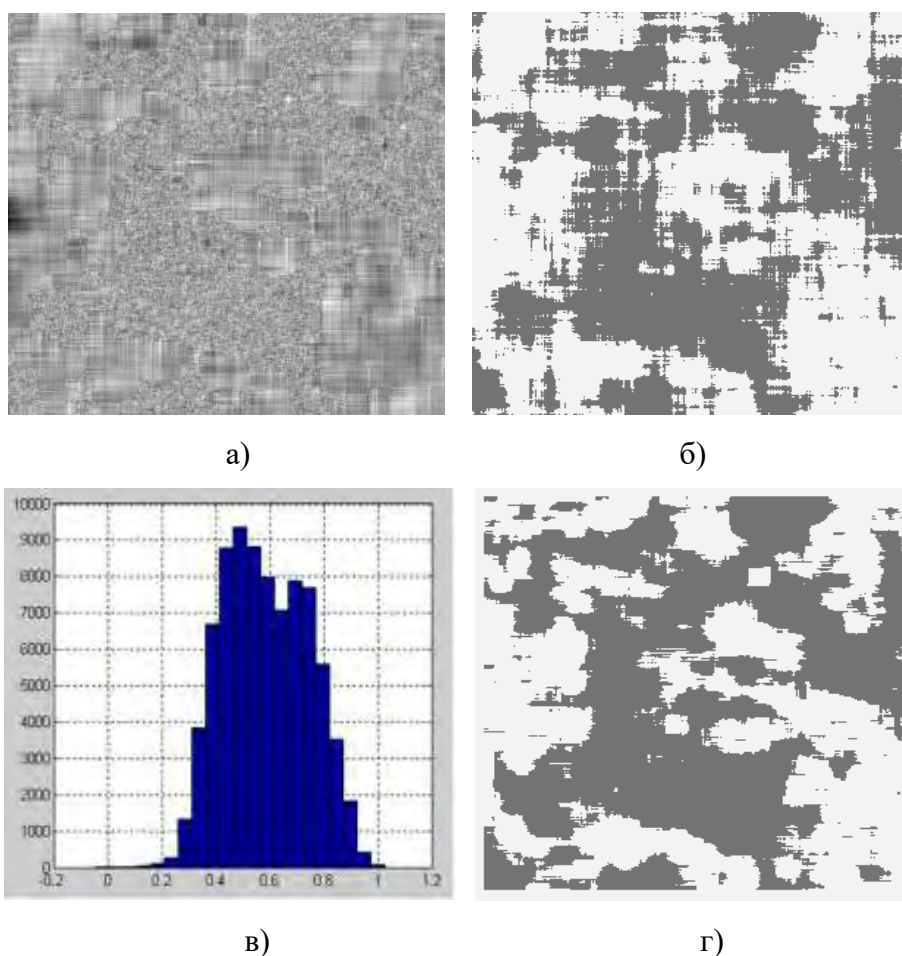


Рисунок 4.1 – Сегментация изображения с изменяющимися корреляционными свойствами

На этом изображении имеются два типа объектов, близких по яркостным характеристикам, но отличающиеся по корреляционным свойствам. На рисунке 4.1б визуализировано полученное с помощью фильтра (3.13) поле вспомогательных корреляционных параметров для исходного изображения, а на рисунке 4.1в представлена гистограмма для этих корреляционных параметров. На ней видны два характерных пика, разделенных локальным экстремумом. Используя этот экстремум как границу возможно выполнить простое разбиение поля корреляционных параметров и исходного изображения на две непересекающиеся области (рисунок 4.1г).

Анализ полученных результатов свидетельствует о высоком качестве проведенной сегментации. Несмотря на простоту описанной процедуры порядка 89% точек исходного изображения были сегментированы верно. Такой результат позволяет обоснованно надеяться на то, что в случае применения более сложных процедур сегментации при обработке поля корреляционных параметров найденный алгоритм сегментации может быть применим и для реальных изображений. Действительно, на рисунках 4.2-4.8 представлены результаты сегментации (бинаризации) некоторых типовых изображений с помощью применения комбинации предложенного в работе алгоритмов и алгоритма ISODATA, применяемого к полю корреляционных параметров. При этом на рисунках 4.2а – 4.8а представлены исходные изображения, на рисунках 4.2б – 4.8б соответствующие им поля корреляционных параметров, на рисунках 4.2в – 4.8в результаты сегментации, на рисунках 4.2г – 4.8г результаты сегментации с промежуточной субдискретизацией, на рисунках 4.2д – 4.8д результаты применения алгоритма ISODATA к исходным изображениям.



а)

б)

в)

г)

д)

Рисунок 4.2 – Результаты сегментации (бинаризации)



а)

б)

в)

г)

д)

Рисунок 4.3 – Результаты сегментации (бинаризации)



а)

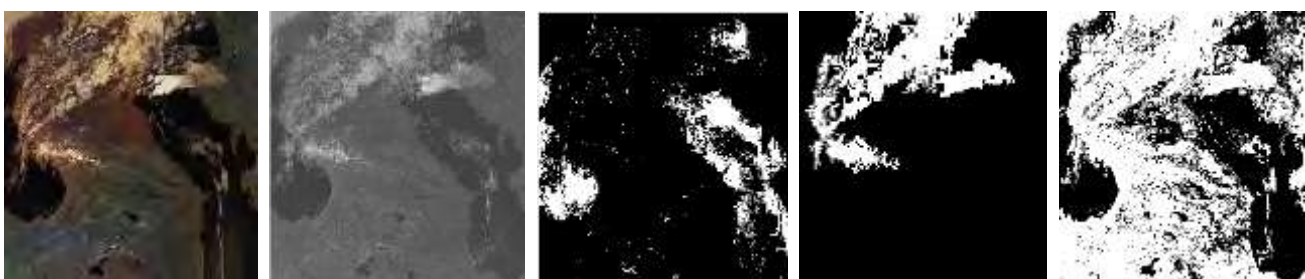
б)

в)

г)

д)

Рисунок 4.4 – Результаты сегментации (бинаризации)



а)

б)

в)

г)

д)

Рисунок 4.5 – Результаты сегментации (бинаризации)

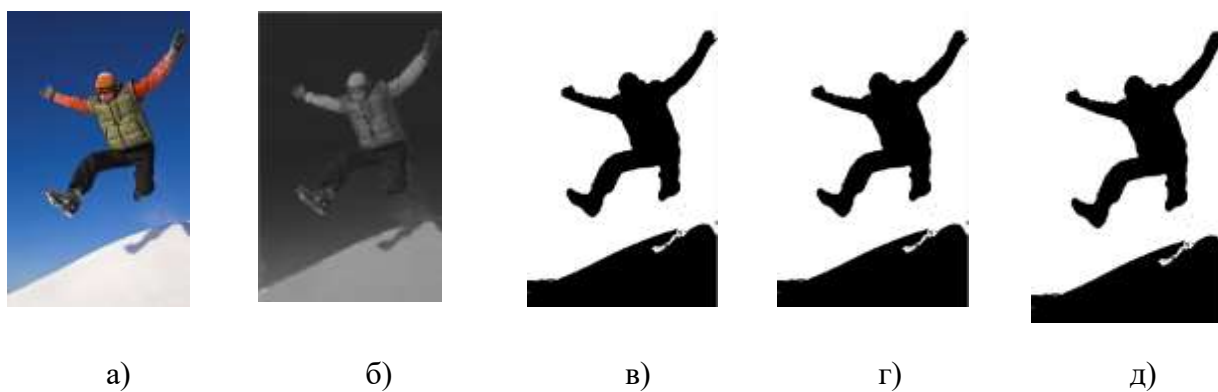


Рисунок 4.6 – Результаты сегментации (бинаризации)

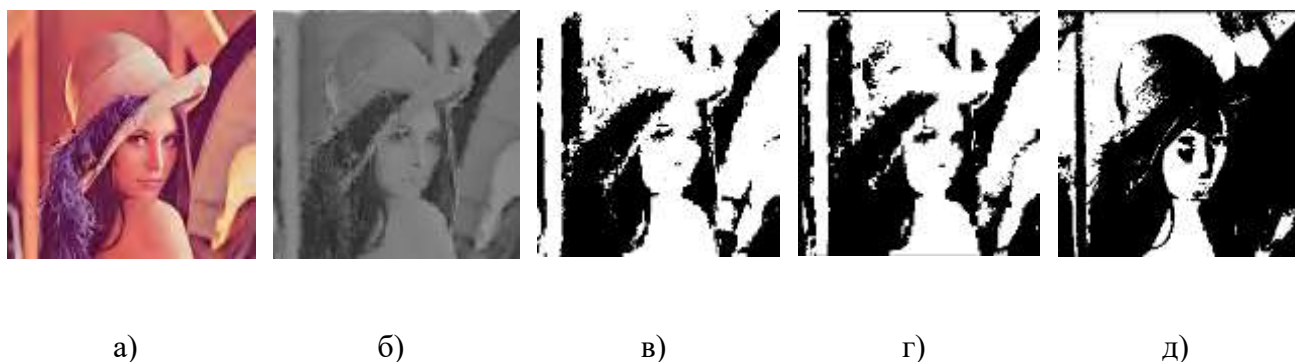


Рисунок 4.7 – Результаты сегментации (бинаризации)

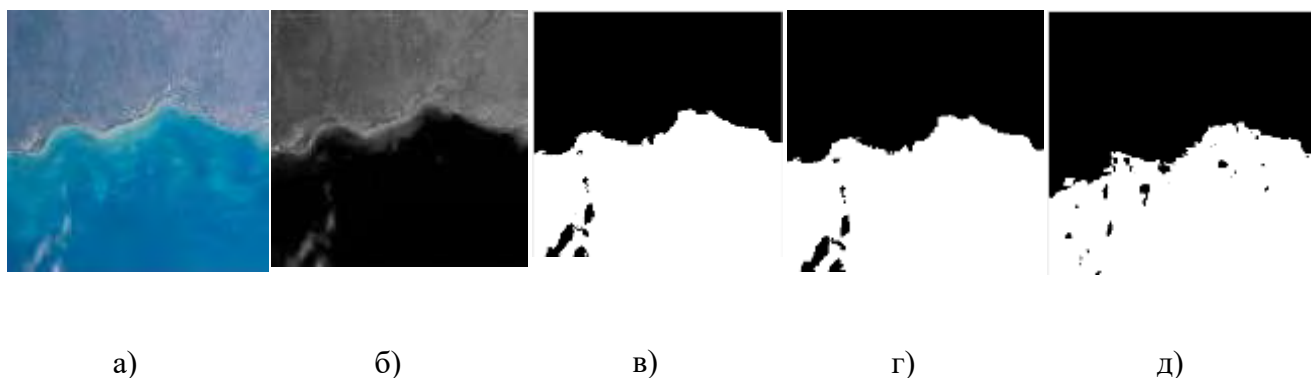


Рисунок 4.8 – Результаты сегментации (бинаризации)

Анализ приведенных изображений, а также прямой расчет верно отнесенных пикселей позволяет сделать следующий вывод. Во-первых, поле корреляционных параметров позволяет визуально различать имеющиеся на исходных изображениях объекты. Это дает основания для использования такого поля для последующей обработки, в частности, сегментации. Во-вторых, в 6 из 7 случаев предварительная нелинейная фильтрация позволила повысить качество сегментации в среднем на 8%. При этом выигрыш тем больше, чем

заметнее разность между корреляционными свойствами объектов в сравнении с яркостными.

Использование рекуррентного фильтра как инструмента получения и яркостных и корреляционных характеристик изображения позволяет, в том числе, решать задачу непосредственного определения границ между объектами на изображениях. Чтобы показать это рассмотрим вначале следующую относительно простую задачу. Пусть имеется случайная последовательность x_i , $i = 1..N$. Предположим, что данная случайная последовательность сформирована с помощью комбинации двух подобных АР моделей, так что

$$x_i = \begin{cases} \rho_1 x_{i-1} + \sigma_1^2 \sqrt{1 - \rho_1^2} \xi_i, & i = 1..P, \\ \rho_2 x_{i-1} + \sigma_2^2 \sqrt{1 - \rho_2^2} \xi_i, & i = P + 1..N, \end{cases} \quad (4.1)$$

где ρ_1 , ρ_2 , σ_1^2 , σ_2^2 – некоторые неизвестные заранее коэффициенты, определяющие корреляционные свойства фрагментов процесса и дисперсию отчетов этих фрагментов; ξ_i – белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $M(\xi_i^2) = \sigma_\xi^2$.

Пусть необходимо решить задачу идентификации параметров формирующей последовательность модели и определения неизвестного индекса P по результатам обработки наблюдений $z_i = x_i + n_i$; $M(n_i^2) = \sigma_n^2$. Решение сформулированной задачи обычно связано использованием кумулятивных сумм [71] или апостериорного алгоритма [5]. Проанализируем возможность применения калмановской рекуррентной фильтрации для определения момента P . Для этого последовательно выполним обработку наблюдений $\{z_i, i = 1..N\}$ скалярным калмановским фильтром в прямом и обратном направлении, используя усредненные по всем наблюдениям оценки $\hat{\sigma}^2$ и $\hat{\rho}$. Получим совокупность оценок $\hat{x}_{1i}, \hat{x}_{2i}, i = 1..N$ и дисперсий ошибок оценивания $\sigma_{1\epsilon i}^2$ и $\sigma_{2\epsilon i}^2; i = 1..N$. При этом дисперсия оценивания фильтром в прямом направлении в точке $P + 1$ скачкообразно растет и составляет $\sigma_{1\epsilon i}^2 \approx$

$P_{1P+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1+P_{1\exists P+1}/\sigma_n^2}$, где P_{1P+1} – минимально достижимая дисперсия ошибки фильтрации в прямом направлении в точке $P + 1$ в случае, если бы эта точка не была точкой разладки; $P_{1\exists P+1}$ – ошибки экстраполяции в этих же условиях. То же происходит в точке $k = P$ при обратной фильтрации $\sigma_{2\epsilon i}^2 \approx P_{2P+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1+P_{2\exists P+1}/\sigma_n^2}$. Разумным представляется детектирование данного скачка для определения момента P . Для этого отметим, что ошибки калмановской фильтрации в прямом и обратном направлении ϵ_{1i} и ϵ_{2i} являются каузальными прогнозами, построенными по разным наблюдениям, а потому независимы [215]. Рассмотрим случайную величину

$$T_i = \epsilon_{2i} - \epsilon_{1i} = \hat{x}_{2i} - x_i - \hat{x}_{1i} + x_i = \hat{x}_{2i} - \hat{x}_{1i}; i = 1..N.$$

Очевидно, что $M(T_i) = 0$, а дисперсия $D(T_i)$ может быть определена в том числе из указанных выше соотношений.

Предположим теперь, что необходимо проверить гипотезу о наличии границы между процессами в точках k и $k + 1$. Поскольку условные плотности распределения случайных величин T_1, \dots, T_N при условии отсутствия этой границы $\omega(T_1, \dots, T_N | H_0)$ и при условии наличия этой границе $\omega(T_1, \dots, T_N | H_1)$ зависят в том числе от неизвестных параметров $\rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$, воспользуемся модифицированным отношением правдоподобия [5]:

$$\frac{\max_{\rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2} \omega(T_1, \dots, T_N | H_1, \rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)}{\max_{\rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2} \omega(T_1, \dots, T_N | H_0, \rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)} \ll L_0$$

где L_0 – порог, получаемый из вероятности ложной тревоги [5].

В силу независимости T_k мы можем записать:

$$\omega(T_1, \dots, T_k, T_{k+1}, \dots, T_N | H_1) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sqrt{B_1}} \exp\left(-\frac{1}{2} A_1\right),$$

$$\omega(T_1, \dots, T_k, T_{k+1}, \dots, T_N | H_0) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sqrt{B_0}} \exp\left(-\frac{1}{2} A_0\right),$$

где

$$A_1 = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(\hat{x}_{2i} - \hat{x}_{1i})^2}{2D_{1i}} + \frac{(\hat{x}_{2k} - \hat{x}_{1k})^2}{2D_{2k}} + \frac{(\hat{x}_{2k+1} - \hat{x}_{1k+1})^2}{2D_{3k+1}} + \sum_{i=k+2}^N \frac{(\hat{x}_{2i} - \hat{x}_{1i})^2}{2D_{4i}};$$

$$A_0 = \sum_{i=1}^k \frac{(\hat{x}_{2i} - \hat{x}_{1i})^2}{2D_{1i}} + \sum_{i=k+1}^N \frac{(\hat{x}_{2i} - \hat{x}_{1i})^2}{2D_{4i}}; B_1 = \left(\prod_{i=1}^{k-1} D_{1i} \right) D_2 D_3 \left(\prod_{i=k+2}^N D_{4i} \right);$$

$$B_0 = \left(\prod_{i=1}^k D_{1i} \right) \left(\prod_{i=k+1}^N D_{4i} \right); D_{1k} = P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_1)^2 \sigma_1^2}{1 + P_{1\exists k} / \sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_1)^2 \sigma_1^2}{1 + P_{2\exists k} / \sigma_n^2};$$

$$D_{2k} = P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_1)^2 \sigma_1^2}{1 + \frac{P_{1\exists k}}{\sigma_n^2}} + P_{2k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{2\exists k}}{\sigma_n^2}};$$

$$D_{3k} = P_{1k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + P_{1\exists k} / \sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_2)^2 \sigma_2^2}{1 + P_{2\exists k} / \sigma_n^2};$$

$$D_{4k} = P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_2)^2 \sigma_2^2}{1 + P_{1\exists k} / \sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{(\hat{\rho} - \rho_2)^2 \sigma_2^2}{1 + P_{2\exists k} / \sigma_n^2}.$$

После несложных преобразований получаем следующее решающее правило, позволяющее проверять гипотезу о наличии границы между процессами в точке k :

$$L = K_1 (\hat{x}_{2k} - \hat{x}_{1k})^2 + K_2 (\hat{x}_{2k} - \hat{x}_{1k})^2 \ll 2 \ln \frac{L_0}{K}, \quad (4.2)$$

где

$$K = \frac{\sqrt{(P_{1k} + P_{2k})(P_{1k+1} + P_{2k+1})}}{\sqrt{(P_{1k} + P_{2k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + P_{2\exists k} / \sigma_n^2})(P_{1k+1} + P_{2k+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + P_{1\exists k} / \sigma_n^2})}};$$

$$K_1 = \frac{1}{P_{1k} + P_{2k}} - \frac{1}{P_{1k} + P_{2k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{2\exists k}}{\sigma_n^2}}}; K_2 = \frac{1}{P_{1k+1} + P_{2k+1}} - \frac{1}{P_{1k+1} + P_{2k+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{1\exists k}}{\sigma_n^2}}}.$$

Таким образом, синтезированный алгоритм определения границы между процессами предполагает проведение двухпроходной калмановской

фильтрации, расчета порогового значения $2\ln \frac{L_0}{K}$ и последовательного сравнения с этим порогом статистики L . Отметим, что данное решающее правило синтезировано в условиях отсутствия всякой информации относительно оценок $\rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$. В связи с этим алгоритм не учитывает количественные отличия характеристик фрагментов модели (4.1). В случае, если такие оценки появляются, то решающее правило принципиально не изменяется, однако коэффициенты K, K_1, K_2 приобретают следующие значения:

$$K = \frac{\sqrt{(P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{1\Delta k}/\sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{2\Delta k}/\sigma_n^2})(P_{1k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{1\Delta k+1}/\sigma_n^2} + P_{2k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{2\Delta k+1}/\sigma_n^2})}{\sqrt{(P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + \frac{P_{1\Delta k}}{\sigma_n^2}} + P_{2k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{2\Delta k}}{\sigma_n^2}})(P_{1k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_2)^2 \hat{\sigma}_2^2}{1 + \frac{P_{2\Delta k+1}}{\sigma_n^2}} + P_{2k+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{1\Delta k+1}}{\sigma_n^2}})}$$

$$K_1 = \frac{1}{P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{1\Delta k}/\sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_2)^2 \hat{\sigma}_2^2}{1 + P_{2\Delta k}/\sigma_n^2}} - \frac{1}{P_{1k} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{1\Delta k}/\sigma_n^2} + P_{2k} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{2\Delta k}}{\sigma_n^2}}};$$

$$K_2 = \frac{1}{P_{1k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2}{1 + P_{1\Delta k}/\sigma_n^2} + P_{2k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_2)^2 \hat{\sigma}_2^2}{1 + P_{2\Delta k}/\sigma_n^2}} - \frac{1}{P_{1k+1} + \frac{(\hat{\rho} - \hat{\rho}_2)^2 \hat{\sigma}_2^2}{1 + \frac{P_{2\Delta k+1}}{\sigma_n^2}} + P_{2k+1} + \frac{\hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2}{1 + \frac{P_{1\Delta k+1}}{\sigma_n^2}}}.$$

Прямой анализ указанных формул показывает, что левая часть решающего правила (4.2) тем больше, чем больше значения следующих статистик $S_1 = (\hat{\rho} - \hat{\rho}_1)^2 \hat{\sigma}_1^2$, $S_2 = (\hat{\rho} - \hat{\rho}_2)^2 \hat{\sigma}_2^2$, $S_3 = \hat{\rho}^2 \hat{\sigma}^2$. При этом статистики S_1 и S_2 фактически определяются разницей между дисперсией и корреляционными свойствами разных фрагментов исходной последовательности, а статистика S_3 определяет «контрастность» границы между двумя фрагментами.

Оценить $\rho_1, \rho_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ возможно либо выделяя окна, в которых заведомо отсутствует разладка, либо с помощью адаптивной псевдоградиентной калмановской фильтрации [5] либо с использованием дважды стохастических фильтров, рассмотренных в третьем главе настоящей работы. В последнем

случае появляется возможность идентификации момента разладки для процессов с медленно меняющимися вероятностными и корреляционными свойствами. Для этого рассмотрим следующую рекуррентную модель:

$$y_i = M_x + x_i = M_x + (\rho_0 + \rho_{i-1})x_{i-1} + (D_0 + D_{i-1})\sqrt{1 - (\rho_0 + \rho_{i-1})^2}\xi_{xi},$$

где M_x – некое постоянное число; ρ_i, D_i – медленно меняющиеся фоновые процессы с нулевым средним, которые удобно задавать с помощью обычной авторегрессии: $\rho_i = r_\rho\rho_{i-1} + D_\rho\sqrt{1 - r_\rho^2}\xi_{\rho i}$; $D_i = r_D D_{i-1} + D_D\sqrt{1 - r_D^2}\xi_{D i}$; r_ρ, r_D близки к единице; $i = 1..N$. Пусть $z_i = x_i + n_i$. Требуется решить задачу оценки неизвестных параметров в условиях наблюдения y_i на фоне аддитивного белого шума с дисперсией σ_n^2 .

Поскольку $M(y_i) = M_x$, то очевидно, что оценка $\hat{M}_x = z_i/N$. Запишем модель для x_i в векторном виде:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ \rho_i \\ D_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_0 + \rho_{i-1} & x_{i-1} & \sqrt{1 - (\rho_0 + \rho_{i-1})^2}\xi_{xi} \\ 0 & r_\rho & 0 \\ 0 & 0 & r_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ \rho_{i-1} \\ D_{i-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_0\sqrt{1 - (\rho_0 + \rho_{i-1})^2}\xi_{xi} \\ D_\rho\sqrt{1 - r_\rho^2}\xi_{\rho i} \\ D_D\sqrt{1 - r_D^2}\xi_{D i} \end{pmatrix},$$

или $\bar{x}_i = \Phi(\bar{x}_{i-1}) + \bar{\xi}_i$. Введем экстраполированную оценку $\hat{x}_{\Delta i} = \Phi(\bar{x}_{i-1})$ и найдем матрицу :

$$\Phi'(\bar{x}_{i-1}) = \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{x}_{i-1}} = \begin{pmatrix} \rho_0 + \rho_{i-1} & x_{i-1} & D_0\sqrt{1 - (\rho_0 + \rho_{i-1})^2}\xi_{xi} \\ 0 & r_\rho & 0 \\ 0 & 0 & r_D \end{pmatrix}.$$

Тогда ковариационная матрица ошибок экстраполяции:

$$P_{\Delta i} = M\{(\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i)(\hat{x}_{\Delta i} - \bar{x}_i)^T\} = \Phi'(\bar{x}_{i-1})P_i\Phi'(\bar{x}_{i-1})^T + V_{\xi i}.$$

Используя эти соотношения можно записать следующее уравнение для рекуррентных оценок дважды стохастического фильтра:

$$\hat{x}_i = \hat{x}_{\Delta i} + P_{\Delta i}C^T D_i^{-1}(z_i - \hat{x}_{\Delta i}), y_i = \hat{M}_x + \hat{x}_i,$$

где $\hat{x}_i, \hat{x}_{\Delta i}$ – первый элемент векторов \hat{x}_i и $\hat{x}_{\Delta i}$ соответственно; $C = (1 \ 0 \ 0)$; $D_i = CP_{\Delta i}C^T + \sigma_n^2$. Ковариационная матрица ошибок фильтрации на каждом шаге $P_i = (E - B_i C)P_{\Delta i}$. Указанные соотношения позволяют выполнять совместную последовательную оценку изменяющихся параметров ρ_i, D_i вместе

с отсчетами x_i и x_j . Легко заметить, что указанные рекуррентные соотношения могут быть применены как в прямом так и обратном направлении. Это позволяет использовать полученные оценки в обнаружителе (4.2) для детектирования границы P в случае, если

$$y_i = \begin{cases} M_{x1} + (\rho_{01} + \rho_{1i-1})x_{i-1} + (D_{01} + D_{1i-1})\sqrt{1 - (\rho_{01} + \rho_{1i-1})^2}\xi_{xi}, i = 1..P, \\ M_{x2} + (\rho_{02} + \rho_{2i-1})x_{i-1} + (D_{02} + D_{2i-1})\sqrt{1 - (\rho_{02} + \rho_{2i-1})^2}\xi_{xi}, i = P + 1, \dots, N, \end{cases} \quad (4.3)$$

где ρ_{1i} , ρ_{2i} , D_{1i} , D_{2i} – вспомогательные реализации АР модели с разными параметрами. На рисунке 4.9 представлены: а – реализация модели (4.3), б – наблюдения на фоне белого шума, в – оценки сигнала с использованием двухпроходного фильтра (пунктир – обратный ход), г – рассчитанные в разных точках статистики L . Непосредственный анализ представленных графиков подтверждает возможность идентификации точки разладки указанным способом.

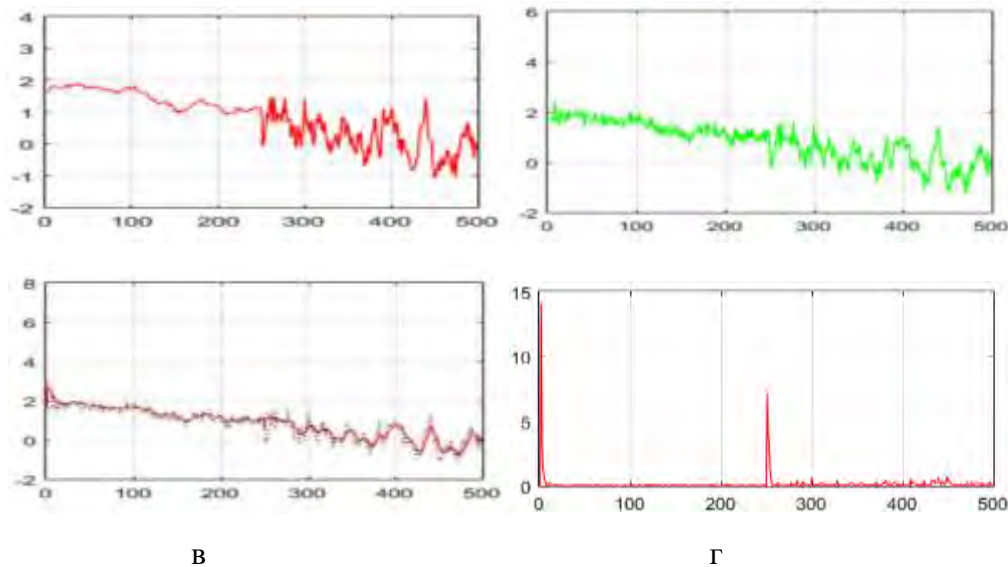


Рисунок 4.9 – Детектирование границ одномерного сигнала

Очевидно, что найденные решения могут быть обобщены на случай произвольных многомерных формирующих АР моделей. При этом в качестве детектора наличия границы между соседними точками \bar{j}_1 и \bar{j}_2 можно использовать следующую статистику:

$$\sum_{\bar{i} \in D_{\bar{j}_1}} K_1((\bar{\rho}_1 - \hat{\rho}), (\hat{\rho}_2 - \bar{\rho}), \bar{\rho}, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma})(x_{1\bar{i}} - x_{2\bar{i}})^2 + \sum_{\bar{i} \in D_{\bar{j}_2}} K_2((\bar{\rho}_1 - \hat{\rho}), (\hat{\rho}_2 - \bar{\rho}), \bar{\rho}, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma})(x_{1\bar{i}} - x_{2\bar{i}})^2 \triangleleft L_o$$

где $D_{\bar{j}_1}, D_{\bar{j}_2}$ – области локальных состояний \bar{j}_1 и \bar{j}_2 , $K_1(), K_2()$ – некоторые функционалы, зависящие от разницы между локальными параметрами авторегрессий, определяющих значения поля в точках \bar{j}_1 и \bar{j}_2 . Более простым вариантом детектора границ может быть последовательное применение найденного детектора к отдельным одномерным объектам, составляющим многомерный сигнал. Такими объектами могут быть, например, строки и столбцы двумерного изображения. На рисунке 4.10 в качестве иллюстрации представлено искусственное дважды стохастическое изображение (а), оценка поля вспомогательных параметров модели (2.5) (б), рассчитанная статистика L (в).

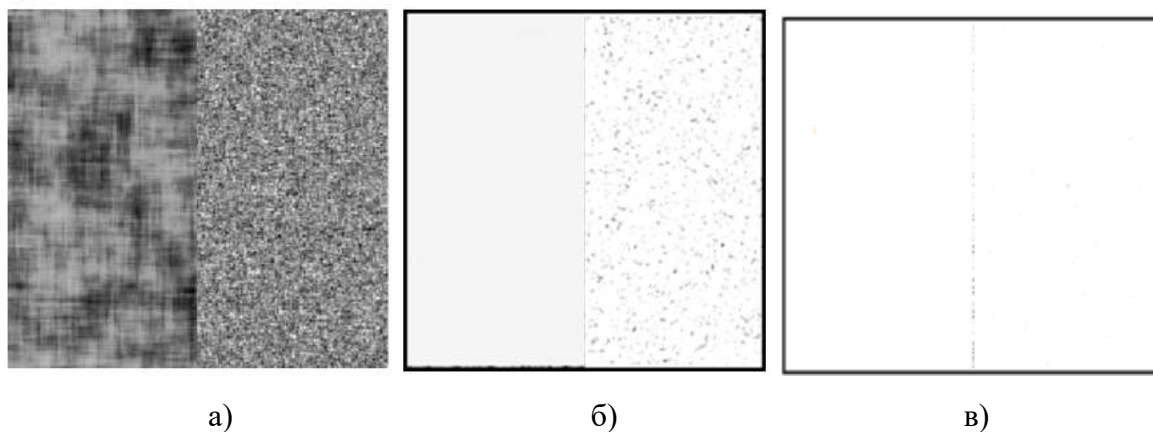


Рисунок 4.10 – Детектирование границ на искусственном изображении

Аналогичным образом возможно производить обработку и реальных изображений. Примером является представленный на рисунке 4.11 процесс детектирования береговой линии на спутниковом снимке.

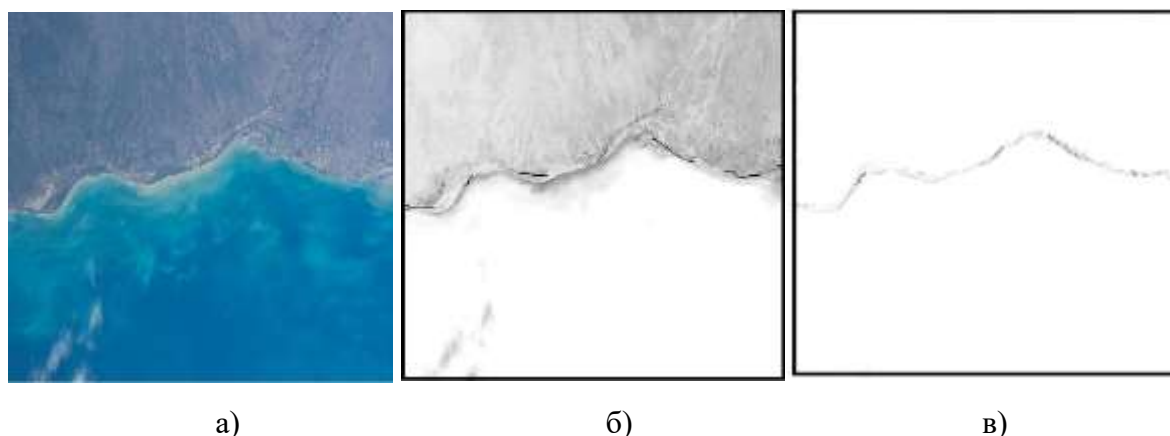


Рисунок 4.11 – Детектирование границ на реальном спутниковом изображении

Таким образом, результаты проведенных исследований подтвердили возможность использования нелинейной рекуррентной фильтрации как вспомогательного инструмента, позволяющего повысить качество сегментации изображений различного вида. Это позволяет рекомендовать данный вид обработки для реальных систем машинного зрения.

4.3. Синтез и анализ алгоритмов обнаружения объектов с известными параметрами на фоне многомерных изображений

Задачи обнаружения объектов (полезных сигналов) и оценивания их параметров на многомерных изображениях представляют особый интерес для целого ряда приложений. Такие задачи возникают, например, при обработке обычных видеопоследовательностей, медицинских изображений, получаемых с помощью компьютерной томографии, спутниковых многозональных снимков земной поверхности и др. Классическими примерами такой обработки является обнаружение очагов пожара на спутниковых снимках, новообразований на медицинских изображениях или новых объектов на видеокадрах. При этом сложность решения задач обнаружения объектов на многомерных изображениях значительно возрастает в сравнении с одномерным и двумерным случаями. Рассмотрим вначале синтез и анализ алгоритмов обнаружения объектов на фоне отдельного многозонального изображения. Как было отмечено во второй главе настоящей работы такое изображение может быть описано трехмерным случайным полем с двумя пространственными измерениями и одним спектральным. Другими словами это случайное поле может быть представлено совокупностью N массивов данных $\{z_{i,j}^k\}$, $k = 1, 2, \dots, N$, $(i, j) \in G$, $G = \{i = 1, \dots, M_1, j = 1, \dots, M_2\}$, которые получены в результате пространственной дискретизации сигналов, поступивших от различных систем датчиков (рис. 4.1).

При отсутствии полезного сигнала (гипотеза H_0) модель наблюдений можно представить аддитивной смесью:

$$z_{i,j}^k = x_{i,j}^k + \theta_{i,j}^k, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \in G,$$

СП $\{x_{i,j}^k\}$ с нулевым средним и пространственного белого шума $\theta_{i,j}^k$ с $M\{\theta_{i,j}^k\} = 0$ и $M\{\theta_{i,j}^k{}^2\} = \sigma_{\theta_{i,j}^k}^2$. Будем считать вначале, что СП $\{x_{i,j}^k\}$ является однородным по пространственным измерениям (i, j) и имеет корреляционную функцию (КФ) $B_{m,l}^{k,t} = M\{x_{i,j}^k x_{i+m,j+l}^t\}$.

При наличии полезного сигнала (гипотеза H_1) модель наблюдений запишется в виде:

$$z_{i,j}^k = x_{i,j}^k + s_{i,j}^k + \theta_{i,j}^k, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \in G_0^k,$$

$$z_{i,j}^k = x_{i,j}^k + \theta_{i,j}^k, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \notin G_0^k,$$

где G_0^k – область на i -м кадре, для которой возможно появление полезного сигнала с известными уровнями $s_{i,j}^k$, $(i, j) \in G_0^k$. Для упрощения выкладок будем считать, что на каждом из кадров эта область одинакова $G_0^k = G_0$. Если это не так, то можно расширить каждую из областей до размеров наибольшей, а полезный сигнал в добавленных точках считать нулевым.

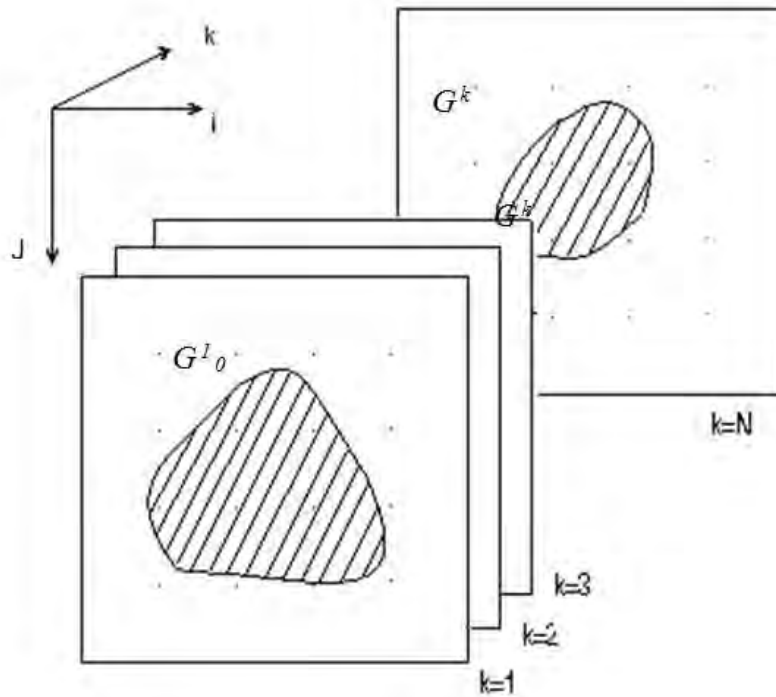


Рисунок 4.12 – Наблюдение объекта на трехмерном изображении

Решение задачи обнаружения полезного сигнала при использовании такой модели может быть основано на построении отношения правдоподобия

$$L = \frac{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_1)}{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_0)}$$
 и сравнении статистики L с некоторой пороговой величиной L_0 .

При этом

$$\frac{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_1)}{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_0)} = \frac{\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \notin G_0^k|H_1)\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_1)}{\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \notin G_0^k|H_0)\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_0)}$$

Поскольку $(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \notin G_0^k|H_1) = \omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \notin G_0^k|H_0)$, то

$$L = \frac{\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_1)}{\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_0)}$$

Условные плотности распределения вероятности $\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_1)$ и $\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_0)$ часто можно аппроксимировать гауссовскими [29]:

$$\omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in G_0^k|H_{0,1}) \cong \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sqrt{\det V}} \exp \left\{ -\frac{(z_{lvt} - m_{0,1lvt})V_{lvtijk}^{-1}(z_{ijk} - m_{0,1ijk})}{2} \right\}, \quad (4.4)$$

где $m_{0ijk} = M\{z_{i,j}^k|H_0\} = \hat{x}_{\exists i,j}^k$; $m_{1ijk} = M\{z_{i,j}^k|H_1, s_{i,j}^k\} = s_{i,j}^k + \hat{x}_{\exists i,j}^k$; $\hat{x}_{\exists i,j}^k = M\{x_{i,j}^k|(i, j, k) \notin G_0^k\}$ – оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз СП в k -м кадре, сделанный на основе всех наблюдений, в которых полезный сигнал заведомо отсутствует (прогноз в область G_0^k); $V_{lvtijk} = M\{(z_{lvt} - m_{0,1lvt})(z_{ijk} - m_{0,1ijk})\} = P_{\exists lvtijk} + V_{\theta lvtijk}$; $P_{\exists lvtijk} = M\{(x_{lvt} - \hat{x}_{\exists lvt})(x_{ijk} - \hat{x}_{\exists ijk})\}$ – ковариационная матрица ошибок при оптимальном прогнозировании; E_{lvtijk} – единичная пространственная матрица; $s_{i,j}^k$ – значения полезного сигнала на k -м кадре в точке с координатами (i, j) .

Тогда оптимальное правило обнаружения сигнала можно записать в виде:

$$L = s_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{\exists ijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.5)$$

Отметим, что в представленных выше выражениях для удобства используется эквивалентность выражений $a_k b_k$ и $\sum_{k=1}^N a_k b_k$, принятая в

тензорном исчислении. То есть в этих выражениях предполагается суммирование по одинаковым нижним индексам. Поэтому вместо записи $z_{i,j}^k$ используется эквивалентная форма z_{ijk} . В свою очередь выражение вида $s^k f_{ij}^k$ здесь и далее будет соответствовать перемножению элементов без суммирования.

Заметим, что вычисление прогноза \hat{x}_{ijk} весьма затруднительно при больших размерах области G . Это обусловлено тем, что для каждой точки $(i, j) \in G_0^k$, $k = 1, \dots, N$ прогнозирование выполняется с помощью своей специальной процедуры. Строго оптимальный прогноз $\hat{x}_{ijk} = \alpha_{lvtijk} z_{lvt}$ будет включать линейную комбинацию большого числа наблюдений z_{lvt} , $(l, v) \in G_0^t$, $t = 1, \dots, N$, коэффициенты которой α_{lvtijk} будут различны для каждой точки $(i, j) \in G_0^k$, $k = 1, \dots, N$. В результате практическая реализация обнаружителя (4.5) для поиска аномалий на реальных многозональных изображениях, размеры которых составляют десятки тысяч пикселей по пространственным координатам и которые могут включать сотни спектральных каналов, является чрезвычайно затруднительной.

Вместо правила обнаружения (4.5) может быть применена более простая процедура, основанная на следующей статистике:

$$L = s_{lvt} \Delta_{Tlvt} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.6)$$

где $\Delta_{Tlvt} = V_{Tlvtijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{Tijk})$; \hat{x}_{Tijk} – оптимальный прогноз, сделанный на основе всех наблюдений, кроме z_{ijk} (прогноз в точку); $V_{Tlvtijk} = P_{\varepsilon Tlvtijk} + V_{\theta lvtijk}$; $P_{\varepsilon Tlvtijk}$ – дисперсия ошибки $\varepsilon_{Tijk} = x_{Tijk} - \hat{x}_{Tijk}$ прогнозирования в точку. В указанных обозначениях Δ_{Tlvt} представляет собой ошибку прогноза в точку на i -м кадре с пространственными координатами (i, j) по всем остальным точкам многозонального изображения, нормированную собственными дисперсиями. Очевидно, что количество операций, необходимое для использования обнаружителя (4.6) существенно меньше в сравнении с алгоритмов (4.5).

Рассмотрим еще одну, существенно более простую, чем (4.5), процедуру обнаружения протяженных сигналов. Для этого достаточно в (4.5) подставить известную связь между тензорами оценок:

$$\hat{x}_{ijk} = \hat{x}_{\existsijk} + P_{lvtijk} V_{\theta lvtijk}^{-1} (z_{lvt} - \hat{x}_{\existsijk}), (i, j) \in G_0^k, k = 1, \dots, N.$$

где \hat{x}_{ijk} – оптимальная оценка СП в области $(i, j) \in G_0^k, k = 1, \dots, N$, сделанная на основе всех наблюдений z_{lvt} , $(l, v) \in G_0^t, t = 1, \dots, N$, P_{lvtijk} – ковариационная матрица ошибок фильтрации. После элементарных преобразований с учетом того, что $P(E + V_{\theta}^{-1}P_{\exists}) = P_{\exists}$, $z - \hat{x}_{\exists} = (E + V_{\theta}^{-1}P_{\exists})(z - \hat{x})$, находим следующую форму решающего правила:

$$L = s_{lvt} \Delta_{lvt} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.7)$$

где $\Delta_{lvt} = V_{\theta lvtijk}^{-1} (z_{ijk} - \hat{x}_{ijk})$ – ошибка фильтрация в точке на i -м кадре с пространственными координатами (i, j) , нормированная по дисперсии шума. При этом важно, что нормированные ошибки Δ_{lvt} , как и Δ_{Tlvt} , используемые в обнаружителе (4.6), могут быть рассчитаны однократно для всего многозонального изображения и использоваться впоследствии при проверки гипотезы о наличии полезного сигнала для всех ее возможных положений. Это позволяет существенно сократить время обработки реального спутникового материала.

Если рассматривать шум $\theta_{i,j}^k$ как белый с одинаковыми характеристиками во всех точках многозонального изображения, то диагональные элементы матрицы $V_{\theta lvtijk}$ будут равны соответственно $1/\sigma_{\theta}^2$, а остальные элементы будут равны нулю. Тогда решающее правило (4.7) можно переписано в следующем простом виде:

$$L = \frac{\sum_{i,j \in G; k=1..N} s_{i,j}^k (z_{i,j}^k - \hat{x}_{i,j}^k)}{\sigma_{\theta}^2} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases}$$

В последнем выражении для наглядности используется обычное, а не тензорное суммирование. Отметим, что в обнаружителе (4.7) оценки \hat{x}_{ijk} являются результатами фильтрации многозонального изображения в обычном

смысле только в случае отсутствия полезного сигнала. При появления этого полезного сигнала, содержащие его отсчеты оказывают искажающее влияние на \hat{x}_{ijk} , что в этом случае позволяет считать \hat{x}_{ijk} только псевдооценкой.

На рисунке 4.13 в качестве иллюстрации представлены результаты работы алгоритма обнаружения протяженных аномалий (4.8) разного вида на фоне имитированного с помощью АР ДС модели и зашумленного многозонального изображения, состоящего из трех кадров. При этом отношение сигнал шум $q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2} = 1$, уровень полезного сигнала $s = 2$.

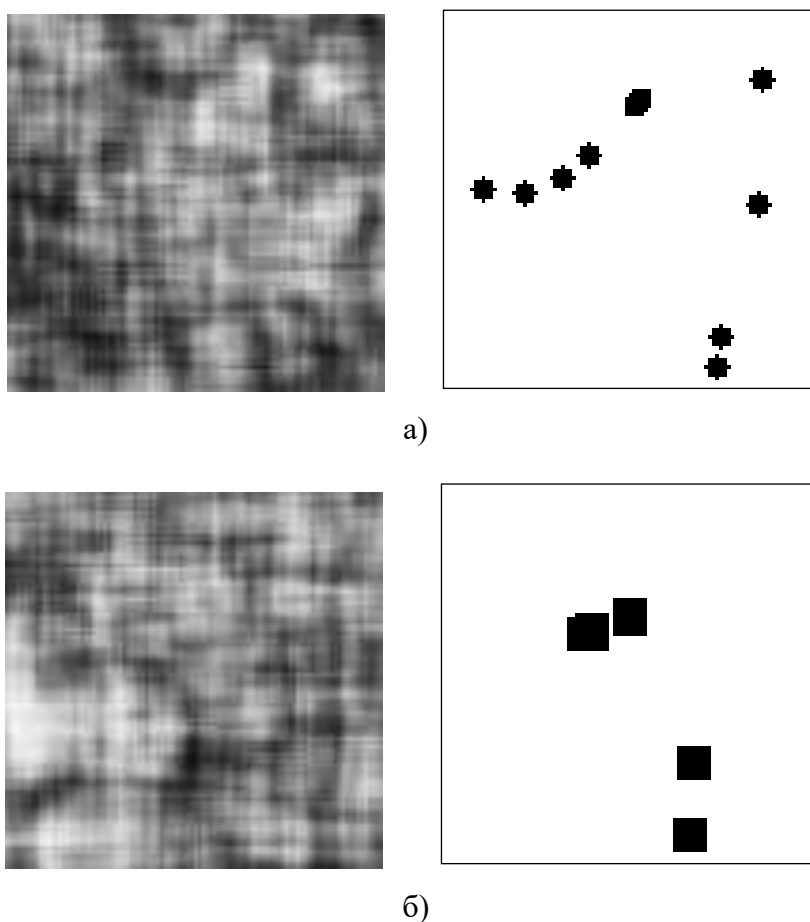


Рисунок 4.13 – Обнаружение круговых объектов размером 7×7 (а) и квадратных объектов размером 9×9 (б) на коррелированном изображении размером 100×100

Обнаружение выполнялось при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 10^{-4}$. Средняя вероятность правильного обнаружения составила 0.78 для случая, представленного на рисунке 4.13а, и 0.84 для случая, представленного на рисунке 4.13б. Для сравнения средняя вероятность

правильного детектирования этих же сигналов экспертом составила 0.53 и 0.59 (визуально сигнал почти неразличим).

Отметим, что решающие правила (4.5), (4.6) и (4.7) являются эквивалентными. Выбор одного из них при решении конкретной практической задачи определяется особенностями данной задачи. Однако представленные выше замечания, а именно возможность декомпозиции решающей статистики на две составляющие, одна из которых вычисляется однократно для всего изображения, и наличие разнообразных подходов к фильтрации многомерного изображения, в том числе на основе дважды стохастической модели, дают основания полагать, что предложенный обнаружитель (4.7) может быть использован в существенно большем числе задач, чем алгоритмы (4.5) и (4.6).

4.4. Эффективность обнаружения протяженных сигналов с известными параметрами

Обнаружитель (4.7) удобно использовать не только при реализации систем обработки изображений, но и для вероятностного анализа эффективности самого обнаружения. Действительно, в случае если наблюдения $z_{i,j}^k$ распределены нормально, то и статистика L также является нормальной случайной величиной. Тогда пороговое значение L_0 может быть найдено из следующего соотношения [43]:

$$P_F = \int_{L_0}^{\infty} \omega(L|H_0) dL = 0.5 - \Phi_0\left(\frac{L_0 - m(L|H_0)}{\sqrt{D(L|H_0)}}\right), \quad (4.8)$$

где $\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. С помощью несложных выкладок можно показать, что $M(L|H_1) = D(L|H_0) = D(L|H_1) = s_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} S_{ijk}$; $M(L|H_0) = 0$. Обозначим через $Q = s_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} S_{ijk}$. С учетом уже упомянутой связи между тензорами оценок в область возможного нахождения аномалии и результатов фильтрации многозонального изображения после несложных преобразований получаем

$$Q = s_{lvt} V_{\theta lvtijk}^{-1} (E_{lvtijk} - V_{\theta lvtijk}^{-1} P_{lvtijk}) S_{ijk},$$

где P_{lvtijk} – ковариационная матрица ошибок фильтрации.

Для случая белого шума $\theta_{i,j}^k$ справедливо следующее равенство: $Q = \frac{s_{lvt} s_{ijk}}{\sigma_\theta^2} - \frac{s_{lvt} P_{lvtijk} s_{ijk}}{\sigma_\theta^4}$. Соответственно, вероятность правильного обнаружения

$$P_D = 0.5 + \Phi_0 \left(\frac{m(L|H_1) - L_0}{\sqrt{D(L|H_1)}} \right). \quad (4.9)$$

Прямой анализ представленных выражений показывает, что ключевой характеристикой, полностью определяющей качество обнаружения, является величина порогового сигнала, при которой достигается требуемая вероятность правильного обнаружения при заданной вероятности ложной тревоги. Эта величина определяется по формуле:

$$\Delta = \frac{m(L|H_1) - m(L|H_0)}{\sqrt{D(L|H_1)}} = \sqrt{Q}. \quad (4.10)$$

Проанализируем кратко выражение (4.10). В случае, если фильтрация изображения выполняется абсолютно точно и соответственно ошибки такого оценивания отсутствуют, то ковариационная матрица ошибок фильтрации P будет нулевой. Соответственно эффективность обнаружения будет полностью определяться характеристикой $\Delta = \sqrt{s_{lvt} V_{\theta_{lvtijk}}^{-1} s_{ijk}}$. Появление ошибок при фильтрации многозонального изображения приводит к соответствующему снижению эффективности последующего обнаружения.

В случае если производится обнаружение точечного сигнала, занимающего только один отсчет на одном из кадров многозонального изображения формула (4.10) может быть представлена следующим образом:

$$\Delta = \sqrt{\frac{s^2}{\sigma_\theta^2} \left(1 - \frac{\sigma_P^2}{\sigma_\theta^2} \right)},$$

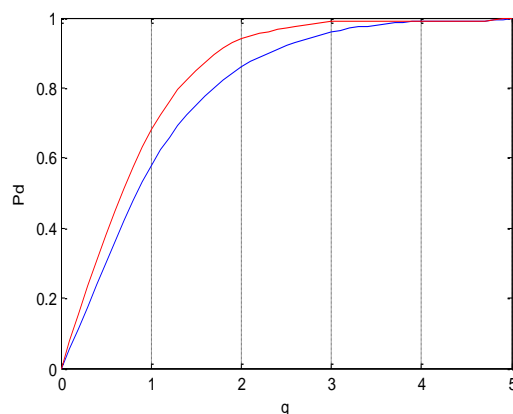
где s – амплитуда ожидаемой точечной аномалии, σ_P^2 – дисперсия ошибки фильтрации в точке, где проверяется гипотеза о наличии аномалии.

Получение аналитических характеристик для общего случая обнаружения протяженных аномалий, расположенных на нескольких кадрах

многозонального изображения, сопряжено со значительными математическими трудностями. Причиной этих трудностей является пространственная неоднородность спутниковых снимков и, соответственно, произвольный характер ковариационной функции ошибок фильтрации P_{lvtijk} . Тем не менее, данную функцию, как и сами оценки многозонального изображения, удастся получить в ходе предложенной в главе 3 процедуры нелинейной дважды стохастической фильтрации многозонального изображения. При этом прямой опыт расчетов показывает, что характеристика (4.10) принимает существенно различные значения при обнаружении одной и той же аномалии, расположенной на разных участках многозонального изображения. Действительно, на рисунке 4.14а представлен кадр одного и того же многозонального изображения, содержащего аномалию круглой формы диаметром 10 пикселей на участке с лесным массивом и на участке сельскохозяйственного назначения. На рисунке 4.14б представлены рассчитанные кривые зависимости вероятности правильного обнаружения P_D от отношения сигнал/шум $q = \frac{s}{\sigma_\theta}$ при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_F = 10^{-3}$.



а)



б)

Рисунок 4.14 – Обнаружение протяженного сигнала на отдельном кадре многозонального изображения и характеристики этого обнаружения

В связи с указанными трудностями постараемся получить характеристики обнаружения сигнала для важного случая пространственно однородного

многозонального изображения. При этом будем предполагать, что совместная КФ этого изображения разделима и может быть представлена в следующем виде: $B_{lvtijk} = R^{kt}B(i-l, j-v)$, а дисперсия шума одинакова для любых координат (i, j, k) и составляет $M\{n_{i,j}^k{}^2\} = \sigma_\theta^2$. Чтобы найти необходимую для решения задачи анализа ковариационную матрицу ошибок фильтрации P_{lvtijk} запишем аналог уравнений Винера-Хопфа для трехмерной сетки, бесконечной в направлениях (i, j) :

$$\alpha_{lv}RB(i-l, j-v) = RB(i, j) - \alpha_{ij}^T E \sigma_\theta^2, \quad (4.11)$$

где α_{ij} – векторы длиной N , составленные из весовых коэффициентов оптимального оценивания.

Спутниковые изображения земной поверхности обладают, как правило, большим радиусом внутрикадровой корреляции и значительными размерами. В этих условиях, приближенно считая фоновое поле $\{x_{i,j}^k\}$ непрерывным и бесконечным по пространству, возможно осуществить переход к интегральной системе уравнений:

$$\alpha(i, j)^T E \sigma_\theta^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(v, l) RB(i-v, j-l) dv = RB(i, j). \quad (4.12)$$

Приведенная система дает точное решение только при условии бесконечного размера и непрерывности фонового СП. В то же время исследования показывают, что для реальных СП с высоким (более 0.96) коэффициентом межэлементной внутрикадровой корреляции различие между решениями систем (4.11) и (4.12) невелико и достаточно для создания и эксплуатации систем обработки изображений.

После многомерного преобразования Фурье [66,182] получаем следующее решение системы (4.10):

$$\alpha(i, j) = F^{-1} \left(\frac{RG(\omega_1, \omega_2)}{RG(\omega_1, \omega_2) + E \sigma_\theta^2} \right), \quad (4.13)$$

где $G(\omega_1, \omega_2) = F(\omega_1, \omega_2)$ – энергетический спектр СП отдельного кадра; $F()$, $F^{-1}()$ – прямое и обратное двумерные преобразования Фурье.

Подставляя векторные коэффициенты (4.13) в систему (4.11) можно найти следующее выражение для ковариационной матрицы ошибок фильтрации $P(i, j)$:

$$P(i, j) = M\{(\bar{x}_{l,v} - \hat{x}_{l,v})(\bar{x}_{l+i,v+j} - \hat{x}_{l+i,v+j})^T\} = \sigma_\theta^2 \alpha(i, j),$$

где $\bar{x}_{l,v}$, $\hat{x}_{l,v}$ – векторы длиной N , составленные из отсчетов и оценок мешающего изображения. Объединяя этот результат с (4.13), можно записать следующее приближенное равенство:

$$P(i, j) = F^{-1} \left(\frac{\sigma_\theta^2 R G(\omega_1, \omega_2)}{R G(\omega_1, \omega_2) + E \sigma_\theta^2} \right). \quad (4.14)$$

Состоятельность данного соотношения для определения ковариационной функции ошибок фильтрации можно проиллюстрировать следующим рисунком (рисунок 4.15), на котором представлены кривые $P1(i)$, полученные с помощью выражения (4.14), и точные значения ковариационной функции ошибок фильтрации $P2(i)$, рассчитанные из решения системы (4.11). При расчете использовались следующие параметры, количество кадров в многозональном изображении $N = 1$; пространственные размеры изображения $M_1 = M_2 = 256$; ковариационная функция фонового изображения экспоненциальная изотропная: $B(i) = \sigma_x^2 r^{|i|}$.

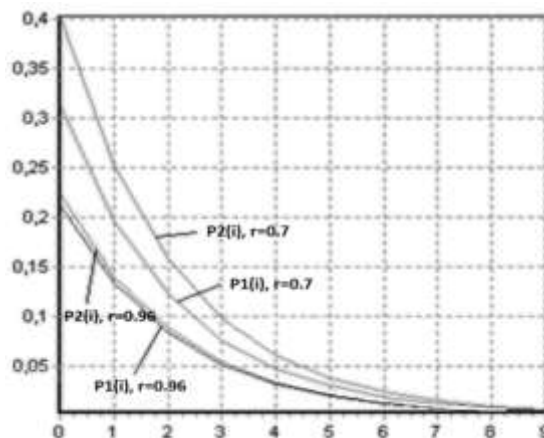


Рисунок 4.15 – Приближенные и точные значения КФ ошибок фильтрации в зависимости от коэффициента корреляции поля

Анализ представленных кривых подтверждает возможность аппроксимации с помощью выражения (4.14) значений ковариационной функции ошибок фильтрации при $r > 0.95$.

Полученные соотношения позволяют проводить анализ обнаружения сигнала любой формы на произвольном числе кадров с заданными корреляционными характеристиками мешающих изображений и шума.

Для иллюстрации определим характеристики обнаружения полезного сигнала, имеющего один и тот же уровень и форму на каждом из кадров многозонального изображения, т. е. $s_{i,j}^k = s_{i,j}$, $k = 1, \dots, N$. В этом случае

$$\Delta^2 = \frac{N}{\sigma_\theta^2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{ij} T_{ijlv} s_{lv},$$

где

$$T_{ijlv} = \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^N P_{kt}(i-j, l-v) = \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^N F^{-1} \left(\frac{\sigma_\theta^2 RG(\omega_1, \omega_2)}{RG(\omega_1, \omega_2) + E\sigma_\theta^2} \right).$$

В последнем выражении $P_{kt}(i-j, l-v)$ является коэффициентом ковариации между ошибками оптимальной линейной фильтрации в точках, расположенных на k -ом и t -ом кадрах и разделенных $i-j$ и $l-v$ элементами по пространственным координатам.

Используя подход, представленный в работе [40], можно записать следующее выражение для Δ^2 :

$$\Delta^2 = \frac{N}{\sigma_\theta^2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{\sigma_\theta^4} s_{ij} F^{-1} \left(\sum_{k=1}^N \frac{G(\omega_1, \omega_2) \sum_{t=1}^N R_{kt}}{\sigma_\theta^2 + G(\omega_1, \omega_2) \sum_{t=1}^N R_{kt}} \right) s_{lv}. \quad (4.15)$$

Нетрудно заметить, что (4.15) можно также записать в виде

$$\Delta^2 = \sum_{k=1}^N \Delta^2(\sigma_x^2 \sum_{t=1}^N R_{kt})$$

суммы N слагаемых, соответствующих характеристикам обнаружения круговых сигналов на обычных двумерных изображениях с дисперсией фонового поля $\check{\sigma}_x^2 = \sigma_x^2 \sum_{t=1}^N R_{kt}$. Анализ последнего выражения позволяет сделать вывод, что при коэффициентах межкадровой корреляции $R_{kt} = 0$,

$k \ll t$, обработка многозонального изображения, состоящего из N кадров, позволяет получить для величины Δ выигрыш в \sqrt{N} раз по сравнению с обработкой одиночного изображения.

Несмотря на математические сложности, сопутствующие расчету многомерных преобразований Фурье, существует ряд частных случаев, для которых удастся найти важные аналитические соотношения в явном виде. Для этого рассмотрим более общую задачу оптимальной линейной фильтрации многомерного однородного информационного СП x_j , заданного на N -мерной сетке J бесконечных размеров. Пусть на основе наблюдений $z_j = x_j + \theta_j$ необходимо дать наилучшую (в смысле минимума дисперсии ошибки σ_ε^2) линейную оценку $\hat{x}_{\bar{i}} = \sum_{\bar{j} \in J} \alpha_{\bar{j}} z_{\bar{j}}$ элемента $x_{\bar{i}}$ информационного СП. Тогда условие минимума σ_ε^2 запишется как система линейных уравнений

$$\sigma_\theta^2 \alpha_{\bar{i}} + \sum_{\bar{j} \in J} \alpha_{\bar{j}} R(\bar{i} - \bar{j}) = R(\bar{i}), \bar{i} \in J, \quad (4.16)$$

которую можно рассматривать как N -мерный аналог уравнений Винера-Хопфа; $R(\bar{i}) = M\{x_{\bar{j}} x_{\bar{j} + \bar{i}}\}$ – корреляционная функция. При этом минимально достижимая дисперсия ошибки $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\theta^2 \alpha_{\bar{j}}$. Как и ранее полагая ячейки пространственной сетки J малыми по сравнению с интервалом корреляции СП, можно заменить систему (4.16) одним интегральным уравнением и тогда

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\theta^2 \alpha_{\bar{j}} = \frac{\sigma_\theta^2}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\bar{\omega})}{\sigma_\theta^2 + G(\bar{\omega})} d\bar{\omega}, \quad (4.17)$$

где $G(\bar{\omega}) = \int_{R^n} R(\bar{i}) \exp(-j(\bar{\omega}, \bar{i})) d\bar{i}$ – спектральная плотность СП $x(\bar{i})$; $\bar{i}, \bar{j} \in R^n$; $(\bar{\omega}, \bar{i}) = \sum_{k=1}^n \omega_k i_k$; $d\bar{i} = di_1 di_2 \dots di_n$.

Итак, для анализа эффективности фильтрации достаточно найти спектральную плотность информационного СП и произвести вычисления по формуле (4.17). При этом основные трудности обычно связаны с n -кратным интегрированием, необходимым для расчета спектра $G(\bar{\omega})$ и вычисления выражения (4.17). Эти трудности можно заметно снизить в случаях, когда СП

(\bar{l}) изотропно во всем пространстве R^n или на каких-либо подпространствах $\Omega_m \subset R^n$. Действительно, после введения сферических координат в R^n формула (4.17) для изотропных СП преобразуется к виду:

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\theta^2} = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}\Gamma(0.5n)} \int_0^\infty \frac{k^{n-1}f(k)}{\sigma_\theta^2 + f(k)} dk, \quad (4.18)$$

где

$$f(k) = (2\pi)^{n/2} \int_0^\infty R(\rho)\rho^{n-1} \frac{J_{0.5n-1}(k\rho)}{(k\rho)^{0.5n-1}} d\rho; \quad (4.19)$$

где $J_\nu()$ – функция Бесселя порядка ν ; $\Gamma()$ – полная гамма-функция [69]; $k = |\bar{\omega}|$; $\rho = |\bar{l}|$.

Для изотропных СП на пространствах с нечетным числом измерений функции Бесселя в могут быть выражены через элементарные функции. В этих случаях расчеты по формулам (4.18) выполняются достаточно просто. Например, для изотропных СП с

$$R(\rho) = \sigma_x^2 \exp(-\alpha\rho), \rho = \sqrt{\sum_{k=1}^n i_k^2}$$

получим

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\theta^2} = \frac{\gamma q}{(2\pi)^{n-1}\Gamma(0.5n)} \int_0^\infty \frac{v^{n-1}\Phi_n(v)}{\sigma_\theta^2 + \Phi_n(v)} dv, \quad (4.20)$$

где $\gamma = \frac{\alpha^n}{q}$; $q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2}$ – отношение дисперсий информационного и мешающего

СП; $\Phi_1(v) = \frac{2}{1+v^2}$; $\Phi_3(v) = \frac{8\pi}{(1+v^2)^2}$; $\Phi_5(v) = \frac{64\pi^2}{(1+v^2)^3}$; $\Phi_5(v) = \frac{96\pi^3}{(1+v^2)^4}$ и т.д.

Для изотропных экспоненциально-коррелированных СП, заданных на пространствах с четным числом измерений $n = 2N$, известно [34] простое выражение для интеграла (4.19):

$$f(k) = (2\pi)^M \sigma_x^2 k^{-2(M-1)} (-1)^M \frac{d^M}{d\alpha^M} \left(\frac{(\sqrt{\alpha^2 + k^2} - \alpha)^{M-1}}{\sqrt{\alpha^2 + k^2}} \right).$$

При этом минимальная дисперсия ошибки фильтрации также может быть представлена в виде формулы (4.20), где

$$\Phi_2(v) = \frac{2\pi}{\sqrt{(1+v^2)^3}}; \Phi_4(v) = \frac{6\pi}{\sqrt{(1+v^2)^5}} \text{ и т. д.}$$

К сожалению, для больших размерностей n однородных СП получаются довольно громоздкие соотношения, и при расчетах по формуле (4.18) целесообразно применять численные методы. Вместе с тем, как показывает анализ, при увеличении обобщенного параметра $\gamma = \alpha^n/q$ дисперсия ошибки оптимальной фильтрации рассмотренных изотропных СП асимптотически сходится к величине

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\theta^2} = \beta_n^{n+1} \sqrt{\gamma},$$

где $\beta_1 \cong 0.707$; $\beta_2 \cong 0.66$; $\beta_3 \cong 0.63$; $\beta_4 \cong 0.606$; $\beta_\infty \cong 0.58$.

Таким образом, приведенные соотношения дают возможности получения довольно простых оценок потенциальной точности фильтрации СП на фоне помех. Кроме того, полученные граничные значения дисперсии фильтрации позволяют построить характеристики оптимальных алгоритмов обнаружения пространственных аномалий на фоне мешающих многомерных изображений. Действительно, рассмотрим следующий важный случай. Пусть СП $\{x_{\Gamma}\}$ однородно, его КФ изотропна, и форма сигнала представляет собой n -мерный шар. При этом СП $\{\tilde{z}_{\Gamma} = x_{\Gamma} - \hat{x}_{\Gamma}\}$ также изотропно, а его КФ может быть оценена с помощью следующего приближенного выражения, являющегося обобщением (4.20):

$$P(i) \cong \frac{\gamma q}{(2\pi)^{n-1} \Gamma(0.5n)} \int_0^{\infty} \frac{v^{n-1} \Phi_n(v)}{\sigma_\theta^2 + \Phi_n(v)} e^{jiv} dv, \quad (4.21)$$

Подставляя последнее выражение в формулы (4.15) можно получить необходимые зависимости эффективности обнаружения от параметров сигнала и фонового изображения для случая пространственно-изотропного изображения. Для иллюстрации на рисунке 4.16а и рисунке 4.16б представлены

графики зависимостей величин (4.15) от размерности поля, его коррелированности и величины порогового сигнала.

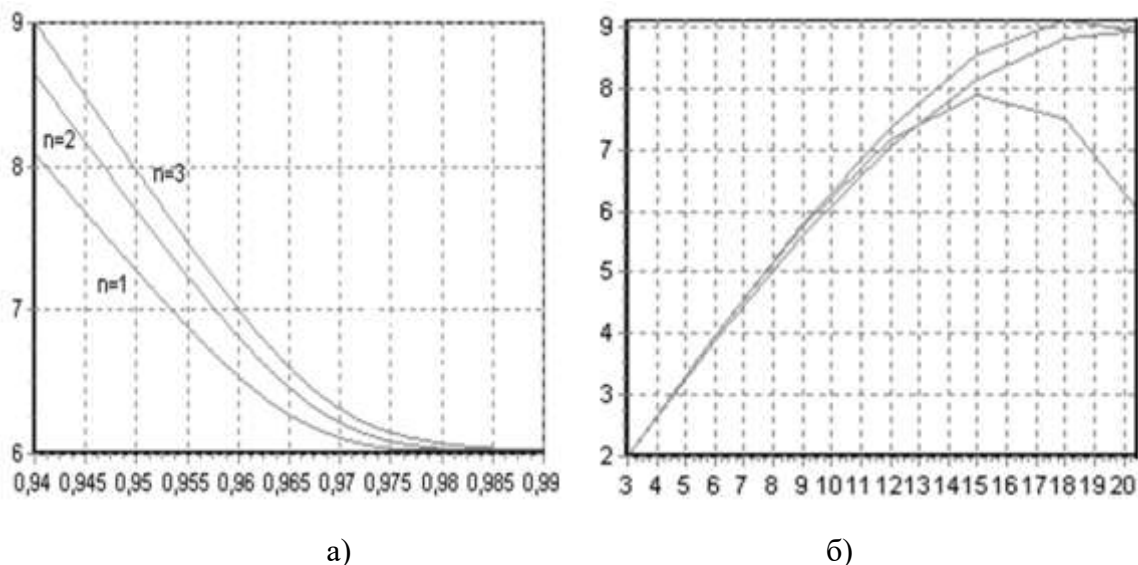


Рисунок 4.16 – Зависимость эффективности обнаружения от коэффициента корреляции фонового изображения, его размерности и размера полезного сигнала

Анализ кривых на графиках показывает, что с ростом коррелированности поля и уменьшением размера сигнала разница между характеристиками эффективности обнаружения для разных размерностей СП уменьшается. Это объясняется в том числе требованиями к гладкости фонового СП $\{x_i\}$, накладываемыми при выводе выражения для КФ ошибок фильтрации и интегральном переходе к выражению (4.12).

Таким образом, эффективность обнаружения шарового сигнала на СП любой размерности при соблюдении условий гладкости поля и ограниченных размеров аномалии можно считать независимой от размерности поля. Это позволяет заменить (4.15) следующей компактной интегральной формулой:

$$\Delta^2 \cong \frac{1}{\sigma_\theta^2} \left(\int_0^M s^2(i) di - \frac{1}{\sigma_\theta^2} \int_0^M \int_0^M s(i) P(\sqrt{i^2 + j^2}) s(j) didj \right),$$

где M – радиус шарообразного сигнала; $s(i)$ – функция, определяющая яркость шарообразного сигнала в зависимости от расстояния до его центра; $P(i)$ – ковариационная функция ошибок фильтрации, рассчитанная в соответствии с (4.21).

Полученные асимптотические соотношения для дисперсии ошибок оптимальной фильтрации позволяют провести анализ характеристик обнаружения пространственных аномалий разнообразной формы на фоне мешающих МЗИ. Так, для обнаружения точечного полезного сигнала с амплитудой s на фоне СП с экспоненциальной изотропной КФ можно получить следующее выражение:

$$\Delta^2 \cong s \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_\theta^2} - \sum_{k=1}^N \frac{\sigma_x^2 \gamma_k}{2\pi \beta_k^2 \sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{2\beta_k - 1}{\sqrt{3}} \right) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left(\frac{(\beta_k + 1)^2}{\beta_k^2 - \beta_k + 1} \right) \right),$$

где $\beta_k = \sqrt[3]{\gamma_k/2\pi}$; $\gamma_k = \frac{\alpha^2 \sigma_\theta^2}{\sigma_x^2 \Omega_k}$; $\Omega_k = \sum_{t=1}^N R_{kt}$.

Используя аналогичный подход, запишем характеристики эффективности обнаружения такого же точечного сигнала для анизотропного СП с КФ вида $B_{lvtijk} = R^{kt} B(i-l, j-v) = \sigma_x^2 R^{kt} \rho_1^{|i-l|} \rho_2^{|j-v|}$:

$$\Delta^2 \cong s \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_\theta^2} - \sum_{k=1}^N \frac{2\sigma_x^2 \Omega_k \sqrt{\gamma_k} \sqrt{\rho_k}}{\pi} K(\rho_k),$$

где $\rho_k = \left(\frac{0.5\gamma_k}{2\pi} + 1 \right) - \sqrt{0.25 \left(\frac{\gamma_k}{2\pi} \right)^2 + \frac{\gamma_k}{2\pi}}$; $K(\rho_k)$ – эллиптический интеграл [68].

Для протяженного кругового сигнала амплитудой S радиусом γ_k на каждом кадре многозонального изображения с пространственной экспоненциальной изотропной ковариационной функцией можно получить следующее равенство:

$$\Delta^2 \cong S^2 \sum_{k=1}^N \left(\frac{\gamma_k}{\sigma_\theta^2} - \frac{A_k}{\sigma_\theta^4} \left[\frac{4\gamma_k}{\alpha_k} + \frac{2}{\alpha_k^2} (e^{-2\alpha_k \gamma_k} - 1) \right] \right),$$

где $A_k = \frac{-\sigma_\theta^2 \ln(r) \sum_{i=1}^N R_{kt}}{\alpha_k}$; $\alpha^k = \sqrt{\ln(r)^2 - \frac{2\ln(r) \sigma_x^2 \sum_{i=1}^N R_{kt}}{\sigma_\theta^2}}$.

Для определения эффективности алгоритма обнаружения протяженных аномалий (4.7) в соответствии с полученными формулами были проведены исследования зависимостей вероятности правильного обнаружения от параметров полезного сигнала и мешающего изображения, на котором ведется

обнаружение. На рисунке 4.17 представлены зависимости вероятности правильного обнаружения от амплитуды сигнала S , дисперсии поля σ_x^2 и дисперсии шума σ_θ^2 . При этом вероятность ложной тревоги $P_F = 10^{-3}$; количество кадров в многозональном изображении $N = 3$; пространственные размеры многозонального изображения $M_1 = M_2 = 256$; коэффициент внутрикадровой корреляции $r = 0.96$.

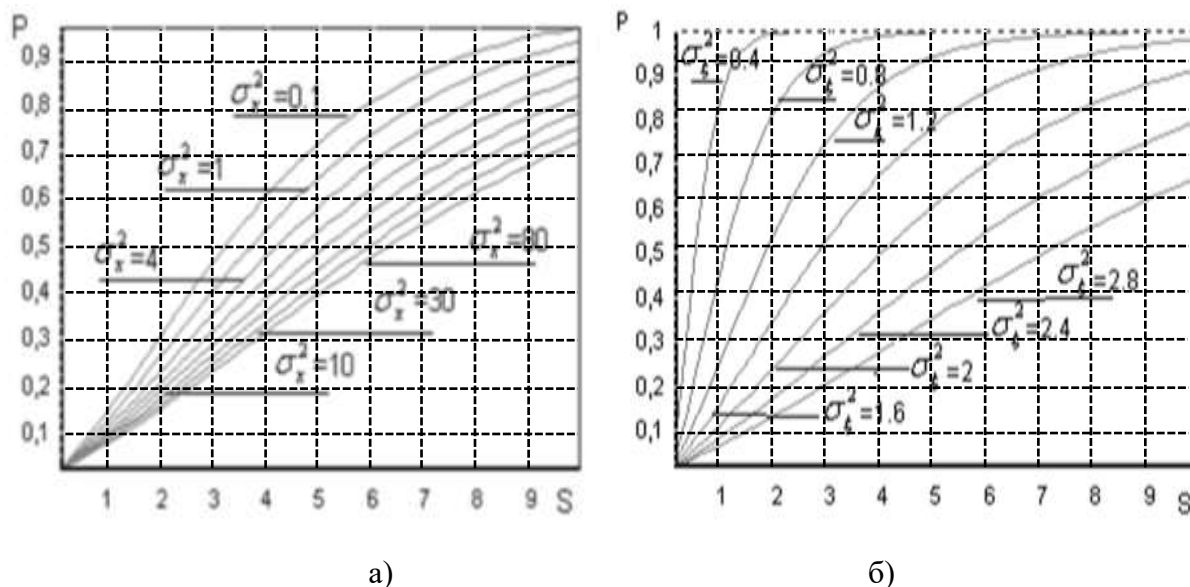


Рисунок 4.17 – Зависимости вероятности правильного обнаружения от характеристик сигнала, фонового изображения и шума

Представленные материалы свидетельствуют об ожидаемом поведении оптимального обнаружителя. Вероятность правильного обнаружения растет с уменьшением дисперсии шума и фонового изображения и с увеличением амплитуды сигнала.

Исследование зависимости вероятности правильного обнаружения P_D от коэффициента внутрикадровой корреляции r подстилающего изображения (рисунок 4.18) установило уменьшение величины P_D при определенных соотношениях значений r и протяженности полезного сигнала Υ и заданных значениях уровня полезного сигнала s .

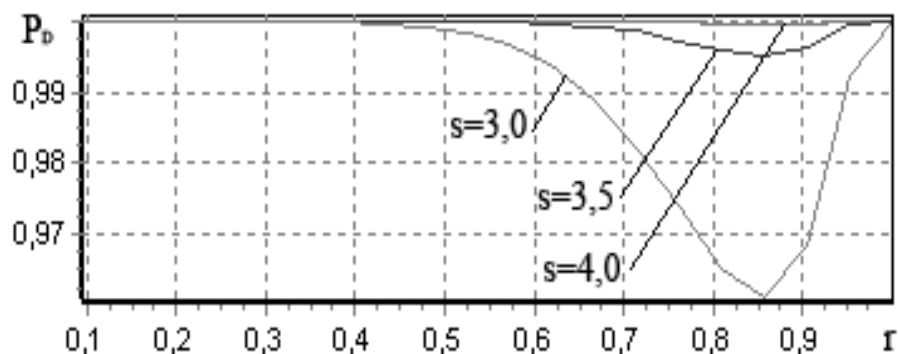


Рисунок 4.18 – Зависимость вероятности правильного обнаружения от коэффициента корреляции

Были проведены дополнительные расчеты зависимости интервала корреляции $T = 1/(1 - r)$ от протяженности полезного сигнала Υ , при которых величина вероятности правильного обнаружения принимает минимальное значение (рисунок 4.19).

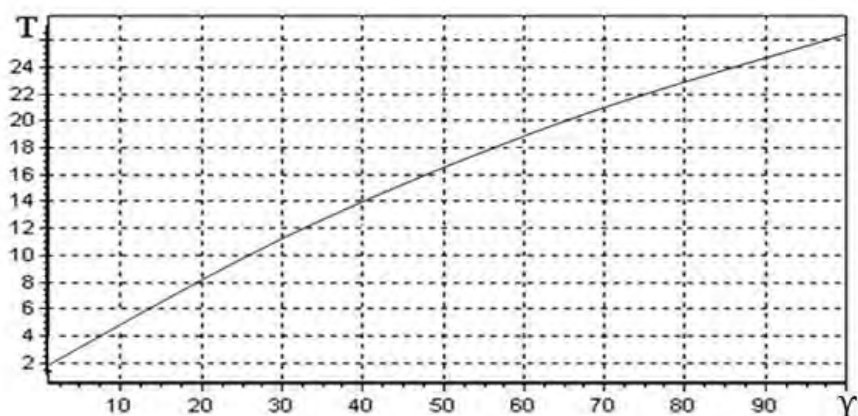


Рисунок 4.19 – Зависимость интервала корреляции от протяженности полезного сигнала

На основании результатов расчетов, представленных на рис. 4.18, можно сделать вывод, что при небольшой протяженности полезного сигнала Υ вероятность правильного обнаружения принимает минимальное значение при $\tau \approx \alpha\Upsilon$, $\alpha \approx 0.5$. При увеличении значения Υ коэффициент α уменьшается и стремится к значению $\alpha \approx 0.2$.

Одним из вариантов уменьшения вычислительных затрат, возникающих при использовании обнаружителя (4.7), является уменьшения размера окна W , в пределах которого производится фильтрация и последующее детектирование полезного сигнала размером Υ . На рис. 4.20 представлены результаты

исследования, посвященного установлению зависимости вероятности правильного обнаружения P_D от W , Υ , и коэффициента внутрикадровой корреляции r .

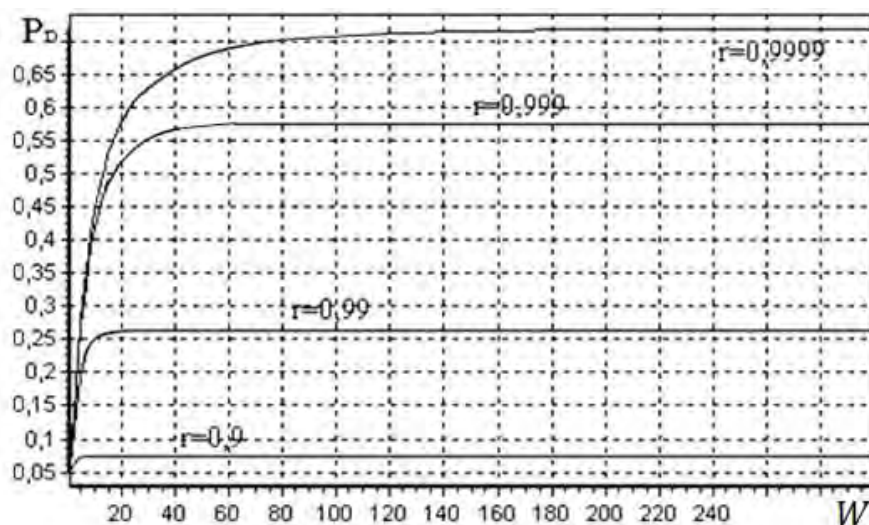


Рисунок 4.20 – Зависимость вероятности правильного обнаружения от размера изображения

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что для заданных параметров Υ , r , σ_x^2 , σ_θ^2 существует такой размер $W_{кр}$, что $P_D(W) \cong P_D(W_{кр})$ для любых $W > W_{кр}$. При этом величина $W_{кр}$ может быть установлена из следующего приближенного равенства $W_{кр} = \Upsilon + 4 \sqrt{\frac{\sigma_x^2(1-r)}{\sigma_\theta^2}}$. Данный вывод позволяет ограничить размер окна в пределах которого производится фильтрация и детектирование без ущерба для вероятности правильного обнаружения.

На основе полученных результатов, сопоставив эффективность обнаружения предложенных правил и потенциальные возможности реальных систем обнаружения, появляется возможность выбрать наиболее подходящие параметры обнаружения.

4.5. Обнаружение аномалий с неизвестными уровнями на многозональных изображениях

Применение обнаружителей (4.4), (4.5) и (4.6) на практике обычно затруднено в силу отсутствия полной информации относительно отсчетов полезного сигнала $s_{i,j}^k$. Однако, проведенные исследования показывают, что в большом числе случаев полезный сигнал на спутниковых изображениях сохраняет свою форму и структуру, но меняет интенсивность. Тогда такой сигнал на многозональном изображении можно записать в виде $s_{i,j}^k = s^k f_{i,j}^k$, где s^k – неизвестные уровни сигнала на отдельных кадрах изображения; $f_{i,j}^k$ – известные значения, определяющие относительную структуру сигнала на k -ом кадре изображения.

Для синтеза решающего правила воспользуемся модифицированным отношением правдоподобия:

$$L = \frac{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_1, \hat{s}^1, \hat{s}^2, \dots, \hat{s}^N)}{\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_0)} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases}$$

где \hat{s}^k , $k = 1, 2, \dots, N$ – оценки неизвестных уровней полезного сигнала, полученные с помощью метода максимального правдоподобия.

Аппроксимируя условные ПРВ $(\{z_{i,j}^k\}|H_1, \hat{s}^1, \hat{s}^2, \dots, \hat{s}^N)$ и $\omega(\{z_{i,j}^k\}|H_0)$ гауссовскими, решающее правило оптимального обнаружения протяженных сигналов по совокупности наблюдений на N кадрах можно записать в виде:

$$L = \sum_{k=1}^N \hat{s}^k f_{lvt} \Delta_{lvt} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.22)$$

Неизвестные оценки \hat{s}^k , $k = 1, 2, \dots, N$ определяются из условия максимума $(\{z_{i,j}^k\}|H_1)$, или, при условии гауссовского характера $\{z_{i,j}^k\}$, минимума выражения $(z_{lvt} - m_{1lvt})P_{lvtijk}^{-1}(z_{ijk} - m_{1lvt})^T$. После дифференцирования квадратичной формы получаем следующую систему линейных уравнений:

$$\sum_{k=1}^N (f_{lv}^t P_{lvij}^{tk}{}^{-1} f_{ij}^k) s^k = \sum_{k=1}^N f_{lv}^t P_{lvij}^{tk}{}^{-1} (z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k), t = 1, 2, \dots, N \quad (4.23)$$

Для решения полученной системы и определения неизвестных уровней полезного сигнала на каждом из кадров многозонального изображения можно использовать известные алгебраические подходы и численные методы.

С целью исследования свойств решений полученной системы исследуем несколько важных частных случаев.

1. Если сигнал на каждом из кадров многозонального изображения является точечным, т.е. $f_{lv}^t = 1$, то система (4.22) будет иметь вид:

$$\sum_{t=1}^N P^{kt} s^k = \sum_{t=1}^N P^{kt} (z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k), k = 1, \dots, N.$$

Тогда решением этой системы будут оценки вида:

$$s^k = z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k.$$

Еще раз подчеркнем, что \hat{x}_{ij}^k – результат оценки значения многозонального изображения в точке с координатами (i, j) на k -ом кадре, по всем точкам этого многозонального изображения. Соответственно выигрыш при обработке многозонального изображения как единой совокупности коррелированных кадров по сравнению с обработкой отдельных кадров, составляющих это изображение, достигается в этом случае исключительно вследствие более точного (за счет использования информации с других кадров) оценивания элементов изображения.

2. В случае, если кадры многозонального сигнала некоррелированы между собой, то $P_{lvij}^{tk}{}^{-1} = 0$ при $k \neq t$, и выражение (4.22) можно записать в виде отдельных уравнений:

$$f_{lv}^t P_{lvij}^{tk}{}^{-1} (f_{ij}^k s^k - z_{ij}^k + \hat{x}_{ij}^k) = 0, t = 1, 2, \dots, N.$$

В таком случае оценку уровней неизвестного протяженного сигнала можно записать в следующем виде:

$$s^k = \frac{f_{lv}^t P_{lvij}^{tk}{}^{-1} (z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k)}{f_{lv}^t P_{lvij}^{tk}{}^{-1} f_{ij}^k}, k = 1, 2, \dots, N. \quad (4.24)$$

Обратим внимание, что подставляя оценки (4.24) в обнаружитель (4.22) можно получить относительно простой квазиоптимальный алгоритм даже в случае коррелированности входящих в многозональное изображение кадров. Такой обнаружитель будет проигрывать оптимальному алгоритму в эффективности обнаружения, но выигрывать по быстродействию.

3. В случае некоррелированности всех отсчетов мешающего изображения $\{x_{i,j}^k\}$ можно получить следующее простое решающее правило:

$$L = \sum_{i,j,k \in G_0} (z_{i,j}^k)^2 \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases}$$

4. Если в состав многозонального изображения входят одинаковые или полностью коррелированные кадры, то соответствующие уравнения в системе (4.23) будут подобными, а эти кадры можно использовать лишь для усреднения шума при оценивании изображения.

Таким образом, для обнаружения протяженных аномалий с неизвестными уровнями на многозональных изображениях необходимо рассчитать ковариационную матрицу ошибок фильтрации, затем получить оценку неизвестных уровней с помощью системы (4.23) или выражений (4.24), подставить вычисленные значения в решающее правило (4.21) и сравнить полученную статистику с порогом.

Выполним анализ синтезированного обнаружителя. Для этого перепишем выражение (4.22) в следующем виде:

$$L = (z_{ijk} - \hat{x}_{ijk}) c_{ijklvt} (z_{lvt} - \hat{x}_{lvt}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.25)$$

где c_{ijklvt} – коэффициенты, определяемые из системы (4.23) или выражений (4.24) и зависящие от корреляционных свойств многозонального изображения, параметров шума, формы и характера сигнала.

Из-за сложных ковариационных связей между остатками компенсации $\tilde{z}_{ijk} = z_{ijk} - \hat{x}_{ijk}$ и, вообще говоря, негауссовского вида распределения случайной величины L вероятностный анализ (4.25) сопряжен со значительными математическими трудностями. Однако с ростом числа точек в полезном сигнале и увеличением числа кадров в многозональном изображении распределение L быстро стремится к нормальному. Параметры этого распределения:

$$M(L|H_0) = c_{ijklvt}P_{ijklvt}, \quad M(L|H_1) = c_{ijklvt}P_{ijklvt} + s_{ijk}c_{ijklvt}S_{lvt},$$

$$D(L|H_{0,1}) = c_{ijklvt}m_{0,1ijklvt\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\epsilon}c_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\epsilon} - m^2(L|H_{0,1}),$$

где $m_{0,1} = M(\tilde{z}_{ijk}^4|H_{0,1})(b_{21}(b_{31} + b_{32}b_{21})(b_{41} + b_{42}b_{21} + b_{43}(b_{31} + b_{32}b_{21})) + b_{32}b_{22}(b_{42} + b_{43}b_{32}) + b_{32}b_{33} + b_{44})$; $M(\tilde{z}_{ijk}^4|H_1) = (\sigma_x^2 + s_{ijk}s_{ijk})^2 + 2[\sigma_x^4 + f_{ijk}f_{ijk}\sigma_x^6]$; $M(\tilde{z}_{ijk}^4|H_0) = 3\sigma_x^2$; $s_{ijk} = \hat{s}^k f_{ijk}$; $b_{g,h}$ – элементы матрицы $B = \chi(R_q)$, $g, h = 1, \dots, 4$; $\chi()$ – преобразование Хоттелинга; b_{gh} – элементы матрицы $B = \chi(R_q)$; $g, h = 1, \dots, 4$; $\chi()$ – преобразование Хоттелинга; R_0 – 4×4 матрица, составленная из коэффициентов корреляции между случайными величинами $\tilde{z}_{ijk}, \tilde{z}_{lvt}, \tilde{z}_{\alpha\beta\gamma}, \tilde{z}_{\delta\epsilon\epsilon}$.

Полученные выражения позволяют определять вероятности правильного обнаружения (4.9) и ложной тревоги (4.8) для обнаружителя (4.22), предполагающего неизвестность уровней полезного сигнала на отдельных кадрах многозонального изображения. Это в свою очередь дает возможность прямого сравнения с алгоритмом (4.8) в зависимости от свойств фонового изображения и характеристик полезного сигнала.

На рисунке 4.21а и 4.21б показаны зависимости проигрыша по величине порогового сигнала алгоритма с неизвестными уровнями обнаружителю с известными уровнями. При этом вероятность ложной тревоги $P_F = 0.001$, вероятность обнаружения $P_D = 0.9$, коэффициент межкадровой корреляции $R = 0.9$.

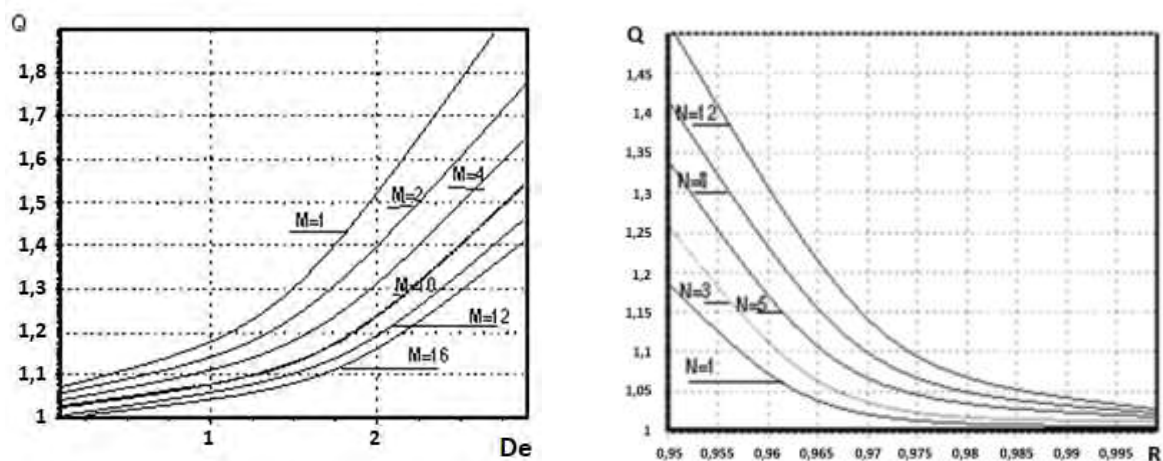


Рисунок 4.21 – Проигрыш алгоритма с оценкой уровней оптимальному обнаружителю с известными параметрами

Анализ кривых показывает, что с ростом числа кадров или увеличением дисперсии шума разница между обнаружителями возрастает. В то же время с ростом внутрикадровой корреляции или размера сигнала на каждом из кадров обнаружитель с неизвестными уровнями приближается к оптимальному алгоритму с известными параметрами. При этом увеличение относительной разницы между обнаружителями с ростом числа кадров можно объяснить увеличением числа оцениваемых параметров (относительных уровней на каждом кадре). С увеличением размера сигнала, увеличением коррелированности поля или с уменьшением дисперсии шума дисперсия ошибки оценивания неизвестных уровней уменьшается.

Однако в большинстве практических задач уровни сигнала на каждом кадре неизвестны. В этих условиях обнаружитель сигналов с неизвестными уровнями обладает существенными преимуществами. Для иллюстрации на рисунке 4.22 показан выигрыш алгоритма (4.7) по сравнению с обнаружителем (4.20) в зависимости от числа кадров и коэффициента внутрикадровой корреляции в случае, если полезный сигнал появился только на одном кадре многозонального изображения.

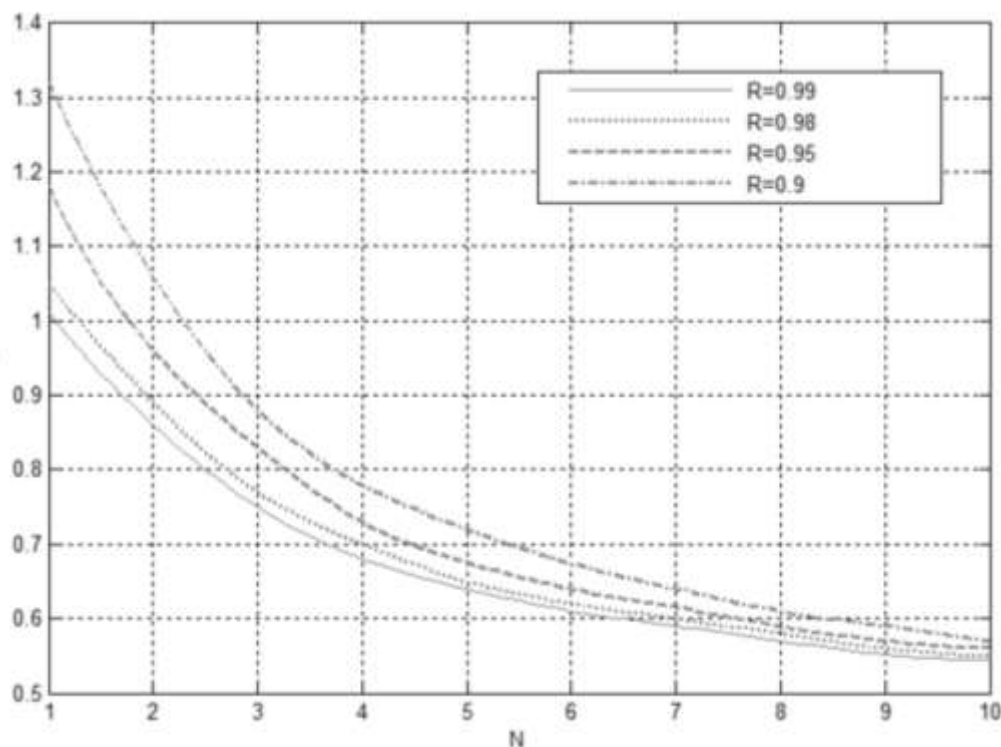


Рисунок 4.22 – Уменьшение уровня полезного сигнала для алгоритма (4.20) по отношению к обнаружителю (4.7)

Анализ графиков, представленных на рисунке 4.22, показывает, что уже при двух кадрах и внутрикадровой корреляции $r > 0.92$ обнаружитель с известными уровнями проигрывает найденному алгоритму. Понятно, что с ростом априорной неопределенности относительно параметров сигнала преимущество обнаружителя с неизвестными уровнями будет еще более явным. Это позволяет рекомендовать предлагаемый алгоритм для использования в системах обработки изображений.

4.6. Обнаружение аномалий на последовательности кадров многозональных изображений

В значительном количестве приложений решение задачи обнаружения полезного сигнала может быть связано с совместной обработкой информации, получаемой в текущий момент времени, и данных, зарегистрированных ранее. Типичным примером этого является задача детектирования полезного сигнала на временной последовательности многозональных изображений. При этом

будем считать, что необходимо проверить гипотезу о наличии полезного сигнала на последнем во временной последовательности многозональном изображении при условии отсутствия этого сигнала на всех остальных многозональных изображениях в последовательности. Тогда модель наблюдений при наличии полезного сигнала (гипотеза H_1) запишется в виде:

$$\begin{aligned} z_{i,j}^{k,T} &= x_{i,j}^{k,T} + s_{i,j}^{k,T} + \theta_{i,j}^{k,T}, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \in G_0^{k,T}, \\ z_{i,j}^{k,T} &= x_{i,j}^{k,T} + \theta_{i,j}^{k,T}, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \notin G_0^{k,T}, \\ z_{i,j}^{k,t} &= x_{i,j}^{k,t} + \theta_{i,j}^{k,t}, k = 1, 2, \dots, N, t = 1, \dots, T - 1, \end{aligned}$$

где $G_0^{k,T}$ – область на k -ом кадре многозонального изображения в момент времени T ; $s_{i,j}^{k,T}$ – известные отсчеты полезного сигнала; T – момент регистрации последнего в последовательности многозонального изображения

В случае отсутствия полезного сигнала (гипотеза H_0) модель наблюдения переписывается в виде простой группы равенств:

$$z_{i,j}^{k,t} = x_{i,j}^{k,t} + \theta_{i,j}^{k,t}, k = 1, 2, \dots, N, t = 1, \dots, T.$$

Для решения задачи обнаружения полезного сигнала в сформулированных таким образом условиях воспользуемся алгоритмом (4.7). Единственным, но существенным отличием от уже описанных реализаций, будет предварительная фильтрация не по одному многозональному изображению, а по всей временной последовательности таких изображений. При этом понятно, что корректная обработка такого четырехмерного массива информации потенциально позволяет существенно повысить качество прогноза в области возможного положения сигнала и тем самым увеличить эффективность последующего обнаружения.

На рисунке 4.23 представлен пример обнаружения протяженной аномалии с координатами (35;35) на многозональном изображении размером $150 \times 150 \times 3$ с вероятностью правильного обнаружения $Pd=0.4108$, вероятностью ложной тревоги $Pf=0.001$.

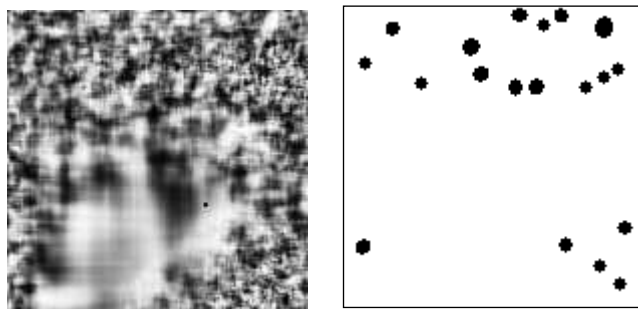


Рисунок 4.23 – Обнаружение аномалии на одном кадре

Для сравнения на рисунке 4.24 представлен пример обнаружения аномалий для случая двух многозональных изображений. При этом вероятность правильного обнаружения увеличилась до значения $Pd=0.8689$.



Рисунок 4.24 – Обнаружение аномалий на изменяющихся во времени кадрах

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод, что с увеличением количества кадров изображений эффективность обнаружения возрастает.

С помощью статистического моделирования были проведены численные расчеты эффективности алгоритма обнаружения протяженных сигналов на фоне многозонального изображения для разного количества подстилающих кадров. На рисунке 4.25 представлены зависимости вероятности правильного обнаружения P_D от интервала корреляции СП $\tau = 1/(1 - r)$, используя прогноз СП на основе одного предшествующего кадра (сплошная линия) и прогноз на основе двух предшествующих кадров (пунктирная линия).

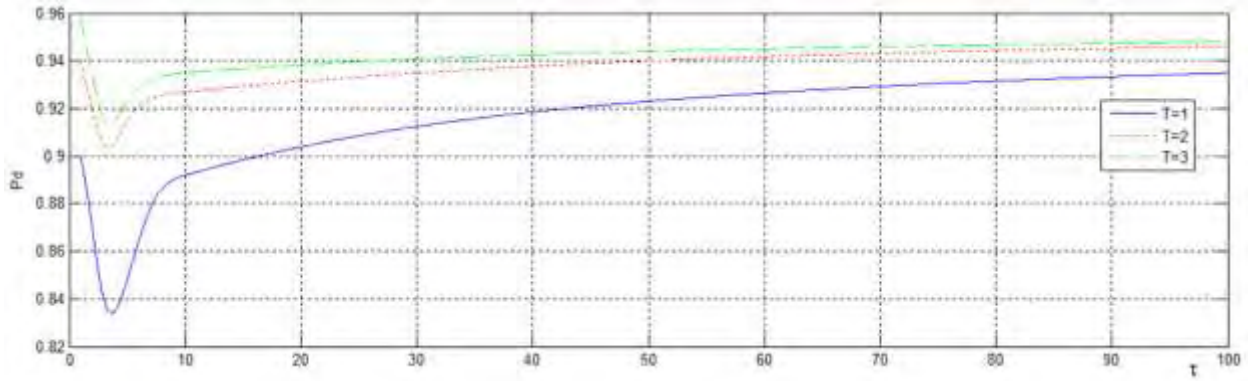


Рисунок 4.25 – Эффективность обнаружения

Простой анализ рисунка 4.25 показывает повышение вероятности правильного обнаружения при увеличении количества многозональных изображений в последовательности. При этом проведенные исследования позволили получить некоторые важные частные выводы относительно зависимости эффективности обнаружения от количества обрабатываемых многозональных изображений. Так при $\tau = 4$ и обработки двух многозональных изображений вместо одного вероятность правильного обнаружения P_D увеличивается примерно на 10%. Обработка трех изображений вместо одного позволяет увеличить выигрыш до 14%. Дальнейшее увеличение количества многозональных изображений не приводит к существенному выигрышу.

4.7. Обнаружение сигналов на фоне мешающих изображений со сложной структурой

Сложность задачи детектирования объектов на спутниковых снимках во многом связана с тем, что фоном для обнаружения являются последовательности изображений со сложной пространственно-неоднородной структурой. Это объясняется географическими и климатическими особенностями наблюдаемых объектов, нюансами освещенности, датой и временем съемки, распределением горизонтально и вертикально-неоднородной облачности, ее эволюциями, эффектами затенения в поле обзора и т. д. В связи с этим возникает вопрос относительно особенностей поведения

синтезированных ранее обнаружителей в условиях пространственной неоднородности фонового изображения.

Отметим вначале, что вывод обнаружителей в п. 4.3 производился при условии возможности гауссовской аппроксимации условных плотностей распределения наблюдений при наличии или отсутствия полезного сигнала. Подобное условие не ограничивает пространственную неоднородность фонового изображения, таким образом структура решающего правила (4.7) остается неизменной. Основное отличие от случая обнаружения полезного сигнала на фоне пространственно однородного изображения связано, с процедурой оценивания СП в области детектируемого сигнала. Для построения такой оценки и анализа эффективности обнаружения аномалий было проведено сравнение результатов использования обычной АР модели второго порядка и двумерной ДС модели на базе АРКК кратности (2.2). При этом в первом случае для получения оценок СП и значений ковариационной матрицы ошибок фильтрации использовался обычный построчный фильтр Калмана, а во-втором случае применялся дважды стохастический фильтр (3.17).

В указанных условиях было выполнено 5000 повторений процедур имитации изображений, добавления к ним шума и полезного сигнала, фильтрации и обнаружения. Среднее значение коэффициента корреляции было выбрано $\rho_0 = 0.9$; дисперсия случайного процесса изменения коэффициента корреляции $\sigma_\rho^2 = 0.0036$; дисперсия фонового случайного процесса $\sigma_x^2 = 1$; дисперсия шума $\sigma_n^2 = 0.1$.

На рисунке 4.26 представлены зависимости эффективности обнаружения сигнала от уровня сигнала при различных значениях параметров $\gamma = \gamma_{x1} = \gamma_{x2} = \gamma_{y1} = \gamma_{y2}$, определяющих динамику изменения корреляционных свойств фонового поля (сплошные линии – при использовании ДС модели, пунктирные – для АР модели, крестами и треугольниками обозначены экспериментальные результаты для ДС и АР модели соответственно).

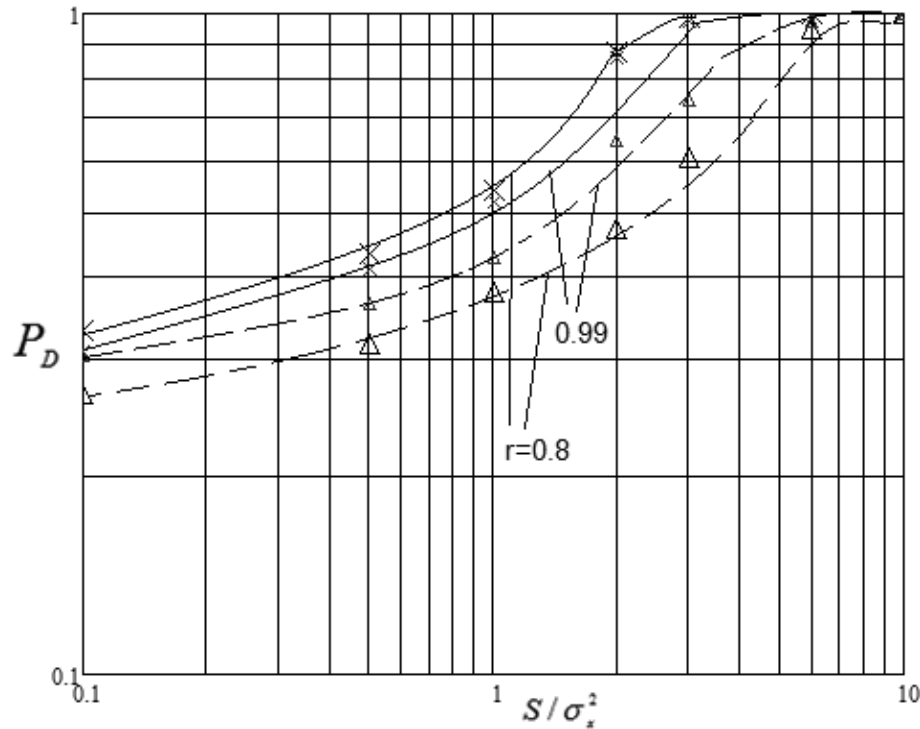


Рисунок 4.26 – Вероятность правильного обнаружения в зависимости от отношения сигнал/шум

Анализ кривых показывает, что использование ДС модели приводит к выигрышу по уровню сигнала. Это объясняется тем, что дважды стохастический фильтр позволяет оценивать процесс изменения параметров модели и тем самым обеспечивает более точную оценку значений самого фонового поля. Однако при увеличении параметра r и его приближении к единице достигаемый выигрыш уменьшается. Это объясняется тем, что при $r \rightarrow 1$ ДС модель совпадает с АР моделью.

В частности, для значения $r = 0.3$ средний выигрыш при использовании ДС модели составил 24%; при $r = 0.8$ выигрыш уменьшается до 22%, а при $r = 0.99$ составляет 13%. Интересно, что даже при очень близких к единице значениях r эффективность обнаружения сигналов выше в случае использования ДС модели. Также проведенный эксперимент подтвердил рост эффективности обнаружения при увеличении пространственного размера протяженного сигнала. Так, при размере полезного сигнала $M = 4$ выигрыш по

уровню полезного сигнала составил от двух до четырех раз по сравнению с точечным сигналом при малых ($s < 2\sigma_x^2$) уровнях полезного сигнала.

В ходе исследований были построены зависимости вероятности правильного обнаружения протяженного сигнала от уровня сигнала при различных вероятностях ложной тревоги (рисунок 4.27). При этом размер изображения 50×50 , размер сигнала 2×2 , внутренние коэффициенты корреляции $r = r_{x1} = r_{x2} = r_{y1} = r_{y2} = 0.9$, дисперсии базовых СП $\sigma_{\rho x}^2 = 0.0025$ и $\sigma_{\rho y}^2 = 0.0016$, среднее значение коэффициентов корреляции по строке и по столбцу $\rho_{0x} = \rho_{0y} = 0.9$. По величине вероятности правильного обнаружения алгоритм на основе ДС модели имеет выигрыш (10-30%) по сравнению с алгоритмом для АР моделей.

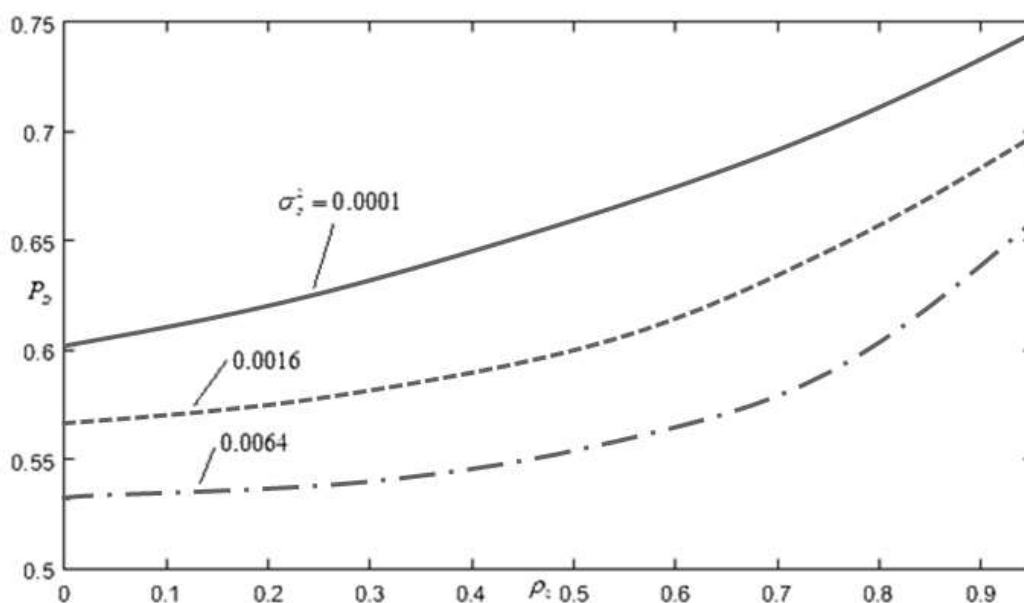


Рисунок 4.27 – Зависимость вероятности обнаружения от коэффициента корреляции

Анализ графиков рисунка 4.27 показывает, что более коррелированные СП обеспечивают лучшее обнаружение сигналов. Кроме того, из полученного семейства кривых также следует, что увеличение «гладкости» поля за счет уменьшения дисперсии базовых СП приводит к увеличению вероятности правильного обнаружения.

В работе было выполнено сравнение обнаружителей на базе ДС модели и на базе АР модели при поиске полезных сигналов на реальных изображениях.

На рис. 4.28 показаны примеры изображений с сигналами, расположенными на разных участках изображений, а также приведены вероятности правильного обнаружения, полученные с использованием алгоритма на базе ДС модели (слева) и алгоритма на базе АР моделей (сверху) при вероятности ложной тревоги $P_F = 10^{-6}$.

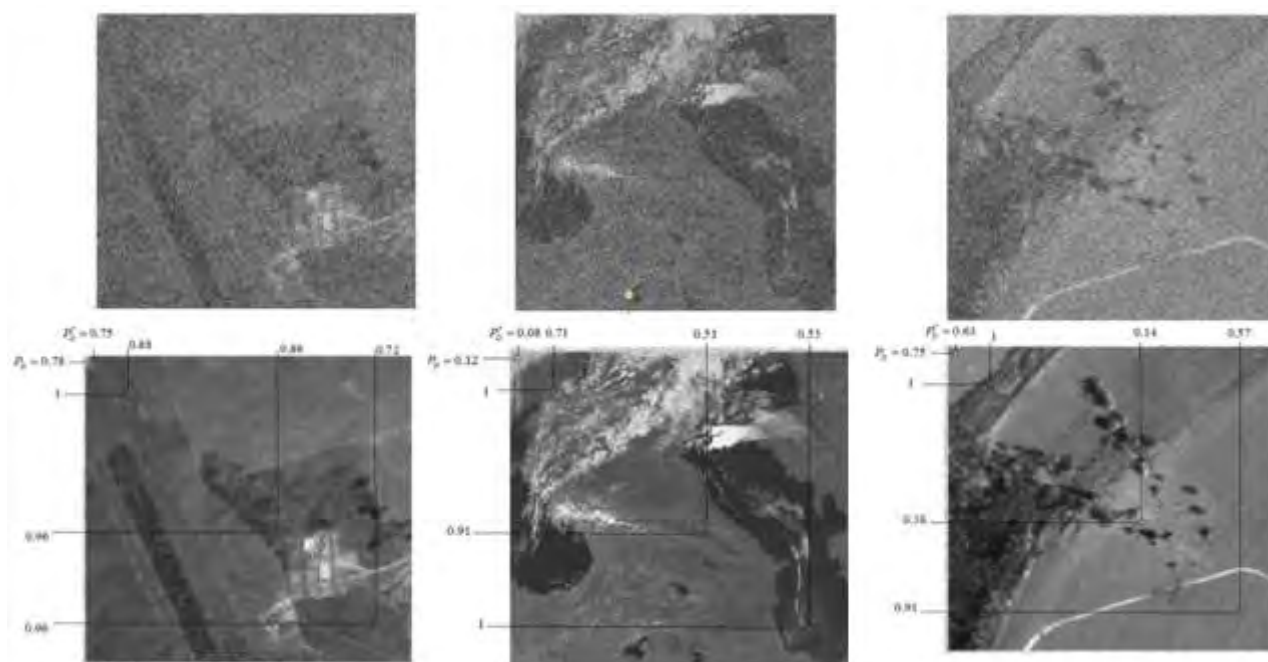


Рисунок 4.28 – Зашумленные (сверху) и исходные изображения (снизу)

Анализ вероятностей правильного обнаружения на рисунке 4.28 показывает, что алгоритм на базе ДС модели не уступает алгоритму на базе АР модели, а в некоторых случаях обеспечивает лучшее обнаружение. Так средний выигрыш по уровню яркости детектируемого объекта при вероятности правильного обнаружения 0.5 для первого изображения составил 2.5 дБ, для второго 3.8дБ, для третьего 4.6 дБ.

4.8. Обнаружение объекта в условиях априорной неопределенности относительно его угла поворота, масштаба и сдвига

Представленные выше алгоритмы предполагают знания не только формы детектируемого объекта, но и дополнительной информации, а именно координат размещения центра объекта на изображении, его масштаба и угла поворота относительно эталонного изображения объекта. Некоторые

практические задачи требуют также оценки дополнительных параметров деформаций изображения объекта относительно эталона, например, коэффициентов вытянутости по координатам осей или, в случае наблюдения объекта под углом к поверхности, параметров проективного преобразования и т. д. В то же время в работах [117,185] показана возможность использования для оценки различных параметров деформации изображений схожих методик. В связи с этим в настоящем разделе ограничимся синтезом и анализом обнаружителя в условиях априорной неопределенности относительно координат центра объекта, масштаба и угла поворота этого объекта относительно эталонного изображения.

Рассмотрим следующее двухэтапное решение данной задачи. На первом этапе определим совокупность точек изображения, заведомо не относящихся к полезному объекту. Сделать это можно различными способами, и выбор конкретного решения связан с особенностями конкретного объекта и фонового изображения. Например, при детектировании лесных пожаров имеет смысл предварительной обработки кадров инфракрасного спектра многозонального изображений с целью выявления участков, температура которых заведомо ниже пороговых значений. В случае, если имеется достаточное количество эталонных изображений объекта, снятых с разных ракурсов, имеет смысл использования сверточных нейронных сетей, применяемых к разным фрагментам изображения с целью определения тех фрагментов, в которых объект заведомо отсутствует. Еще одним вариантом может быть анализ искусственного изображения, которое представляет собой разницу между наблюдениями и результатом фильтрации временной последовательности изображений:

$$\tilde{z}_{i,j}^k = z_{i,j}^k - x_{i,j}^k.$$

Нетрудно заметить, что $\tilde{z}_{i,j}^k$ является составной частью синтезированных ранее оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов обнаружения сигнала. В качестве примера приведем фрагмент спутникового изображения (рисунок

4.29a) бассейна р. Волга и разницу между этим фрагментом и результатом совместной дважды стохастической фильтрации этих наблюдений и двух предшествующих по времени многозональных изображений (рисунок 4.29б).

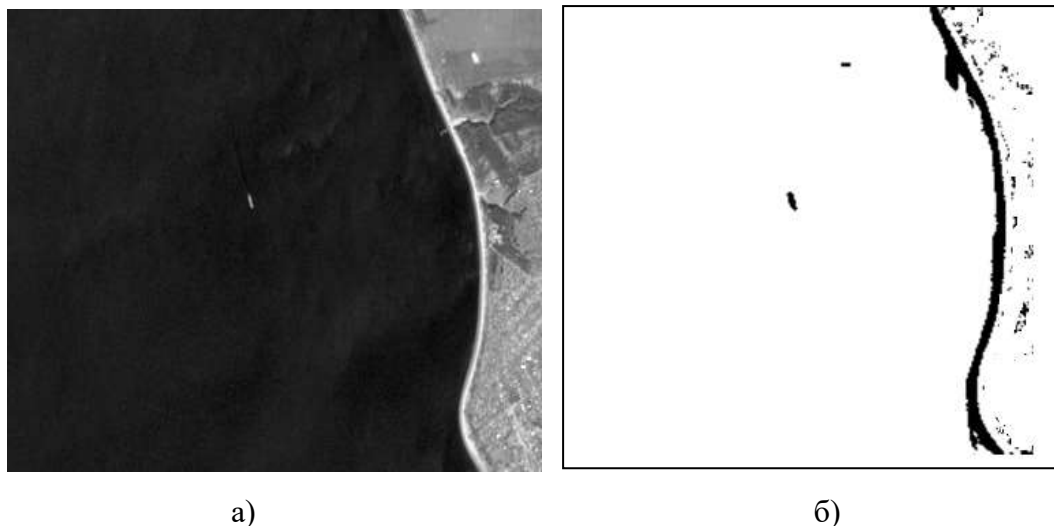


Рисунок 4.29 – Пример отдельного кадра искусственного изображения $\tilde{z}_{i,j}^k$

Для удобства отображения данный фрагмент был подвергнут процедуре подавления белого шума и растягивания гистограммы.

На представленном рисунке хорошо заметна береговая линия и объект в центре изображения. Это те области, которые претерпели наибольшие изменения за время регистрации последовательности многозональных изображений. Изменение береговой линии связано с изменением уровня р. Волга, а объектом является судно, зарегистрированное на последнем многозональном изображении. В случае, если объектом детектирования является именно это судно и известны примерные его размеры на изображении, то для выделения области его размещения на изображении можно применить алгоритм спектрального рассогласования [84]. При этом «внутреннее» окно $I(n_1, n_2)$, содержащее отсчеты потенциально возможного объекта будет иметь пиксельный размер $L_3 \times L_3$, где L_3 минимальный пиксельный размер ожидаемого объекта по любому пространственному измерению. А «внешнее» окно $J(n_1, n_2)$, содержащее отсчеты окрестности потенциально возможного объекта, будет представлять собой разность между квадратным окном размером $(L_2 + L) \times (L_2 + L)$ и окном размером $L_1 \times L_1$, где L_2 минимальный

пиксельный размер ожидаемого объекта по любому пространственному измерению, а L – некоторое число, определяющее «толщину» $J(n_1, n_2)$ (рисунок 4.30).

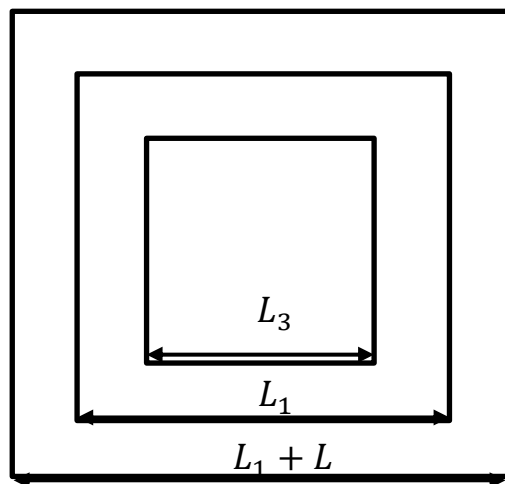


Рисунок 4.30 – Комбинация окон, используемая в алгоритме спектрального рассогласования

В частности, для примера на рисунке 4.29 $L_3 = 4$, $L_1 = 12$, $L = 4$. Перемещая представленную комбинацию окон по изображению, будем рассчитывать характеристики a_I^k и a_J^k , соответствующие яркостным особенностям в окнах $J(n_1, n_2)$ и $I(n_1, n_2)$ на k кадре соответственно. Используя L_2 норму, определим степень $\varepsilon = \|a_I^k - a_J^k\|$ рассогласования между a_I^k и a_J^k . Сравнивая ε с некоторым пороговым значением можно выделять области наиболее вероятного положения сигнала. В указанном выше примере a_I^k и a_J^k рассчитывались как средняя яркость в соответствующих окнах. После чего производился поиск таких нескольких положений скользящих окон, для которых $\varepsilon / \|a_I^k\|$ принимало наибольшее значение. Точки, не вошедшие в эти фиксированные положения скользящих окон, считались не содержащими отсчеты полезного сигнала и исключались из списка анализируемых. На рисунке 4.31 представлен результат работы алгоритмы спектрального рассогласования для объекта «баржа».

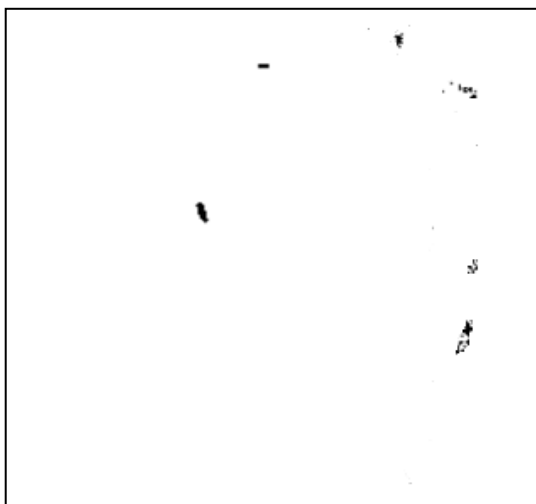


Рисунок 4.31 – Результат работы алгоритмы спектрального рассогласования

Понятно, что, используя полученный результат, можно свести задачу детектирования объекта к последовательному перебору выделенных объектов и расчета статистик 4.7 или 4.22 для всех возможных значений Δ_x , Δ_y (смещения центра объекта от текущей точки по горизонтали и вертикали), μ (масштаба объекта по сравнению с эталоном), α (угла поворота объекта относительно эталона). Для упрощения этого перебора запишем соответствующую модель наблюдений при наличии полезного сигнала (гипотеза H_1) в виде:

$$\begin{aligned} z_{i,j}^{k,T} &= x_{i,j}^{k,T} + F(f_{i,j}^k, \Delta_x, \Delta_y, \varphi, \mu, s^k) + \theta_{i,j}^{k,T}, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \in G_{F0}^{k,T} \\ z_{i,j}^{k,T} &= x_{i,j}^{k,T} + \theta_{i,j}^{k,T}, k = 1, 2, \dots, N, (i, j) \notin G_0^{k,T}, \\ z_{i,j}^{k,t} &= x_{i,j}^{k,t} + \theta_{i,j}^{k,t}, k = 1, 2, \dots, N, t = 1, \dots, T - 1, \end{aligned} \quad (4.22)$$

где $f_{i,j}^k$ – отсчеты, определяющие форму и структуру детектируемого объекта, в k спектральной зоне; $G_{F0}^{k,T} = F(G_0^{k,T}, \Delta_x, \Delta_y, \varphi, \mu, s^k)$ – область, которую занимает эталонный объект при его смещении на Δ_x и Δ_y единиц по пространственным координатам, повороте на угол φ и изменении масштаба в μ раз. Модель наблюдений при отсутствии полезного сигнала остается неизменной.

Тогда, используя метод модифицированного отношения правдоподобия и полученные ранее выражения, можем записать следующее решающее правило:

$$L = \frac{\max_{\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu, s^k} \omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in F(G_0^{k,T}, \Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu, s^k) | H_1)}{\max_{\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu, s^k} \omega(\{z_{i,j}^k\}, (i, j, k) \in F(G_0^{k,T}, \Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu, s^k) | H_0)} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases}$$

Как и ранее считая распределение наблюдений гауссовским после несложных, но громоздких выкладок получим следующий обнаружитель

$$L = \max_{\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu} (\sum_{k=1}^N \hat{s}^k f_{lvt}(\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu) \Delta_{lvt}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (4.23)$$

В таком варианте задачу обнаружения можно интерпретировать как задачу идентификации изображений объектов по шаблону, которая в свою очередь может быть сведена к поиску пространственного преобразования, которое минимизирует расстояние между искомым изображением и шаблоном в заданном метрическом пространстве. Одним из методов, реализующим такой подход является метод псевдоградиентной идентификации (МПГИ) [185], при котором параметры $\bar{\alpha} = \{\Delta_x, \Delta_y, \varphi, \mu\}$ идентификации ищутся рекуррентно при неизменном положении шаблона:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}_t,$$

где $\bar{\beta}_t$ – псевдоградиент целевой функции, зависящий от $\hat{\alpha}_{t-1}$ и от номера итерации $t = 0, T$; Λ_t – матрица усиления [185].

Моделью геометрических искажений, с использованием которой можно достаточно точно смоделировать искажение эталона в искомый объект, является аффинное преобразование [185,197]. При данном преобразовании сохраняются прямые линии, отношения длин отрезков, лежащих на одной прямой и параллельных прямых, параллельные прямые сохраняют параллельность, сохраняются отношения площадей фигур. Уравнение, описывающее аффинную модель на плоскости, показано ниже:

$$\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \bar{h},$$

где $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$ – невырожденная матрица преобразования; $\bar{h} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}$ – вектор сдвига; $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ – координаты точки на исходном изображении; $\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \end{pmatrix}$ –

координаты точки на искаженном изображении. К важным свойствам данного преобразования является то, что любое аффинное преобразование имеет обратное преобразование, которое в свою очередь также является аффинным. Это свойство позволяет не только «моделировать» искомый объект из эталона, посредством процедур «искусственного» искажения, но также производить процедуры «восстановления» эталона из исследуемого шаблона. Будем использовать частный случай аффинного преобразования над плоскими объектами, описывающий такие параметры искажений как сдвиг, поворот и масштабирование, уравнение для которого с учетом особенностей многозональной съемки выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}x_d^t &= k_x x^t \cos\varphi - k_y y^t \sin\varphi + h_x, \\y_d^t &= k_x x^t \sin\varphi - k_y y^t \cos\varphi + h_y,\end{aligned}$$

где k_x , k_y – коэффициенты искажения по оси x и y соответственно; φ – угол поворота.

Для иллюстрации такого подхода рассмотрим процесс идентификации реальных объектов по результатам обработки многозонального изображения. На рисунке 4.32 представлен отдельный искусственный кадр многозонального изображения, полученный наложением выделенных на этапе алгоритма спектрального рассогласования областей на исходный снимок.

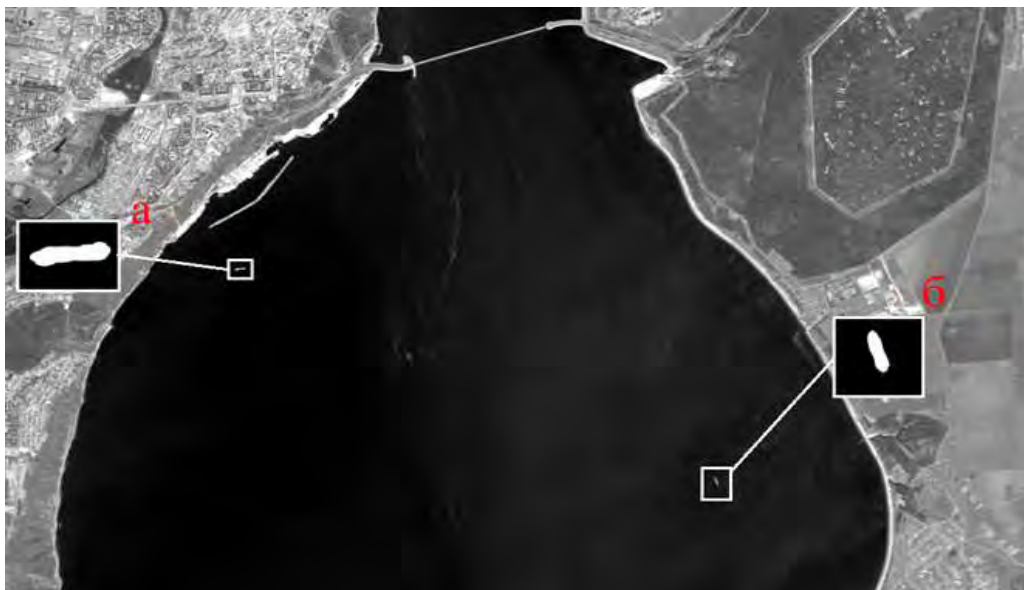


Рисунок 4.32 – Выделенные области на фоне исходного снимка

В качестве эталонов были выбраны следующие изображения (рисунок 4.33).

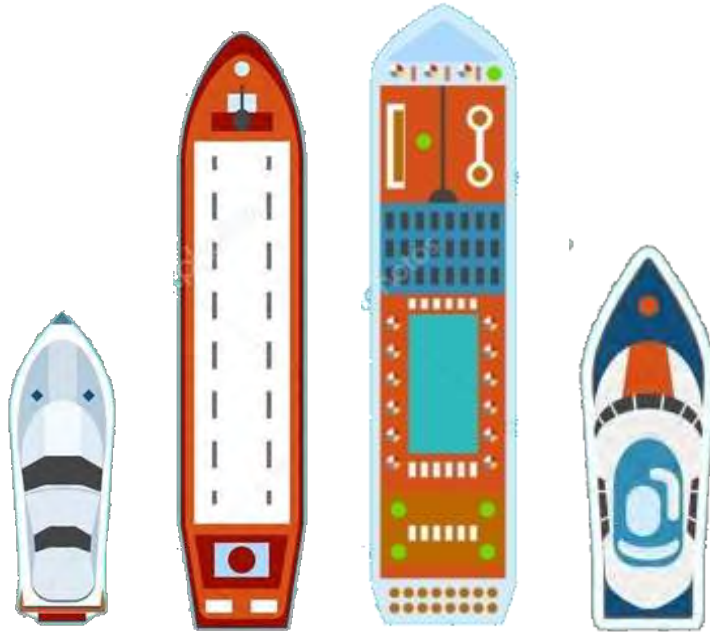


Рисунок 4.33 – Шаблоны объектов

Для каждого из шаблонов был определен примерный пространственный размер объекта. В соответствии с этим размером и пространственным разрешением спутникового изображения выбирались предварительные оценки коэффициента масштаба. В соответствии с этими коэффициентами на базе эталонных изображений были сформированы группы шаблонных изображений для перекрытия всего диапазона значений рабочим диапазоном МПГИ. Как показали исследования достаточным количеством шаблонных изображений для изображений типа «плавательные средства» по параметру угол поворота равно 4 (четырем) с начальными параметрами: $\varphi_0 = 0^0$, $\varphi_0 = 90^0$, $\varphi_0 = 180^0$, $\varphi_0 = 270^0$ (рисунок 4.34).

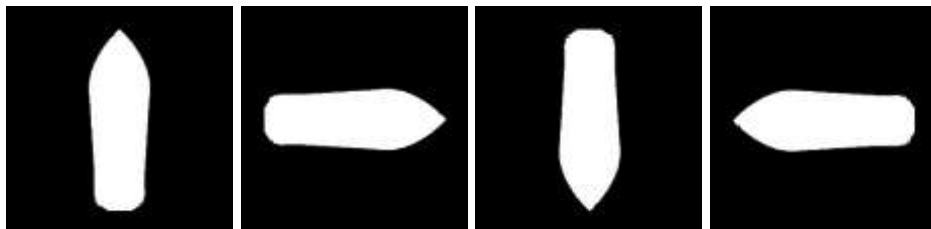


Рисунок 4.34 – Пример шаблонных изображений с начальными параметрами: 0^0 , 90^0 , 180^0 , 270^0

Для повышения скорости сходимости оценок и расширения рабочего диапазона МПГИ к полученным шаблонным изображениям была применена низкочастотная гауссовская фильтрация.

В результате идентификации методом МПГИ исследуемых объектов «а» и «б» методом МПГИ были получены следующие значения.

Объект «а» является плавательным средством типа «Баржа» (точность корреляции 95,9%). Азимут направления исследуемого объекта 263^0 . На рисунке 4.35 представлены зависимости оценок математического ожидания

(рисунок 4.35а) $m_{\Delta z} = \frac{1}{mesG_{F0}^{k,T}} \sum_{i,j,k \in G_{F0}^{k,T}} (\tilde{z}_{i,j}^k - \hat{f}_{i,j}^k(\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu))$ и дисперсии

(рисунок 4.35б) разности яркостей:

$\sigma^2_{\Delta z} = \frac{1}{mesG_{F0}^{k,T}} \sum_{i,j,k \in G_{F0}^{k,T}} ((\tilde{z}_{i,j}^k - \hat{f}_{i,j}^k(\Delta_x, \Delta_y, \alpha, \mu)) - m_{\Delta z})^2$ от номера итерации

реализуемой ПГ процедуры.

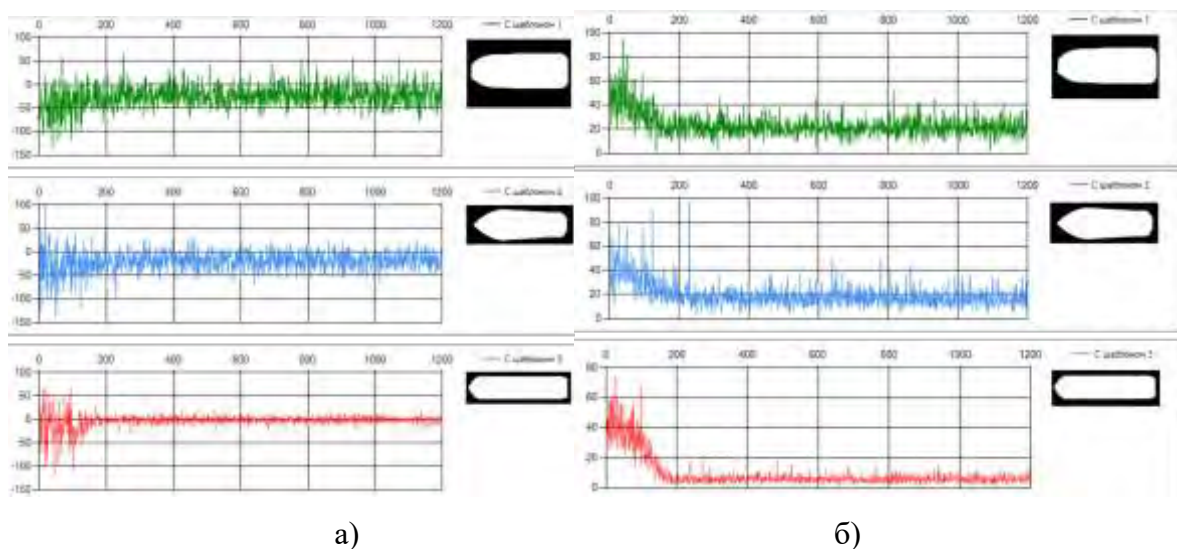


Рисунок 4.35 – Исследование процесса сходимости для объекта «а»

Объект «б» является плавательным средством типа «Сухогруз» (точность корреляции 91,4%, азимут направления исследуемого объекта 434^0). Для данного объекта были получены следующие экспериментальные зависимости $m_{\Delta z}$ и $\sigma^2_{\Delta z}$ от номера итерации (рисунок 4.36).

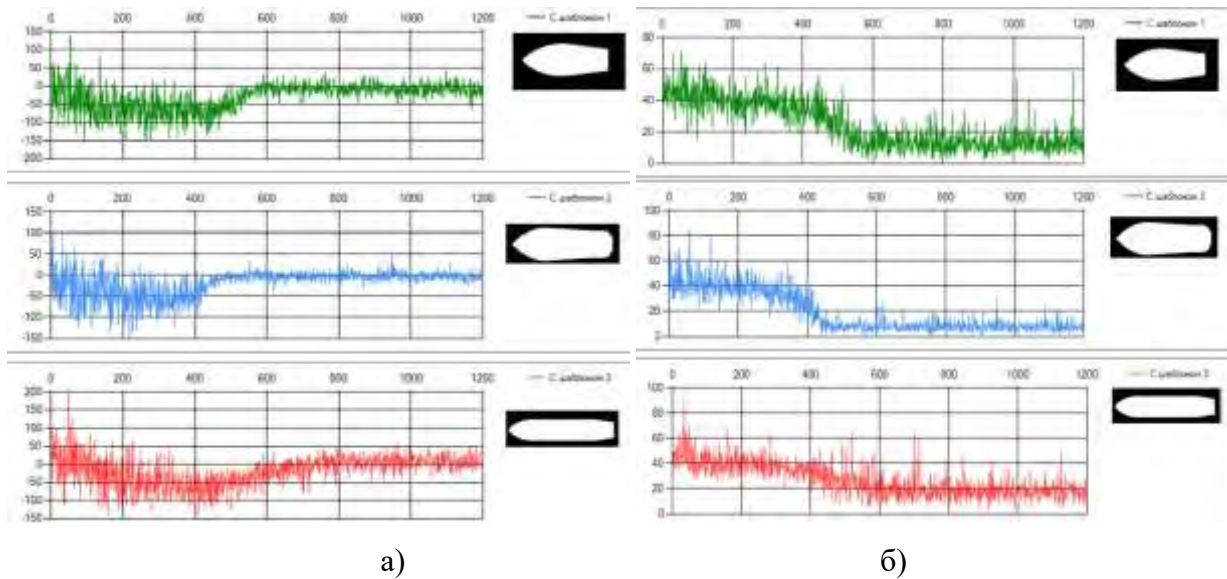
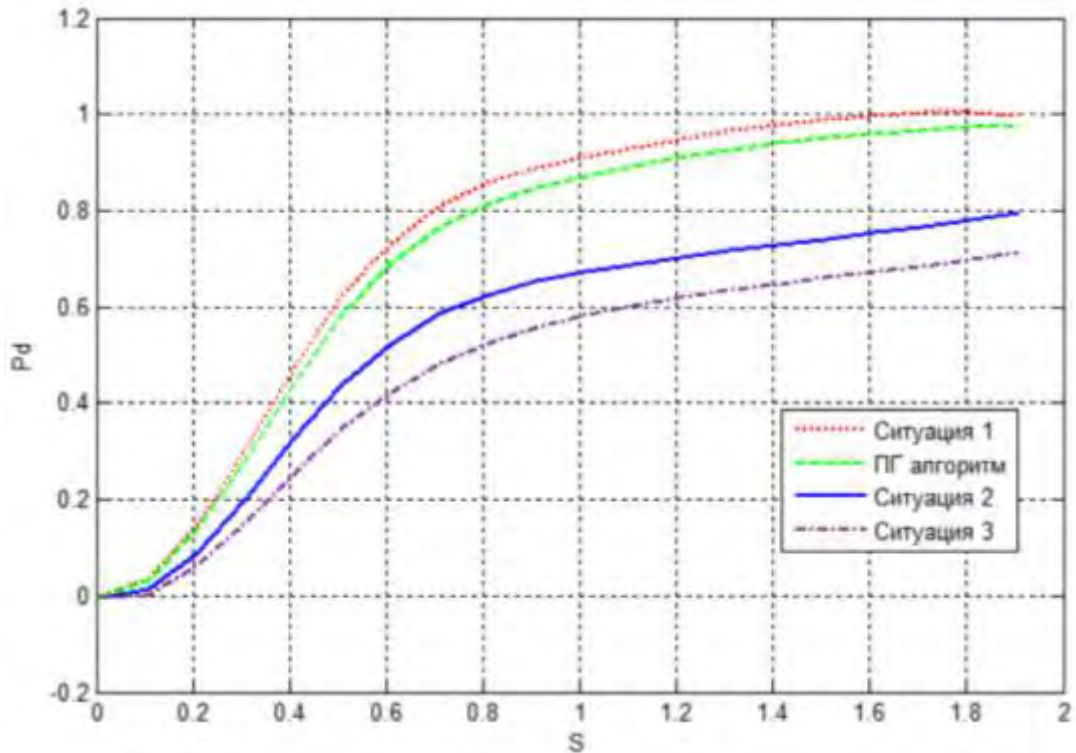


Рисунок 4.36 – Исследование процесса сходимости для объекта «б»

Чтобы оценить количественные характеристики эффективности предлагаемого алгоритма рассмотрим некоторые ситуации, которые могут произойти при обнаружении объекта «а». В первой ситуации будем предполагать, что нам известны все параметры детектируемого объекта $\bar{\alpha} = \{\Delta_x, \Delta_y, \varphi, \mu\}$ за исключением его яркости s^k на k -ом кадре. Во второй ситуации будем считать, что имеющаяся информация относительно угла поворота объекта φ неверна. Для определенности будем считать, что истинное значение φ и его используемая оценка различаются на 90° . В третьей ситуации будем дополнительно считать, что неверными являются сведения о расположении, а именно имеющиеся оценки $\hat{\Delta}_x, \hat{\Delta}_y$ отличаются от истинных значений на 3 пикселя каждый.

На рисунке 4.37 приведены зависимости вероятности правильного обнаружения от среднего коэффициента яркости объекта на всех кадрах многозонального изображения для указанных ситуаций и в случае использования алгоритма (4.23). Во всех случаях $P_F = 0.0001$. Характеристики получены статистическим моделированием, включающим медленное искусственное изменение яркости объекта.



Рисунке 4.27 – Сравнение эффективности алгоритмов обнаружения в разных ситуациях

Полученные результаты свидетельствуют о близости характеристик синтезированного обнаружителя (4.23), действующего в условиях априорной неопределенности относительно вектора параметров $\bar{\alpha} = \{\Delta_x, \Delta_y, \varphi, \mu\}$, и алгоритма (4.22), в ситуации, когда информация о $\bar{\alpha}$ имеется заранее. В случае если часть этой информации оказывается неизвестной или неверной, то алгоритм (4.23) является более предпочтительным. Так в случае неверной информации относительно угла поворота и центра объекта выигрыш по уровню полезного сигнала при вероятности правильного обнаружения $P_d = 0.5$ составил для обнаружителя (4.23) примерно 73%.

Полученные в настоящем разделе результаты в части разработки и исследования алгоритмов обнаружения объектов на многозональных изображениях можно объединить в виде следующего укрупненного алгоритма. На первом шаге вновь поступившее многозональное изображение обрабатывается фильтром (3.34) с учетом информации, накопленной в ходе фильтрации предыдущих спутниковых снимков данной территории. На втором шаге формируется искусственное многозональное изображения, каждый кадр

которого соответствует разнице между наблюдениями и результатом фильтрации в соответствующем спектральном диапазоне. На третьем шаге для каждого из детектируемых объектов с помощью алгоритма спектрального рассогласования определяются области возможного расположения этого объекта на изображении. На четвертом шаге для каждого из объектов и каждой из возможных областей, содержащих этот объект, с помощью ПГ релаксации определяются параметры, обеспечивающие наибольшие значения статистики (4.23), оценка качества сходимости, позволяющая косвенно судить о наличии объекта в области, и принимается окончательное решение по результатам сравнения статистики (4.23) с пороговым значением.

4.9. Выводы

В настоящем разделе проведена разработка и исследование алгоритмов сегментации изображений, основанных на предварительной дважды стохастической фильтрации этих изображений. Выполнен синтез обнаружителей объектов с произвольной (но известной) формой на фоне мешающего многозонального изображения или последовательности таких изображений. Показано, что оптимальный алгоритм может быть записан в виде нескольких эквивалентных форм решающего правила. Наиболее удобной с точки зрения практического применения оказывается форма, основанная на предварительной фильтрации фоновых многозональных изображений. Исследована возможность применения дважды стохастических фильтров для предварительной обработки изображений и получено семейство аналитических соотношений, определяющих эффективность обнаружения объектов в зависимости от свойств фонового изображения или параметров самого объекта. В частности установлено, что для пространственно неоднородных изображений применение предварительной ДС фильтрации позволяет получить выигрыш 2-5 дБ по уровню объекта в сравнении с обнаружителем, предполагающим линейную оценку в область возможного положения объекта.

В разделе предложено несколько семейств квазиоптимальных процедур обнаружения протяженных аномалий на многозональных изображениях, в том числе в условиях априорной неопределенности относительно уровня яркости объекта на каждом из кадров многозонального изображения и параметров его размещения на этом изображении. На примере обработки реальных многозональных изображений акватории р. Волга показана состоятельность предлагаемого подхода и близость характеристик обнаружения к потенциально возможным.

ГЛАВА 5. РЕАЛИЗАЦИЯ СИНТЕЗИРОВАННЫХ АЛГОРИТМОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В СИСТЕМАХ ОБРАБОТКИ РЕАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

5.1. Постановка задачи

В предыдущих разделах решены задачи синтеза алгоритмов моделирования дважды стохастических случайных полей, идентификации параметров дважды стохастических моделей, фильтрации и сегментации пространственно неоднородных изображений, а также обнаружения протяженных объектов на фоне таких изображений. В то же время обработка реальных изображений связана с рядом особенностей, определяемых наличием границ кадров реальных изображений, ограничениями по скорости выполнения операций и объёму памяти ЭВМ и т. д. Поэтому настоящий раздел работы посвящен исследованию особенностей реализации разработанных процедур обработки реальных изображений. В п. 5.2 представлено общее описание разработанного в среде MATLAB R2014a исследовательского программного пакета с поддержкой GUI и примерами обработки реальных изображений. В п. 5.3 рассмотрены вопросы построения системы регионального спутникового мониторинга на основе предложенных в работе решений. В п. 5.4. исследованы возможности применения найденных алгоритмов для навигации и автоматического управления беспилотных летательных аппаратов. В п. 5.5. рассмотрено решение задач моделирования и оптимизации покрытия сетей сотовой подвижной связи с использованием дважды стохастических моделей. Выводы по реализации программного комплекса и результатам обработки сигналов отражены в п. 5.6.

5.2. Реализация алгоритмов обработки пространственно неоднородных изображений и их последовательностей

Существует большое количество разнообразных универсальных исследовательских пакетов и сред разработки, позволяющих осуществлять

реализацию алгоритмов обработки многомерных данных и выполнять последующий анализ их эффективности. Однако опыт реализации большого количества проектов показывает, что наиболее эффективной является стратегия, заключающаяся в использовании комбинации программных решений. При этом первичная отладка алгоритмов и базовая оценка их эффективности на тестовых изображениях выполнялась непосредственно в среде MatLab [67], полноценный статистический анализ найденных решений производился в рамках разработанных в MatLab самостоятельных GUI приложений, а окончательная реализация для применения в пользовательских приложениях (в том числе ориентированных на WEB) производилась с использованием наиболее удобного в конкретной ситуации инструмента. Таким инструментами были среда Pyton (включая библиотеки MyCUDA, JSON, mapsurfer) [237], использовавшаяся для создания WEB приложений и реализации тензорных операций на видеокarte; Microsoft Visual Studio.NET, применявшаяся для создания кроссплатформенных приложений для управления и навигации БПЛА; Embarcadero Delphi 2010, использовавшаяся для создания клиентских GUI интерфейсов и организации взаимодействия с базами данных. Рассмотрим подробно применение перечисленного программного обеспечения при выполнении настоящей работы.

Существенным преимуществом среды MATLAB является ориентация на математическое моделирование, численные методы и расчёты. При этом используется специализированная скриптовая среда, позволяющая формировать специализированные подпрограммы, анализировать их результаты и объединять в макропрограммы обработки сигналов. Несмотря на то, что для запуска скриптов требуется сама среда MATLAB, их основным достоинством является открытый код, который может быть в любое время доработан и исправлен. В связи с этим разработанные программные решения могут применяться как для исследования алгоритмов обработки пространственно неоднородных изображений в рамках лабораторных работ в университете, так и для обработки реального материала.

Рассмотрим подробно основные разработанные в рамках работы скрипты.

Скрипт «ModelMR.m» предназначен для имитации сигнала произвольной размерности с помощью АРКК модели произвольной кратностью. Входным параметром скрипта является требуемая размерность сигнала, его пространственные размеры, вектор кратностей соответствующей длины, вектор корреляционных параметров. Указанные параметры позволяют для каждой точки имитируемого сигнала задать каузальное окно, значения в котором используются для формирования сигнала в данной точке. В случае если элементы каузального окна выходят за пределы имитируемого сигнала они считаются равными нулю. Результатом работы скрипта является массив заданной размерности, содержащий вещественные элементы и соответствующий реализации требуемой АРКК модели.

Скрипт «ModellingDSM.m» предназначен для имитации одномерных дискретных сигналов, двумерных изображений и многозональных изображений с помощью ДС моделей. Входным параметром этих скриптов является вектор параметров, определяемых пользователем. В соответствии с этими параметрами с помощью скрипта «ModelMR.m» происходит имитация внутренних случайных полей, определяющих динамику изменения статистических и корреляционных характеристик моделируемого сигнала. Полученные таким образом значения внутренних полей последовательно используются для имитации требуемого сигнала. Результатом работы скрипта являются массив значений, соответствующий отсчетам самого имитируемого сигнала или изображения, а также массивы отсчетов всех внутренних вспомогательных случайных полей.

Скрипт «EstimationCorrelationFunction.m» предназначен для получения оценок КФ массива, являющегося входным параметром скрипта. При этом считается, что массив содержит отсчеты пространственно однородного случайного поля. Результатом работы скрипта является либо оценка КФ в заданной точке, либо весь массив таких оценок целиком.

Скрипт «CorrelationFunctionMR.m» предназначен для получения точных значений КФ случайного поля, полученного с помощью АРКК модели. Входными параметрами при этом являются вектор кратностей и вектор корреляционных параметров. Результатом работы скрипта является либо значение КФ в заданной точке, либо весь массив таких оценок целиком.

Скрипт «CorrelationRadiusMR.m» предназначен для получения значений радиуса корреляции случайного процесса, полученного с помощью АРКК модели. Входными параметрами при этом является кратность порождающей модели и значение корреляции, которое должно быть обеспечено. При расчете радиуса корреляции используются встроенные в среду MatLab численные методы. Результатом работы скрипта является требуемый радиус корреляции, то есть расстояние, на котором линейная связь между элементами поля упадет до требуемого значения.

Скрипт «KorrelationFunctionDSM.m» предназначен для получения точных значений КФ случайного поля, полученного с помощью ДС модели на базе АРКК модели. Входными параметрами при этом являются вектор кратностей и вектор корреляционных параметров. Результатом работы скрипта является либо значение КФ в заданной точке, либо весь массив таких оценок целиком.

Скрипт «CorrelationRadiusDSM.m» предназначен для получения значений радиуса корреляции случайного процесса, полученного с помощью ДС модели. Входными параметрами при этом является параметры модели и значение корреляции, которое должно быть обеспечено. При расчете радиуса корреляции используются встроенные в среду MatLab численные методы. Результатом работы скрипта является требуемый радиус корреляции.

Скрипт «EsimatingIsotropic.m» предназначен для расчета коэффициента анизотропии двумерного массива и оценки кратностей АРКК модели, которые бы обеспечивали такие изотропные характеристики. Входным параметром при этом является двумерный массив. Результатом работы скрипта является вектор, состоящий из рассчитанного коэффициента анизотропии, а также соответствующих кратностей.

Скрипт «EsimatingMR.m» предназначен для поиска параметров АРКК модели, обеспечивающих близость по L_2 норме корреляционной функции эталонного двумерного массива и корреляционной функции этой АРКК модели. Входным параметром при этом является двумерный массив значений входного сигнала. В ходе работы скрипта с помощью функции EstimationCorrelationFunction производится оценка КФ входного сигнала, а с помощью функции EsimatingIsotropic оцениваются возможные кратности АРКК модели. Полученные значения кратностей используются в ходе псевдоградиентной оптимизации параметров АРКК модели по пространственным осям. Целевая функция при этом рассчитывается исходя из минимума суммы квадратов значений КФ входного сигнала и КФ АРКК модели при текущих значениях параметров. Критерий остановки псевдоградиентной оптимизации связан со стабилизацией дисперсии оценок параметров за некоторое количество итераций. Результатом работы скрипта является вектора оценок кратностей и параметров АРКК модели, обеспечивающих близость КФ такой модели к КФ исходного двумерного сигнала.

На рисунке 5.1. представлена схема имитации многомерных сигналов на основе АРКК модели и оценки параметров этой модели по этим сигналам.

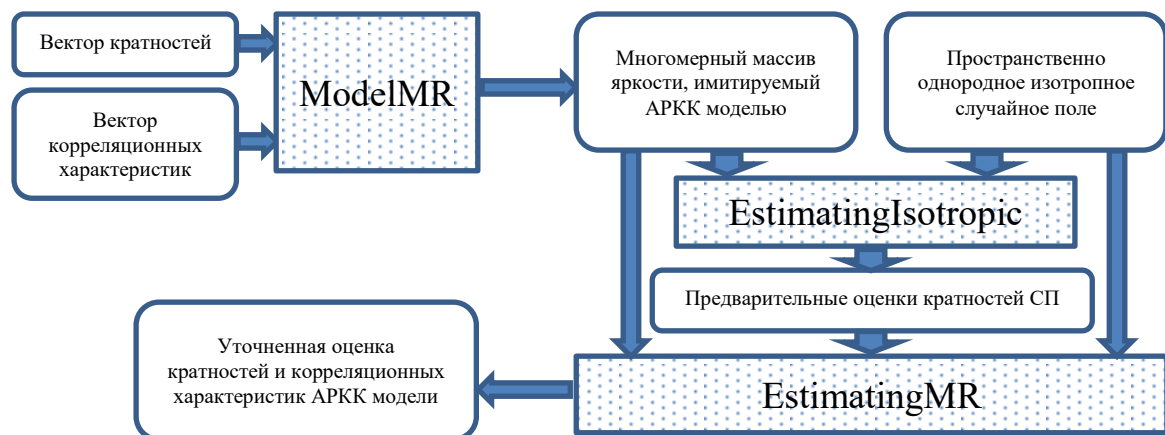


Рисунок 5.1 – Схема имитации и оценки изображений на основе АРКК моделей

Скрипт «EsimatingDSM.m» предназначен для поиска параметров ДС модели, обеспечивающих близость корреляционных свойств с эталонным

двумерным массивом. Входным параметром при этом является двумерный массив значений входного сигнала. В ходе работы скрипта выполняется последовательная оценка и извлечение двумерных массивов, соответствующих медленно меняющимся математическому ожиданию, дисперсии и корреляционным свойствам исходного изображения. Для каждого такого массива выполняется оценка параметров АРКК модели с помощью функции `EsimatingMR`. Результатом работы скрипта являются векторы оценок соответствующих кратностей и корреляционных параметров совокупности АРКК моделей.

На рисунке 5.2. представлена реализованная схема имитации многомерных дважды стохастических сигналов и их оценки параметров.

Скрипт «`FiltrationDSM.m`» предназначен для исследования алгоритмов фильтрации на основе дважды стохастического фильтра. Входными параметрами скрипта являются массив отсчетов зашумленного двумерного плоского изображения или многозонального изображения, вектора оценок параметров дважды стохастической модели, полученной с помощью функции `EsimatingDSM`, матрица оценок межкадровых корреляционных характеристик, дисперсия шума, индекс алгоритма фильтрации, направление фильтрации.

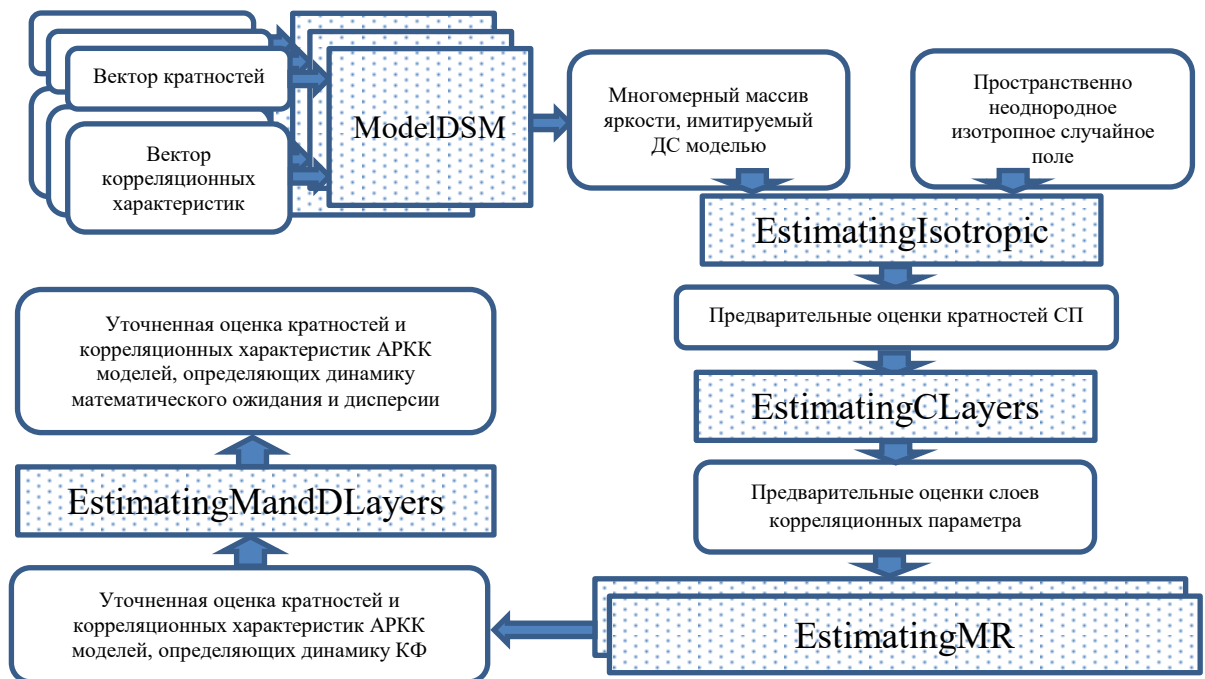


Рисунок 5.2. – Схема имитации и оценки изображений на основе ДС моделей

В скрипте реализован оптимальный ДС фильтр (индекс алгоритма фильтрации – 1); тот же фильтр с обратной интерполяцией (индекс алгоритма фильтрации – 2); субоптимальный дискретный Винеровский фильтр в окне с изменяющимися размерами (индекс равен 2); субоптимальный ДС фильтр, использующий для фильтрации точки только ближайшую окрестность (индекс алгоритма фильтрации – 3); субоптимальный ДС фильтр, использующий для одновременной фильтрации множество точек в окне с изменяющимися размерами предшествующее множество точек в соответствии со змееобразной разверткой (индекс алгоритма фильтрации – 4) и каскадным заполнением изображения (индекс алгоритма фильтрации – 5). При реализации указанных фильтров в случае выхода соответствующих каузальных окон за пределы изображения использовался принцип зеркального заполнения недостающих фрагментов. В рамках скрипта реализован алгоритм фильтрации временной последовательности многозональных изображений (индекс алгоритма фильтрации – 6). В этом случае используются дополнительные входные параметры, а именно результаты ДС фильтрации на предыдущей итерации и оценка корреляции между многозональными изображениями. Результатом работы скрипта являются массив значений отфильтрованного сигнала, массив значений оцененного математического ожидания, массив значений оцененной дисперсии, массивы корреляционных параметров, ковариационная матрица ошибок фильтрации.

Скрипт «DetectionBorder.m» предназначен для обнаружения границ на изображении на основе ДС фильтра. Входными параметрами скрипта являются массив отсчетов зашумленного двумерного плоского изображения или многозонального изображения, вектора оценок параметров ДС модели, полученной с помощью функции EsimatingDSM, матрица оценок межкадровых корреляционных характеристик, дисперсия шума, индекс алгоритма фильтрации, уровень ложной тревоги. Скрипт с помощью одного из алгоритмов ДС фильтрации, реализованного в функции FiltrationDSM, осуществляет прямую и обратную ДС фильтрацию входного изображения, а затем использует

полученные оценки вспомогательных случайных полей для расчета рассогласования между результатами прямой и обратной фильтрацией в каждой точке изображения. В случае если это рассогласование превосходит порог, определяемой вероятностью ложной тревоги, принимается решение о наличии границы на изображении. Результатом работы скрипта является двумерный бинарный массив, в котором значение равно единице соответствует найденной границе, а значение равно нулю соответствует отсутствию такой границы.

Скрипт «Segmentation.m» предназначен для сегментации изображения на основе предварительной ДС фильтрации. Входными параметрами скрипта являются массив отсчетов зашумленного двумерного плоского изображения или многозонального изображения, вектора оценок параметров ДС модели, полученной с помощью функции *EsimatingDSM*, матрица оценок межкадровых корреляционных характеристик, дисперсия шума, индекс алгоритма фильтрации, индекс вспомогательного алгоритма сегментации, вектор параметров дополнительного алгоритма сегментации. Скрипт с помощью одного из алгоритмов ДС фильтрации, реализованного в функции *FiltrationDSM*, осуществляет ДС фильтрацию входного изображения, а затем выполняет совместную сегментацию полученных случайных полей оценок с помощью алгоритма Оцу (индекс – 1), К средних (индекс – 2), ISODATA (индекс равен 3). Результатом работы скрипта является двумерный массив, в котором значение каждого элемента соответствует номеру выявленного сегмента, которому принадлежит этот элемент.

Скрипт «Detection.m» предназначен для решения задачи детектирования объекта на фоне двумерного или многозонального изображения на основе предварительной ДС фильтрации. Входными параметрами скрипта являются массив отсчетов зашумленного двумерного плоского изображения или многозонального изображения, вектора оценок параметров ДС модели, полученной с помощью функции *EsimatingDSM*, матрица оценок межкадровых корреляционных характеристик, дисперсия шума, индекс алгоритма

фильтрации, массив отсчетов объекта, индекс используемого алгоритма обнаружения, требуемая вероятность ложной тревоги. Скрипт с помощью одного из алгоритмов ДС фильтрации, реализованного в функции `FiltrationDSM`, осуществляет ДС фильтрацию входного изображения, а затем использует найденные оценки для формирования решающей статистики для каждого возможного положения объекта. В скрипте реализована возможность детектирования объекта в условиях априорной неопределенности относительно уровней яркости этого объекта в каждом из спектральных каналов (индекс алгоритма обнаружения – 2), и угла поворота и масштаба объекта относительно эталонного изображения (индекс алгоритма обнаружения – 3). В рамках скрипта реализован алгоритм спектрального расхождения, позволяющий существенно сократить количество возможных положений сигнала (индексы алгоритма обнаружения – 11,12,13 соответственно). Результатом работы скрипта является вектор, содержащий координаты объекта и (в случае необходимости) оцененные параметры.

На рисунке 5.3. представлена реализованная схема обработки пространственно неоднородных сигналов и их временных последовательностей на базе использования каскада описанных процедур.

Представленные скриптовые процедуры были реализованы в виде специализированного исследовательского GUI приложения «Мультиспектр». Программа «Мультиспектр» предназначена для просмотра и анализа спутниковых многозональных изображений. Пакет может открывать как обычные восьмибитные изображения, так и шестнадцатитбитную многозональную съемку (в формате *.tiff). Благодаря оригинальной схеме размещения данных в памяти, программа может открывать и работать почти с неограниченным числом снимков любого размера (фактически размеры загружаемого многозонального изображения ограничиваются только памятью компьютера).

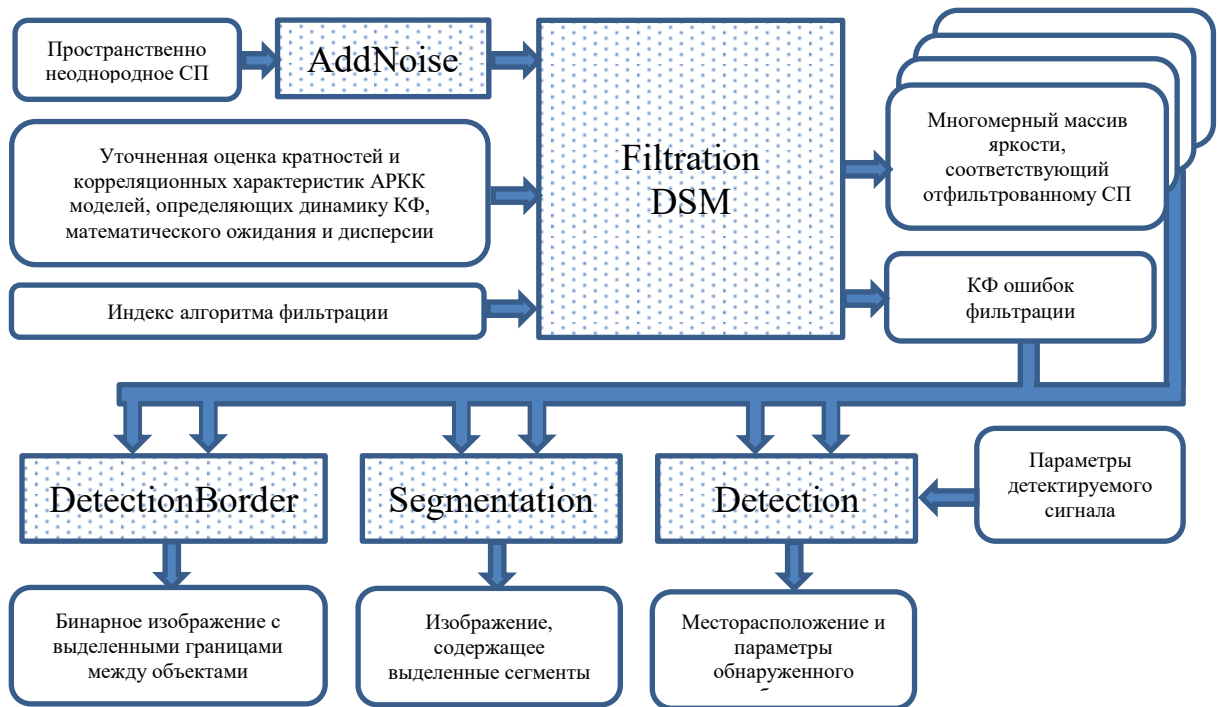


Рисунок 5.3 – Схема обработки пространственно неоднородных сигналов

Анализ загруженного снимка, который позволяет сделать программа, включает в себя расчет матрицы межкадровых и внутрикадровых корреляций, расчет гистограммы изображения, его статистических свойств, анализ срезов корреляционной функции. При этом анализ может вестись как по всему изображению, так и в определяемом пользователем строке, строке или столбце. Информация, полученная в ходе анализа, может быть переведена напрямую из программы для отчета в файл Excel. Возможности программы включают в себя также некоторые операции с загруженным изображением, например, эквалайзинг всего или части изображения, создание на основании многозонального снимка псевдоцветного и композитного цветного изображения с произвольным формированием палитр и др.

Кроме этого, в рамках приложения «Мультиспектр» были реализованы основные разработанные алгоритмы по имитации и обработке спутниковых многозональных изображений. На рисунках 5.4, 5.5 представлен интерфейс программы при моделировании многомерных сигналов, анализе реальных многозональных изображений, оценке параметров изображений, их сегментации.

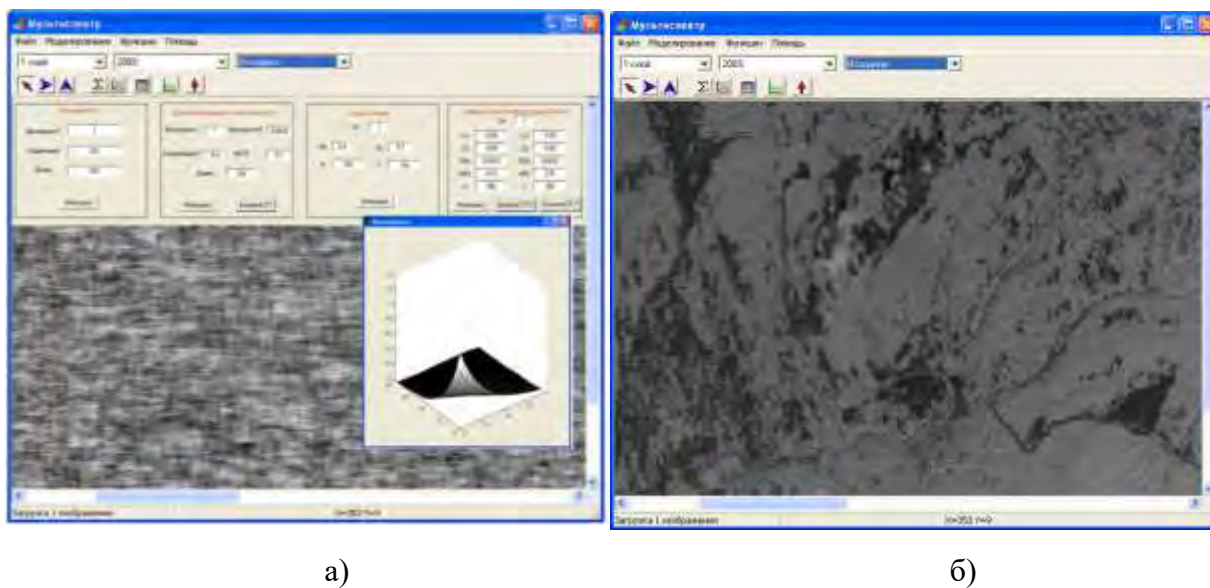


Рисунок 5.4 – Интерфейс программы «Мультиспектр», используемый при имитации сигналов (а) и при визуальном анализе спутникового материала (б)

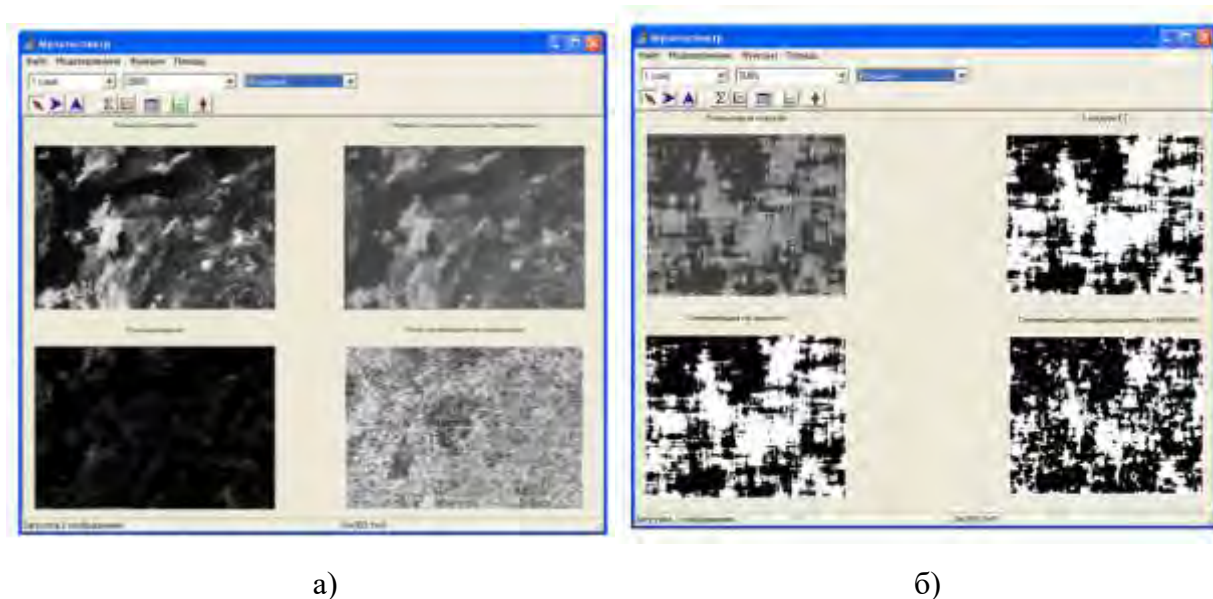


Рисунок 5.5 – Интерфейс программы «Мультиспектр», используемый при оценке параметров сигнала (а) и при сегментации этого сигнала (б)

Представленная программа предназначена для использования на операционных системах семейства Windows и представляет собой законченный скомпилированный *.exe файл, сопровождаемый необходимыми библиотеками *.dll. На разработанную программу получено свидетельство о регистрации.

5.3. Применение синтезированных алгоритмов и математических моделей при разработке региональной системы спутникового мониторинга

Согласно концепции развития Российской космической системы ДДЗ на период до 2025 года [108], предполагается обеспечить многообразие решаемых с помощью ДЗЗ прикладных и научных задач, перечисленных и раскрытых в том числе в п. 1.2. настоящей работы. Эти задачи являются актуальными для любого региона Российской Федерации. В связи с этим в настоящее время на территории Ульяновской области в соответствии с Постановлением Правительства Ульяновской области реализуется проект по созданию региональной геоинформационной системы (ГИС) «Геопортал Ульяновской области», являющейся информационным ресурсом, доступным в сети Интернет по адресу: <http://geo.ulgov.ru/>, содержащем сервисы визуализации данных ДЗЗ. Среди целей создания ГИС особое место занимает предоставление данных ДЗЗ, пространственных данных и метаданных Ульяновской области потребителям. Автор принимает участие на всех стадиях данного проекта в том числе как ответственный исполнитель регионального гранта РФФИ № 16-41-732027 «Построение стохастических моделей и алгоритмов обработки последовательностей неоднородных многозональных изображений для региональных систем экологического мониторинга».

Важной особенностью создаваемой ГИС является возможность ведения геоархивов как спутниковых многозональных изображений Ульяновской области, так и результатов их обработки. Источниками спутниковых снимков являются специализированные информационные ресурсы Роскосмоса (основная платформа «Ресурс-П») и международные открытые спутниковые базы данных (основная платформа «Landsat 8»). Пространственное разрешение информации 15 м. («Landsat 8») и 12 м. («Ресурс-П»). Периодичность съемки 14 дней («Landsat 8») и до 3 дней («Ресурс-П»). Хранение данных, их разномасштабных представлений и промежуточных результатов обработки

организовано в распределенных базах данных под управлением СУБД MS SQL Server. Безотказность и надежность хранения обеспечены в том числе посредством применения современной системы виртуализации VmWare vSphere 6.0 совместно с Acronis Backup и vGate, позволяющими осуществлять параллельное исполнение и репликацию используемых виртуальных машин.

Поскольку наряду с юридическими и физическими лицами потребителями спутниковой информации, а также результатов ее обработки на территории Ульяновской области, являются государственные и муниципальные органы, то к порядку обмена информацией между клиентами и серверными приложениями предъявляются особые требования, связанные с защитой канала передачи данных. Выполнение этих требований связано с интеграцией разрабатываемой системы с региональной системы межведомственного электронного взаимодействия (РСМЭВ) и применением специальных шифровальных средств (на базе технологии VipNet). На рисунке 5.6 представлена укрупненная схема информационного взаимодействия ГИС «Геопортал» и ее потребителей в части получения данных ДЗЗ и результатов их обработки.

В соответствии со схемой, пользователи не имеют прямого доступа к базам данных спутниковой информации. Основной причиной этого является особые требования по безопасности, предъявляемые к ГИС такого уровня. Проверку полномочий пользователей и передачу им запрашиваемой информации выполняет сам портал <http://geo.ulgov.ru/>.

Рассмотрим теперь сервисы первой очереди региональной системы «Геопортал», которые связаны с обработкой, хранением и публикацией данных ДЗЗ, и особенности их реализации в рамках представленной концепции. В таблице 5.1 представлен перечень оказываемых услуг, пользователи этих услуг и требуемое время их оказания.

Реализация указанных и перспективных сервисов связана с проведением предварительного статистического анализа поступающего спутникового материала. В ходе этого анализа выполняется оценка качества спутникового

изображения, связанная в основном с наличием и интенсивностью облачных явлений.

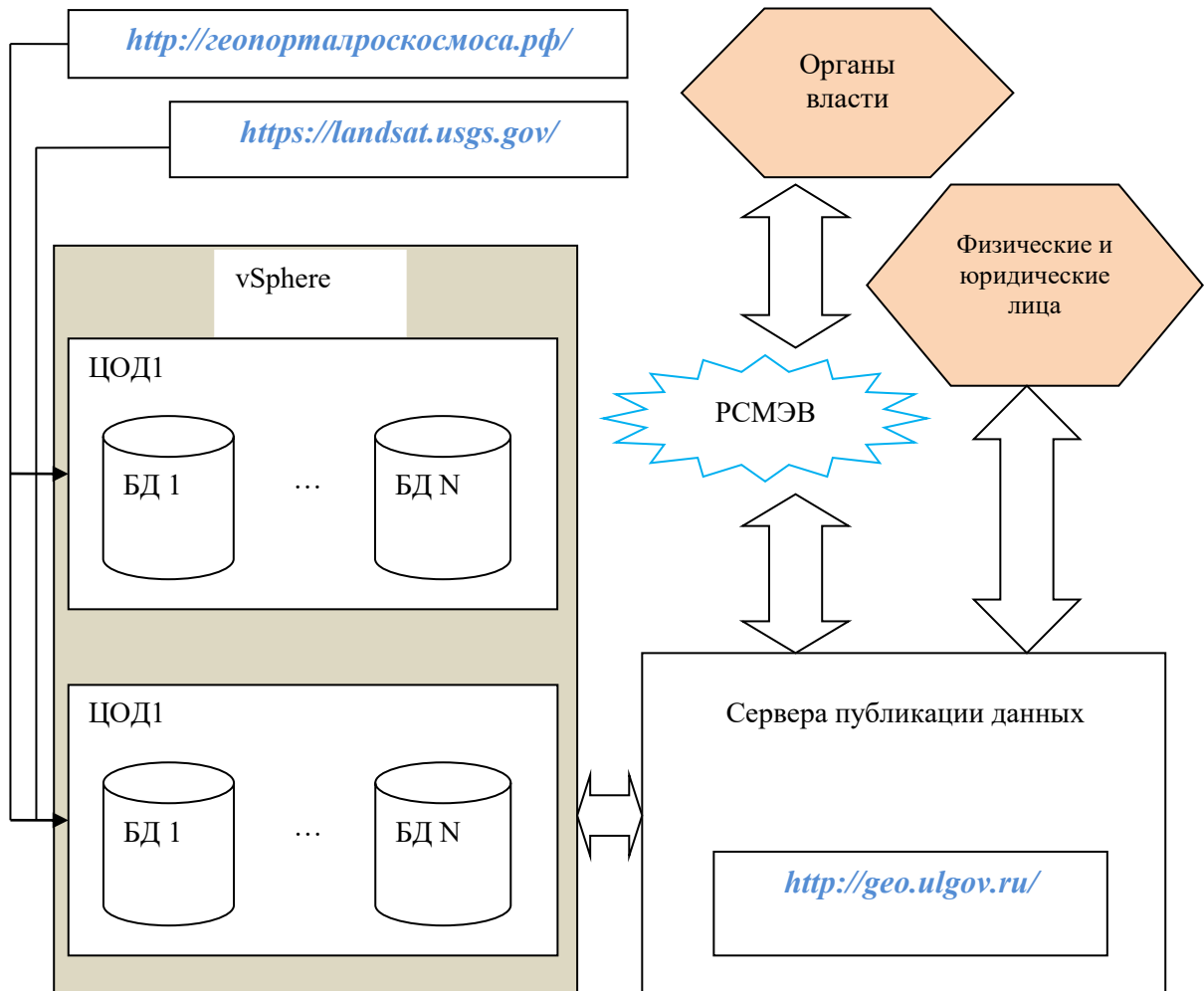


Рисунок 5.6 – Схема информационного взаимодействия ГИС «Геопортал»

Результаты анализа могут быть использованы для уточнения маски, необходимой для обработки данных ДЗЗ и последующей привязки изображений. После этой привязки выполняется поиск информации о снимках и результатах обработки этих снимков за предшествующее время. Объединив эту информацию с вновь поступившими данными, возможно построить близкую к наилучшей оценку размещения на исследуемой территории различных объектов. Количественная оценка параметров этих объектов (площадь, протяженность, интенсивность) позволяет получить важные

качественные характеристики, необходимые для осуществления управленческих воздействий.

Таблица 5.1 – Сервисы региональной системы спутникового мониторинга

№ п/п	Название сервиса	Пользователи	Время предоставления сервиса
1.	Предоставление комбинированного цветного изображения Ульяновской области в заданных координатах и масштабе	Любые авторизованные пользователи	Менее 1 минуты
2.	Предоставление отдельного спектрального изображения, панхроматического или комбинированного цветного изображения в заданных координатах и масштабе на определенный момент времени (с точностью до ближайшего момента съемки)	Любые авторизованные с помощью РСМЭВ государственные и муниципальные органы власти	Менее 1 минуты
3.	Предоставление отчета по динамике изменения площади водной поверхности (вплоть до отдельного района) за произвольный промежуток времени	Министерство сельского, лесного хозяйства и природных ресурсов	Менее 1 суток
4.	Предоставление отчета по динамике изменения площади лесных угодий (вплоть до отдельного района) за произвольный промежуток времени	Министерство сельского, лесного хозяйства и природных ресурсов	Менее 1 суток
5.	Предоставление отчета по оценке накопленной почвой влаги за произвольной промежуток времени	Министерство сельского, лесного хозяйства и природных ресурсов	Менее 1 суток
6.	Предоставление отчета по динамике изменения площади населенных пунктов (вплоть до отдельного района) за произвольный промежуток времени	Министерство строительства ЖКХ и транспорта ульяновской области	Менее 1 суток
7.	Выявление областей опасного прилегания лесных массивов к дорогам и линиям электропередачи. Анализ динамики	Министерство строительства ЖКХ и транспорта ульяновской области	Менее 1 суток

Описанный порядок обработки является возможным благодаря особенностям используемой распределенной базы данных, а именно возможности хранения в течение почти неограниченного промежутка времени не только последовательностей многозональных изображений, но и промежуточных результатов их обработки в виде наполненного атрибутами векторного представления. Это позволяет использовать эти промежуточные результаты для сокращения времени выполнения последующих запросов.

Одним из важных этапов обработки спутникового материала, необходимого в том числе для решения задач, представленных в таблице 5.1, является тематическое картографирование спутникового снимка, то есть его разделение на идентифицируемые сегменты, содержащие однотипные по своим визуальным, корреляционным или текстурным характеристикам пиксели. Использование стандартных алгоритмов сегментации для тематического картографирования спутниковых снимков в большинстве случаев приводит к значительным ошибкам, связанным с двумя причинами. Во-первых, эти алгоритмы в большинстве своем не способны учесть многозональный характер ДЗЗ, то есть тот факт, что каждое спутниковое изображение содержит результаты регистрации земной поверхности в разных спектральных диапазонах. Во-вторых, существующие подходы не позволяют использовать для сегментации данные о наблюдаемой территории, полученные в предыдущие моменты времени. Преодолеть указанные недостатки возможно с помощью модификации нейросетевых процедур сегментации и классификации многомерных данных.

Проведенные сравнительные исследования показали, что среди множества нейросетевых архитектур существует большое количество реализаций, ориентированных на решение задач кластеризации разнородных данных в том числе сегментации изображений. Среди этих реализаций наиболее удобными являются сверточные нейронные сети с полносвязными слоями (FCN), позволяющие на выходе формировать матрицу вероятностей принадлежности каждого пикселя на входном изображении к каждому из сегментов [280]. Анализ доступной литературы, показал, что в настоящее время наиболее часто для решения задачи сегментации изображений используют FCN сеть UNET [237].

Ключевой особенностью UNET сетей является ориентация на обработку одиночного изображения (двумерного или многозонального). Между тем, современные спутниковые системы являются источником регулярного обновления данных дистанционного зондирования Земли. При этом период

между съемками составляет от нескольких дней до нескольких недель, а сами разновременные многозональные изображения в силу особенностей современной измерительной и регистрирующей аппаратуры можно считать совмещенными с точностью до 1 пикселя. В связи со сказанным возникает необходимость модификации архитектуры нейронной сети с целью использования данных не только текущего многозонального изображения, но и некоторого предшествующего по времени материала. Это является особенно важным, поскольку структура объектов на спутниковом изображении изменяется достаточно медленно. Поэтому использование архивных данных потенциально может существенно уменьшить ошибку обработки.

Для достижения поставленной цели входной слой UNET сети (состоящий по умолчанию из спектральных слоев многозонального изображения) был расширен тремя вспомогательными двумерными полутонными изображениями, полученными из исходного с помощью преобразований NDVI, EVI, SAVI и двумя двумерными массивами, представляющими собой результаты сегментации данной территории в предыдущий момент времени и один год назад. Использование сразу двух таких опорных разметок позволяет уменьшить погрешность классификации в случае быстрых изменений местности в связи со сменой времени года и в случае отсутствия массива разметки в предыдущий момент времени в связи, например, с облачностью.

На рисунке 5.7 представлена архитектура используемой сети.

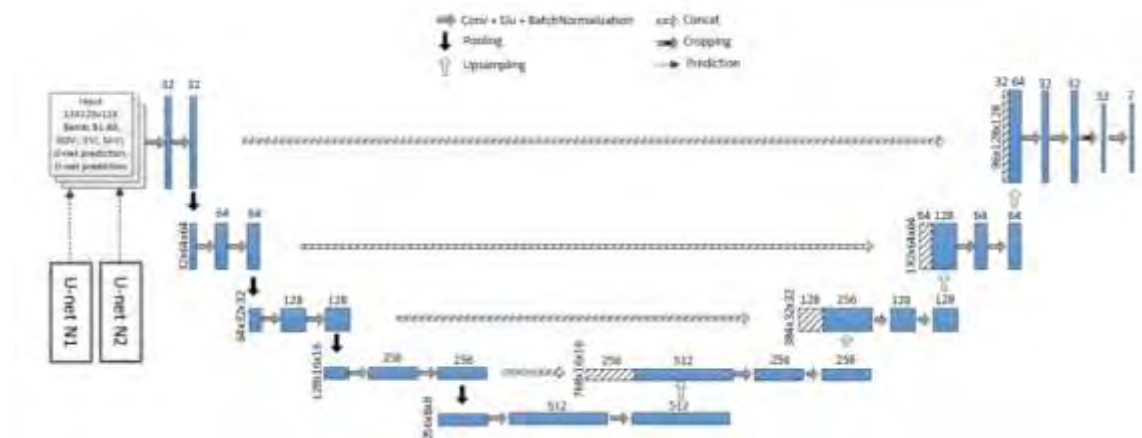


Рисунок 5.7 – Архитектура используемой нейронной сети

Для обучения такой сети использовались временные последовательности многозональных спутниковых изображений Ульяновской области, полученных в период с 2013 по 2017 гг. с космического аппарата Landsat 8. При этом было выполнено пространственное совмещение этих изображений и сформированы три группы последовательностей, состоящих не менее чем из 30 многозональных изображений. Пространственный размер этих изображений составил 8000 на 8000 пикселей при разрешении 30 м на пиксель и восьми используемых спектральных диапазонов (B1-B8) и трех вспомогательных слоев индексов (NDVI, EVI, SAVI). Каждое из изображений, используемых для обучения, сопровождалось не только разметкой объектов местности в момент регистрации самого изображения, но и аналогичными разметками, сформированными для изображений, которые получены за две недели и за один год до регистрации основного снимка. Каждая разметка содержала объекты следующих видов: леса, поля, населенные пункты, реки, обрывы, иные объекты. Само обучение сети производилось в течение 50 эпох. В процессе обучения каждая эпоха тренировалась на 500 партиях. В свою очередь каждая партия формировалась из 128 случайных фрагментов, выбранных из случайного места оригинального снимка, размером 128×128.

На рисунке 5.8 представлены результаты автоматической классификации многозональных изображений, полученных в разные периоды в 2017 г. В частности, на рисунках 5.8а, 5.8б представлен выделяемый лесной массив в Мелекесском районе Ульяновской области, на рисунках 5.8в и 5.8г – город Ульяновск с пригородами.

Визуальный анализ представленных фрагментов показывает, что результаты предлагаемой процедуры вполне сравнимы по точности с результатами обработки квалифицированным оператором.

Наличие архива с результатами обработки позволяет отвечать на вопросы, связанные с особенностями состояния земной поверхности в предшествующие и текущие моменты времени. Однако необходимым

элементом системы обработки ДЗЗ являются инструменты, позволяющие выполнять прогноз состояния тех или иных объектов и формировать карты рекомендаций и предупреждений для ответственных лиц.

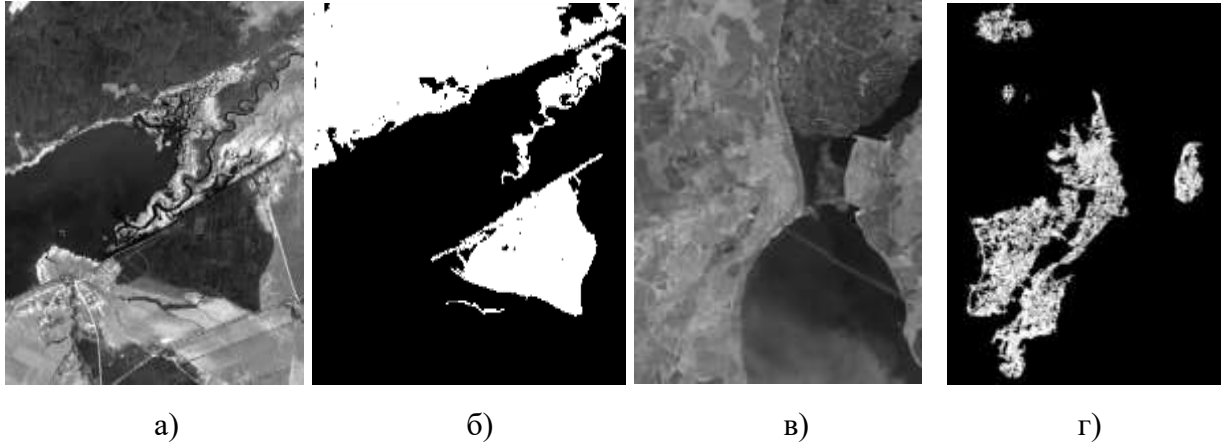


Рисунок 5.8 – Результаты автоматической классификации спутниковых многозональных изображений

В качестве примера рассмотрим задачу, связанную с формированием прогноза относительно возможности опасного сближения природных и техногенных объектов разного рода. Примером такого сближения может быть постепенное зарастание лесом территории вдоль дорог или линий электропередач или оползневые процессы, приводящие к разрушению различной инфраструктуры.

Сформулируем данную задачу следующим образом. Пусть имеется совокупность отрезков, описывающих некоторый протяженный объект T_0 (дорогу, линию электропередач) и т. д. Данная совокупность обычно описывается векторным объектом, имеющим географическую привязку в абсолютных координатах. Выделим на этом протяженном объекте множество точек $T_{oi} = (x_{oi}, y_{oi})$, расстояние между которыми составляет Δ_0 . Очевидно, чем меньше Δ_0 , тем лучше совокупность $\{T_{oi}, i = 1, \dots, N_0\}$ описывает исходный объект. Предположим, что в некоторый момент времени t рядом с объектом располагается некоторая протяженная область G_R^t , определяемая множеством элементарных фигур $\{R_{oi}^t, i = 1, \dots, N_R^t\}$ с одинаковыми геометрическими размерами и координатами центра (x_{Ri}^t, y_{Ri}^t) . В простом случае эти фигуры

соответствует пикселям в исходном растровом изображении, а геометрический размер фигуры равен разрешающей способности регистрирующей аппаратуры. Для каждой из точек T_{oi} выполним построение перпендикуляра к отрезку $[T_{oi}, T_{oi+1}]$. Найдем точку $T_{Ei}^t = (z_{Exi}^t, z_{Eyi}^t)$ пересечения этого перпендикуляра с областью G_R^t . Очевидно, что множество точек $\{T_{Ei}^t, i = 1, \dots, N_o\}$ описывают условную границу области G_R^t со стороны исходного протяженного объекта. Это позволяет использовать оценки координат точек $\{T_{Ei}^t, i = 1, \dots, N_o\}$, полученные в разные моменты времени $t = 1, \dots, T$, как источник информации о динамике области G_R^t в том числе с целью формирования прогноза о ее границах в будущие моменты времени $t > T$ (рисунок 5.9).

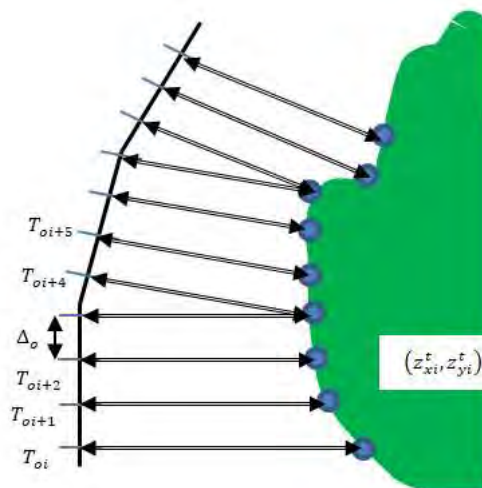


Рисунок 5.9 – Геометрическая интерпретация оценки расстояния между неподвижным объектом и подвижной областью

Для решения поставленной задачи будем считать, что совокупность имеющих наблюдений $\{ (z_{Exi}^t, z_{Eyi}^t), i = 1, \dots, N_o, t = 1, \dots, T \}$ соответствует множеству фактических координат границ области G_R^t : $\{ (x_{Ek}^t, y_{Ek}^t), i = 1, \dots, N_o, t = 1, \dots, T \}$. Причем в силу погрешностей, возникающих при регистрации спутниковых изображений и их обработке, имеют место следующие соотношения:

$$z_{Exi}^t = x_{Ei}^t + n_{Exi}^t, z_{Eyi}^t = y_{Ei}^t + n_{Eyi}^t, i = 1, \dots, N_o, t = 1, \dots, T,$$

где n_{Exi}^t и n_{Eyi}^t – отсчеты белого шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_n^2 . Прямые измерения по результатам тематического картографирования спутникового материала показывают, что СКО $\sqrt{\sigma_n^2}$ обычно примерно равно $1.5D_{xy}$, где D_{xy} – разрешение исходных изображений.

Предположим, что граница области G_R^t может перемещаться неравномерно. Так, например, область оврага или обрыва может годами увеличиваться на несколько десятков сантиметров, а в определенный момент приобрести динамику в сотни раз большую указанных значений. Тогда будем использовать следующие ДС модели для требующих оценки неизвестных координат:

$$\begin{aligned} x_{Ei}^t &= 2x_{Ei}^{t-1} - x_{Ei}^{t-2} + a_{Exi}^t(x_{Ei}^{t-1} - x_{Ei}^{t-2}), & y_{Ei}^t &= 2y_{Ei}^{t-1} - y_{Ei}^{t-2} + a_{Eyi}^t(y_{Ei}^{t-1} - y_{Ei}^{t-2}), \\ a_{Exi}^t &= r_{ax}a_{Exi}^{t-1} + \xi_{axi}^t, & a_{Eyi}^t &= r_{ay}a_{Eyi}^{t-1} + \xi_{ayi}^t, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где r_{ax} , r_{ay} – скалярные параметры, определяющие скорость изменения ускорений a_{Exi}^t и a_{Eyi}^t ; ξ_{axi}^t , ξ_{ayi}^t – независимые нормальные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_ξ^2 . Обозначим через $v_{Exi}^t = x_{Ei}^t - x_{Ei}^{t-1}$, $v_{Eyi}^t = y_{Ei}^t - y_{Ei}^{t-1}$, а через $\bar{X}_{Ei}^t = (x_{Ei}^t \quad v_{Exi}^t \quad a_{Exi}^t)$, $\bar{Y}_{Ei}^t = (y_{Ei}^t \quad v_{Eyi}^t \quad a_{Eyi}^t)$. Тогда модель (5.1) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{Ei}^t &= \varphi_{Exi}^t \bar{X}_{Ei}^{t-1} + \bar{\xi}_{xi}^t, & \bar{Y}_{Ei}^t &= \varphi_{Eyi}^t \bar{X}_{Ei}^{t-1} + \bar{\xi}_{yi}^t, \\ \text{где } \varphi_{Exi}^t &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 + a_{Exi}^{t-1} & 0 \\ 0 & 0 & r_{ax} \end{pmatrix}, & \varphi_{Eyi}^t &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 + a_{Eyi}^{t-1} & 0 \\ 0 & 0 & r_{ay} \end{pmatrix}, & \bar{\xi}_{xi}^t &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_{axi}^t \end{pmatrix}, & \bar{\xi}_{yi}^t &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_{ayi}^t \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Другим вариантом представленных ДС моделей может быть следующие нелинейные векторные стохастические выражения:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{Ei}^t &= \varphi_{Exi}^t(\bar{X}_{Ei}^{t-1}) + \bar{\xi}_{xi}^t, & \bar{Y}_{Ei}^t &= \varphi_{Eyi}^t(\bar{X}_{Ei}^{t-1}) + \bar{\xi}_{yi}^t. \\ \text{Тогда } \varphi_{Exi}^t &'(\bar{X}_{Ei}^{t-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a_{Exi}^{t-1} & v_{Exi}^{t-1} \\ 0 & 0 & r_{ax} \end{pmatrix} & \text{и } \varphi_{Eyi}^t &'(\bar{Y}_{Ei}^{t-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a_{Eyi}^{t-1} & v_{Eyi}^{t-1} \\ 0 & 0 & r_{ay} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

При этом модель наблюдений можно переписать в виде:

$$z_{Exi}^t = C_x \bar{X}_{Ei}^t + n_{Exi}^t, \quad z_{Eyi}^t = C_y \bar{Y}_{Ei}^t + n_{Eyi}^t, \quad i = 1, \dots, N_o, \quad t = 1, \dots, T,$$

где $C_x = C_y = (1 \ 0 \ 0)$.

Полученные обозначения позволяют применять для фильтрации наблюдений и построения прогнозов поведения области R_0 относительно объекта T_0 дважды стохастическую нелинейную фильтрацию. При этом введем $\bar{X}_{\Delta Ei}^t = \varphi_{Exi}^t(\bar{X}_{Ei}^{t-1})$ и $\bar{Y}_{\Delta Ei}^t = \varphi_{Eyi}^t(\bar{X}_{Ei}^{t-1})$ – экстраполированные прогнозы координат точки T_{Ei} в момент времени t по предыдущим наблюдениям z_{Exi}^{t-1} и z_{Eyi}^{t-1} . Ковариационные матрицы ошибок такой экстраполяции составят:

$$P_{\Delta xi}^t = M \left\{ \left(\hat{X}_{\Delta Ei}^t - \bar{X}_{\Delta Ei}^t \right) \left(\hat{X}_{\Delta Ei}^t - \bar{X}_{\Delta Ei}^t \right)^T \right\} = \varphi_{Exi}^t{}'(\bar{X}_{Ei}^{t-1}) P_{xi}^{t-1} \varphi_{Exi}^t{}'(\bar{X}_{Ei}^{t-1})^T + V_{x_{\xi i}}^t,$$

$$P_{\Delta yi}^t = M \left\{ \left(\hat{Y}_{\Delta Ei}^t - \bar{Y}_{\Delta Ei}^t \right) \left(\hat{Y}_{\Delta Ei}^t - \bar{Y}_{\Delta Ei}^t \right)^T \right\} = \varphi_{Eyi}^t{}'(\bar{Y}_{Ei}^{t-1}) P_{yi}^{t-1} \varphi_{Eyi}^t{}'(\bar{Y}_{Ei}^{t-1})^T + V_{y_{\xi i}}^t,$$

где P_{xi}^{t-1} , P_{yi}^{t-1} – ковариационные матрицы ошибок фильтрации в момент времени $(t-1)$, $V_{x_{\xi i}}^t = M\{\bar{\xi}_{xi}^t \bar{\xi}_{xi}^{tT}\}$, $V_{y_{\xi i}}^t = M\{\bar{\xi}_{yi}^t \bar{\xi}_{yi}^{tT}\}$ – диагональные ковариационные матрицы случайных добавок $\bar{\xi}_{xi}^t$.

Тогда можно записать следующие соотношения для дважды стохастических координатных фильтров:

$$\hat{X}_{\Delta Ei}^t = \hat{X}_{\Delta Ei}^t + B_{xi}^t (z_{Exi}^t - \hat{x}_{\Delta Ei}^t), \hat{Y}_{\Delta Ei}^t = \hat{Y}_{\Delta Ei}^t + B_{yi}^t (z_{Eyi}^t - \hat{y}_{\Delta Ei}^t),$$

где $\hat{x}_{\Delta Ei}^t$, $\hat{y}_{\Delta Ei}^t$ – первые элементы векторов $\hat{X}_{\Delta Ei}^t$ и $\hat{Y}_{\Delta Ei}^t$; $B_{xi}^t = P_{\Delta xi}^t C_x^T D_{xi}^{t-1}$; $B_{yi}^t = P_{\Delta yi}^t C_y^T D_{yi}^{t-1}$; $D_{xi}^t = C P_{\Delta xi}^t C^T + \sigma_n^2$; $D_{yi}^t = C P_{\Delta yi}^t C^T + \sigma_n^2$. Дисперсия ошибки фильтрации на каждом шаге определяется матрицами $P_{xi}^t = (E - B_{xi}^t) P_{\Delta xi}^t$, $P_{yi}^t = (E - B_{yi}^t) P_{\Delta yi}^t$.

Обратим внимание, что в силу специфики поставленной задачи, а именно необходимости мониторинга расстояния от протяженного объекта T_0 до области R_0 , возможно упростить процесс фильтрации координат границ R_0 за счет обработки только одной координаты, а именно расстояния x_{ri}^t от точки T_{oi} , принадлежащей T_0 , до границы R_0 в момент времени t . Совокупность подобных наблюдений $z_{Ex_{ri}}^t$ возможно обрабатывать идентичным описанному выше способом.

На рисунках ниже представлены серии фрагментов спутниковых изображений лесного массива в Чердаклинском районе Ульяновской области за период 2001-2017 гг. (рисунок 5.10) и разрез Милановского на берегу р. Волга в северной части г. Ульяновска за период 2013-2017 гг. (рисунок 5.11). При этом для удобства восприятия и получения цветного изображения выполнено совмещение видимых спектральных диапазонов и наложение фрагмента сегментированного изображения и нормалей к контролируемому объекту. В первом случае количество обрабатываемых многозональных изображений составило 42 штуки, во втором – 32 штуки. Минимальный временной интервал получения спутниковой информации – 14 дней.

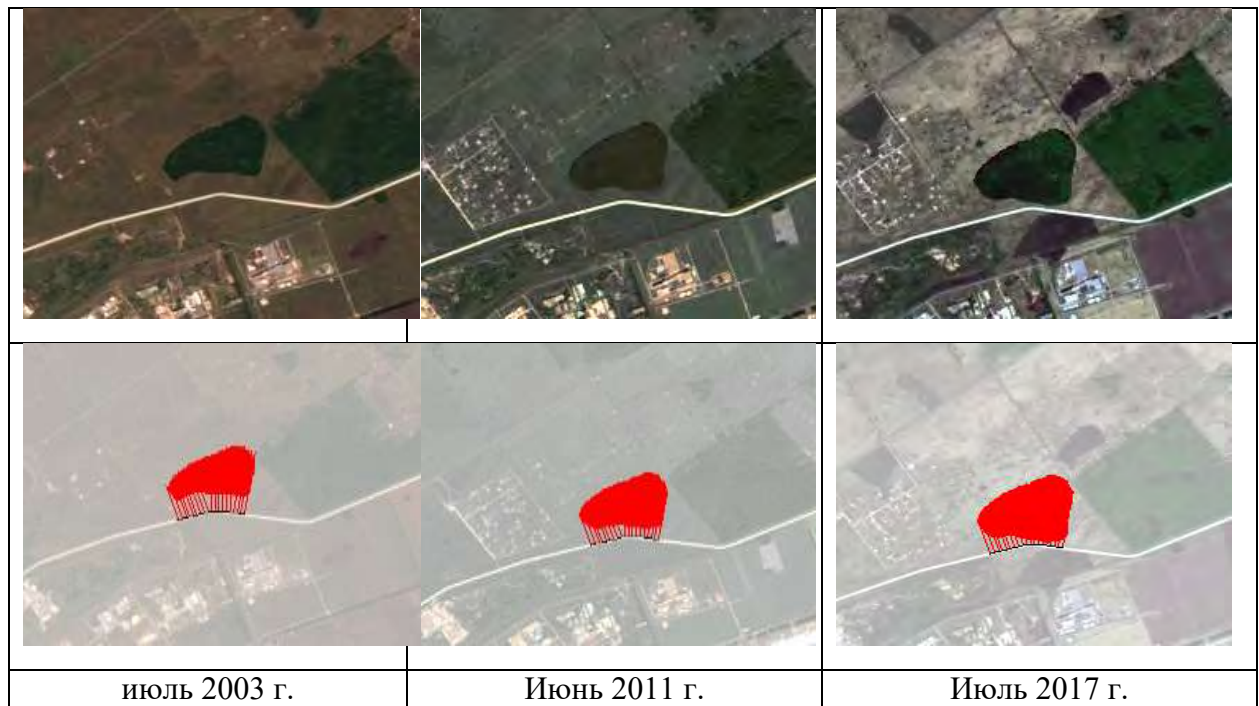


Рисунок 5.10 – Фрагменты спутниковых изображений лесного массива и результаты обработки этих изображений



Рисунок 5.11 – Фрагменты спутниковых изображений разреза Милановского и результаты обработки этих изображений

На рисунке 5.12 представлены фотографии разреза Милановского, позволяющие оценить масштаб этого природного образования.

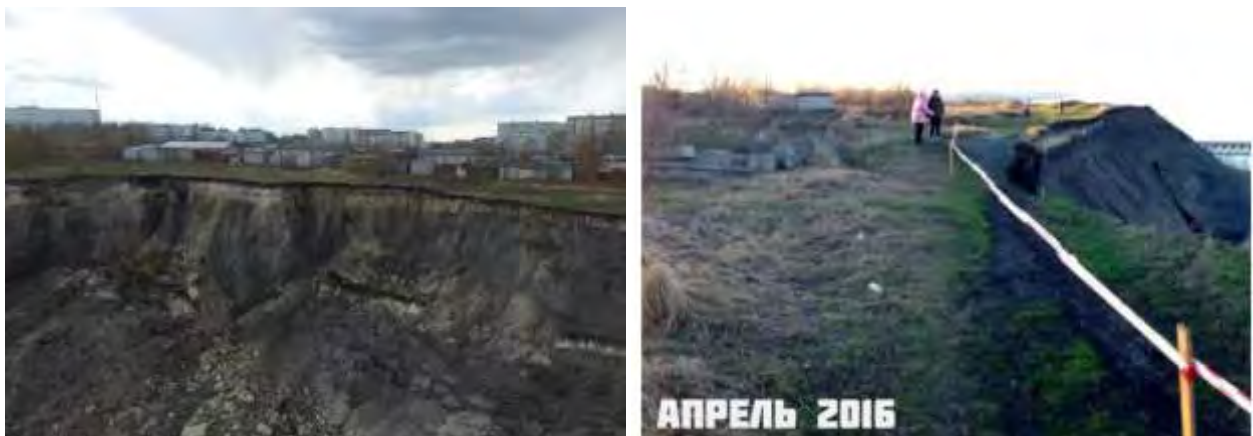


Рисунок 5.12 – Фотографии разреза Милановского

Указанные выше группы многозональных изображений были разделены на обучающую и рабочую выборки. Обучающие выборки использовались для уточнения параметров фильтрации, в частности для оценки параметров γ_{ax} и σ_{ξ}^2 . Рабочая часть выборки была обработана тремя алгоритмами, позволяющими выполнять прогноз расстояний x_{ri}^{t+1} по предыдущим наблюдениям. Первый алгоритм (I) состоит в построении простого прогноза

$\hat{x}_{ri}^{t+1} = 2z_{ri}^t - z_{ri}^t$, при котором учитывается только скорость изменения величины \hat{x}_{ri} за промежуток времени $(t-1, t)$. Вторым алгоритмом (II) предполагается линейная калмановская фильтрация наблюдений z_{ri}^t и построения экстраполированного прогноза \hat{x}_{ri}^{t+1} по результатам такой обработки. Третьим алгоритмом (III) состоит в описанной выше дважды стохастической фильтрации совокупности наблюдений z_{ri}^t и построения вектора $\hat{x}_{\Xi i}^{t+1}$. В таблице 5.2 представлены зависимости средних ошибок прогнозирования от вида объекта.

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о превосходстве дважды стохастического фильтра над перечисленными выше алгоритмами.

Таблица 5.2 – Зависимости средних ошибок прогнозирования от вида объекта

Вид объекта	Средняя ошибка алгоритма I	Средняя ошибка алгоритма II	Средняя ошибка алгоритма III
Снимок лесного массива. Октябрь 2014 г.	6.7 м	2.7 м	2.6 м
Снимок лесного массива. Май 2015 г.	10.7 м	3.9 м	3.7 м
Снимок лесного массива. Июнь 2016 г.	6.2 м	3.6 м	3.3 м
Снимок разреза Милановского. Май 2014 г.	7.1 м	3.8 м	3.6 м
Снимок разреза Милановского. Май 2015 г.	7.3 м	3.9 м	3.8 м
Снимок разреза Милановского. Май 2016 г.	6.9 м	3.9 м	3.7 м
Снимок разреза Милановского. Апрель 2016 г. Начало оползневых процессов.	12.4 м	8.9 м	7.8 м
Снимок разреза Милановского. Апрель 2016 г. Продолжение оползневых процессов.	30.7 м	32.8 м	12.6 м
Снимок разреза Милановского. Май 2016 г. Прекращение оползневых процессов	20.3 м	18.1 м	17.3 м
Снимок разреза Милановского. Май 2016 г.	18.9 м	11.8 м	13.1 м

В среднем дважды стохастический фильтр обеспечивает точность прогноза на 6% выше, чем в случае использования калмановского фильтра и на 58% выше, чем в случае простых линейных прогнозов. Это связано с

возможностью оценивания дважды стохастическим фильтром в том динамики изменения координат и скорости границ контролируемой области. При этом очень важно, что дважды стохастический фильтр позволяет быстрее отреагировать на резкое изменение скорости определяющих поведение объекта процессов. Так, начало оползня в апреле 2016 г. практически неразличимо по данным алгоритма (I) и алгоритма (II), но резкое изменение динамики оценки параметра \hat{a}^t . В качестве иллюстрации рассмотрим поведение оценок расстояния от разреза до одной из контролируемых точек (рисунок 5.13а) и оценки параметра \hat{a}_i^t (рисунок 5.13б).

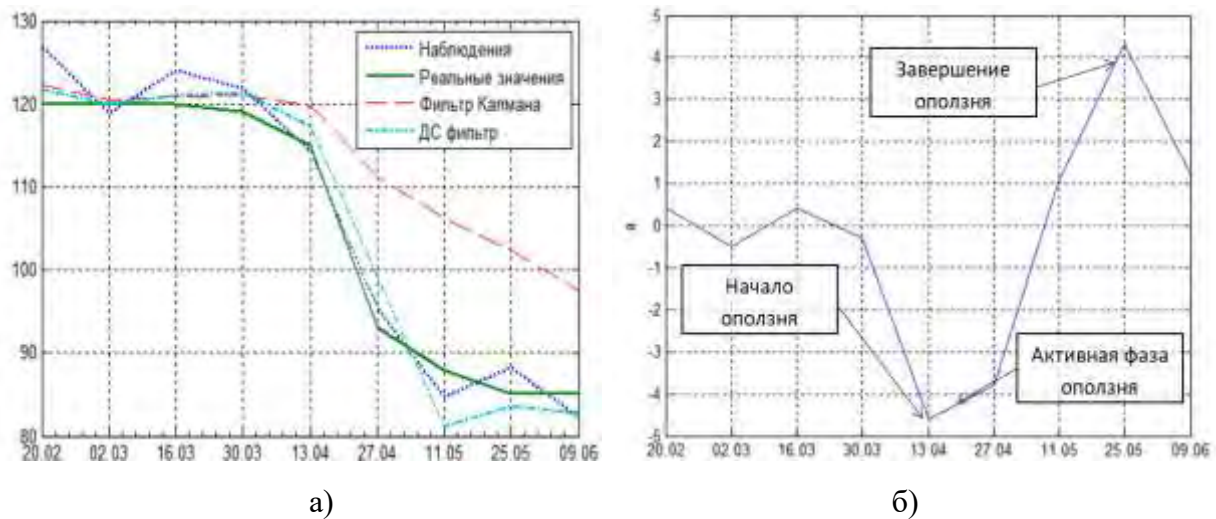


Рисунок 5.13 – Зависимость результатов фильтрации от времени съемки

Прямой анализ приведенных результатов в сравнении с данными объективного контроля (сплошная линия) свидетельствует о превосходстве дважды стохастического фильтра по точности фильтрации над обычным калмановским линейным фильтром. При этом наиболее характерно это превосходство проявляется в случае резкого изменения скорости протекания обрушения породы (и соответственно уменьшения расстояния между разрезом и контролируемой точкой). Это изменение соответствует существенному изменению оценки параметра \hat{a}^t , что позволяет только по графику зависимости этой оценки от времени съемки судить о значительных изменениях в состоянии области разреза.

5.4. Использование дважды стохастических моделей при решении задачи позиционирования и автоматического управления беспилотными летательными аппаратами

В последние годы значительный интерес исследователей сосредоточен на решении задач, связанных с разработкой различных робототехнических комплексов и систем. Характерным примером таких комплексов являются беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Изначально БПЛА рассматривались только в контексте военных сфер применения. Однако в настоящее время, БПЛА используются во множестве гражданских задач, в число которых входит аэрофотосъемка, доставка грузов, мониторинг сельскохозяйственных угодий, лесов, патрулирование маршрутов, геодезия и т. д. При этом область применения БПЛА постоянно растет, открывая большое поле для исследований, связанных с разработкой новых схемотехнических решений, инновационных материалов, а также оптимизацией алгоритмов автоматического управления БПЛА. Одним из ключевых требований, которое возникает при проектировании новых БПЛА, является возможность самостоятельного перемещения в условиях динамично меняющейся обстановки и автоматического решения поставленных задач. Ключевым элементом любой системы автоматического управления БПЛА является навигационная система, позволяющая определять координаты БПЛА в заданный момент времени.

В настоящее время известны различные способы позиционирования автономного аппарата [30,150-155 и др.]. Большинство из них основаны на применении спутниковой навигационной системы (СНС) GPS/ГЛОНАСС [30,150]. Данные приемники позволяют определять местоположение БПЛА с точностью от нескольких метров. Однако на практике реальная ошибка позиционирования может быть существенно выше вследствие погодных условий, наличия препятствий и других факторов, ухудшающих прием радиосигнала от СНС. Кроме этого, периодичность получения координат с помощью СНС (до 1 секунды) может быть недостаточной для обладающих

высокой подвижностью БПЛА. Использование дополнительной информации с бортовых инерциальных навигационных систем (ИНС) не позволяет принципиально преодолевать указанные недостатки. Кроме этого, комбинация СНС и ИНС не дает дополнительной информации об окружающей БПЛА обстановке, что приводит к необходимости применения дополнительных регистрирующих устройств.

Для преодоления указанных выше недостатков в ходе совместных с АО ФНПЦ «Марс» работ был создан программно-аппаратный комплекс, устанавливаемый на гироподвесе БПЛА и состоящий из следующих компонент:

1. Камера (1) высокого разрешения, направленная вертикально вниз.
2. Камера (2) высокого разрешения, направленная вперед вдоль оси аппарата.
3. Пространственный дальномер (3), совмещенный с камерой (2).
4. Бортовая ИНС, включая акселерометр, электронный компас и спидометр.
5. Бортовой вычислительный кластер, обрабатывающий данные с указанных устройств.

Камера, направленная вертикально вниз, позволяет решать задачу позиционирования объекта по результатам обработки видеопоследовательности подстилающей поверхности. Для этого выполняется последовательное оценивание пространственных геометрических деформаций (или привязки) соседних кадров с накоплением оценок. При этом используются высокоскоростные псевдоградиентные (ПГ) процедуры, описанные в работе [185]. В этой работе показана сходимость указанных процедур и рассмотрены вопросы вычислительной оптимизации, позволяющей обеспечить необходимое качество совмещения изображений при минимальных вычислительных затратах. Объединение получаемого для каждого кадра видеозображения вектора оценок $(\widehat{s}x_i, \widehat{s}y_i, \widehat{s}c_i, \widehat{a}r_i)^T$, где $\widehat{s}x_i, \widehat{s}y_i$ – оценки смещения i -го кадра относительно $i - 1$ -го по горизонтали и вертикали соответственно (в пикселях);

\widehat{sc}_i – оценка изменения масштаба i -ого кадра относительно $i - 1$ -го; \widehat{ar}_i – оценка угла поворота i -ого кадра относительно $i - 1$ -го; $i = 1, \dots, n_1$; n_1 – число кадров в видеопоследовательности, а также угловых координат БПЛА $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ и высоты h_i в момент регистрации i -ого кадра позволяет с помощью простых геометрических соотношений формировать вектор оценок относительных смещений БПЛА $(\widehat{\Delta x}_i, \widehat{\Delta y}_i)$ в горизонтальной плоскости за промежуток времени между регистрацией i -ого кадра и $i - 1$ -го кадра. Простое интегрирование указанных оценок при условии знания первоначального положения БПЛА позволяет получить совокупность абсолютных оценок координат БПЛА $(\widehat{x}_{si}, \widehat{y}_{si})$, $i = 1, \dots, n_1$. При этом очень важно, что вместе с указанными оценками удастся получить соответствующие дисперсии ошибок позиционирования $(\sigma_{sxi}^2, \sigma_{syi}^2)$, $i = 1, \dots, n_1$. В качестве иллюстрации на рисунке 5.14а представлен процесс оценки траектории БПЛА по результатам псевдоградиентного совмещения последовательности восьми кадров, а на рисунке 5.14б СКО ошибки оценивания координат.

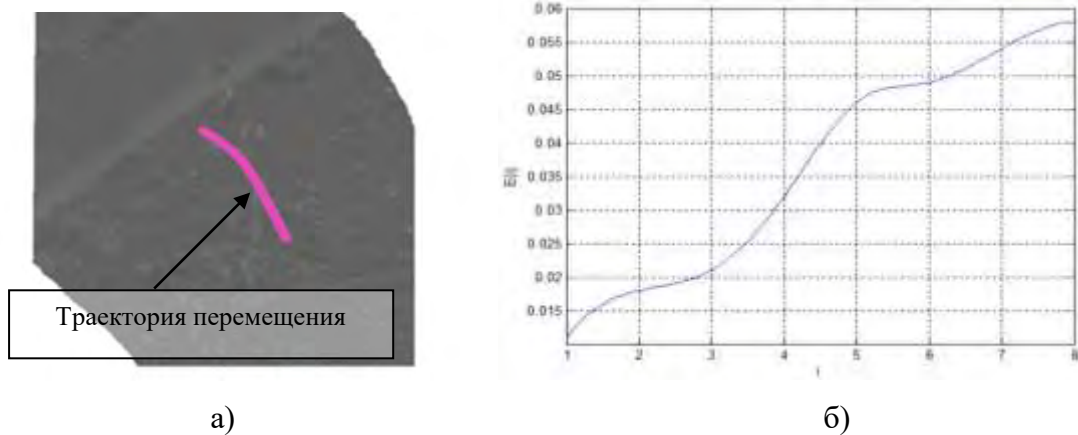


Рисунок 5.14 – Совмещенная последовательность кадров подстилающей поверхности

Отметим две особенности. Во-первых, дисперсия ошибки оценивания координат растет с каждой итерацией оценивания. Это объясняется последовательной обработкой поступающих кадров. Во-вторых, указанный рост является нелинейной сложной функцией. Причиной этого является стохастический характер псевдоградиентных процедур, в результате применения которых ошибка каждый раз будет разной. Уменьшить эту ошибку

возможно используя данные ИНС в качестве первоначального приближения и выполняя дополнительную обработку «через кадр» и даже «через несколько кадров», если скорость БПЛА достаточно мала. Однако опыт обработки большого количества реальных данных показывает, что ошибка позиционирования $\varepsilon_{Ci}: M\{\varepsilon_{Ci}^2\} = \sqrt{\sigma_{sxi}^2 + \sigma_{syi}^2}$, почти линейно связанная с высотой полета h , находится в приемлемом диапазоне $|\varepsilon_{Ci}| \leq h$ в течение 3-3.5 минут полета, что не является достаточным для решения практических задач.

Для повышения качества позиционирования воспользуемся информацией, поступающей с направленных вперед камеры высокого разрешения и пространственного дальномера. При этом воспользуемся следующей трехэтапной процедурой. На первом этапе будем выполнять последовательную сегментацию получаемых изображений с целью выявления опорных объектов, таких как здания, отдельно стоящие деревья, характерные детали рельефа местности и т. д. Проведенные исследования показали, что наилучшие результаты можно получить, используя полносвязную сверточную нейронную сеть, а именно модификацию сети VGG-16 FCN [276]. Ключевой особенностью проведенных модификаций является возможность использования для каждой отдельной операции сегментации не только отдельного изображения с камеры высокого разрешения, но и массива данных пространственного дальномера, а также результатов обработки в предыдущий момент времени. Существенное различие в разрешении данных камеры (1920×1280) и пространственного дальномера (640×480) не является проблемой с учетом используемых в сети последовательных сверток. В соответствии с проведенными модификациями было произведено дообучение сети на реальных видеопоследовательностях, получаемых с борта БПЛА. На рисунке 5.16 представлен результат сегментации отдельных кадров видеоряда. Простой визуальный анализ представленных материалов показывает достаточное качество обработки. Вторым этапом обработки является сокращение пространственных размеров сегментированного материала в соответствии с

разрешением пространственного дальномера («пулинг») и применение FAST алгоритма для детектирования углов опорных объектов (рисунок 5.15).

Простой анализ данных пространственного дальномера позволяет определить текущее расстояние до точек, соответствующих этим углам. Знание этого расстояния вместе с информацией о размещении этих точек на кадре исходного изображения с камеры высокого разрешения дает возможность с помощью простых геометрических соотношений определять координаты $(\hat{x}_{0_i}^k, \hat{y}_{0_i}^k, \hat{z}_{0_i}^k)$, где $i = 1, \dots, n_2$ – число кадров в видеопоследовательности; $k = 1, \dots, M_i$ – число опорных точек на k -ом кадре, опорных точек относительно текущего положения БПЛА.

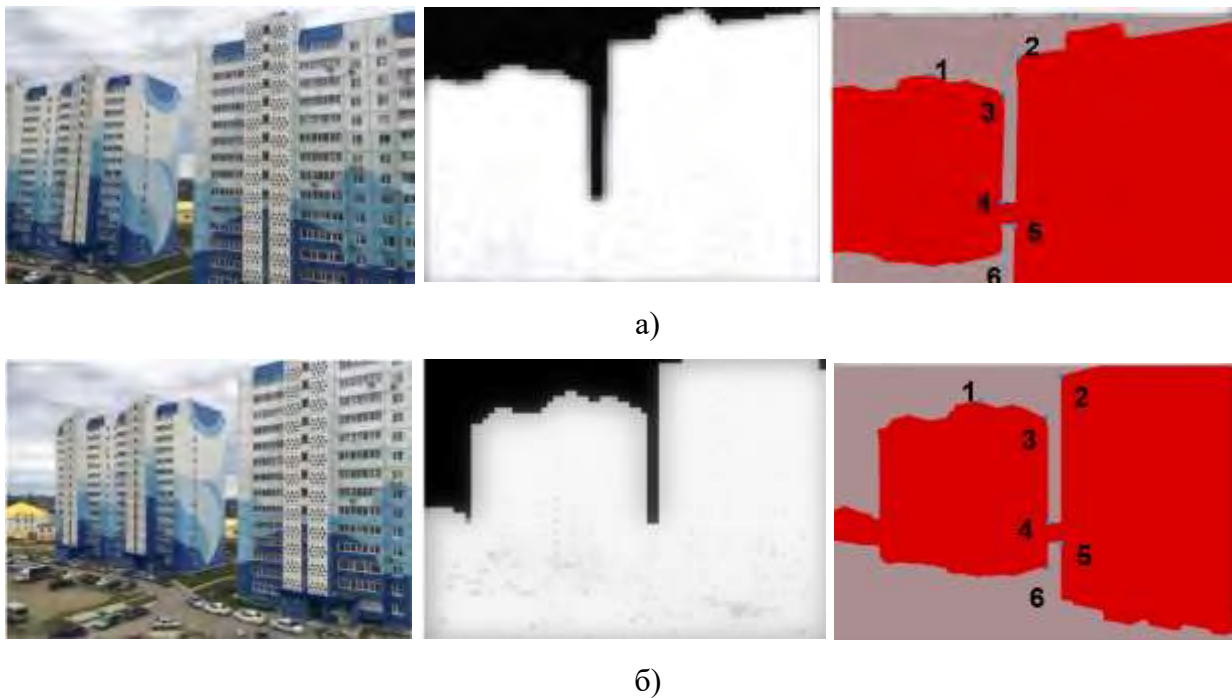


Рисунок 5.15 – Исходные данные и результат обработки первого (а) и второго (б) кадра в последовательности

Рассмотрим более подробно синтез алгоритмов оценивания координат БПЛА с объединением данных измерителя компонент v_{xi} , v_{yi} его скорости и оценок относительных координат неподвижных объектов. Для этого введем вектор оцениваемых координат:

$$\bar{x}_i = (x_i \quad y_i \quad v_{xi} \quad v_{yi} \quad a_{xi} \quad a_{yi} \quad x_{0i}^1 \quad y_{0i}^1 \quad \dots \quad x_{0i}^{M_i} \quad y_{0i}^{M_i})^T.$$

Компоненты этого вектора связаны следующими дискретными стохастическими уравнениями, соответствующими ДС модели:

$$\begin{aligned}x_i &= 2x_{i-1} - x_{i-2} + a_{xi}(x_{i-1} - x_{i-2}), \quad y_i = 2y_{i-1} - y_{i-2} + a_{yi}(y_{i-1} - y_{i-2}) \\v_{xi} &= v_{x(i-1)} + a_{x(i-1)}, \quad v_{yi} = v_{y(i-1)} + a_{y(i-1)}, \\a_{xi} &= r_{ax}a_{x(i-1)} + \xi_{xi}, \quad a_{yi} = r_{ay}a_{y(i-1)} + \xi_{yi}, \\x_{oi}^k &= x_{o(i-1)}^k, \quad y_{oi}^k = y_{o(i-1)}^k, \quad k = 1, \dots, M_i, \quad i = 2, \dots, n_2,\end{aligned}$$

содержащими независимые гауссовские случайные величины ξ_{xi}, ξ_{yi} с ненулевыми дисперсиями $\sigma_{\xi_{xi}}^2$ и $\sigma_{\xi_{yi}}^2$. Эти случайные величины дают возможность учесть внешние случайные воздействия на движущийся БПЛА.

Уравнения наблюдений компонент скорости и относительных координат объектов могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned}z_{vxi} &= v_{xi} + n_{vxi}, \quad z_{vyi} = v_{yi} + n_{vyi}, \\z_{oxi}^k &= x_i - x_{oi} + n_{oxi}^k, \quad z_{oyi}^k = y_i - y_{oi} + n_{oyi}^k, \quad k = 1, \dots, M_i, \quad i = 2, \dots, n_2,\end{aligned}$$

где $n_{oxi}, n_{vyi}, n_{oxi}^k, n_{oyi}^k, k = 1, \dots, M_i$ – гауссовские погрешности измерений. Представленные уравнения могут быть записаны в виде единого векторного равенства:

$$\bar{z}_i = C_i \bar{x}_i + \bar{n}_i \quad i = 1, 2, \dots, n_2,$$

где $\bar{z}_i = (z_{vxi} \quad z_{vyi} \quad z_{oxi}^1 \quad z_{oyi}^1 \quad \dots \quad z_{oxi}^{M_k} \quad z_{oyi}^{M_k})^T$ – вектор наблюдений;

$\bar{n}_i = (n_{vxi} \quad n_{vyi} \quad n_{oxi}^1 \quad n_{oyi}^1 \quad \dots \quad n_{oxi}^{M_k} \quad n_{oyi}^{M_k})$ – вектор помех;

$$C_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$V_i = M\{\bar{n}_i \bar{n}_i^T\} = \begin{pmatrix} \sigma_{vxi}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{vyi}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Oxi}^{1^2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Oyi}^{1^2} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \sigma_{Oxi}^{M_i^2} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Oyi}^{M_i^2} \end{pmatrix},$$

где σ_{vxi}^2 , σ_{vyi}^2 , $\sigma_{Oxi}^{k^2}$, $\sigma_{Oyi}^{k^2}$ – дисперсии ошибок наблюдений компонент скорости и относительных координат i -ого ориентира.

Используя введенные обозначения и уравнения, координаты на i -ом шаге можно записать в виде:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + \sum_{j=0}^{i-1} (v_{xj} + a_{xj}) = x_0 + \sum_{j=0}^{i-1} (v_{x0} + \sum_{l=1}^{j+1} (a_{xl} + \xi_{xl})) \\ &= x_0 + (i-1)v_{x0} + \frac{(i-1)(i-2)}{2} a_{x0} + \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{l=1}^{j+1} \sum_{m=1}^{l+1} \xi_{xm}, \\ y_i &= y_0 + (i-1)v_{y0} + \frac{(i-1)(i-2)}{2} a_{y0} + \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{l=1}^{j+1} \sum_{m=1}^{l+1} \xi_{ym}. \end{aligned}$$

При этом соответствующие дисперсии могут быть записаны как:

$$\begin{aligned} \sigma_{xi}^2 &= M \left\{ \left(\sum_{j=0}^{i-1} \sum_{l=1}^{j+1} \sum_{m=1}^{l+1} \xi_{xm} \right)^2 \right\} = 0.25i(i-1)(i-2)\sigma_{\xi xi}^2, \\ \sigma_{yi}^2 &= 0.25i(i-1)(i-2)\sigma_{\xi yi}^2. \end{aligned}$$

Тогда возможно записать следующее равенство:

$$\bar{x}_i = \rho_{i-1} \bar{x}_{i-1} + \bar{\xi}_i,$$

$$\text{где } \wp_{i-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 + a_{xi} & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{ax} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + a_{yi} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{ay} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$\bar{\xi}_i = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \xi_{xi} \ \xi_{yi} \ \dots \ 0 \ 0)^T$. Записанные выражения дают возможность применить фильтр (3.13) для оценивания вектора \hat{x}_i . При этом как и ранее $\hat{x}_{\Delta i} = \wp_{i-1} \hat{x}_{\Delta i-1}$.

Обратим внимание на возможность изменения длины оцениваемого вектора \hat{x}_i за счет изменения количества наблюдаемых в данный момент времени ориентиров. Действительно рассмотрим поведение фильтра в некоторый i -й момент времени, когда в поле зрения БПЛА ориентиры отсутствуют. Тогда для каждой координаты можно составить вектора $\bar{x}_i = (x_i \ v_{xi} \ a_{xi})^T$ и $\bar{y}_i = (y_i \ v_{yi} \ a_{yi})^T$, что дает возможность записать уравнения изменения состояния:

$$\bar{x}_i = \wp_{xi-1} \bar{x}_{i-1} + \bar{\xi}_{xi}, \quad \bar{y}_i = \wp_{yi-1} \bar{y}_{i-1} + \bar{\xi}_{yi},$$

$$\text{где } \wp_{xi-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 + a_x & 1 \\ 0 & 0 & r_{ax} \end{pmatrix}, \quad \wp_{yi-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 + a_y & 1 \\ 0 & 0 & r_{ay} \end{pmatrix}, \quad \bar{\xi}_{xi} = (0 \ 0 \ \xi_{xi})^T,$$

$\bar{\xi}_{yi} = (0 \ 0 \ \xi_{yi})^T$. В свою очередь уравнения наблюдения переписутся в виде:

$$z_{xi} = C_{xi} \bar{x}_{i-1} + n_{vx}, \quad z_{yi} = C_{yi} \bar{y}_{i-1} + n_{vy},$$

где $C_{xi} = C_{yi} = (0 \ 1 \ 0)$. В последних выражениях z_{xi} и z_{yi} – скалярные величины. В этом случае имеют место следующие соотношения, описывающие покоординатную фильтрацию:

$$\bar{\hat{x}}_i = \bar{\hat{x}}_{\Delta i} + P_{xi} C_i^T V_{xi} (\bar{z}_{xi} - C_i \bar{\hat{x}}_{\Delta i}), \quad \bar{\hat{y}}_i = \bar{\hat{y}}_{\Delta i} + P_{yi} C_i^T V_{yi} (\bar{z}_{yi} - C_i \bar{\hat{y}}_{\Delta i}),$$

$$\text{где } P_{xi} = P_{\Delta xi} (E + C_i^T V_{xi} C_k P_{\Delta xk})^{-1}, \quad P_{yi} = P_{\Delta yi} (E + C_i^T V_{yi} C_k P_{\Delta yk})^{-1}, \quad \bar{\hat{x}}_{\Delta i} = \wp_{xi-1} \bar{\hat{x}}_{\Delta i-1}, \quad \bar{\hat{y}}_{\Delta i} = \wp_{yi-1} \bar{\hat{y}}_{\Delta i-1}, \quad P_{\Delta xi} = \wp_{xi-1} P_{x(i-1)} \wp_{xi-1}^T + V_{\xi xi};$$

$$P_{\Delta y_i} = \varphi_{y_{i-1}} P_{y(i-1)} \varphi_{y_{i-1}}^T + V_{\xi y_i}; V_{\xi x_i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\xi x_i}^2 \end{pmatrix}; V_{\xi y_i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\xi y_i}^2 \end{pmatrix}; C_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пусть на $i + 1$ -ом шаге осуществляется наблюдение ориентира $z_{Ox(i+1)}^1 = x_{i+1} - x_{Ox(i+1)}^1 + n_{Ox(i+1)}^1$, $z_{Oy(i+1)}^1 = y_{i+1} - y_{Oy(i+1)} + n_{Oy(i+1)}$ ориентира с координатой $x_{O(i+1)} = x_{O(i)}$, $y_{O(i+1)} = y_{O(i)}$. При этом $\bar{x}_{\Delta(i+1)} = \begin{pmatrix} \hat{x}_i + \hat{v}_{xi} \\ \hat{v}_{xi} \end{pmatrix}$, $\bar{y}_{\Delta(i+1)} = \begin{pmatrix} \hat{y}_i + \hat{v}_{yi} \\ \hat{v}_{yi} \end{pmatrix}$. Тогда расширим вектора состояния $\bar{x}_{i+1} = (x_{i+1} \quad v_{x(i+1)} \quad a_{x(i+1)} \quad x_{O(i+1)})^T$, $\bar{y}_{i+1} = (y_{i+1} \quad v_{y(i+1)} \quad a_{y(i+1)} \quad y_{O(i+1)})^T$, предполагая возможность оценки координат $(x_{O(i+1)}, y_{O(i+1)})$. Полагая $\hat{x}_{\Delta O(i+1)} =$

$$\bar{y}_{\Delta O(i+1)} = 0 \text{ можно записать } \bar{x}_{\Delta(i+1)} = \begin{pmatrix} \hat{x}_i + \hat{v}_{xi} \\ \hat{v}_{xi} + \hat{a}_{xi} \\ \hat{a}_{xi-1} \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{y}_{\Delta(i+1)} = \begin{pmatrix} \hat{y}_i + \hat{v}_{yi} \\ \hat{v}_{yi} + \hat{a}_{yi} \\ \hat{a}_{yi-1} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$P_{\Delta x_i} = \begin{pmatrix} p_{\Delta x(i+1)} & p_{\Delta vx(i+1)} & p_{\Delta ax(i+1)} & 0 \\ p_{\Delta vx(i+1)} & p_{\Delta xv(i+1)} & p_{\Delta xa(i+1)} & 0 \\ p_{\Delta xa(i+1)} & p_{\Delta xa(i+1)} & p_{\Delta xa(i+1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Ox}^2 + p_{\Delta x(i+1)} \end{pmatrix},$$

$$P_{\Delta y_i} = \begin{pmatrix} p_{\Delta y(i+1)} & p_{\Delta vy(i+1)} & p_{\Delta ay(i+1)} & 0 \\ p_{\Delta vy(i+1)} & p_{\Delta yv(i+1)} & p_{\Delta ya(i+1)} & 0 \\ p_{\Delta ya(i+1)} & p_{\Delta ya(i+1)} & p_{\Delta ya(i+1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Oy}^2 + p_{\Delta y(i+1)} \end{pmatrix}.$$

При этом имеют место следующие равенства в модели наблюдения:

$$\begin{pmatrix} z_{vx(i+1)} \\ z_{ox(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i+1} \\ v_{x(i+1)} \\ a_{x(i+1)} \\ x_{O(i+1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{x(i+1)} \\ n_{Ox(i+1)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} z_{vy(i+1)} \\ z_{oy(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{i+1} \\ v_{y(i+1)} \\ a_{y(i+1)} \\ y_{O(i+1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{y(i+1)} \\ n_{Oy(i+1)} \end{pmatrix}.$$

Тогда $C_{x(i+1)} = C_{y(i+1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Полученные выражения

позволяют продолжить применения фильтра (3.13) без дополнительных условий. Схожим образом можно реализовать случай исключения ориентира при выполнении позиционирования аппарата.

Таким образом, последовательно подставляя множества координат опорных точек в описанный фильтр, возможно получить совокупность оценок координат БПЛА $(\hat{x}_{vi}, \hat{y}_{vi})$, $i = 1, \dots, n_2$, вместе с соответствующими дисперсиями ошибок позиционирования $(\sigma_{vxi}^2, \sigma_{vyi}^2)$. Отметим, что в силу очевидной независимости двух описанных способов процессов навигации, сами оценки $(\hat{x}_{ci}, \hat{y}_{ci})$, $i = 1, \dots, n_2$ и $(\hat{x}_{vi}, \hat{y}_{vi})$, $i = 1, \dots, n_2$ будут являться независимыми. Это после приведения к единому интервалу временной дискретизации $i = 1, \dots, n$ позволяет получить комплексированные оценки:

$$\hat{x}_{Ki} = \hat{x}_{vi} \frac{\sigma_{Sxi}^2}{\sigma_{vxi}^2 + \sigma_{Sxi}^2} + \hat{x}_{Si} \frac{\sigma_{vxi}^2}{\sigma_{vxi}^2 + \sigma_{Sxi}^2}, \hat{y}_{Ki} = \hat{y}_{vi} \frac{\sigma_{Syi}^2}{\sigma_{vyi}^2 + \sigma_{Syi}^2} + \hat{y}_{Si} \frac{\sigma_{vyi}^2}{\sigma_{vyi}^2 + \sigma_{Syi}^2}.$$

Обратим внимание, что в случае наличия на борту СНС и ИНС, возможно осуществить комплексирование навигационной информации в том числе и с этих навигационных систем по такому же принципу.

Недостатком описанной выше процедуры как и в случае обработки данных с камеры, направленной вертикально вниз, является постоянное накопление ошибок по мере перемещения БПЛА. Преодолеть этот недостаток можно, если выполнять оценку абсолютных координат аппарата относительно наблюдаемых объектов с заранее известными координатами. Идентифицировать такие объекты по эталонным изображениям предлагается с помощью сверточной нейронной сети 3D CNN, реализованной в библиотеке VoxNet [276], а оценку координат БПЛА относительно указанных объектов возможно производить с помощью уже отмеченных псевдоградиентных процедур. Так в ходе выполнения работ был подробно рассмотрен вариант использования в качестве ориентира плоского прямоугольного объекта, которым может быть стена здания, рекламный щит или иной характерный объект. При этом оцениваемыми параметрами для псевдоградиентных

являются координаты центра объекта на изображении (величины пространственного смещения), расстояние до объекта) и угол поворота на объект. Оценив последние два параметра и зная фактическое месторасположение объекта в пространстве можно оценить с абсолютные координаты БПЛА ($\hat{x}_{Ai}, \hat{y}_{Ai}$) с дисперсиями ошибок ($\sigma_{Axi}^2, \sigma_{Ayi}^2$), которые не будут зависеть от предыдущей траектории.

На графиках рисунка 5.16 представлено сравнение точности позиционирования БПЛА в зависимости от продолжительности полета и используемого способа навигации. При этом график (1) описывает СКО ошибки в случае навигации по камере, направленной вертикально вниз; график (2) соответствует результатам комплексирования ИНС и результатов обработки данных с камеры, направленной вертикально вниз; на графике (3) представлены результаты совместной обработки данных, получаемых с обеих камер и пространственного дальномера БПЛА; график (4) показывает точность позиционирования в случае комплексирования данных ИНС и бортовых камер; график (5) иллюстрирует вариант, при котором БПЛА идентифицировал наблюдаемый объект с известными абсолютными координатами и удерживал его в зоне видимости фронтальной камеры.

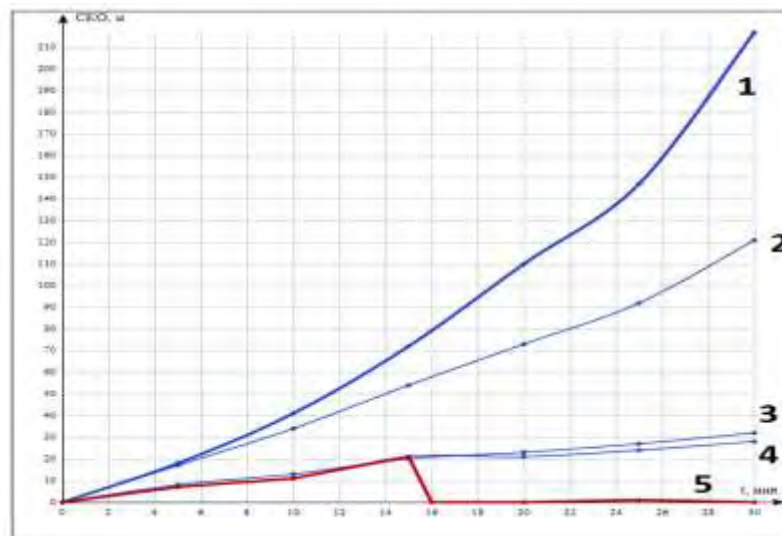


Рисунок 5.16 – График зависимости СКО координат в зависимости от времени и типа алгоритма

Процесс позиционирования БПЛА в рамках описанных процедур может быть описан следующей схемой (рисунок 5.17).

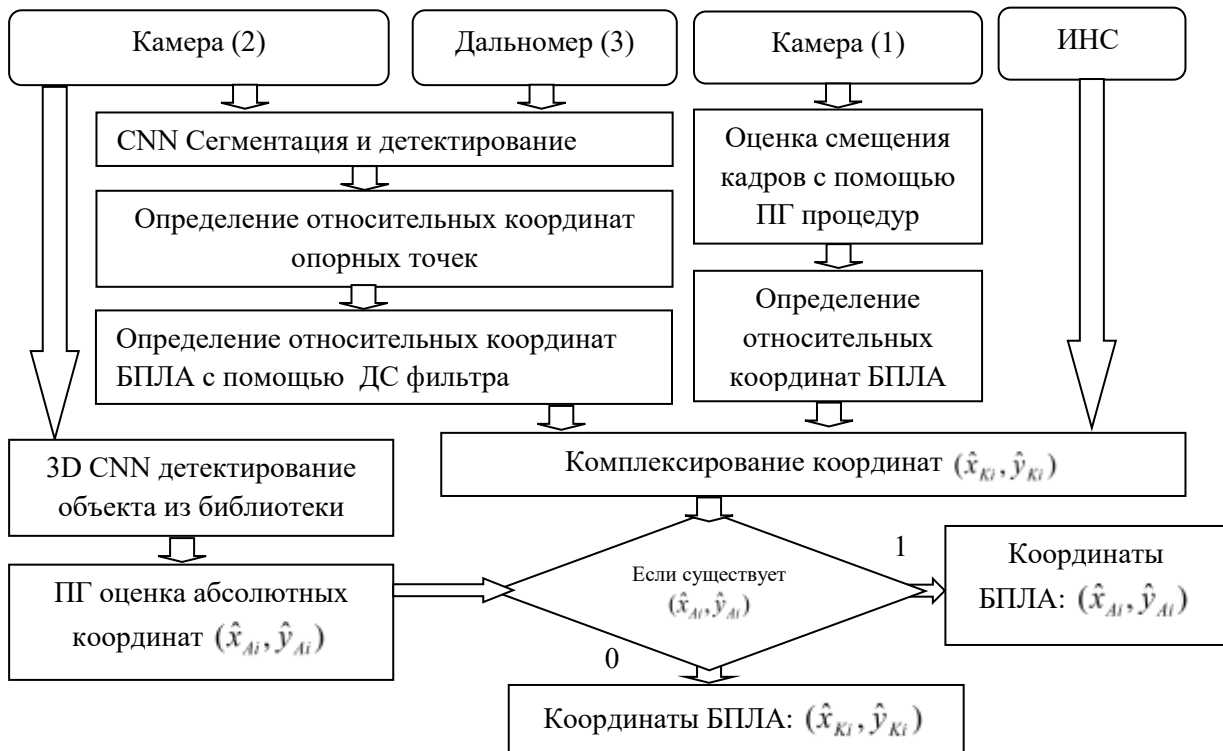


Рисунок 5.17 – Навигация БПЛА

Наиболее значительных вычислительных ресурсов при реализации указанной схемы требуют алгоритмы псевдоградиентной оценки параметров и нейросетевые алгоритмы сегментации кадров и идентификации объектов. Важной особенностью этих алгоритмов является возможность простого распараллеливания ключевых процедур последовательной свертки (для сверточных нейронных сетей) и сравнения отдельных фрагментов двух обрабатываемых изображений (для ПГ алгоритмов). Это наводит на мысль о необходимости применения на борту БПЛА аппаратных решений, использующих технологию CUDA [237]. До недавнего момента времени такие решения могли быть реализованы только в рамках стационарных компьютеров. Однако в 2017-2018 гг. компания NVidia представила ряд CUDA решений, ориентированных на применение в рамках ARM архитектуры. Одним из таких решений является микрокомпьютер Nvidia Jetson TX1 [281]. Его основными особенностями являются:

- NVIDIA Maxwell GPU с 256 ядрами NVIDIA® CUDA® по 128 ядер на мультипроцессор (максимальное число потоков на микропроцессор – 2048);
- четырехъядерный процессор ARM® Cortex®-A57 (до 2.5 ГГц на ядро);
- 4 ГБ памяти LPDDR4;
- наличие интерфейсов USB 3.0, Gigabit Ethernet;
- массогабаритные и энергетические характеристики, позволяющие установку на борту компактного БПЛА.

На базе данного микрокомпьютера была реализована следующая схема подключения периферийного оборудования и систем управления БПЛА (рисунок 5.18).

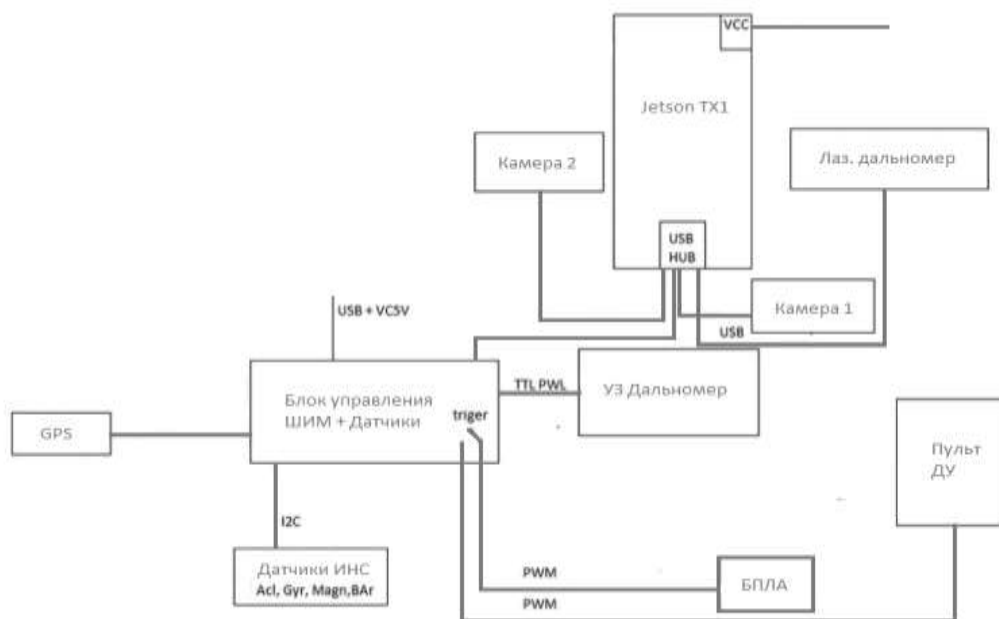


Рисунок 5.18 – Общая схема оборудования БПЛА

Данные с подключенных по интерфейсу USB 3.0 камер высокого разрешения, пространственного дальномера, ИНС и СНС обрабатываются на микрокомпьютере Jetson TX1 в соответствии с описанными в работе алгоритмами. Реализация этих алгоритмов выполнена на языке python с использованием библиотеки pyCUDA. Управляющие команды, сформированные микроконтроллером, транслируются в режиме широкоимпульсной модуляции непосредственно в полетный контроллер БПЛА.

Платформа была установлена на беспилотном летательном аппарате, собранном на базе рамы Tarot 910 и бортового контроллера NAZA-M V2. На рисунке 5.19 показан внешний вид БПЛА.



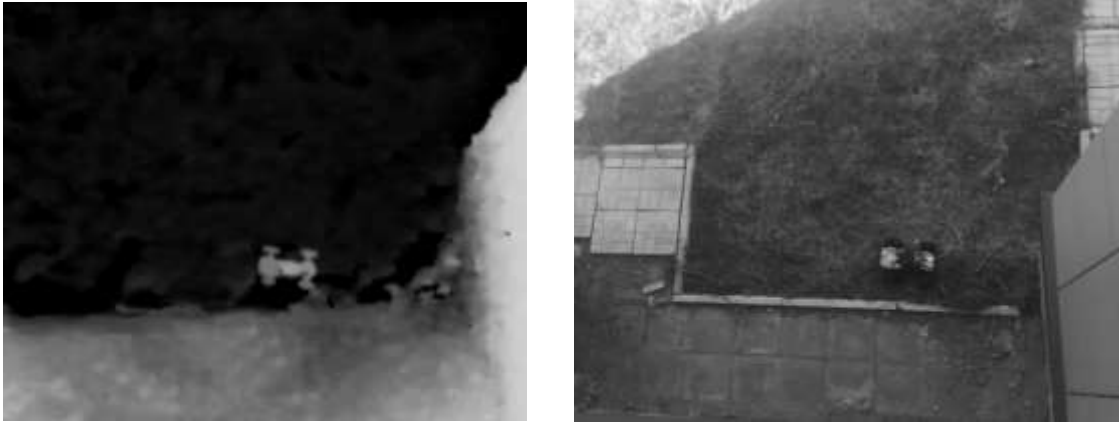
Рисунок 5.19 – Внешний вид БПЛА

Движение БПЛА осуществляется с помощью 6 двигателей. Двигатели подключены к ESC-регуляторам, которые управляются полетным контроллером NAZA-M V2, позволяющим осуществлять управление БПЛА по каналам ширokoимпульсной модуляции.

В результате испытательных полетов были подтверждены основные характеристики навигационного комплекса, включая возможность обработки данных, поступающих с двух видеокамер высокого разрешения и пространственного дальномера, в режиме реального времени, а также возможность позиционирования БПЛА с точностью до 1 м. даже в условиях плотной городской застройки в течении продолжительного (до 20 мин.) полета.

Кроме этого проведенные исследования показали, что обработка данных пространственного дальномера на основе разработанных в настоящей работе алгоритмов позволяет решать важную задачу обнаружения и сопровождения компактных движущихся объектов. Особую важность решение этой задачи приобретает в случае, если объект закамуфлирован и не может быть идентифицирован по результатам обработки обычных оптических фотоснимков.

На рисунке 5.20 представлены изображения подстилающей поверхности, полученные с использованием пространственного дальномера.



а)

б)

Рисунок 5.20 – Изображения, получаемые с пространственного дальномера (а) и бортовой камеры высокого разрешения (б)

Для изображений характерна пространственная неоднородность, связанная с естественными особенностями территории, на которой происходила съемка. При этом на рисунке 5.20а и 5.20б заметна аномалия, соответствующая закамуфлированному транспортному средству. В ходе работ было установлено, что шум на изображениях, получаемых с пространственного дальномера, близок к белому. Особенности формирования такого изображения, когда яркость каждого пикселя соответствуют расстоянию до соответствующего объекта, позволяют использовать модель наблюдения, предполагающую увеличение яркости изображения в случае появления аномалии в некоторой области. Тогда модель наблюдения может быть представлено семейством соотношений (4.22) при $k = 1$, а алгоритм детектирования объекта предполагает проведение предварительной фильтрации изображения, расчета ошибок такой фильтрации и псевдоградиентной оптимизации статистики (4.23) для каждой возможной точки положения объекта. К сожалению, непосредственное использование синтезированных процедур дважды стохастической фильтрации невозможно в силу ограниченных вычислительных ресурсов и требования обработки получаемого материала в режиме реального времени. Тем не менее, анализ возможности применения указанных процедур для обработки изображений, получаемых с

пространственного дальногомера, позволил получить следующий алгоритм обработки.

1. На каждом изображении выполняется устранение импульсных шумов, имеющихся на изображениях пространственного дальногомера, с помощью процедуры медианной фильтрации и уменьшения пространственного размера изображения. Для этого все изображение последовательно разделяется на квадраты размером 2×2 пикселя. Значения яркостей в каждом из этих квадратов ранжируются, формируя возрастающую последовательность Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 и для каждого квадрата рассчитывается арифметическое среднее $z = z_2 + z_3$. Множество, составленное из рассчитанных таким образом величин z образует новое изображение.

2. Полученное на первом этапе изображение подвергается нелинейной рекуррентной фильтрации. При этом для уменьшения вычислительных затрат используется трехточечная авторегрессионная модель с сокращенным векторным представлением. Для этого составим следующий вектор $\bar{x}_{i,j} = (x_{i,j-1} \ x_{i-1,j} \ x_{i-1,j-1} \ \rho_{i,j-1} \ \rho_{i,j-1} \ \rho_{i-1,j-1})^T$. Тогда модель изображения запишется в виде:

$$\bar{x}_{i,j} = \wp_{i,j} \bar{x}_{i,j-1} + \bar{\xi}_{i,j},$$

где $\bar{\xi}_{i,j} = (\xi_{xi,j} \ 0 \ 0 \ \xi_{\rho i,j} \ 0 \ 0)^T$; $\wp_{i,j} = \begin{pmatrix} \wp_{xi,j} & 0 \\ 0 & \wp_{\rho i,j} \end{pmatrix}$;

$$\wp_{xi,j} = \begin{pmatrix} \rho_{i,j-1} & \rho_{i,j-1} & -\rho_{i-1,j-1} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \wp_{\rho i,j} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & -r_1 r_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \xi_{xi,j}, \xi_{\rho i,j} - \text{независимые}$$

нормальные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_x^2 и σ_ρ^2 .

Такое представление можно записать в общем виде:

$$\bar{x}_{i,j} = \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j-1}) + \bar{\xi}_{i,j},$$

где $\varphi_{i,j}$ – соответствующее нелинейное матричное преобразование. Введем

экстраполированную оценку $\hat{x}_{\Delta i,j} = \varphi_{i,j}(\hat{x}_{i,j-1})$ и определим

матрицу $\varphi_{i,j}'(\bar{x}_{i,j-1}) = \frac{\partial \varphi_{i,j}(\bar{x}_{i,j-1})}{\partial \bar{x}_{i,j-1}}$. Расчеты показывают, что она будет идентична

матрице $\varphi_{i,j}$, за исключением первой строки, которая примет вид: $\varphi'_1 = (\rho_{i,j-1} \quad \rho_{i-1,j} \quad -\rho_{i-1,j-1} \quad x_{i,j-1} \quad x_{i-1,j} \quad -x_{i-1,j-1})$. Тогда можно определить ковариационную матрицу ошибок экстраполяции:

$$P_{\Delta i,j} = \varphi_{i,j}'(\bar{x}_{i,j-1})P_{i,j-1}\varphi_{i,j}'(\bar{x}_{i,j-1}) + V_{\xi i,j},$$

где $P_{i,j} = (E - B_{i,j}C)P_{\Delta i,j}$, $C = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$, $B_{i,j} = P_{\Delta i,j}C^T D_{i,j}^{-1} + \sigma_n^2$, σ_n^2 - дисперсия белого шума, которую можно рассчитать по результатам обработки большого количества изображения с пространственного дальногомера. Тогда используя эти соотношения можно записать фильтр:

$$\hat{x}_{i,j} = \hat{x}_{\Delta i,j} + B_{i,j}(z_{i,j} - \hat{x}_{\Delta i,j}),$$

где $\hat{x}_{\Delta i,j}$ - первый элемент вектора $\hat{x}_{\Delta i,j}$. Ковариационную матрицу ошибок фильтрации можно получить из верхних левых элементов матриц $P_{i,j}$. Указанный фильтр как и в случае (3.30) можно реализовать в виде параллельной построчной обработки строк изображения с задержкой на один такт. Это дает возможность полноценного использования архитектуры CUDA в применяемых на борту БПЛА микрокомпьютере Jetson TX1.

3. В связи с тем, что получаемую временную последовательность изображений с пространственного дальногомера можно считать совмещенной, то нелинейную фильтрацию по п. 2 возможно производить не для каждого вновь поступающего кадра, а только для области, отсутствующей на предыдущем кадре. При этом в качестве параметров фильтрации разумно использовать результаты, полученные на соответствующей границе предыдущего кадра.

4. Изображение, являющееся результатом обработки, разделяется на множество перекрывающихся фрагментов. Размер каждого такого фрагмента составляет примерно три размера обнаруживаемого объекта. Фрагменты последовательно обрабатываются сверточной нейронной сетью (CNN) [270], обученной по эталонным изображениям объекта. Целью обработки при этом является выделение фрагментов (и соответственно областей исходного изображения), заведомо не содержащих объект.

5. Результаты дважды стохастической фильтрации, а также оценки ошибок, возникающих при этой фильтрации, используются для определения порогового значения и псевдоградиентной оптимизации выражения (4.23). Важно, что для реализации первых трех этапов описанного алгоритма не нужно никакой информации ни о форме и характеристиках яркости обнаруживаемого объекта ни о возможных областях его местонахождения. Это позволяет единожды выполнить фильтрацию кадра, а затем использовать результаты обработки для детектирования различных объектов на разных участках изображения.

6. В случае, если принимается решение о наличии объекта в определенной точке отдельного кадра, то на следующем кадре в области предполагаемого нахождения этого объекта вероятность ложной тревоги, используемая для определения порога обнаружителя, соответственно повышается. Коэффициент этого повышения связан с возможной скоростью объекта относительно БПЛА. Так в случае, если можно оценить в пикселях среднее перемещение детектируемого объекта на следующем снимке относительно предыдущего как v_{cp} , то разумно выделить на следующем снимке круговую область радиусом $3v_{cp}$ и пиксельной площадью S_D и выполнять обнаружение только в этой области с пороговым значением, уменьшенным в $\frac{M_1 M_2}{S_D}$ раз, где M_1 и M_2 – соответственно пространственное разрешение кадров.

Средняя скорость обработки данных пространственного дальномера (с разрешением 640×480) с помощью представленного выше алгоритма на отдельном микрокомпьютере Jetson TX1 составила не менее 80 кадров в секунду, что более чем достаточно для практической реализации. Средняя вероятность правильного обнаружения объекта «закамуфлированный автомобиль» при вероятности ложной тревоги $P_F = 10^{-6}$ составила $P_D = 0.96$. Указанные характеристики позволяют обеспечить надежное детектирование и сопровождение объекта БПЛА.

5.5. Использование дважды стохастической модели для задач прогнозирования и оптимизации радиопокрытия

В настоящее время системы, использующие радиосвязь для передачи данных, широко используются в самых различных задачах. Наиболее характерным примером подобных применений являются сети сотовой подвижной связи. Такие сети начали широко появляться еще в девяностых годах двадцатого века. В прошлом десятилетии постоянное экстенсивное развитие привело к тому, что территория покрытия ведущих сотовых операторов стала сравнима с территорией нашей страны, а пользователями мобильной связи стало большинство жителей Российской Федерации. Настоящее время характеризуется острой конкурентной борьбой между сотовыми компаниями. При этом одним из важнейших конкурентных преимуществ в этой борьбе является качество предоставляемых услуг, определяемое множеством объективных и субъективных параметров. К числу важнейших таких параметров относится уровень сигнала сотовой сети, характеристики интерференции, процент успешности дозвонів, количество битовых ошибок, скорость передачи данных и др. Нужно отметить, что эти параметры не являются постоянными величинами, а меняются в зависимости от погодных условий, времени суток, текущей нагрузки на сеть и т. д. В связи с этим одной из основных задач технического персонала современной сотовой компании является постоянная оптимизация покрытия сотовой сети для обеспечения приемлемого качества оказываемых услуг на максимально возможной территории. Решение данной задачи существенно усложнено обычно недостаточным объемом финансовых средств, выделяемых сотовыми компаниями на мероприятия по мониторингу и оптимизации сети, и рядом технических ограничений (например, лимитированным частотными ресурсом, условиями использования антенн и т. д.). В этих условиях особый интерес приобретают решения, позволяющие минимизировать затраты сотовых

операторов на повышение качества предоставляемых услуг за счет новых программных и алгоритмических подходов.

Одним из перспективных решений может быть разработка новых алгоритмов построения карт покрытия сотового оператора, обеспечивающих более высокую точность прогноза покрытия в заданной точке. Важность повышения точности расчета покрытия сотового оператора определяется тем, что такой расчет позволяет получать оценки покрытия при разных параметрах сети, сравнивать их между собой, выбирать наилучший вариант и, таким образом, проводить необходимую оптимизацию. И чем более точным будет прогноз, тем более качественной будет проводимая оптимизация.

В настоящее время, оценка покрытия выполняется двумя основными способами. Первый состоит в использовании статистических моделей, позволяющих получать усредненные показатели покрытия для разных типов покрытия. Примером таких моделей являются модель Окамура-Хата, Икегами, COST 213 и т. д. Недостатком такого подхода является низкая точность прогнозирования в условиях разнородной и плотной городской застройки, характерной для современных мегаполисов. Второй способ заключается в проведении постоянных измерений покрытия. Это позволяет повысить точность оценки покрытия, однако требует значительных затрат на фактическую реализацию, включая использование дорогостоящего оборудования и оплату труда высококвалифицированных специалистов. В настоящей работе предлагается объединить эти два подхода за счет адаптации коэффициентов модели по результатам частных измерений. При этом понятно, что такую адаптацию необходимо проводить не для всей территории, а для каждой отдельной области, параметры сети в которой отличаются относительным постоянством. Практика показывает, что примером такой области может быть лесопарковая зона, квартал малоэтажной застройки, двор многоэтажного дома и т. д. Действительно рассмотрим подробно результаты измерений уровня сигнала сотовой сети отдельного луча базовой станции на территории Ленинского района г. Ульяновска. На рисунке 5.21 приведена

электронная карта с нанесенными на нее точками, в которых производились наблюдения.

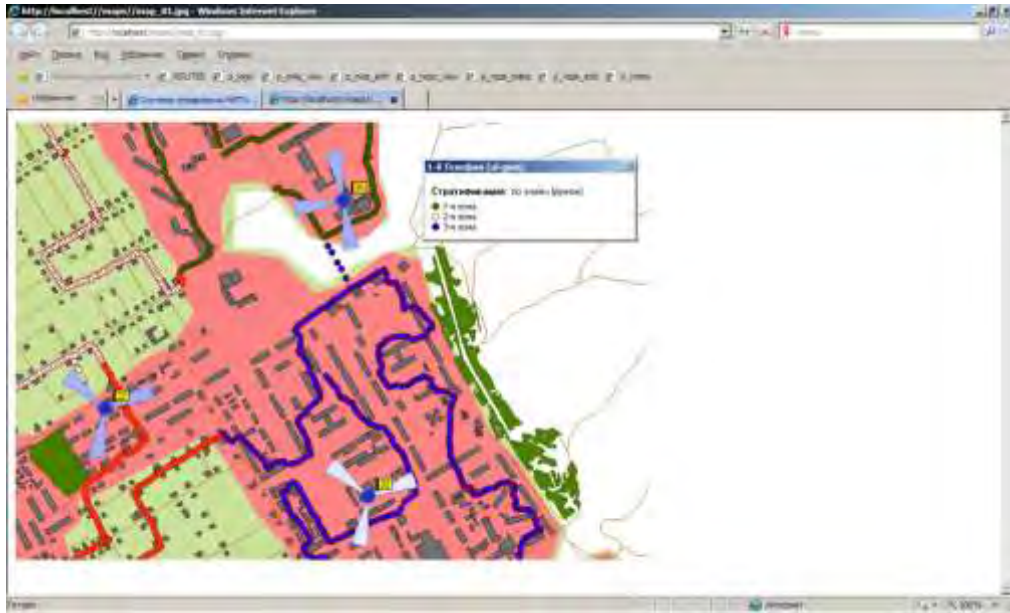


Рисунок 5.21 – Мониторинг радиопокрытия сети GSM/3G в г. Ульяновске

На рисунке 5.22 представлены значения измеренных уровней сигнала в зависимости от времени измерения.

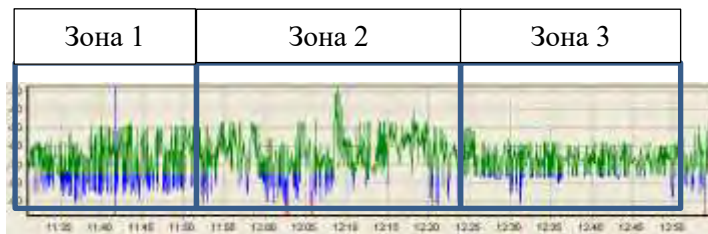


Рисунок 5.22 – Пример измерений уровня сигнала сотовой сети

Прямой анализ полученных результатов показывает, что все измерения можно условно разбить на три части, соответствующие территории на которой они были сделаны (зона 1 – среднеэтажная плотная застройка стандартными типовыми пятиэтажными домами; зона 2 – высокоэтажная застройка домами новой серии; зона 3 – частный сектор). Данный результат является характерным для радиоизмерений. Последовательность наблюдений уровня сигнала обычно представляет собой совокупность отдельных фрагментов, границы между которыми четко выражены.

Исследования, проведенные над большим количеством реальных измерений, показали, что для каждой i -ой такой области усредненная модель распространения сигнала может быть выражена следующим соотношением:

$$P_k(i, j) = A_k(f, H_p, H_b, G) - B_k(f, H_p, H_b, G) \ln(r(i, j)) \quad (5.2)$$

где $P_k(i, j)$ ожидаемый уровень сигнала в точке (i, j) , принадлежащей k -ой области; $A_k(f, H_p, H_b, G)$, $B_k(f, H_p, H_b, G)$ – коэффициенты, зависящие от частоты f , типа территории G , свойств базовой станции H_p , мобильного аппарата H_b , параметров сети, определяемые по значениям отдельных наблюдений, $r(i, j)$ – расстояние между базовой станцией и мобильным аппаратом, расположенным в точке (i, j) . Полученное выражение является также простым обобщением модели Окамура-Хата, наиболее часто используемой для прогноза уровня сигнала.

Предположим, что в некоторой i -й области были произведены M_k наблюдений уровня сигнала z_t , $t = (1..M_k)$ некоторой базовой станции, расположенной на расстоянии r_t от места регистрации каждого наблюдения z_t соответственно (рисунок 5.23). При этом каждому моменту времени t соответствует точка с пространственными координатами (i, j) в которой были сделаны соответствующие измерения. В связи с этим в рамках настоящего параграфа будем считать записи вида r_t и $r(i, j)$ эквивалентными, а конкретный выбор того или иного выражения будет определен необходимостью описания либо двумерной области, являющейся частью исследуемой территории, либо одномерного процесса, соответствующего измерениям последовательно проведенным на данной территории.

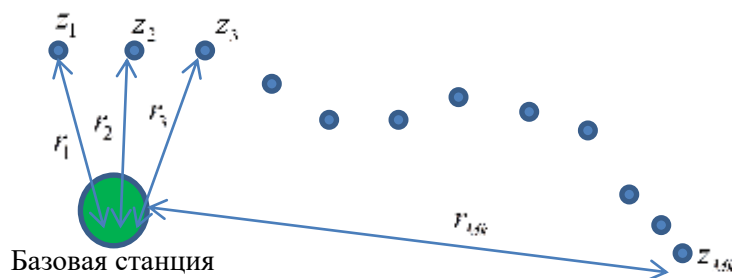


Рисунок 5.23 – Размещение измерений относительно базовой станции

Отметим, что представленные в настоящей работе теоретические результаты получены с учетом из того, что на базовых станциях используются равнонаправленные антенны. В реальности это не так и необходимо использовать поправку в расстояние между наблюдением и базовой станцией с учетом диаграммы направленности антенны.

Тогда коэффициенты A_k и B_k могут быть определены из следующих соотношений:

$$B_k = \frac{M_k \sum_{t=1}^{M_k} z_t \ln r_t - \sum_{t=1}^{M_k} z_t \sum_{t=1}^{M_k} \ln r_t}{M_k \sum_{t=1}^{M_k} (\ln r_t)^2 - (\sum_{t=1}^{M_k} \ln r_t)^2}; A_k = \frac{\sum_{t=1}^{M_k} z_t - B_k \sum_{t=1}^{M_k} \ln r_t}{M_k} \quad (5.3)$$

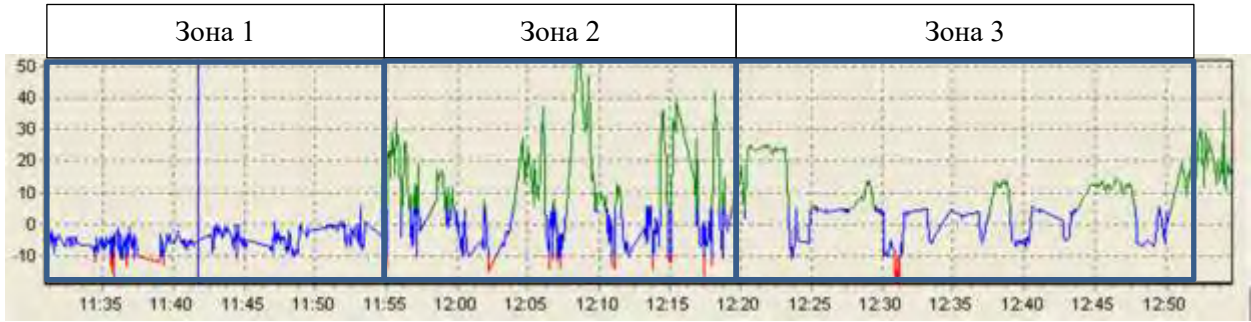
К сожалению, несмотря на то, что применение полученных соотношений позволяет повысить качество прогноза уровня покрытия, тем не менее получаемые при этом ошибки в ряде случаев по-прежнему остаются значительными. Анализ показал, что причиной этого является нестационарность последовательностей, составленных из произведенных измерений. Действительно в этих последовательностях заметны медленные изменения корреляционных характеристик, определяемые вероятно некоторыми различиями радиоэкранирующих и радиоотражающих свойств разных объектов на данной территории. Для описания этих медленных изменений модифицируем модель (5.2) следующим образом:

$$P_k(i, j) = A_k - B_k \ln(r(i, j)) + C_k(i, j), \quad (5.4)$$

где $C_k(i, j)$ – случайное поле с нулевым математическим ожиданием и медленно меняющимися корреляционными свойствами, позволяющее компенсировать невязку между фактическими измерениями и прогнозом. После получения значений измерений z_j и расчёта коэффициентов A_k , B_k становится возможным получить последовательность

$$C_{kt} = A_k - z_t - B_k \ln(r_t). \quad (5.5)$$

На рисунке 5.24 показаны последовательности C_{1t} , C_{2t} , C_{3t} полученные для измерений, представленных на рис. 5.22.

Рисунок 5.24 – Отсчеты C_{kt}

Для описания C_{kt} воспользуемся одномерной ДС моделью, особенностями которой является возможность описания случайных процессов и полей с медленно меняющимися корреляционными свойствами. Тогда C_{kt} можно представить следующим образом:

$$C_{kt} = \tilde{\rho}_{kt} C_{kt-1} + \sigma_{kC}^2 \sqrt{1 - \tilde{\rho}_{kt}^2} \xi_{kt},$$

$$\rho_{kt} = r_k \rho_{kt-1} + \sigma_{kC}^2 \sqrt{1 - r_k^2} \zeta_{kt}, \quad \tilde{\rho}_{kt} = \rho_{kt} + m_{kt}, \quad (5.6)$$

где ξ_{kt} и ζ_{kt} – независимые гауссовские СВ; r_k – коэффициент корреляции внутренней последовательности ρ_{kt} ; m_{kt} – среднее значение коэффициента корреляции для каждой из k последовательностей. Тогда полученную с помощью выражения (3) случайную последовательность можно использовать в для идентификации параметров ДС модели в соответствии с методиками, описанными во втором разделе. В результате проведенной идентификации каждой из k последовательностей измерений будут поставлены в соответствие ряд параметров ДС модели, ключевым из которых является коэффициент r_k , определяющий скорость изменения корреляционной функции последовательности C_{kt} . Данные параметры позволяют получить дополнительное представление об особенностях распространения радиосигнала в пределах k области. Кроме этого, эти параметры могут быть использованы как значимые характеристики при разбиении всех измерений на отдельные, «квазиоднородные» области, и для выполнения прогноза покрытия в пределах этих областей. Рассмотрим решение этих задач более подробно.

Для сегментации наблюдений будем использовать следующий простой алгоритм. Разобьем все множество наблюдений z_t на подмножества одинакового размера. Фактический размер этих подмножеств зависит от частоты проводимых измерений и объема территории, однако на практике его размер удобно положить равным 10. Для каждого из этих подмножеств определим коэффициенты A_k , B_k , r_k . Рассчитаем дисперсию ошибки оценивания модели:

$$\sigma_{\varepsilon k}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{M_k} (A_k - z_t - B_k \ln r_t)^2}{M_k - 1} \quad (5.7).$$

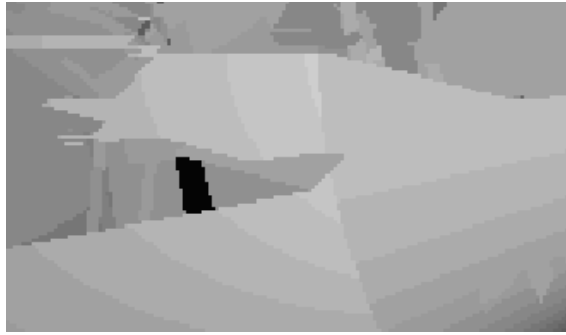
Выполним попарное сравнение дисперсий ошибки оценивания и коэффициента r для всех соседних подмножеств. В случае если $|\sigma_{\varepsilon k}^2 - \sigma_{\varepsilon k+1}^2| < D_\varepsilon$ и $|r_k - r_{k+1}| < D_r$, где D_ε и D_r – некоторые наперед заданные положительные числа, определяющие степень различия разных областей покрытия радиосигнала, объединим k и $k + 1$ подмножества измерений в одно. Будем повторять данный процесс до тех пор, пока нельзя объединить ни одну пару соседних подмножеств.

Рассмотрим теперь порядок использования полученных результатов для построения оценки покрытия сотовой сети на заданной территории. Для этого выполним вначале пространственную дискретизацию этой территории, то есть в простейшем случае разобьем ее на квадраты одинакового размера, в пределах которых будем считать параметры сигнала сотовой сети и, соответственно, параметры порождающих моделей неизменными. В случае, если в пределах того или иного квадрата с координатами (i, j) имеются произведенные измерения, присвоим элементу соответствующего массива значения ранее оцененных параметров A_k и B_k . Здесь k по прежнему идентификатор области, которой принадлежит выполненное измерение и, соответственно, упомянутый квадрат. Будем считать, что закон распространения радиосигнала, определенный для точек, в которых производились измерения, справедлив в некоторой окрестности этих точек. Тогда для расчета покрытия в этих

окрестных точках можно воспользоваться моделью (5.3). При этом будем считать, что $C_k(i, j)$ также описывается двумерной дважды стохастической моделью, параметры которой можно определить по результатам идентификации одномерной дважды стохастической последовательности, описывающей одномерную последовательность $C_k(i, j)$. Поясним данную мысль, используя в качестве примера параметр r_k , определяющий скорость изменения корреляционных параметров. В ходе идентификации он был получен для одномерных процессов, сформированных в ходе последовательного перемещения измерительного устройства по заданной территории. В соответствии с физическим смыслом этот параметр характеризует скорость изменения параметров радиопокрытия местности. Понятно, что эта скорость является характеристикой мало зависящей от направления измерения, то есть изотропной относительно поля параметров модели радиосигнала. Это позволяет использовать найденный в заданной точке (i, j) параметр r_t для выполнения прогноза не только вдоль траектории измерений, но и в некоторой окрестности точки (i, j) . На рисунке 5.25 в качестве иллюстрации приведены фрагмент электронной карты местности с намеченными измерениями (рисунок 5.25а), разбиение этой территории на отдельные области по результатам «наращивания» окрестностей вдоль измерений (рисунок 5.25б), уровень сигнала от отдельной базовой станции (рисунок 5.25в).



Рисунок 5.25 – Результаты объездов (а), разделение территории на набор непересекающихся областей в соответствии с данными наблюдений (б) (Начало)



в)

Рисунок 5.25 – Прогноз уровня сигнала (в) (*Конец*)

На рисунке 5.26 представлены результаты автоматической сегментации Ленинского района г. Ульяновска на отдельные зоны распространения радиосигнала по результатам обработки измерений, собранных в течении двух месяцев. Полученные результаты хорошо соответствуют различиям в преимущественных типах застройки микрорайонов. В частности, малоэтажная застройка в частном секторе уверенно выделяется с погрешностью 30-50 метров.



Рисунок 5.26 – Результат кластеризации территории г. Ульяновска

Объединение полученного результата с массивами параметров используемых сотовым оператором Tele 2 базовых станций стандарта GSM 900

в г. Ульяновске позволило получить следующую карту покрытия (рисунок 5.27), для удобства наложенную на 3d карту г. Ульяновска.

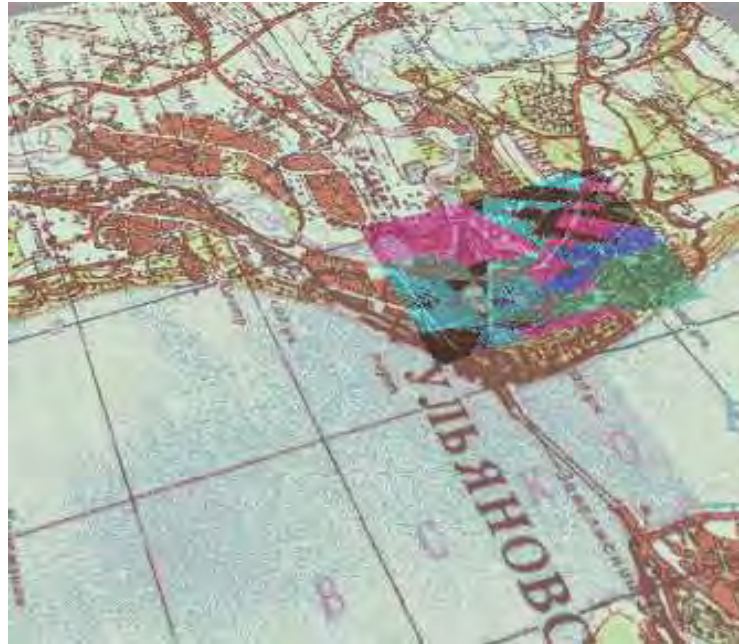


Рисунок 5.27 – Результат кластеризации территории г. Ульяновска

Таким образом, предлагаемый алгоритм построения карты покрытия состоит из следующих этапов:

1. Выполнение пространственной дискретизации исследуемой территории.
2. Определение маршрутов измерений фактического радиопокрытия и выполнение измерений.
3. Расчет параметров модели радиопокрытия для каждой точки, в которой производились измерения.
4. Определение границ фрагментов, соответствующих разным областям.
5. Идентификация параметров радиопокрытия, включая параметры ДС модели для каждого фрагмента измерений.
6. Выполнение прогноза радиопокрытия в окрестностях точек, в которых проводились измерения, вплоть до пересечения этих окрестностей.

Проведенные сравнительные исследования, некоторые результаты которых представлены в таблице 5.3 показывают, что подобный подход

является адекватным описанием распространения электромагнитного поля. Особенно преимущество предлагаемой модели проявляется при исследовании распространения поля в городских условиях. Это можно объяснить ярко выраженной зональной застройкой городской территории, когда один квартал города может быть плотно застроен высотными зданиями, а другой представлять собой лесопарковую зону. Понятно, что при прочих равных различие между закономерностями распространения электромагнитного поля будет значительным.

Таблица 5.3 – Относительная средняя разница между фактическими и расчетными наблюдениями мощности сигнала

Модель	Загородная зона, (%)	Город, (%)
Окамура	9.8	33.4
Икегами	12.2	27.4
COST231	10.8	30.3
Адаптивная без использования ДС модели	6.2	11.2
Адаптивная с использованием ДС модели	6.0	8.6

В качестве частной иллюстрации полученных результатов на рисунке 5.28 приведено сравнение покрытия, рассчитанного в соответствии с моделью Окамура и на основе предлагаемого подхода.

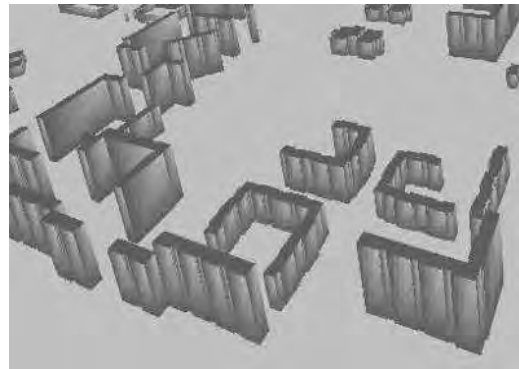


Рисунок 5.28 – Обычная и адаптивная модель покрытия территории

Указанная методика может быть использована также для точного расчета покрытия в пределах отдельного микрорайона. Данная задача особенно актуальна в последнее время в связи с использованием новых стандартов 3G, 4G, ориентированных на покрытие отдельных микрорайонов площадью не более 1 квадратного километра. При этом однако требуется учитывать возможное поглощение и отражение радиоизлучения стенами зданий. Это возможно только при условии наличия полноценной 3D модели данного микрорайона. В качестве иллюстрации на рисунке 5.29 приведена фотография микрорайона, расположенного в Засвияжском районе г. Ульяновска (рисунок 5.29а), 3d модель этого микрорайона (рисунок 5.29б), расчет уровня сигнала отдельной базовой станции с учетом произведённых на данной территории тестовых измерений (рисунок 5.29в), расчет зон критически низкого уровня сигнала (рисунок 5.29г), расчет зон интерференции (рисунок 5.29д), расчет зон покрытия двух соседних базовых станций (рисунок 5.29е)



а)



б)

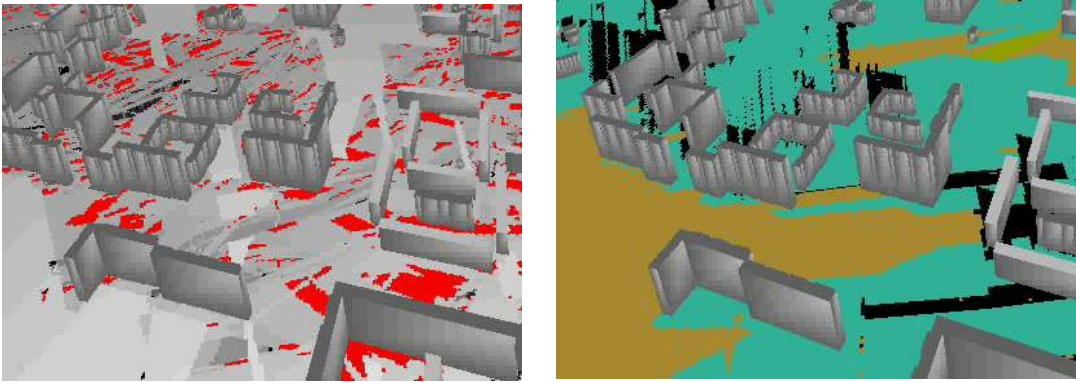


в)



г)

Рисунок 5.29 – Расчет карты покрытия микрорайона (Начало)



д)

е)

Рисунок 5.29 – Расчет карты покрытия микрорайона (*Конец*)

Очень важно, что предлагаемый подход не накладывает никаких ограничений на параметры используемых базовых станций и позволяет получить карту покрытия при произвольных таких параметрах. Это позволяет использовать различные подходы для оптимизации рассчитанного покрытия. На рисунке 5.30 представлена иллюстрация отдельного шага такой оптимизации, выполняемой с помощью модифицированного генетического алгоритма.



Рисунок 5.30 – Оптимизация покрытия сети СПС с учетом городской застройки в отдельном микрорайоне г. Ульяновска

5.6. Выводы

Таким образом, в настоящем разделе рассмотрены варианты реализации синтезированных моделей и алгоритмов обработки многомерных изображений и их последовательностей. Представлено описание разработанных программных продуктов, которые можно разделить на три группы, на три блока:

1. Скрипт-приложения MATLAB, реализующие алгоритмы имитации и обработки изображений, основанные на ДС моделях СП и применяемые не только для описания и обработки имитируемого материала, но и реальных спутниковых многозональных изображений и их последовательностей. Данные приложения ориентированы на отладку и понимание процедур обработки изображений и требуют от пользователей базовых знаний среды Matrix Laboratory.

2. GUI-приложения, которые могут применяться для исследования дважды стохастических моделей СП и не требуют от пользователя специальных навыков и знаний языков программирования.

3. Совокупность пакетов программ, использующих синтезированные процедуры обработки и ориентированных на решение задач спутникового регионального мониторинга территории, управления и навигации беспилотных летательных аппаратов, мониторинга и оптимизации сетей сотовой подвижной связи.

В разделе приведены сведения относительно возможности применения ДС моделей и алгоритмов на их основе при решении задач автоматического мониторинга объектов по результатам обработки временных последовательностей спутниковых изображений. Показано, что использование дважды стохастических фильтров при таком мониторинге позволяет обеспечить до 12% более точное определение границ между объектами по сравнению с алгоритмами, основанными на линейном предсказании, и дает принципиальную возможность определения моментов резкого изменения скорости протекания процессов, определяющих поведение этих объектов. В

разделе рассмотрены особенности и результаты применения дважды стохастических фильтров для определения координат беспилотных летательных аппаратов. Показано, что применения комплекса предлагаемых алгоритмов позволяет этому аппарату определять свое местоположение с точностью до 10 метров на протяжении не менее чем 15-20 минут даже в условиях отсутствия сигналов спутниковых навигационных систем. Также исследованы возможности использования ДС моделей для описания радиопокрытия сетей сотовой подвижной связи. Установлено, что применение ДС моделей позволяет улучшить качество прогнозирования уровня сигнала до 18% и дает возможность формировать на своей основе процедуры оптимизации такого радиопокрытия.

Таким образом, предложенные в диссертационной работе алгоритмы моделирования, оценивания дважды стохастических СП, обнаружения сигналов на их фоне и сегментации МИ могут быть реализованы и могут найти применение в различных прикладных областях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами диссертационной работы являются следующие:

1. Анализ известных подходов к моделированию многомерных сигналов показал отсутствие универсального способа формирования СП с изменяющимися вероятностными характеристиками. Выявлено большое количество вариантов описания многомерных сигналов, основными недостатками которых являются отсутствие удовлетворительного решения задачи адекватного описания пространственно-неоднородных изображений и их последовательностей, анизотропный характер имитируемых СП и значительные трудности при синтезе алгоритмов обработки, основанных на математических моделях негауссовских сигналов.

2. Для разрешения выявленной проблемы предложено использование ДС моделей, основанных на комбинациях многомерных АР моделей. Показано, что предложенные математические модели позволяют имитировать пространственно неоднородные изображения и нестационарные во времени сигналы при незначительном увеличении вычислительных затрат в сравнении с моделями, описывающими пространственно однородный материал. Разработан математический аппарат, позволяющий описать вероятностные свойства ДС моделей. Выявлен класс ДС моделей, построенных на базе АР моделей с кратными корнями, обеспечивающих квазиизотропность имитируемых изображений.

3. Для решения задачи идентификации параметров многомерной ДС модели по реальным изображениям предложен метод, основанный на комбинации модифицированного ЕМ алгоритма и численной безыдентификационной ПГ адаптации. Показана состоятельность этого метода и установлены количественные характеристики его эффективности при оценивании параметров ДС модели. Установлено, что данный подход позволяет получить изображения, близкие к заданным по своим статистическим и корреляционным свойствам.

4. На основе разработанного математического аппарата идентификации локальных корреляционных свойств изображений и байесовского подхода предложен метод нелинейной ДС фильтрации. Синтезировано несколько классов ДС фильтров, позволяющих производить обработку двумерных пространственно неоднородных изображений, МЗИ и их временных последовательностей, в том числе на вычислительных системах с параллельной архитектурой. Показано, что по сравнению с классическими линейными фильтрами и известными нелинейными алгоритмами применение ДС фильтров позволяет до 2 раз снизить дисперсию ошибки фильтрации.

5. Исследование предложенных процедур ДС фильтрации показало, что результатом такой фильтрации является не только совокупность оценок обрабатываемого изображения, но и оценки параметров внутренних формирующих СП. Такая особенность позволяет использовать ДС фильтры не только для компенсации шума, но и при решении других задач обработки изображений, в частности в качестве составляющей алгоритмов текстурно-корреляционного анализа и сегментации изображений. Приведенные в работе результаты показывают, что использование в алгоритмах сегментации ДС фильтрации позволяет повысить число верно соотнесенных элементов на 10-15%. С использованием двухпроходной ДС фильтрации предложены также способы выявления границ объектов на изображении и восстановления поврежденных участков изображения.

7. Предложен и исследован новый метод обнаружения объектов на многомерных изображениях, использующий предварительную ДС фильтрацию этих изображений. Установлено, что для пространственно неоднородных изображений применение ДС фильтра в этом случае позволяет получить выигрыш 2-5 дБ по уровню объекта в сравнении с обнаружителем, предполагающим линейную оценку в область возможного положения объекта.

8. Разработано семейство алгоритмов обнаружения, предполагающих априорную неизвестность относительно координат объекта, его масштаба, угла поворота и относительных уровней яркости на фоне временных

последовательностей МЗИ. Показаны преимущества использования таких алгоритмов при решении задач, связанных с обнаружением объектов на фоне реального спутникового материала.

9. Разработан ряд алгоритмов ДС фильтрации результатов тематического картографирования временных последовательностей спутниковых изображений, направленных на повышение точности определения границ между идентифицированными объектами, прогноза их динамики, в том числе выявления моментов изменения скорости процессов, определяющих состояние объектов.

10. Создан пакет программ, реализующих разработанные алгоритмы моделирования и обработки многомерных изображений, исследования их адекватности и эффективности, в том числе на основе статистического моделирования. Разработанное программное обеспечение использовано при решении ряда прикладных задач обработки последовательностей многомерных изображений: при обработке данных ДЗЗ, при навигации и позиционировании автономного роботизированного аппарата, анализе данных (параметров) качества услуг сетей сотовой подвижной связи и других. Кроме того, предложено использование программных комплексов для исследования базовых процедур обработки изображений в учебных целях.

11. Разработанные ДС модели и методы анализа и обработки изображений на их основе в дальнейшем могут быть обобщены на случай временных последовательностей коррелированных спектрально-зональных и иных многомерных изображений, содержащих существенно различающиеся по своим вероятностными характеристикам объекты.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- АО – акционерное общество
- АР – авторегрессионные модели
- АРКК – авторегрессионные модели с корнями характеристических уравнений (АРКК модели)
- БПЛА – беспилотные летательные аппараты
- ДЗЗ – дистанционное зондирование Земли
- ДС – дважды стохастические (применительно к моделям и фильтрам)
- ДСМ – дважды стохастические модели
- ИНС – инерциальные навигационные системы
- КА – космические аппараты
- КФ – корреляционная функция
- МЗИ – многозональные изображения
- МИ – многомерные изображения
- ПГ – псевдоградиентные
- ПРВ – плотность распределения вероятности
- ПСТ – поле случайных точек
- РГ – распределение Гиббса
- СНС – спутниковые навигационные системы
- СП – случайные поля
- ФНПЦ – Федеральный научно-производственный центр
- ЭВМ – электронно-вычислительная машина

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абросимов, А.В. Использование данных ДЗЗ из космоса для мониторинга водных объектов [Текст] / А.В. Абросимов, Б.А. Дворкин // Геопрофи. – 2009. – №5. – С. 40-45.
2. Абушенко, Н.А. Анализ эффективности спутниковых методов обнаружения лесных пожаров [Текст] / Н.А. Абушенко, Д.А. Алтынцев, С.М. Семенов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: материалы второй открытой Всероссийской конференции (16-18 ноября 2004 года, г. Москва). – Москва: 2004. – С. 79-85.
3. Адаптивные фильтры: пер. с англ. [Текст] / Под ред. К.Ф.Н. Коуэна, П.М. Гранта. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
4. Андриянов Н.А. Дважды стохастические авторегрессионные модели изображений : дисс. канд. техн. наук: 05.13.18. – Ульяновск, 2017. – 186 с.
5. Аникин, И.В. Методы нечеткой обработки, распознавания и анализа предметов [Текст] / И.В. Аникин, М.Р. Шагиахметов // Распознавание образов и анализ сцен: труды 5-й международной конференции. – С.-Петербург: 2002. – Т. 1. – С. 16-20.
6. Асмус, В.В. Параллельные вычисления в обработке данных дистанционного зондирования земли [Текст] / В.В. Асмус, А.А. Бучиев, В.П. Пяткин // Цифровая обработка сигналов и ее применение: труды 8-й Международной научно-технической конференции. – Москва: 2006. – Т. 2. – С. 467-471.
7. Ахметшин, А.М., Федоренко А.Е. Применение теории марковских случайных полей для сегментации мультиспектральных изображений земной поверхности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gis.nmu.org.ua/lit/doc2.doc> (дата обращения: 20.02.2016).
8. Ахметшин А.М., Фенога Д.А. Отображение и анализ мультиспектральных изображений земной поверхности в базисе Грамма –

Шмидта. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gis.nmu.org.ua/lit/doc1.doc> (дата обращения: 14.10.2015).

9. Баврина, А.Ю. Моделирование видеоинформационного тракта оптико-электронных систем дистанционного зондирования земли: решения, проблемы и задачи [Текст] / А.Ю. Баврина, В.В. Мясников, В.В. Сергеев, Е.В. Трещёва, Н.В. Чупшев // Компьютерная оптика. – Т. 36. – №4. – 2012. – С. 572-585.

10. Бакут, П.А. Теория обнаружения сигналов [Текст] / П.А. Бакут. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.

11. Бакут, П.А. Сегментация изображений: методы выделения границ областей [Текст] / П.А. Бакут, Г.С. Колмогоров // Зарубежная радиоэлектроника. – 1987. – №10. – С. 16-23.

12. Балакришнан, А.В. Теория фильтрации Калмана [Текст] / А.В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.

13. Балтер, Б.М. Методика имитационного моделирования гиперспектральных изображений земной поверхности [Текст] / Б.М. Балтер, Д.Б. Балтер, В.В. Егоров и др. // Исследование Земли из космоса. – №5. – 2007. – С. 21-29.

14. Барталев, С.А. Исследование возможностей оценки состояния поврежденных пожарами лесов по данным многоспектральных спутниковых измерений [Текст] / Барталев С.А. и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т.7. – №3. – С. 215-225.

15. Барталев, С.А. Оценка площади пожаров на основе комплексирования спутниковых данных различного пространственного разрешения MODIS и Landsat-TM / ETM+ [Текст] / С.А. Барталев и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №2. – С. 9-26.

16. Барталев, С.А. Спутниковое картографирование растительного покрова России по данным спектрорадиометра MODIS [Текст] / С.А. Барталев

и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №4. – С. 285-302.

17. Бейтмен, Г. Таблицы интегральных преобразований [Текст] / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1989. – Т. 1. – 343 с.

18. Белецкий, Ю.С. Методы и алгоритмы контрастного обнаружения сигналов на фоне помех с априори неизвестными характеристиками [Текст] / Ю.С. Белецкий. – М.: Радиотехника, 2011. – 436 с.

19. Белова, Е.И. Предварительная обработка временных серий изображений Landsat-TM/ETM+ при создании безоблачных композитных изображений местности [Текст] / Е.И. Белова, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №1. – С. 73-82.

20. Бендат, Д. Прикладной анализ случайных данных [Текст] / Д. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

21. Бокс, Д. Анализ временных рядов [Текст] / Д. Бокс, Г. Дженкинс; пер. с англ. // Под ред. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир, 1974. – Кн. 1. – 406 с.

22. Бондур, В.Г. Моделирование многоспектральных аэрокосмических изображений динамических полей яркости [Текст] / В.Г. Бондур, Н.И. Аржененко, В.Н. Линник, И.Л. Титова // Исследование Земли из космоса. – 2003. – №2. – С. 3-17.

23. Бондур, В.Г. Современные подходы к обработке больших потоков гиперспектральной и многоспектральной аэрокосмической информации [Текст] / В.Г. Бондур // Исследование Земли из космоса. – 2014. – №1. – С. 4-16.

24. Брокштейн, И.М. Обнаружение и локализация малоразмерных объектов на неоднородном фоне [Текст] / И.М. Брокштейн, С.Н. Мерзляков, Н.Р. Попова // Цифровая оптика. Обработка изображений и полей в экспериментальных исследованиях (г. Москва), 1996. – №3. – С. 67-72.

25. Бронников, А.В. Комбинированные алгоритмы нелинейной фильтрации зашумленных сигналов и изображений [Текст] / А.В. Бронников, Ю.Б. Воскобойников // Автометрия, 1990. – №1. – С. 21-26.

26. Бруни, И.Е. Проблемы создания региональных геоинформационных комплексов и опыт решения прикладных задач на основе аэрокосмической информации [Текст] / И.Е. Бруни, В.Ю. Вознесенский, А.Ю. Воробьев; под ред. В.В. Лебедева. – М.: Наука, 2002. – 239 с.

27. Буркатовская, Ю.Б. Гарантированная оценка параметров и обнаружение момента разладки GARCH(p,q)-процесса [Текст] / Ю.Б. Буркатовская, Е.Е. Сергеева, С.Э. Воробейчиков // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника, информатика. – 2012. – №1. – С. 48-57.

28. Буряк, Д.Ю. Модели представления решающих процедур и их использование в генетическом алгоритме для поиска оптимальных процедур анализа изображений [Текст] / Д.Ю. Буряк, Ю.В. Визильтер // Методы и средства обработки информации: труды 1-й Всероссийской научной конференции – М.: МГУ, 2003. – С. 317-323.

29. Буряк, Д.Ю. Автоматизированное конструирование близких к оптимальным процедур идентификации и обнаружения объектов на изображении с использованием генетических алгоритмов [Текст] / Д.Ю. Буряк, Ю.В. Визильтер // Материалы 12-й Международной конференции по КГ и МЗ Графикон. – Нижний Новгород, 2002. – С. 17-20.

30. Буянов, И.А., Исламов, В.К. Автономная система ориентирования беспилотного летательного аппарата: состав и схема функционирования в формате 3D [Текст] / И.А. Буянов, В.К. Исламов // Молодой ученый. – 2017. – №50. – С. 24-30.

31. Бычков, Д.М. Изучение проявлений подтоплений и предвестников самовозгораний на осушенных почвах активными и пассивными методами [Текст] / Д.М. Бычков и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013. – Т. 10. – №2. – С. 105-114.

32. Бычков, А.А. Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов [Текст] / А.А. Бычков, В.А. Понькин // Автометрия. – 1992. – №4. – С. 33-40.

33. Вайнштейн, Л.А. Выделение сигналов на фоне случайных полей [Текст] / Л.А. Вайнштейн, В.Д. Зубаков. – М.: Сов. радио, 1960. – 448 с.
34. Васильев, К.К. Алгоритмы обнаружения и оценивания параметров сигнала на многомерных сетках [Текст] / К.К. Васильев, Д.Н. Кадеев // Статистические методы обработки сигналов. – Новосибирск: НЭТИ, 1991. – С. 60-59.
35. Васильев, К.К. Методы фильтрации многомерных случайных полей [Текст] / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. – Саратов: СГУ, 1990. – 124 с.
36. Васильев, К.К. Прием сигналов при мультипликативных помехах [Текст] / К.К. Васильев. – Саратов: СГУ, 1983. – 128 с.
37. Васильев, К.К. Прикладная теория случайных процессов и полей [Текст] / под ред. К.К. Васильева, В.А. Омельченко. – Ульяновск: УлГТУ, 1995. – 255 с.
38. Васильев, К.К. Статистический анализ изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. – Ульяновск: УлГТУ, 2014. – 214 с.
39. Васильев, К.К. Статистический анализ многомерных изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 170 с.
40. Васильев, К.К. Алгоритмы обработки многозональных изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Е. Дементьев // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем: труды 4-й Всероссийской научно-практической конференции. – Ульяновск, 2004. – С. 14-17.
41. Васильев, К.К. Алгоритмы оптимального обнаружения сигналов с неизвестными уровнями на многозональных изображениях [Текст] / К.К. Васильев, В.Е. Дементьев // Цифровая обработка сигналов и ее применение: труды 8-й Международной научно-технической конференции. – М., 2006. – Т. 2. – С. 433-436.
42. Васильев, К.К. Статистический анализ последовательностей многомерных изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников, А.Г. Ташлинский // Научные технологии. – 2013. – Т. 14. – №5. – С. 5-11.

43. Васильев, К.К. Методы обработки сигналов : учебное пособие [Текст] / К.К. Васильев. – Ульяновск: УлГТУ. – 2001. – 83 с.

44. Васильев, К.К. Дискретный фильтр Винера [Текст] / К.К. Васильев // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – 2016. – №1(73). – С. 47-53.

45. Васильев, К.К. Оптимальная обработка сигналов в дискретном времени [Текст] / К.К. Васильев. – М.: Радиотехника, 2016. – 288 с.

46. Васильев, К.К. Представление и быстрая обработка многомерных изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Р. Крашениников, И.Н. Сеницын, В.И. Сеницын // Научные технологии. – 2002. – №3. – С. 4-24.

47. Васильев, К.К. Рекуррентное оценивание случайных полей на многомерных сетках [Текст] / К.К. Васильев // Методы обработки сигналов и полей. – Саратов: СГУ, 1986. – С. 18-33.

48. Васильев, К.К. Статистические методы обработки многомерных изображений [Текст] / К.К. Васильев, А.А. Спектор // Методы обработки сигналов и полей. – Ульяновск: УлПИ, 1992. – С. 3-19.

49. Васильев, К.К., Служивый, М.Н. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие [Текст] / К.К. Васильев, М.Н. Служивый. – 2-е изд., перераб. и доп. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 170 с.

50. Васильев, К.К. Обнаружение протяженных сигналов на последовательности изображений [Текст] / К.К. Васильев, Н.В. Лучков // Цифровая обработка сигналов. – 2011. – №3. – С. 24-27.

51. Васильев, К.К., Бобков, А.В. Динамическое использование ориентиров для оценки координат автономных необитаемых подводных аппаратов [Текст] / К.К. Васильев, А.В. Бобков // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2017. – Т. 15. – №12. – С. 11-14.

52. Васильченко, С.Г. Алгоритм обнаружения моментов разрядки случайной последовательности [Текст] / С.Г. Васильченко // Фундаментальная и прикладная математика. – 2002. – Т. 8. – Выпуск 3. – С. 655-665.

53. Васюков, В.Н. Методы анализа и синтеза изображений [Текст] / В.Н. Васюков, Д.В. Голещихин // Автометрия. – 2002. – №2. – С. 58-65.

54. Васюков, В.Н. Новые подходы к решению задач обработки и распознавания изображений [Текст] / В.Н. Васюков, И.С. Грузман, М.А. Райфельд, А.А. Спектор // Научные технологии. – 2002. – №3. – С. 44-51.

55. Винклер, Г. Анализ изображений, случайные поля и динамические методы Монте-Карло [Текст] / Г. Винклер. – Новосибирск: Филиал «Гео» Издательства СО РАН, 2002. – 343 с.

56. Виттих, В.А. Обработка изображений в автоматизированных системах научных исследований [Текст] / В.А. Виттих, В.В. Сергеев, В.А. Соффер. – М.: Наука, 1982. – 214 с.

57. Воробейчиков, С.Э., Кабанова, Т.В. Обнаружение момента разладки последовательности независимых случайных величин [Текст] / С.Э. Воробейчиков, Т.В. Кабанова // Радиотехника и электроника. РАН. – 2002. – Т. 47(10). – С. 1198-1203.

58. Воробейчиков, С.Э. Об обнаружении изменения среднего в последовательности случайных величин [Текст] / С.Э. Воробейчиков // Автоматика и телемеханика, 1998. – Выпуск 3. – С. 50-56.

59. Гай, В.Е. Формирование тестовых изображений для оценки качества алгоритмов сегментации [Текст] / В.Е. Гай, С.Н. Борблик // Цифровая обработка сигналов и ее применение: труды 8 Международной научно-технической конференции. – М., 2006. – Т. 2. – С. 356-359.

60. Гетманов, В.Г. Технология спектрально-временного анализа нестационарных сигналов на основе локальных и сплайновых аппроксимационных моделей [Текст] / В.Г. Гетманов // DSPA-2009. Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение»: сборник трудов. – М., 2009.

61. Гимельфарб, Г.Л. Гиббсовские случайные поля как вероятностные модели изображений на нижнем уровне вычислительного зрения [Текст] /

Г.Л. Гимельфарб, А.В. Залесный // Методы обработки сигналов и полей: сборник научных трудов. – Ульяновск : УлПИ, 1995. – С. 22-34.

62. Глазов Г.Н., Костевич А.Г. Моделирование дискретных гауссовых случайных полей [Текст] / Г.Н. Глазов, А.Г. Костевич // Интеллектуальные системы в управлении, конструировании и образовании. Вып. 2 / Под ред. А.А. Шелупанова. – Томск: SST, 2002. – С. 19-27

63. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования [Текст] / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.

64. Гомозов, О.А. Алгоритмы и технологии обработки информации от КА «Ресурс-ДК» [Текст] / О.А. Гомозов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2008. – Т. 5. – №1. – С. 69-76.

65. Гомозов, О.А. Алгоритмы формирования цифровых моделей рельефа по данным от КА «Ресурс-ДК» [Текст] / О.А. Гомозов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2009. – Т. 6. – №1. – С. 96-104.

66. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений [Текст] / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2012. – 1072 с.

67. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений в среде Matlab (+CD) [Текст] / Р. Гонсалес, Р. Вудс, С. Эддинс. – М.: Техносфера, 2006. – 621 с.

68. Горный, В.И. Обзор достижений последнего десятилетия в области применения спутниковых методов дистанционного зондирования при геологических и геофизических исследованиях [Текст] / В.И. Горный, А.А. Тронин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №5. – С. 116-132.

69. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений [Текст] / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

70. Грудин, Б.Н. Моделирование изображений с заданными фрактальными характеристиками [Текст] / Б.Н. Грудин, В.С. Плотников, Н.А. Смольянинов // Автометрия. – Т. 10. – 2006. – №3. – С. 13-21.

71. Грузман, И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах [Текст] / И.С. Грузман и др. – Новосибирск: НГТУ, 2002. – 456 с.
72. Даджион, Д. Цифровая обработка многомерных сигналов [Текст] / Д. Даджион, Р. Мерсеро. – М.: Мир, 1988. – 488 с.
73. Дементьев, В.Е. Представление и обработка спутниковых многозональных изображений [Текст] / К.К. Васильев, В.Е. Дементьев. – Ульяновск, 2017. – 247 с.
74. Дементьев, В.Е. Обнаружение протяженных аномалий на многозональных изображениях [Текст] / В.Е. Дементьев, К.К. Васильев // Научные технологии. – 2007. – №3. – С. 3-14.
75. Дементьев, В.Е. Авторегрессионные модели многомерных изображений [Текст] / В.Е. Дементьев, К.К. Васильев // Научные технологии. – 2013. – Т. 14. – №15. – С. 12-15.
76. Дементьев, В.Е. Обнаружение мобильных объектов на изображениях подстилающей поверхности, наблюдаемых с помощью летательных аппаратов [Текст] / В.Е. Дементьев // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2017. – Т. 15. – №12. – С. 44-48.
77. Дементьев, В.Е. О связи между каузальным и некаузальным прогнозом при оценивании многомерных случайных полей [Текст] / В.Е. Дементьев // Вестник нижегородского государственного инженерно-экономического университета. – 2018. – №10. – С. 5-12.
78. Дементьев, В.Е. Двухэтапное некаузальное оценивание пространственно неоднородных изображений [Текст] / В.Е. Дементьев // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2018. – т.16. – №11. – С. 47-50.
79. Дементьев, В.Е. Применение дважды стохастических авторегрессионных моделей для обработки спутниковых изображений [Текст] / В.Е. Дементьев // Радиотехника. – 2017. – №6. – С. 18-22.
80. Дементьев, В.Е. Разработка системы навигации беспилотного летательного аппарата [Текст] / В.Е. Дементьев, А.Г. Френкель //

Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2018. – т.16. – №11. – С. 61-65.

81. Дементьев, В.Е. Анализ эффективности оценивания изменяющихся параметров дважды стохастической модели [Текст] / К.К. Васильев, В.Е. Дементьев, Н.А. Андриянов // Радиотехника. – 2015. – №6. – С. 12-15.

82. Денисова, А.Ю., Сергеев, В.В. Идентификация линейной модели наблюдения изображений, получаемых при дистанционном зондировании Земли, с использованием геоинформационных данных [Текст] / А.Ю. Денисова, В.В. Сергеев // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39. – №4. – С. 557-563.

83. Денисова, А.Ю., Сергеев, В.В. Алгоритмы построения гистограмм многоканальных изображений с использованием иерархических структур данных [Текст] / А.Ю. Денисова, В.В. Сергеев // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – Выпуск 4. – С. 535-542.

84. Денисова, А.Ю., Мясников, В.В. Обнаружение аномалий на гиперспектральных изображениях [Текст] / А.Ю. Денисова, В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38. – №2. – С. 287-296.

85. Джайн, А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений [Текст] / А.К. Джайн // ТИИЭР, 1981. – Т. 69. – №5. – С. 9-39.

86. Дистанционное зондирование в метеорологии, океанографии и гидрологии [Текст] / Под ред. А. Крэкнелла. – М.: Мир, 1984. – 535 с.

87. Дистанционное зондирование: количественный подход [Текст] / Ш.М. Дейвис, Д.А. Ландгребе, Т.Л. Филипс и др.; под ред. Ф. Свейна и Ш. Дейвис. – М.: Недра, 1983. – 396 с.

88. Дударь, Л.В., Бибиков, С.А. Алгоритм выделения облаков на спутниковых гиперспектральных изображениях [Текст] / Л.В. Дударь, С.А. Бибиков // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2016): материалы Международной конференции и молодёжной школы. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика

С.П. Королёва (национальный исследовательский университет), 2016. – С. 571-575.

89. Дьяконов, В.П. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Обработка сигналов и проектирование фильтров [Текст] / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2010. – 576 с.

90. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5/7.0/7 SP1 + Simulink 5/6. Работа с изображениями и видеопотоками. Библиотека профессионала [Текст] / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 400 с.

91. Дьяконов, В.П., Круглов, В.В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник [Текст] / В.П. Дьяконов, В.В. Круглов. – СПб.: ПИТЕР, 2002. – 448 с.

92. Егоров, В.А. Поточковая технология корреляционной географической привязки спутниковых изображений высокого пространственного разрешения [Текст] / В.А. Егоров и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т. 7. – №4. – С. 97-103.

93. Егоров, В.А. Метод радиометрической коррекции искажений отражательных характеристик земного покрова в данных спутниковых измерений, вызванных влиянием рельефа местности [Текст] / В.А. Егоров, С.А. Барталев // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2016. – Т. 13. – №5. – С. 192-201.

94. Желтов, С.Ю. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения [Текст] / С.Ю. Желтов, Ю.В. Визильтер, А.В. Бондаренко и др. – М.: Физматкнига, 2010. – 689 с.

95. Желтов, С.Ю. Автоматическое выделение на цветных цифровых изображениях лица человека и его характерных черт [Текст] / С.Ю. Желтов, Ю.В. Визильтер, М.В. Ососков, И.В. Бекетова, С.Л. Каратеев // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2005. – №10. – С. 2-7.

96. Жиринов, В.М. Опыт лесоводственного анализа последствий пожаров по космическим изображениям [Текст] / В.М. Жиринов и др. // Современные

проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013. – Т. 10. – №3. – С. 243-259.

97. Злобин, В.К. Стохастическая модель спутниковых изображений и ее использование для сегментации природных объектов [Текст] / В.К. Злобин, В.В. Еремеев, В.М. Васильев // Автометрия. – 2001. – №2. – С. 13-15.

98. Иванов В.С. Основы оптической радиометрии [Текст] / В.С. Иванов и др. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 540 с.

99. Исаев, А.С. Особенности организации спутникового мониторинга массового размножения вредных насекомых в лесах Сибири [Текст] / А.С. Исаев, Д.В. Ершов, Е.А. Лупян, М.Е. Кобельков // Особенности организации спутникового мониторинга. – 2004. – С. 164-174.

100. Кашкин, В.Б., Сухинин А.И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений: учебное пособие [Текст] / В.Б. Кашкин, А.И. Сухинин. – М.: Логос. – 2001. – 264 с.

101. Киричук, В.С. Обнаружение малоразмерных объектов по последовательностям ТВ-Изображений ИК диапазона [Текст] / В.С. Киричук, С.В. Парфененок, В.Ю. Ангерев // Распознавание образов и анализ сцен: труды 5-й Международной научно-технической конференции. – М., 2002. – Т. 1. – С. 273-278.

102. Кловский, Д.Д., Сойфер, В.А. Обработка пространственно-временных сигналов (в каналах передачи информации) [Текст] / Д.Д. Кловский, В.А. Сойфер – М.: Связь, 1976. – 208 с.

103. Книжников, Ю.Ф. Принцип множественности в современных аэрокосмических методах и способы дешифрирования серии снимков при сельскохозяйственных исследованиях [Текст] / Ю.Ф. Книжников, В.И. Кравцова // Аэрокосмические методы в почвоведении и их использование в сельском хозяйстве. – М.: Наука, 1990. – С. 47-54.

104. Козодеров, В.В. Методы оценки состояния почвенно-растительного покрова по данным оптических систем дистанционного аэрокосмического

зондирования: учебное пособие [Текст] / В.В. Козодеров, Т.В. Кондранин. – М.: МФТИ, 2008. – 222 с.

105. Козодеров, В.В. Тематическая обработка многоспектральных и гиперспектральных аэрокосмических изображений: учебное пособие [Текст] / В.В. Козодеров, Т.В. Кондранин, Е.В. Дмитриев. – М.: МФТИ, 2013. – 224 с.

106. Колодовникова, Н.В. Обзор текстурных признаков для задач распознавания образов [Текст] / Н.В. Колодовникова // Автоматизированные системы обработки информации, управления и проектирования: доклады ТУСУР. – 2004. – С. 113-124.

107. Кондратьев, А.В. Методы обработки цифровой многоспектральной спутниковой информации [Текст] / А.В. Кондратьев. – СПб.: РГГМИ, 1997. – 106 с.

108. Концепция развития Российской космической системы дистанционного зондирования Земли на период до 2025 года (утверждена Федеральным космическим агентством). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gisa.ru/file/file766.doc> (дата обращения 01.03.2017).

109. Копылов, В.Н. Использование данных ДЗЗ при решении региональных задач рационального природопользования [Текст] / В.Н. Копылов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2009. – Т. 6. – №1. – С. 33-41.

110. Копылов, В.Н. Методические вопросы использования космических снимков для оперативной оценки последствий лесных пожаров [Текст] / В.Н. Копылов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2007. – Т. 4. – №1. – С. 155-161.

111. Королев, Е.Е., Кочергин, А.М., Кузнецов, А.Е. Автоматическая сегментация облачных объектов на снимках земной поверхности высокого пространственного разрешения / Е.Е. Королев, А.М. Кочергин, А.Е. Кузнецов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – №5. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://science-education.ru/pdf/2014/5/604.pdf>

112. Королева, Н.В. Оценка погрешности определения площадей ветровалов по космическим изображениям высокого пространственного разрешения Landsat-TM [Текст] / Н.В. Королева, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №1. – С. 80-86.

113. Кравцов, С.Л. Оценка повреждения ранними весенними заморозками сельскохозяйственных культур на территории Республики Беларусь с использованием данных MODIS [Текст] / С.Л. Кравцов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11. – №4. – С. 207-216.

114. Кравченко, В.Ф. Нелинейная фильтрация изображений с сохранением малоразмерных деталей в присутствии импульсных и мультипликативных помех [Текст] / В.Ф. Кравченко, В.И. Пономарев // Радиотехника и электроника. – 2001. – №4. – С. 476-483.

115. Крамер, Г. Математические методы статистики [Текст] / Г. Крамер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

116. Кратович, П.В. Нейросетевая модель прогнозирования временных рядов финансовых данных [Текст] / П.В. Кратович // Программные продукты и системы. – 2010. – Выпуск 1. – С. 82-83.

117. Крашенинников, В.Р. Основы теории обработки изображений: учебное пособие [Текст] / В.Р. Крашенинников. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 150 с.

118. Крашенинников В.Р. Модели случайных полей на поверхностях [Текст] / В.Р. Крашенинников // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – Т. 14. – 2012. – №4(3). – С. 812-816.

119. Кронберг, П. Дистанционное изучение Земли: Основы и методы дистанционных исследований в геологии [Текст] / П. Кронберг; пер. с нем.; под ред. В.Г. Трифонова. – М.: Мир, 1988. – 343 с.

120. Курбанов, Э.А. Оценка загрязнений древостоев отходами силикатного производства по снимку RapidEye [Текст] / Э.А. Курбанов и др. //

Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2013. – Т. 10. – №2. – С. 88-97.

121. Курбатова, И. Е. Мониторинг трансформации Краснодарского водохранилища с использованием спутниковых данных высокого разрешения [Текст] / И.Е. Курбатова // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11. – №3. – С. 42-53.

122. Курбатова, И.Е. Спутниковый мониторинг экологического каркаса речного бассейна как метод оценки его состояния и возможности восстановления [Текст] / И.Е. Курбатова // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №3. – С. 182-191.

123. Кусимов, С.Т. Моделирование и обработка изображений в оптических системах космического видения [Текст] / С.Т. Кусимов. – М.: Наука, 1999. – 208 с.

124. Куссуль, Н.Н. Регрессионные модели оценки урожайности сельскохозяйственных культур по данным MODIS [Текст] / Н.Н. Куссуль и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №1. – С. 95-107.

125. Кучеренко, К.И. Двумерные медианные фильтры для обработки изображений [Текст] / К.И. Кучеренко, Е.Ф. Очин // Зарубежная радиоэлектроника. – 1986. – №6. – С. 12-15.

126. Лаверов, Н.П. Методы анализа данных дистанционного зондирования Земли [Текст] / Н.П. Лаверов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12. – №6. – С. 145-153.

127. Лаврова, О.Ю. Выявление и распознавание различных типов вод в прибрежной зоне Черного моря и в озерах Крыма на основе анализа гиперспектральных данных [Текст] / О.Ю. Лаврова и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11. – №1. – С. 135-147.

128. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б.Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1969. – Кн. 1. – 752 с.

129. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б.Р. Левин. – М., 1976. – Кн. 2. – 392 с.

130. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Левин Б.Р. – М., 1976. – Кн. 3. – 288 с.

131. Леман, Э. Теория точечного оценивания [Текст] / Э. Леман. – М.: Наука, 1991. – 448 с.

132. Лепский, А.Е. О нахождении минимального представления контура изображения как решение задачи нечеткой кластеризации [Текст] / А.Е. Лепский. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://semery.narod.ru/lampai/rus/public.html> (дата обращения: 01.03.2017).

133. Лупян, Е.А. Базовые продукты обработки данных дистанционного зондирования Земли [Текст] / Е.А. Лупян, В.П. Саворский // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №2. – С. 87-96.

134. Лурье, И.К. Геоинформационное картографирование. Методы геоинформатики и цифровой обработки космических снимков: учебник для вузов [Текст] / И.К. Лурье. – М.: КДУ, 2008. – 424 с.

135. Лучков Н.В. Разработка и исследование алгоритмов обнаружения протяженных аномалий на многозональных изображениях: дисс. канд. техн. наук: 05.13.18. – Ульяновск, 2012. – 121 с.

136. Малышева, Н.В. Автоматизированное дешифрирование аэрокосмических изображений лесных насаждений: учебное пособие [Текст] / Н.В. Малышева. – М.: Моск. гос. ун-т леса, 2012. – 154 с.

137. Марчук В.И., Воронин В.В., Шерстобитов А.И. Метод восстановления значений двумерных сигналов на основе синтеза текстуры и структуры изображений [Текст] / В.И. Марчук, В.В. Воронин, А.И. Шерстобитов // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2010. – Т. 6. – №2. – С. 25-33.

138. Митягина, М.И. Спутниковый мониторинг нефтяных загрязнений морской поверхности [Текст] / М.И. Митягина и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2015. – Т. 12. – №5. – С. 130-149.

139. Митягина, М.И. Многолетний комплексный спутниковый мониторинг нефтяных загрязнений поверхности Балтийского и Каспийского морей [Текст] / М.И. Митягина, О.Ю. Лаврова // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №5. – С. 269-288.

140. Михайленко, И.М. Методы обнаружения сорняков, болезней и вредителей растений по данным дистанционного зондирования [Текст] / И.М. Михайленко, И.В. Воронков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2016. – Т. 13. – №3. – С. 72-83.

141. Михайлов Г.А. Пуассоновские модели случайных полей с приложениями в теории переноса [Текст] / Г.А. Михайлов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2012. – Т. 52. – №1. – С. 144-152.

142. Музылев, Е.Л. Использование спутниковых данных о характеристиках подстилающей поверхности и снежного покрова при моделировании составляющих водного и теплового балансов обширных территорий сельскохозяйственного назначения [Текст] / Е.Л. Музылев и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №1. – С. 258-268.

143. Мясников В.В., Локальное порядковое преобразование цифровых изображений [Текст] / В.В. Мясников // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39. – Выпуск 3. – С. 397-405.

144. Нечепуренко, А.А., Смешанная регрессионно-трендовая модель в задаче прогнозирования [Текст] / А.А. Нечепуренко. – НоваИнфо. – 2015. – Т. 1. – №35. – С. 2-6.

145. Никольский, Д.Б. Современные тенденции в радиолокационном дистанционном зондировании Земли [Текст] / Д.Б. Никольский // Геопрофи. – 2008. – №4. – С. 19-24.

146. Новаковский, Б.А. Цифровые модели рельефа реальных и абстрактных геополей [Текст] / Б.А. Новаковский, С.В. Прасолов, А.И. Прасолова. – М.: Научный мир, 2003. – 94 с.

147. Новейшие методы обработки изображений [Текст] / Под ред. А.А. Потапова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с.

148. Осипенкова, А.В. Анализ методов реконструкции искаженных пикселей изображений / А.В. Осипенкова. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyberpedia.su/5x78f3.html>.

149. Павлидис, Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений [Текст] / Т. Павлидис. – М.: Радио и связь, 1986. – 400 с.

150. Пат. 5177794 США, МКИ G 6К 9/20. Moving object detection apparatus and method / Abe; Shozo (JP); Togashi; Yuichi (JP); Ohata; Hajime (JP); Ka-bushiki Kaisha Toshiba (JP). – № 674405; Заяв. 25.03.91; Опубл. 5.01.93; НПК 382/107. Англ.

151. Пат. 5212740 США, МКИ G06K 009/48. Edge detection method and apparatus for an image processing system / Paek; Jun-gi (KR); Park; Yong-cheol (KR); Myeong; Chan-kyu (KR); Samsung Electronics Co., Ltd. (KR). – № 679205; Заяв. 02.04.91; Опубл. 18.05.93; НПК 382/266. Англ.

152. Пат. 5233670 США, МКИ G06K 009/48. Method and device for the realtime localization of rectilinear contours in a digitized image, notably for shape recognition in scene analysis processing / Stephan; Larisa A. (CA); Groves; Gillian K. (CA); Dufour; JeanYves (FR); Le Gall; Serge (FR); Waldburger; Hugues (FR); Thomson TRT Defense (FR). – № 733807; Заяв. 22.06.91; Опубл. 03.08.93; НПК 382/197. Англ.

153. Пат. 5398292 США, МКИ G 6К 9/46. Edge detecting apparatus / Aoyama; Chiaki (JP); Honda Giken Kogyo Kabushiki Kaisha (JP). – № 049524; Заяв. 20.04.93; Опубл. 14.03.95; НПК 382/199. Англ.

154. Пат. 5627586 США, МКИ Н 4N 5/225. Moving body detection device of camera / Yamasaki; Masafumi (JP); Olympus Optical Co., Ltd. (JP). – № 045039; Заяв. 8.04.93; Оpubл. 6.05.97; НПК 348/169. Англ.

155. Пат. 5627905 США, МКИ G 6K 9/00. Optical flow detection system / Se-bok; Thomas J. (OH); Sebok; Dale R. (OH); Lockheed Martin Tactical Defense Systems (OH). – № 353589; Заяв. 12.12.94; Оpubл. 6.05.97; НПК 382/107. Англ.

156. Перетягин, Г.И. Исследование алгоритма обнаружения объектов на многозональном изображении [Текст] / Г.И. Перетягин // Автометрия. – 1993. – №1.

157. Перов, А.И. Статистическая теория радиотехнических систем: учебное пособие для вузов [Текст] / А.И. Перов. – М.: Радиотехника, 2003.

158. Перспективные информационные технологии дистанционного зондирования Земли [Текст] / коллектив авторов; под ред. В.А. Сойфера. – Самара: Новая техника, 2015. – 256 с.

159. Повх, В.И. Оценка структуры посевов подсолнечника в Ставропольском крае по данным дистанционного зондирования спектрорадиометра MODIS [Текст] / В.И. Повх и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2007. – Т. 4. – №2. – С. 284-289.

160. Повх, В.И. Оценка условий зимовки зерновых культур по спутниковым данным для территории Ростовской области [Текст] / В.И. Повх и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т. 7. – №3. – С. 264-268.

161. Попов, М.А. Методика классификации природных объектов на многоспектральных космических изображениях на основе последовательного слияния информации [Текст] / М.А. Попов, В.И. Лялько, В.Н. Подорван, А.И. Сахацкий // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса: материалы второй открытой Всероссийской конференции. – Москва, 2004. – С. 46.

162. Попов, О.В. Разработка и исследование алгоритмов моделирования и оценивания многомерных марковских случайных полей: дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.16. – Ульяновск, 2000. – 152 с.

163. Прэтт, У. Цифровая обработка изображений [Текст] / У. Прэтт; пер. с англ; под ред. Д.С. Лебедева. – М.: Мир, 1982. – Кн. 1. – 312 с., Кн. 2. – 480 с.

164. Пытьев Ю.П. Задачи дистанционного зондирования: математическое моделирование, анализ и интерпретация результатов [Текст] / Ю.П. Пытьев, Г.В. Сухорукова, А.И. Чуличков // Математическое моделирование. – Т. 6. – №11. – 1994 – С. 113-127.

165. Пяткин, В.П. Непараметрический статистический подход к задаче обнаружения некоторых структур на аэрокосмических изображениях [Текст] / В.П. Пяткин, Г.И. Сапов // Научные технологии. – 2002. – №3. – С. 52-58.

166. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов [Текст] / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

167. Рис, У.Г. Основы дистанционного зондирования [Текст] / У.Г. Рис. – М.: Техносфера, 2006. – 336 с.

168. Рубис А.Ю., Лебедев М.А., Визильтер Ю.В., Выголов О.В. Морфологическая фильтрация изображений на основе взаимного контрастирования [Текст] / А.Ю. Рубис, М.А. Лебедев, Ю.В. Визильтер, О.В. Выголов // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – Выпуск 1. – С. 73-79

169. Рубис, А.Ю. Компаративная фильтрация изображений с использованием монотонных морфологических операторов [Текст] / А.Ю. Рубис, М.А. Лебедев, Ю.В. Визильтер, О.В. Выголов, С.Ю. Желтов // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42. – №2. – С. 306-311.

170. Савин, И.Ю. Прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе спутниковых данных: возможности и перспективы [Текст] / И.Ю. Савин и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т. 7. – №3. – С. 275-285.

171. Савиных, В.П. Аэрокосмическая фотосъемка [Текст] / В.П. Савиных, А.С. Кучко, А.Ф. Стеценко. – М.: Картоцентр – Геодезиздат, 1997. – 378 с.

172. Савиных, В.П. Геоинформационный анализ данных дистанционного зондирования [Текст] / В.П. Савиных, В.Я. Цветков. – М.: Картоцентр – Геодезиздат. – 2001. – 225 с.

173. Сафонова, А.В. Моделирование реалистичных изображений облаков / А.В. Сафонова // Молодежный научно–технический вестник. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: sntbul.bmstu.ru/file/out/731753 (Дата обращения: 12.12.2013).

174. Саломатин, С.Б. Адаптивная фильтрация сложного сигнала на фоне динамической помехи с помощью смежных классов преобразования Фурье [Текст] / С.Б. Саломатин, Д.Л. Ходыко // Труды 61 научной сессии, посвященной Дню радио. – 2006. – С. 80-82.

175. Самсонов, А.Н. Квазиоптимальная рекуррентная фильтрация марковского случайного поля [Текст] / А.Н. Самсонов // Методы обработки сигналов и полей: сборник научных трудов. – Ульяновск: УлПИ, 1990. – С. 30-36.

176. Свид. 2016616596 Российская Федерация. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Цифровая обработка и моделирование авторегрессионных и дважды стохастических случайных полей. / Н.А. Андриянов, К.К. Васильев, В.Е. Дементьев; заявитель и правообладатель ФГБОУ ВПО УлГТУ (RU). – №2016616596; заявл. 19.04.2016; опубл. 20.07.2016, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.

177. Сейдж, Э., Мелс, Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении [Текст] / Под ред. Б.Р. Левина; Пер. с англ. – М.: Связь, 1976. – 496 с.

178. Сергеев, В.В., Денисова, А.Ю. Итерационный метод восстановления кусочно–постоянных изображений при известных границах областей [Текст] /

В.В. Сергеев, А.Ю. Денисова // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37. – Выпуск 2. – С. 239-243.

179. Сергеев, В.В., Юзькив, Р.Р. Параметрическая модель автокорреляционной функции космических гиперспектральных изображений [Текст] / В.В. Сергеев, Р.Р. Юзькив // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40. – Выпуск 3. – С. 416-421.

180. Сергеев, Д.Н. Нейросетевые алгоритмы генерации случайных полей на основе каузальной и некаузальной моделей формирования [Текст] / Д.Н. Сергеев, А.А. Сирота // Информатика: проблемы, методология, технологии: материалы 7-й Международной научно-методической конференции. – Воронеж, 2007. – С. 14-21.

181. Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли [Текст] / Под ред. В.В. Еремеева. – М.: Физматлит, 2015. – 460 с.

182. Сойфер, В.А. Методы компьютерной обработки изображений [Текст] / В.А. Сойфер, В.В. Сергеев и др. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.

183. Сонюшкин, А.В. Создание ортофотопланов по данным с отечественного космического аппарата Канопус-В [Текст] / А.В. Сонюшкин, М.В. Зимин // Исследование Земли из космоса. – 2015. – Т. 12. – №1. – С.74-83.

184. Сочилова, Е.Н. Анализ возможности определения запасов древесных пород по спутниковым данным Landsat ETM [Текст] / Е.Н. Сочилова, Д.В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №3. – С. 277-282.

185. Ташлинский, А.Г. Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей изображений [Текст] / А.Г. Ташлинский. – Ульяновск: УлГТУ. – 2000. – 132 с.

186. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех [Текст]. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.

187. Терехов, А.Г. Принципы агроландшафтного районирования пахотных земель Северного Казахстана по данным LANDSAT и MODIS [Текст]

/ А.Г. Терехов и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2010. – Т. 7. – №3. – С. 292-304.

188. Техническое зрение в системах управления мобильными объектами: труды научно-технической конференции-семинара. Выпуск 4 [Текст] / Под ред. Р.Р. Назирова. – М.: КДУ, 2011. – 328 с.

189. Токарева, О.С. Обработка и интерпретация данных дистанционного зондирования Земли: учебное пособие [Текст] / О.С. Токарева. – Томск: Томский политехн. ун-т. – 2010. – 148 с.

190. Тронин, А.А. Временные ряды спутниковых данных для прогноза вспышек саранчовых в Западной Сибири и Казахстане [Текст] / А.А. Тронин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2007. – Т. 4. – №2. – С. 390-394.

191. Тронин, А.А. Спутниковые методы изучения землетрясений [Текст] / А.А. Тронин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №4. – С. 335-343.

192. Тронин, А.А. Спектральные методы дистанционного зондирования в геологии. Обзор [Текст] / А.А. Тронин и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №4. – С. 23-36.

193. Тронин, А.А. Мониторинг шлейфов городских очистных сооружений Санкт-Петербурга аэрокосмической тепловой съёмкой [Текст] / А.А. Тронин, Б.В. Шилин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2008. – Т. 5. – №2. – С. 586-594.

194. Федоткин, Д.И. Технологии предварительной обработки данных ДЗЗ: опыт ИТЦ «СканЭкс» в создании программного обеспечения и организации обработки данных в составе приемных комплексов [Текст] / Д.И. Федоткин // Пространственные данные. – 2006. – №1. – С. 40-43.

195. Федеральная целевая программа «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса

России на 2014 – 2020 годы» (Утверждена постановлением Правительства Российской Федерации от 21 мая 2013 г. №426).

196. Хабиби, А. Двумерная байесовская оценка изображений [Текст] / А. Хабиби // ТИИЭР. – 1972. – Т. 60. – №7. – С. 153-159.

197. Цифровая обработка изображений. Материалы учебного курса кафедры технической физики Сибирского Государственного Аэрокосмического Университета. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ktf.krk.ru/courses/> (дата обращения: 01.03.2017).

198. Цыбанов, А.Г. Исследование тонкой структуры гиперспектральной космической информации отдельных объектов техносферы и природной среды [Текст] / А.Г. Цыбанов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2014. – Т. 11. – №4. – С. 257-264.

199. Чабан, Л.Н. Автоматизированная обработка аэрокосмической информации при картографировании геопространственных данных: учебное пособие [Текст] / Л.Н. Чабан. – М.: МИИГАиК, 2013. – 104 с.

200. Чабан, Л.Н. Моделирование и тематическая обработка изображений, идентичных видеоданным с, готовящейся к запуску и разрабатываемой, гиперспектральной аппаратуры ДЗЗ [Текст] / Л.Н. Чабан, Г.В. Вечерук, Т.В. Кондранин, С.В. Кудрявцев, А.А. Николенко // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №2. – С. 111-121.

201. Чандра, А.М. Дистанционное зондирование и географические информационные системы [Текст] / А.М. Чандра, С.К. Гош; пер. с англ. А.В. Кирюшина. – М.: Техносфера, 2008. – 312 с.

202. Шалыгин, А.С. Прикладные методы статистического моделирования [Текст] / А.С. Шалыгин, Ю.А. Палагин. – Л.: Машиностроение, 1986. – 320 с.

203. Шахтарин, Б.И. Обнаружение сигналов: учебное пособие для вузов [Текст] / Б.И. Шахтарин. – М.: Горячая линия-Телеком, 2014. – 526 с.

204. Щербаков, М.А. Нелинейная фильтрация с адаптацией к локальным свойствам изображения [Текст] / М.А. Щербаков, М.А. Панов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38. – №4. – С. 818-824.

205. Шовенгердт, Р.А. Дистанционное зондирование. Методы и модели обработки изображений [Текст] / Р.А. Шовенгердт. – М.: Техносфера, 2013. – 560 с.

206. Яне, Б. Цифровая обработка изображений [Текст] / Б. Яне. – Москва: Техносфера, 2007. – 584 с.

207. Adams, J.B., Smith, M.O., Gillespie, A.R. Imaging spectroscopy: interpretation based on spectral mixture analysis / J.B. Adams, M.O. Smith, A.R. Gillespie // Remote Geochemical Analysis, Topics in Remote Sensing 4. – Cambridge University Press, 1993. – P. 145-166.

208. Amjad, Hajjar, Tom Chen. A VLSI architecture for real-time edge linking / H. Amjad, C. Tom // IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence. – Vol. 21. – №1. – 1999. – P. 89-94.

209. Anderson, J.R., et.al. A Land Use and Land Cover Classification System for Use with Remote Sensor Data / J.R. Anderson, et.al // Geological Survey Professional Paper 964, 1976. – 34 p.

210. Andrews, H.C., Hunt, B.R. Digital Image Restoration / H.C. Andrews, B.R. Hunt. – Prentice-Hall, 1977. – 238 p.

211. Aplin, P. Remote sensing: land cover / P. Aplin // Progress in Physical Geography. – 2004. – Vol. 28. – No.2. – P. 283-293.

212. Arai, K. A supervised Thematic Mapper classification with a purification of training samples / K. Arai // International Journal of Remote Sensing. – 1992. – 13(11): 2039-2049.

213. Argialas, D., Harlow, C. Computational Image Interpretation Models: An Overview and a Perspective / D. Argialas, C. Harlow // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – June 1990. – Vol. 56, No.6. – P. 871-886.

214. Asanuma, I., Muneyama, K., Sasaki, Y., et al. Satellite thermal observation of oil slicks on the Persian Gulf / I. Asanuma, K. Muneyama, Y. Sasaki // *Remote Sensing of Environment*. – 1986. – Vol. 19. – P. 171-186.
215. Astola, J. Fundamentals of nonlinear digital filtering / J. Astola, P. Kuosmanen // Boca Raton (USA). – CRC Press LLC, 2007.
216. Avery, T.E., Berlin, G.L. Fundamentals of Remote Sensing and Airphoto Interpretation / T.E. Avery, G.L. Berlin. – 4th edition. – Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1992.
217. Bajorski, P. Non-Gaussian Linear Mixing Models for Hyperspectral Images / P. Bajorski // *Hindawi Publishing Corporation Journal of Electrical and Computer Engineering*. – 2012. – Article ID 818175. – 8 p.
218. Basener, W. Anomaly detection using topology / W. Basener, E. Ientilucci, D.W. Messinger // *Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XIII*, SPIE. – 2007. – V. 6565.
219. Basener, W. Geometry of statistical target detection / W. Basener, B. Allen, K. Bretney // *Journal of Applied Remote Sensing*. – 11(1). – 015012 (21 February 2017). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://doi.org/10.1117/1.JRS.11.015012>.
220. Bastarrika, A., et.al. Mapping burned areas from Landsat TM/ETM+ data with a two-phase algorithm: Balancing omission and commission errors / A. Bastarrika, et.al. // *Remote Sensing of Environment*. – 115 (2011). – 1003-1012.
221. Benediktsson, J.A., Swain, P.H. Consensus theoretic classification methods / J.A. Benediktsson, P.H. Swain // *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics*, 1992. – Vol. 22. – No.4. – P. 688-704.
222. Benjamin, S., Gaydos, L. Spatial resolution requirements for automated cartographic road extraction / S. Benjamin, L. Gaydos // *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. – 1990. – Vol. 56. – No.1. – P. 93-100.
223. Bindschadler, R., Choi, H. Characterizing and correcting Hyperion detectors using ice-sheet images / R. Bindschadler, H. Choi // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – June 2003. – Vol. 41. – No.6. – P.1189-1193.

224. Bolstad, P.V., Lillesand, T.M. Rapid maximum likelihood classification / P.V. Bolstad, T.M. Lillesand // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – Jan 1991. – Vol. 57. – No.1. – P. 67-74.

225. Bouman, C.A. Model Based Imaging Processing / C.A. Bouman. –Purdue University. – 2013. – 414 P.

226. Brekke, C., Solberg A.H.S. Oil spill detection by satellite remote sensing / C. Brekke, A.H.S. Solberg // Remote Sensing of Environment. – 2005. – Vol. 95. – P. 1-13.

227. Brown, L.G. A Survey of Image Registration Techniques / L.G. Brown // ACM Computing Surveys. – Dec. 1992. – Vol. 24. – No.4. – P. 325-376.

228. Buchheim, M.P., Lillesand, T.M. Semi-automated training field extraction and analysis for efficient digital image classification / M.P. Buchheim, T.M. Lillesand // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – 1989. – Vol. 55. – No.9. – P. 1347-1355.

229. Campbell, J.B. Introduction to Remote Sensing. Third edition / J.B. Campbell – CRC Press, 2002. – 621 p.

230. Canty, M.J., et.al. Automatic radiometric normalization of multitemporal satellite imagery / M.J. Canty, et.al. // Remote Sensing of Environment. – 2004. – Vol. 91(3-4). – P. 441-451.

231. Canty, M.J., Nielsen, A.A. Automatic radiometric normalization of multitemporal satellite imagery with the iteratively re-weighted MAD transformation / M.J. Canty, A.A. Nielsen // Remote Sensing of Environment. – 2008. – Vol. 112. – P. 1025-1036.

232. Carleer, A.P., et.al. Assessment of Very High Spatial Resolution Satellite Image Segmentations / A.P. Carleer, et.al. // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – Nov. 2005. – Vol. 71. – No.11. – P. 1285-1294.

233. Centeno, J.A.S., Haertel, V. An adaptive image enhancement algorithm / J.A.S. Centeno, V. Haertel // Pattern Recognition. – 1997. – Vol. 30. – P. 1183-1189.

234. Clark, R.N., Gallagher, A.J., Swayze, G.A. Material absorption band depth mapping of imaging spectrometer data using the complete band shape least

squares algorithm simultaneously fit to multiple spectral features from multiple materials / R.N. Clark, A.J. Gallagher, G.A. Swayze // Proceedings of the Third Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS). Workshop. – 1990. – P. 176-186.

235. Clément, V., Giraudon, G., Houzelle, S., Sandakly, F. Interpretation of Remotely Sensed Images in a Context of Multisensor Fusion Using a Multispecialist Architecture / V. Clément, G. Giraudon, S. Houzelle, F. Sandakly // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – July 1993. – Vol. 31. – No.4. – P. 779-791.

236. Cleve, C., et.al. Classification of the wildland-urban interface: A comparison of pixel- and object-based classifications using high-resolution aerial photography / C. Cleve, et.al. // Computers, Environment and Urban Systems. – 32 (2008). – P. 317-326.

237. CUDA. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://developer.nvidia.com/cuda-zone> (Дата обращения: 06.10.2018).

238. Dikshit, S.S. A Recursive Kalman Window Approach to Image Restoration / S.S. Dikshit // IEEE Trans. – 1984. – Vol. com. – P. 125-139.

239. Djamdji, J.P., Bijaoui, A., Manihre, R. Geometrical Registration of Images: The Multiresolution Approach / J.P. Djamdji, A. Bijaoui, R. Manihre // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – 1993. – 59(5): 645-653.

240. Domínguez, E., Lage-Castellanos, A., Mulet, R. Random field Ising model in two dimensions: Bethe approximation, cluster variational method and message passing algorithms / E. Domínguez, A. Lage-Castellanos, R. Mulet // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – Volume 2015. – July 2015. – P. 117-125.

241. Filiberti, D.P., Schowengerdt, R.A. Improving Multisource Image Fusion Using Thematic Content / D.P. Filiberti, R.A. Schowengerdt // Proceedings of the SPIE. – 2004. – Vol. 5438. – P. 111-119.

242. Fodor, I.A. Survey Of Dimension Reduction Techniques / I.A. Fodor // Technical Report UCRL-ID148494. – Oakland: University of California, 2002. – 26 p.

243. Fonseca, L.M.G., Manjunath, B.S. Registration Techniques for Multisensor Remotely Sensed Imagery / L.M.G. Fonseca, B.S. Manjunath // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – Sept. 1996. – Vol. 62. – No.9. – P. 1049-1056.

244. Franklin, S.E., et.al. Using Spatial Co-Occurrence Texture to Increase Forest Structure and Species Composition Classification Accuracy / S.E. Franklin, et.al. // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. – July 2001. – Vol. 67. – No.7. – P. 849-855.

245. Gao, B.C. An operational method for estimating signal to noise ratios from data acquired with imaging spectrometers / B.C. Gao // Remote Sensing of Environment. – 1993. – Vol. 43. – P. 23-33.

246. Giglio, L., Schroeder, W., Justice, C.O. The collection 6 MODIS active fire detection algorithm and fire products / L. Giglio, W. Schroeder, C.O. Justice // Remote Sensing of Environment. – 2016. – Vol. 178. – P. 31-41.

247. Gillespie, T.W., et.al. Assessment and prediction of natural hazards from satellite imagery / T.W. Gillespie, et.al. // Progress in Physical Geography. – 2007. – Vol. 31. – No.5. – P. 459-470.

248. Goetz, A. Three decades of hyperspectral remote sensing of the Earth: A personal view / A. Goetz // Remote Sensing of Environment. – 2009. – Vol. 113. – Imaging Spectroscopy Special Issue. – P. 5-16.

249. Goetz, A.F.H., Vane, G., Solomon, J.E., Rock, B.N. Imaging spectrometry for earth remote sensing / A.F.H. Goetz, G. Vane, J.E. Solomon, B.N. Rock // Science. – 1985. – 228. – P. 1147-1153.

250. Goovaerts, P., et.al. Geostatistical and local cluster analysis of high resolution hyperspectral imagery for detection of anomalies / P. Goovaerts, et.al. // Remote Sensing of Environment 95. – 2005. – P. 351-367.

251. Hammersley, J.M., Clifford, P. Markov random fields in statistics. Unpublished paper / J.M. Hammersley, P. Clifford – 1971. – P. 21.
252. Hayes, D.J., et.al. Estimating proportional change in forest cover as a continuous variable from multi-year MODIS data / D.J. Hayes, et.al. // Remote Sensing of Environment – 2008. – Vol. 8112. – P. 735-749.
253. Hirano, A., et.al. Mapping from ASTER stereo image data: DEM validation and accuracy assessment / A. Hirano, et.al. // ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 57. – 2003. – P. 356-370.
254. <http://www.scanex.ru/>. Scanex. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: (дата обращения: 20.02.2016).
255. https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_imagery. Satellite imagery. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: (дата обращения: 6.02.2017).
256. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Landsat>. Landsat. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: (дата обращения: 6.02.2017).
257. <https://ru.wikipedia.org/wiki/LandSat-8>. LandSat-8. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: (дата обращения: 6.02.2017).
258. Ising, E. Beitrag zur Theorie des Ferro- und Paramagnetismus / E. Ising. – Hamburg, 1924.
259. Jensen, J.R. Introductory Digital Image Processing. A Remote Sensing Perspective / J.R. Jensen. – Third edition. – Prentice-Hall, 2004. – 544 p.
260. Jensen, J. Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective 4th Edition / J. Jensen // Pearson Education. – 2015. – 659 p. – (Pearson series in geographic information science).
261. Johnson, B.A., et.al. A hybrid pansharpener approach and multiscale object-based image analysis for mapping diseased pine and oak trees / B.A. Johnson, et.al. // International Journal of Remote Sensing. – 2013. – Vol. 34. – No.20. – P. 6969-6982.
262. Joyce, K.E., et.al. A review of the status of satellite remote sensing and image processing techniques for mapping natural hazards and disasters / K.E. Joyce et.al. // Progress in Physical Geography. – 2009. – Vol. 33. – No.2. – P. 183-207.

263. Kokaram, A.A. statistical framework for picture reconstruction using 2D AR models / A.A. Kokaram // Image and vision computing. – 2004. – Vol. 22. – P. 165-171.

264. Kirichuk, V., Parfenenok, S. Algorithm of small-size objects detection in sequences of images with projective distortions / V. Kirichuk, S. Parfenenok // Conference proceeding PRIA-7. – 2004. – Volume 2. – P. 268-272.

265. Krasheninnikov, V., Vasil'ev, K. Multidimensional image models and processing / V. Krasheninnikov, K. Vasil'ev // Intelligent Systems Reference Library. – 2018. – Vol. 135. – P. 11-64.

266. Landgrebe, D.A. Signal Theory Methods in Multispectral Remote Sensing / D.A. Landgrebe. – Wiley, 2003. – 528 p.

267. Lei, Zheng, Liu, J.C., Chan, A.K., Smith, W. Object – based image segmentation using DWT/RDWT multiresolution Markov random field / Z. Lei, J.C. Liu, A.K. Chan, W. Smith // Texas: Department of Electrical Engineering, 2001.

268. Leifer, I., et.al. State of the art satellite and airborne marine oil spill remote sensing: Application to the BP Deepwater Horizon oil spill / I. Leifer, et.al. // Remote Sensing of Environment 124. – 2012. – 185-209.

269. Levi, P.A. Special problem of brownian motion, and a general theory of gaussian random functions, in / P.A. Levi // Third Berkeley Symposium Mathematical Statistics and Probability. – Vol. 2. – California Press, Berkeley California. – 1956. – PP. 133-175.

270. Lillesand, T.M., Kiefer, R.W., Chipman, J.W. Remote sensing and image interpretation / T.M. Lillesand, R.W. Kiefer, J.W. Chipman. – Wiley, 2004. – 763 p.

271. Lo, E., Schaum, A.A. Hyperspectral anomaly detector based on partialling out a clutter subspace / E. Lo, A.A. Schaum // Proceedings of the Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XV. – Vol. 7334. – April 2009.

272. Lo, E., Maximized subspace model for hyperspectral anomaly detection / E. Lo // Pattern Analysis and Applications. – 2011. – P. 1-11.

273. Lu, D., et.al. Land Cover Classification in a Complex Urban-Rural Landscape with Quick Bird Imagery / D. Lu, et.al. // Photogrammetric Engineering & Remote Sensing. – Oct. 2010. – Vol. 76. – No.10. – P. 1159-1168.

274. Ma, W.Y., Manjunath, B.S. Edge Flow: A Framework of Boundary Detection and Image Segmentation / W.Y. Ma, B.S. Manjunath // IEEE Int. Conf. On Computer Vision and Pattern Recognition, 1997.

275. Mahmoudi, A. Adaptive algorithm for multichannel autoregressive estimation in spatially correlated noise / A. Mahmoudi // Journal of Stochastics. – Vol. 2014. – 7 p.

276. Maturana, D. VoxNet: A 3D Convolutional Neural Network for Real-Time Object Recognition / D. Maturana // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). – 2015. – PP. 922-928.

277. Milanfar, P. A tour of modern image filtering / P. Milanfar // IEEE Signal Processing Magazine. – January 2013. – P. 106-128.

278. Morisette, J.T., et.al. Validation of MODIS Active Fire Detection Products Derived from Two Algorithms / J.T. Morisette, et.al. // Earth Interactions. – 2005. – Vol. 9. – Paper No.9. – 25 p.

279. Myneni, R.B., et.al. Global products of vegetation leaf area and fraction absorbed PAR from year one of MODIS data / R.B. Myneni, et.al. // Remote Sensing of Environment. – 2002. – Vol. 83. – P. 214-231.

280. Nielsen Michael, A. Neural Networks and Deep Learning / A. Nielsen Michael // Determination Press. – 2015. – 278 p.

281. Nvidia Jetson TX1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.nvidia.ru/object/jetson-tx1-dev-kit-ru.html> (Дата обращения: 06.10.2018).

282. Paliy, D.A., Foi, R., Bilcu, Katkovnik, V. Denoising and Interpolation of Noisy Bayer Data with Adaptive Cross-Color Filters / D.A. Paliy, R. Foi, Bilcu, V. Katkovnik // SPIE-IS&T Electronic Imaging, Visual Communications and Image Processing. – 2008. – Vol. 6822. – San Jose, CA.

283. Pal, N.R., Pal S.K. A review on image segmentation techniques / N.R. Pal, S.K. Pal // Pattern Recognition, 1993. – 26(9). – P. 1274-1294.

284. Pettorelli, N., et.al. Satellite remote sensing for applied ecologists: opportunities and challenges / N. Pettorelli, et.al. // Journal of Applied Ecology. – 2014. – Vol. 51. – P. 839-848.

285. Picard, R.W., Pentland, A.P. Temperature and Gibbs Image Modeling, M.I.T. / R.W. Picard, A.P. Pentland // Media Laboratory Perceptual Computing Section Technical Report №254. – 16 p.

286. Rast, M., Hook, S.J., Elvidge, C.D., Alley, R.E. An evaluation of techniques for the extraction of mineral absorption features from high spectral resolution remote sensing data / M. Rast, S.J. Hook, C.D. Elvidge, R.E. Alley, // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing (1991). – 57. – PP. 1303-1309.

287. Reed, I.S. Adaptive multiple-band CFAR detection of an optical pattern with unknown spectral distribution / I.S. Reed, X. Yu // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – V. 38(10). – 1990. – P. 1760-1770.

288. Richards, J.A., Jia, X. Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction / J.A. Richards, X. Jia // Fourth edition. – Springer-Verlag, 2006. – 440 p.

289. Richter, R. A spatially adaptive fast atmospheric correction algorithm / R. Richter // International Journal of Remote Sensing, 1996. – 17(6): 1201-1214.

290. Rojas, F., Schowengerdt R.A., Biggar, S. Modulation transfer analysis for the moderate resolution imaging spectroradiometer (MODIS-AM) / F. Rojas, R.A. Schowengerdt, S. Biggar // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. – 2002. – Vol. 4483. – P. 222-230.

291. Rosten E., Drummond T. Fusing Points and Lines for High Performance Tracking / E. Rosten, T. Drummond // Proceedings of the Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2005). editor / Stephen Lin. USA : IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers. – 2005. – P. 1508-1515.

292. Roy, D.P., et.al. A general method to normalize Landsat reflectance data to nadir BRDF adjusted reflectance / D.P. Roy, et.al. // Remote Sensing of Environment. – 2016. – Vol. 176. – P. 255-271.

293. Schaum, A.P. Hyperspectral anomaly detection beyond RX / A.P. Schaum // Proceedings of the SPIE Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral and Ultraspectral Imagery XII. – 2007. – V. 6565.

294. Selvitella, A., Franke, B. Statistical Inference, Learning and Models in Big Data / A. Selvitella, B. Franke, J-F. Plante, R. Roscher, E-S.A. Lee, C. Smyth, et.al. // International Statistical Review (2016). – 84. – 3. – 371-389.

295. Singhal, C., Kapoor, S., Zeya, I., Nanda, S.A. Grey Wolf Optimizer Based Automatic Clustering Algorithm for Satellite Image Segmentation / C. Singhal, S. Kapoor, I. Zeya, S.A. Nanda // Procedia Computer Science. – 2017. – Vol. 115. – P. 415-422.

296. Simonyan, K., Zisserman, A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition International Conference on Learning Representations (ICLR) / K. Simonyan, A. Zisserman. – 2015. – P. 1-16

297. Soimart, L., Ketcham M. An Efficient Algorithm for Earth Surface Interpretation from Satellite Imagery / L. Soimart, M. Ketcham // Engineering Journal. – 2016. – Vol. 20. – No.5. – P. 215-228.

298. Song, C. Estimating tree crown size with spatial information of high resolution optical remotely sensed imagery / C. Song // International Journal of Remote Sensing. – 10 Aug. 2007. – Vol. 28. – No.15. – P. 3305-3322.

299. Swann, R., Hawkins, D., Westwell-Roper, A., Johnstone, W. The Potential for Automated Mapping from Geocoded Digital Image Data / R. Swann, D. Hawkins, A. Westwell-Roper, W. Johnstone // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1988. – Vol. 54. – No.2. – P. 187-193.

300. Szuster, B.W., et.al. A comparison of classification techniques to support land cover and land use analysis in tropical coastal zones / B.W. Szuster, et.al. // Applied Geography. – 2011. – No.31. – P. 525-532.

301. Townshend, J.R.G., Justice, C.O., Li, W., Gurney, C., McManus, J. Global Land cover classification by remote sensing: Present capabilities and future possibilities / J.R.G. Townshend, C.O. Justice, W. Li, C. Gurney, J. McManus // Remote Sensing of Environment. – 1991. – No.35. – P. 243-255.

302. Vasilew, K., Dementew, V. The analysis of correlation properties of autoregression causal fields / K. Vasilew, V. Dementew // Conference proceeding PRIA-7. – 2004. – Vol. 2. – P. 415-418.

303. Vasilyev, K.K., Ageev, S.A. The Adaptive Decorrelation Algorithm of Signal Detection: proceedings / K.K. Vasilyev, S.A. Ageev // The 1st Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications". – Moscow: ICSTI, 1998. – Vol. 2E. – P. 133-136.

304. Vasil'ev, K.K., Dement'ev, V.E., Andriyanov, N.A. Application of mixed models for solving the problem on restoring and estimating image parameters / K.K. Vasil'ev, V.E. Dement'ev, N.A. Andriyanov // Pattern Recognition and Image Analysis. – January 2016. – Vol. 26(1). – P. 240-247.

305. Vermote, E.F., et.al. Atmospheric correction of visible to middle-infrared EOS-MODIS data over land surfaces: Background, operational algorithm and validation / E.F. Vermote, et.al. // Journal of Geophysical Research. – July 1997. – Vol. 102. – No.D14. – P. 131-141.

306. Villa, A., et.al. Unsupervised methods for the classification of hyperspectral images with low spatial resolution / A. Villa, et.al. // Pattern Recognition 46. – 2013. – P. 1556-1568.

307. Vizilter, Y.V., Rubis, A.Y. Change detection via morphological comparative filters / Y.V. Vizilter, A.Y. Rubis, S.Y. Zheltov, O.V. Vygolov // ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – 2016. – III-3: 279-286. DOI: 10.5194/isprs-annals-III-3-279-2016.

308. Vina, A., et.al. Comparison of different vegetation indices for the remote assessment of green leaf area index of crops / A. Vina, et.al. // Remote Sensing of Environment 115. – 2011. – P. 3468-3478.

309. Wan, Z., et.al. Quality assessment and validation of the MODIS global land surface temperature / Z. Wan, et.al. // International Journal Remote Sensing. – 10 Jan. – 2004. – Vol. 25. – No.1. – P. 261-274.

310. Weng, Q., et.al. Generating daily land surface temperature at Landsat resolution by fusing Landsat and MODIS data / Q. Weng, et.al. // Remote Sensing of Environment 145. – 2014. – P. 55-67.

311. Westin, T. Precision rectification of SPOT imagery / T. Westin // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1990. – 56(2). – P. 247-253.

312. Woods, J.W. Two-dimensional Kalman filtering / J.W. Woods // Topics in Applied Physics. – Berlin, 1981. – Vol. 42. – P.155-208.

313. Woods, J.W., Dravida, S., Mediavilla, R. Image Estimation Using Doubly Stochastic Gaussian Random Field Models / J.W. Woods, S. Dravida, R. Mediavilla // Pattern Analysis and Machine Intelligence. – Issue 2. – Vol. 9. – February, 1987. – P. 245-253.

314. Wiener, N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series / N. Wiener – N.Y.: MIT Press/JohnWiley, 1964. – 171 p.

315. Windl, J. Flight and Landing Trials with combined DGPS/DGLONASS/INS System for Dynamic Maneuvers and Precision Landings / J. Windl. – ION GPS-98: Proc. – Nashwill, 1998. – P. 678-698.

316. Witten, I.H. Data mining : practical machine learning tools and techniques / I. H. Witten, E. Frank. – 4th Edition. – Morgan Kaufmann. – 2017. – 655 p.

317. Xiahong, Chen, Yanqin Fan. Pseudo-likelihood ratio tests for semiparametric multivariate copula model selection / C. Xiahong, F. Yanqin // The Canadian Journal of Statistics. – Vol. 33. – 2005.

318. Xu, R., Wunschll D. Survey of Clustering Algorithm / P.J. Yacob, M.J. Desforges, J.E. Cooper // Trans on Neural Networks, IEEE. – Vol. 16. – Is. 3. – May 2005. – P. 645-678.

319. Yacob P.J., Desforges M.J., Cooper J.E. Applications of probability density estimation to the detection of abnormal conditions in engineering: proc /

P.J. Yacob, M.J. Desforges, J.E. Cooper // Institute of Mechanical Engineers. – 1998 – Vol. 212. – P. 687-703.

320. Yacobsen, K. Problems and limitations of satellite image orientation for determination of height models / K. Yacobsen // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – Volume XLII–1/W1. – 2017. – ISPRS Hannover Workshop: HRIGI 17 – CMRT 17 – ISA 17 – EuroCOW 17 (6-9 June 2017, Hannover, Germany). – P. 257-264.

321. Yahne, B. Digitale Bildverarbeitung / B. Yahne. – Berlin: Springer, 2005. – 650 p.

322. Zhang, D.S. Nonlinear filtering impulse noise removal from corrupted images / D.S. Zhang, Z. Shi, H. Wang, D.J. Kouri, D.K. Hoffman // Proc. ICIP. – 2010. – Vol. 3. – P. 285-287.

323. Zhang, Y., Gu, Y., Liu, Y.A. Selective KPCA algorithm based on high-order statistics for anomaly detection in hyperspectral imagery / Y. Zhang, Y. Gu, Y.A. Liu // Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2008. – Vol. 5(1). – P. 43-47.

324. Zharrg, X.-P., Desai, M.D. Adaptive denoising based on SURE risk / X.-P. Zharrg, M.D. Desai // IEEE Signal Process. Lett. – 1998. – Volume 5. – No.10. – P. 265-26.