

**Бакри Ибрагим**

**СИНТЕЗ ЗАКОНОВ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ АСИММЕТРИЕЙ В АТМОСФЕРЕ МАРСА**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет) на кафедре динамики полёта и систем управления.

Научный руководитель:

Любимов Владислав Васильевич, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики Самарского университета.

Официальные оппоненты:

Трушляков Валерий Иванович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Авиа- и ракетостроение» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Омский государственный технический университет»;

Корянов Всеволод Владимирович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)».

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки федерального исследовательского центра «Саратовский научный центр Российской академии наук», г. Саратов.

Защита состоится 12 декабря 2023 года в 10.00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»: [https://ssau.ru/files/resources/dis\\_protection/Bakri\\_I\\_Sintez\\_zakonov\\_stabilizacii.pdf](https://ssau.ru/files/resources/dis_protection/Bakri_I_Sintez_zakonov_stabilizacii.pdf).

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 года

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
к.т.н., доцент

Крамлих Андрей Васильевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа посвящена исследованию управляемого вращательного движения космических аппаратов с малой асимметрией при спуске в атмосфере Марса. Осуществляется синтез нескольких законов оптимального управления угловой скоростью и пространственным углом атаки, обеспечивающих стабилизацию космических аппаратов относительно вектора скорости при спуске в атмосфере Марса.

**Актуальность темы исследования.** Задача спуска космического аппарата (КА) в разреженной атмосфере Марса является одной из наиболее технически сложных и аварийно-опасных задач современной космонавтики. Известно, что плотность атмосферы Марса существенно меньше плотности атмосферы Земли на аналогичных высотах. При этом физические характеристики атмосферы Марса изменяются в течение времени года в зависимости от расположения планеты относительно Солнца. Кроме того, на состояние атмосферы Марса существенное влияние оказывают различные возмущающие погодные факторы.

В диссертационной работе рассматривается разработка оптимальных непрерывных законов управления угловой скоростью и пространственным углом атаки КА с различными сочетаниями асимметрий на участке спуска в атмосфере Марса, начиная с высоты 100 км до высоты раскрытия парашюта, равной 10 км. При этом применяются известные математические модели, описывающие возмущенное движение КА как твердого тела с малыми асимметриями относительно центра масс в атмосфере Марса.

Основополагающие результаты в теории оптимального управления динамических систем получены в работах Понтрягина Л.С., Беллмана Р., Болтянского В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Гурмана В.И., Моисеева Н.Н., Черноусько Ф.Л., Кротова В.Ф., Летова А.М., Калмана Р.Е., Красовского Н.Н., Заболотнова Ю.М., Робертс Ф.С., Росс И.М., Бейтс Д.Т., и в работах других ученых. Следует отметить, что применение метода усреднения в сочетании с известными методами оптимального управления, такими как метод динамического программирования или принцип максимума, позволяет существенно упростить решение задачи синтеза управления.

В работах Любимова В.В. и Куркиной Е.В. ранее были получены непрерывные законы оптимальной стабилизации асимметричного КА, совершающего управляемый спуск в атмосфере Марса. Однако, управление по угловой скорости и пространственному углу атаки в данных законах рассматривалось как решение несвязанных между собой задач.

Известно, что присутствие малых асимметрий на борту неуправляемого КА может привести к реализации длительного резонанса. В результате может произойти значительное увеличение пространственного угла атаки или угловой скорости спускаемого КА, что может быть причиной аварийной ситуации при вводе в действие тормозной парашютной системы.

Резонансы при неуправляемом спуске КА в атмосфере Земли были подробно рассмотрены в научных трудах Ярошевского В.А., Шилова А.А., Гомана М.Г., Корьянова В.В., Казаковцева В.П., Асланова В.С., Заболотнова Ю.М., Белоконова И.В., Тимбая И.А., Бариновой Е.В., Дмитриевского А.А. и Лысенко Л.Н., Платуса Д., Найфэ А., и других специалистов. В частности, в работе Белоконова В.М., Белоконова И.В. и Заболотнова Ю.М. была получена нелинейная низкочастотная система уравнений движения космического аппарата с малой асимметрией в атмосфере, которая описывает движение космического аппарата с учетом возмущения от главного резонанса. В более поздних работах Заболотновым Ю.М. произведено теоретическое обоснование низкочастотной системы уравнений движения космического аппарата методом интегральных многообразий. Данная система уравнений применяется в рассматриваемой работе при моделировании управляемого движения КА относительно центра масс в атмосфере Марса.

Задача проектирования КА, совершающего спуск в марсианской атмосфере, начинается с этапа определения его формы, в качестве которой часто выбирается сегментально-коническая форма. В частности, в работах Асланова В.С., Ледкова А.С., Телицына В.А., Журавлева Е.И., обсуждается выбор формы и параметров КА, спроектированных для спуска в марсианской атмосфере. После выбора внешней формы неуправляемого КА, выбираются соответствующие

проектные параметры. Отметим, что алгоритмы определения допустимых величин малой асимметрии рассматривались в работах Любимова В.В., Куркиной Е.В. и Лашина В.С. В частности, в работе Куркиной Е.В. была разработана методика оценки допустимых значений параметров малой массово-инерционной и малой аэродинамической асимметрий неуправляемого КА при спуске в атмосфере Марса.

В представленной диссертации рассматривается новая методика и новый алгоритм оценки допустимых значений параметров асимметрий КА, обеспечивающие нерезонансное движение при неуправляемом спуске КА в атмосфере Марса. Применяемое в данной методике основное ограничение является более слабым, по сравнению с известными ограничениями, что позволяет несколько расширить интервалы допустимых значений асимметрии. Данная методика может применяться, например, при моделировании движения КА при отказе штатной системы обеспечения заданной ориентации, использующей двигателя малой тяги.

Известно, что следующие марсианские КА «Марс-1» (1962), «Фобос-1 (1988)», «Mars Observer (1992)», «Mars Polar Lander (1999)», «Deep Space-2 (1999)», «Beagle-2 (2003)», «Schiaparelli (2016)» были потеряны или разбились о поверхность Марса или о поверхности естественных спутников Марса по причине сбоя в навигационной системе или неправильной ориентации.

Таким образом, обеспечение заданной ориентации асимметричного КА при спуске в атмосфере Марса представляет собой **актуальную** задачу современной космонавтики. Выбор законов оптимального управления возмущённым движением КА относительно центра масс является определяющим для поддержания заданной ориентации КА.

В отличие от известных работ, в данной диссертации разработаны законы одновременного оптимального управления угловой скоростью и пространственным углом атаки, позволяющие стабилизировать КА с малой асимметрией относительно вектора скорости в атмосфере Марса, а также в диссертации описана новая методика построения области допустимых значений асимметрии, позволяющая исключить влияние главного резонанса при неуправляемом движении КА в марсианской атмосфере.

**Объект исследования:** космический аппарат с малой асимметрией, осуществляющий спуск в атмосфере Марса.

**Предмет исследования:** законы оптимальной стабилизации по угловой скорости и пространственному углу атаки КА с малой асимметрией в атмосфере Марса.

**Цель исследования:** разработка оптимальных законов управления угловым движением спускаемых аппаратов с малой асимметрией в атмосфере Марса, стабилизирующих их относительно вектора скорости с целью обеспечения заданных условий движения в момент ввода парашютной системы.

**Методы решения.** В процессе выполнения работы были использованы: классический метод оптимального управления (метод динамического программирования), метод асимптотического анализа (метод усреднения), методы теоретической механики, высшей и вычислительной математики.

### **Научная новизна результатов**

1. Получены непрерывные оптимальные законы управления по угловой скорости и пространственному углу атаки, обеспечивающие стабилизацию КА относительно вектора скорости в атмосфере Марса, учитывающие возмущающее влияние малой аэродинамической и малой массово-инерционной асимметрий на движение КА относительно центра масс.

2. Разработаны дискретные аналоги полученных непрерывных оптимальных законов управления, обеспечивающие стабилизацию КА относительно вектора скорости в атмосфере Марса, позволяющие учесть влияние дискретного характера работы двигателей системы управления.

3. Предложена методика и алгоритм построения области допустимых значений асимметрий спускаемого КА (более широкой по сравнению с известными результатами), позволяющая исключить влияние главного резонанса при его неуправляемом движении в атмосфере Марса.

### **Практическая значимость**

Полученные в диссертационной работе оптимальные законы управления могут быть использованы при проектировании системы управления ориентацией КА в атмосфере Марса. Разработанная методика оценки допустимых значений асимметрий позволяет избежать влияния главного резонанса при неуправляемом спуске КА в марсианской атмосфере

### **Результаты, выносимые на защиту**

1. Непрерывные оптимальные законы управления по угловой скорости и пространственному углу атаки, обеспечивающие стабилизацию спускаемых КА относительно вектора скорости в атмосфере Марса, учитывающие возмущающее влияние малой асимметрии на движение КА относительно центра масс.

2. Дискретные аналоги непрерывных оптимальных законов управления, обеспечивающих заданную ориентацию КА в атмосфере Марса, позволяющие учесть влияние дискретного характера работы двигателей на процесс стабилизации КА.

3. Методика и алгоритм оценки расширенной области допустимых значений параметров асимметрий, позволяющие исключить влияние главного резонанса на вращательное движение неуправляемых КА в атмосфере Марса.

4. Результаты численного моделирования управляемого и неуправляемого движения КА с малой асимметрией в атмосфере Марса, подтверждающие положения, выносимые на защиту.

**Достоверность результатов** базируется на использовании классического метода теории оптимального управления (метода динамического программирования), обеспечивается корректным применением асимптотического метода анализа возмущённых динамических систем (метода усреднения), а также подтверждается результатами численного моделирования. Основные результаты работы не противоречат известным результатам и являются обобщением некоторых из них.

### **Апробация результатов**

Результаты исследования, полученные в диссертационной работе, докладывались на различных всероссийских и международных научных конференциях: Международной научно-технической конференции «Перспективные информационные технологии» (Самара, 2021 г.); International Conference on Aerospace System Science and Engineering ICASSE (Москва, 2021 г.); V Международной научно-технической конференции «Проблемы машиноведения» (Омск, 2022 г.); XXIV Всероссийском семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 2021 г.); IX Международной конференции и молодёжной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (Самара, 2022 г.); XXV Всероссийском семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 2022г.). XXX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам (Санкт-Петербург, 2023 г.).

### **Основные публикации**

Материалы диссертации опубликованы в следующих 10 печатных работах: 4 статьи опубликованы в журналах, входящих в список, рекомендованный ВАК РФ [1-4], 2 статьи опубликованы в изданиях, индексируемых в Scopus [5-6], 4 научные работы опубликованы в материалах конференций [7-10].

### **Личный вклад автора**

Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором либо лично, либо при его определяющем личном участии. Автор диссертации проведены все численные эксперименты, подтверждающие основные результаты работы.

### **Соответствие паспорту специальности**

Тема и содержание диссертации соответствует п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным аппаратом на различных режимах полёта», п. 8 «Синтез терминального управления движением ЛА», п. 10 «Исследование и разработка методов синтеза законов управления движением ЛА в условиях разнообразных неопределённостей...» паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов, отрасль наук – технические науки.

## Структура и объем диссертации

Диссертационная работа включает: основные условные обозначения, введение, три главы, заключение, список литературы из 119 наименований. Общий объем диссертации составляет 115 страниц машинописного текста.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, связанной с синтезом оптимального управления вращением асимметричных КА относительно вектора скорости в атмосфере Марса, обсуждается новизна, рассмотренных в диссертации научных результатов, формулируется цель диссертации, приводятся основные результаты, выносимые на защиту, обосновывается практическая значимость и достоверность результатов диссертации, приводится схема выполненных исследований (рисунок 1).

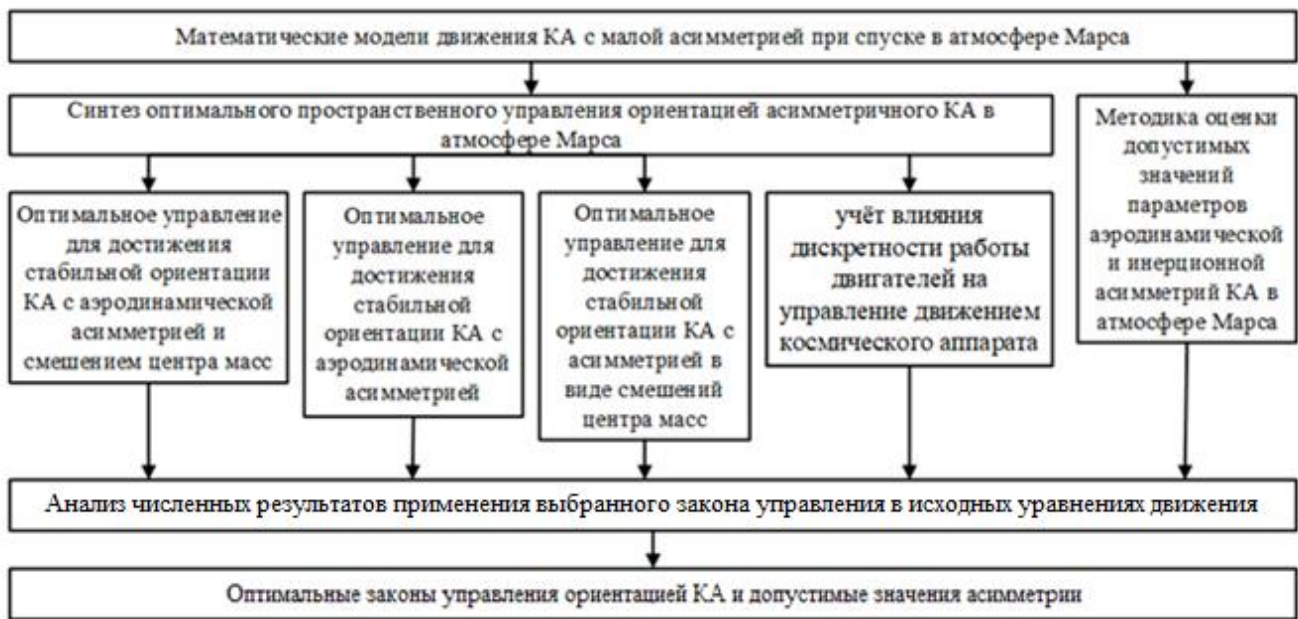


Рисунок 1 – Схема выполненных исследований

В первой главе описываются математические модели движения спускаемых КА с малыми асимметриями в атмосфере Марса. При этом приводятся используемые в диссертации системы координат и матрицы перехода между ними, а также силы и моменты, действующие на КА в атмосфере. Рассматривается исходная нелинейная система дифференциальных уравнений движения КА с асимметрией при спуске в атмосфере Марса. Указываются допущения, позволяющие упростить нелинейную исходную систему уравнений движения КА и исследовать поведение её решений. Приводятся упрощённые известные уравнения движения: нелинейная низкочастотная система уравнений движения асимметричного КА относительно центра масс в атмосфере и квазилинейная система уравнений движения КА с малой асимметрией при малых углах атаки.

Исходные дифференциальные уравнения, описывающие управляемый спуск КА в атмосфере, в векторной форме имеют вид:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{R}_A/m + \vec{g}, \quad \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \vec{M} + \vec{M}_u, \quad (1)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости центра масс КА,  $\vec{g}$  – вектор гравитационного ускорения,  $\vec{K} = \|I\| \vec{\omega}$  – вектор кинетического момента КА,  $\vec{\omega}$  – вектор угловой скорости КА,  $\vec{R}_A$  – вектор равнодействующей аэродинамических сил,  $\vec{M} = \Delta\vec{r}_n \times \vec{R}_A$  – вектор момента аэродинамических сил относительно центра масс КА,  $\Delta\vec{r}_n$  – радиус-вектор, определяющий положение точки приложения силы  $\vec{R}_A$  относительно центра масс КА,  $\|I\|$  – тензор инерции КА,  $\vec{M}_u$  – управляющий момент системы стабилизации.

Приближенная квазилинейная система уравнений неуправляемого движения КА с малыми асимметриями относительно центра масс с учётом только линейных членов по углу атаки<sup>1</sup> имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= -\varepsilon \frac{\omega}{2\omega_a^2} \alpha \frac{d\omega}{dt} - \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1), \quad \bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} = -\varepsilon \alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2), \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_x - \omega_{1,2} + \varepsilon m^A \sin(\theta + \theta_1) / 2\alpha \omega_a, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\varepsilon$  – малый параметр, характеризующий величину параметров асимметрии  $\bar{m}_A, \bar{m}_x^A$  и медленность изменения частоты  $\omega$ ;  $\omega_x$  – угловая скорость КА относительно продольной оси  $OX$ ,  $OXYZ$  – связанная система координат;  $\alpha$  – пространственный угол атаки;  $\theta$  – быстрая фаза,  $\theta = \varphi - \pi/2$ ;  $\varphi$  – аэродинамический угол крена;  $\bar{m}_A, \bar{m}_x^A, \theta_1, \theta_2$  – безразмерные параметры, характеризующие величины и взаимное расположение массово-инерционной и аэродинамической асимметрий;

$$m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}, \quad m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}, \quad m_1^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{y0}^f + \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x0} \bar{\Delta z} - \omega_x^2 \bar{I}_{xz},$$

$$m_2^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{z0}^f - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x0} \bar{\Delta y} + \omega_x^2 \bar{I}_{xy}, \quad \sin \theta_1 = m_1^A / m^A, \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A,$$

$$m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \bar{\Delta y} - \omega_1^2 \bar{I}_{xy}, \quad m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \bar{\Delta z} - \omega_1^2 \bar{I}_{xz}, \quad \sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A, \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A,$$

$\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$ ,  $I_y = I_z = I$ ,  $\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I$ ,  $\bar{I}_{xz} = I_{xz} / I$ ,  $\omega_{1,2} = \bar{I}_x \omega_x / 2 \pm \omega_a$ ,  $\bar{m}_A = m_A / \omega^2$ ,  $\bar{m}_x^A = m_x^A / \omega^2$ ,  $m_{y0}^f, m_{z0}^f$  – малые безразмерные коэффициенты, определяющие аэродинамическую асимметрию КА;  $C_{x0}, C_{y1}, m_{z1}$  – аэродинамические характеристики КА;  $I_x, I_y, I_z$  – осевые моменты инерции КА,  $I_y = I_z = I$ ;  $\bar{I}_x = I_x / I$ ;  $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}$  – центробежные моменты инерции КА,  $\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I$ ,  $\bar{I}_{xz} = I_{xz} / I$ ,  $\bar{I}_{yz} = I_{yz} / I$ ,  $I = (I_y + I_z) / 2$ ,  $\omega$  – частота плоских колебаний КА при  $\omega_x = 0$ ,  $\omega = \sqrt{-m_{z1} q S L / I}$ ;  $\omega_{1,2}$  – частоты «прямой» и «обратной» прецессии,  $\omega_{1,2} = \bar{I}_x \omega_x / 2 \pm \omega_a$ ,  $q$  – скоростной напор;  $\omega_x - \omega_{1,2}$  – резонансные расстройки частот,  $S$  – площадь миделевого сечения;  $L$  – длина КА;  $\bar{\Delta y}, \bar{\Delta z}$  – малые безразмерные смещения центра масс КА,  $\bar{\Delta y} = \Delta y / L$ ,  $\bar{\Delta z} = \Delta z / L$ . В уравнениях (2) верхний знак « $\pm$ » выбирается при  $\omega_x > 0$ , а нижний при  $\omega_x < 0$ .

Аэродинамический момент, действующий на КА в плоскости угла атаки (без учёта асимметрий), представляется известной формулой, содержащей две синусоидальные гармоники, зависящие от пространственного угла атаки<sup>2</sup>:  $M_{zn} = -q S L \delta (k_1 \sin(\alpha) + k_2 \sin(2\alpha))$ . На рисунке 2 показана схема спуска КА в атмосфере Марса. В левой части представлена управляемая часть спуска КА, рассматриваемая в данной работе. Предполагается, что космический аппарат спускается с высоты 100 км, имея начальную скорость 5,5 км/с и начальное значение угла входа – 14 градусов. Конечная рассматриваемая высота КА принимается равной 10 км (высота раскрытия парашютной системы). При этом конечная скорость равна 400 м/с. Она достигается через 245 секунд полёта. Следует отметить, что в работе не учитывается влияние атмосферных возмущений от влияния погоды вблизи поверхности Марса на движение космического аппарата. При этом основное внимание в работе уделено стабилизации космического аппарата относительно набегающего потока. Выбранная траектория движения КА считается номинальной. При спуске в атмосфере подробно не исследуется тепловой нагрев. Управление траекторией спуска не производится, а рассматривается исключительно управление движением относительно центра масс.

<sup>1</sup>Заболотнов, Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией III // Космические исследования. - 1994. - Т.32, Вып.4-5. - С.112-25.

<sup>2</sup>Асланов, В.С. Особенности вращательного движения космического аппарата при спуске в атмосфере Марса / В.С. Асланов, А.С. Ледков // Космические исследования. Т. 45. N. 4 - 2007. – С. 351 - 357.



Рисунка 2 – Схема спуска КА в атмосфере Марса

**Во второй главе** решается задача синтеза оптимального управления угловой скоростью и пространственным углом атаки спускаемого КА с малой асимметрией, реализуемая посредством применения реактивных двигателей системы стабилизации. Для построения оптимального управления применяются: метод динамического программирования Беллмана и метод усреднения. Получены несколько непрерывных законов одновременного управления угловой скоростью и пространственным углом атаки, обеспечивающих стабилизацию продольной оси КА относительно вектора скорости с различными сочетаниями малой массово-инерционной и малой аэродинамической асимметрий. Проведено сравнение полученных законов. Получены дискретные аналоги непрерывных оптимальных законов управления, обеспечивающие заданную ориентацию КА в атмосфере Марса, позволяющие учесть влияние дискретности в работе двигателей на процесс стабилизации.

В начале второй главы решается задача синтеза непрерывных оптимальных законов управления для спускаемого КА с малой аэродинамической асимметрией и малыми смещениями центра масс, обеспечивающие стабилизацию угловой скорости и пространственного угла атаки, начиная с момента входа в атмосферу и до раскрытия парашютной системы.

Линеаризованная система по угловой скорости для системы уравнений движения КА относительно центра масс с малой аэродинамической асимметрией и малыми смещениями центра масс в безразмерных переменных  $\bar{\omega}_x, \bar{\alpha}, \bar{\theta}$  имеет вид:

$$\frac{d\bar{\omega}_x}{d\tau} = -\varepsilon \frac{\bar{m}_x^A k_1 \omega^2}{\bar{I}_x} \sin(\bar{\theta} + \bar{\theta}_2) + \varepsilon \bar{u}_\omega, \quad \frac{d\bar{\alpha}}{d\tau} = -\varepsilon \frac{\bar{m}_A \omega k_2}{2} \cos(\bar{\theta} + \bar{\theta}_1) + \varepsilon \bar{u}_\alpha, \quad \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = (1 - \bar{I}_x) k_3 \bar{\omega}_x. \quad (3)$$

Здесь  $\bar{u}_\omega = k_1 u_\omega$ ,  $\bar{u}_\alpha = k_2 u_\alpha$  – безразмерные функции управления угловой скоростью  $\bar{\omega}_x$  и пространственным углом атаки  $\bar{\alpha}$  соответственно,  $k_1 = t_0 \omega_{x0}^{-1}$ ,  $k_2 = t_0$ ,  $k_3 = t_0 \omega_{x0}$  – постоянные коэффициенты, выраженные через начальные значения соответствующих переменных,  $\bar{\omega}_x = \omega_x / \omega_{x0}$ ,  $\tau = t / t_0$ . Следует отметить, что функции управления в связанной системе координат записываются в виде:  $\bar{u}_x = \bar{u}_\omega$ ,  $\bar{u}_y = \bar{u}_\alpha \sin \varphi$ ,  $\bar{u}_z = \bar{u}_\alpha \cos \varphi$  и используются при моделировании с помощью исходных уравнений движения (1).

Рассматриваемая задача синтеза управления состоит в том, чтобы найти приближенные оптимальные законы, обеспечивающие стабилизацию угловой скорости и пространственного угла атаки. При этом требуется определить непрерывные управления  $\bar{u}_\alpha \in \bar{U}_\alpha$ ,  $\bar{u}_\omega \in \bar{U}_\omega$ , которые переводят начальный угол атаки  $\bar{\alpha}_0 = \bar{\alpha}(t_0)$  и начальную угловую скорость  $\bar{\omega}_{x0} = \bar{\omega}_x(t_0)$  к заданным малым значениям  $\bar{\alpha}_T = \bar{\alpha}(T) \approx 0$  и  $\bar{\omega}_{xT} = \bar{\omega}_x(T) \approx 0$  в течение интервала времени  $T$ . С этой целью вводится квадратичный критерий оптимальности:



$$I = \varepsilon \int_0^T (a_\omega \bar{\omega}_x^2 + a_\alpha \bar{\alpha}^2 + b_\omega \bar{u}_\omega^2 + b_\alpha \bar{u}_\alpha^2) dt. \quad (4)$$

Здесь  $a_\omega, a_\alpha, b_\omega, b_\alpha$  – положительные коэффициенты. При решении задачи одновременной стабилизации угловой скорости  $\bar{\omega}_x > 0$  и пространственного угла атаки  $\bar{\alpha}$  применяется принцип Беллмана, который для системы (3) и критерия (4) приводит к выполнению условия:

$$\min_{u_\omega, u_\alpha} \left( a_\omega \bar{\omega}_x^2 + a_\alpha \bar{\alpha}^2 + b_\omega \bar{u}_\omega^2 + b_\alpha \bar{u}_\alpha^2 + \frac{\partial v}{\partial \bar{\omega}_x} \frac{d\bar{\omega}_x}{d\tau} + \frac{\partial v}{\partial \bar{\alpha}} \frac{d\bar{\alpha}}{d\tau} + \frac{\partial v}{\partial \bar{\theta}} \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} \right) = 0. \quad (5)$$

Здесь  $v(\bar{\omega}_x, \bar{\alpha}, \bar{\theta})$  – функция Беллмана.

На основе соотношения (5) определяются выражения для оптимальных управлений:

$$\bar{u}_\omega = -\sqrt{a_\omega b_\omega^{-1}} \bar{\omega}_x, \quad \bar{u}_\alpha = -\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}} \bar{\alpha}. \quad (6)$$

Выполнение критерия Сильвестра в стационарных точках (6) обеспечивается при выполнении условий

$$2b_\omega > 0, \quad 4b_\omega b_\alpha > 0. \quad (7)$$

При этом в стационарных точках (6) достигается минимум соотношения (5). После подстановки управлений (6) в линеаризованные уравнения (3) имеем:

$$\frac{d\bar{\alpha}}{d\tau} = -\varepsilon \frac{\bar{m}_A}{2} k_2 \omega \cos(\bar{\theta} + \bar{\theta}_1) - \varepsilon \sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}} \bar{\alpha}, \quad \frac{d\bar{\omega}_x}{d\tau} = -\varepsilon \bar{m}_x^\Lambda k_1 \omega^2 \bar{I}_x^{-1} \sin(\bar{\theta} + \bar{\theta}_2) - \varepsilon \sqrt{a_\omega b_\omega^{-1}} \bar{\omega}_x. \quad (8)$$

На основе уравнений (8) проведено численное моделирование движения спускаемых КА с малой аэродинамической асимметрией и малыми смещениями центра масс на примере спускаемых КА марсианских миссий Insight, Mars Polar Lander, Марс-3 (рисунок 3). Результаты численного моделирования движения рассмотренных КА показывают, что применение полученных законов управления (6) обеспечивают стабилизацию пространственного угла атаки и угловой скорости, что в конечном итоге приводит к обеспечению заданной ориентации КА.

На рисунке 3 показано влияние величины отношения весовых коэффициентов критерия оптимальности на пространственный угол атаки и угловую скорость. Следует отметить, что

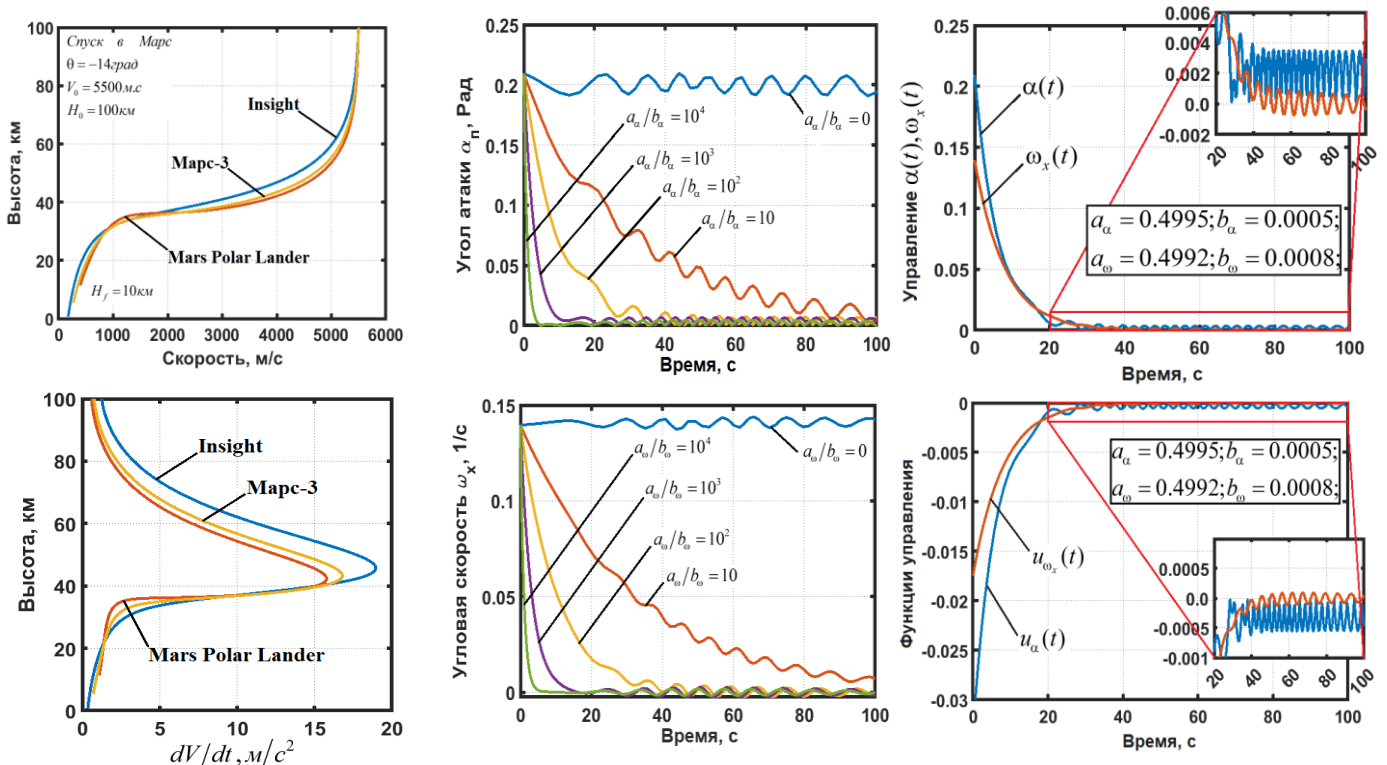


Рисунок 3 – Результаты численного моделирования управляемого движения спускаемых КА с малой аэродинамической асимметрией и малыми смещениями центра масс

значения угловой скорости и пространственного угла атаки уменьшаются быстрее при увеличении значения отношений  $a_\alpha/b_\alpha$  и  $a_\omega/b_\omega$ . Найдены безразмерные значения коэффициентов критерия оптимальности, обеспечивающие уменьшение  $\alpha_{\text{П}}$  и  $\omega_x$  за одинаковое время 40 с. после начала спуска до значений  $[0,0001; 0,004]$  рад для угла атаки  $\alpha_{\text{П}}$  и до  $[-0,002; 0,002]$  1/с для угловой скорости  $\omega_x$ .

Далее во второй главе рассматривается получение непрерывных оптимальных законов стабилизации спускаемого КА с малой аэродинамической асимметрией и малым аэродинамическим демпфированием по угловой скорости.

Линеаризованная по угловой скорости  $\omega_x$  система уравнений движения КА относительно центра масс имеет вид:

$$\frac{d\bar{\omega}_x}{d\tau} = \varepsilon \frac{m_x^\omega k_1 q s^2 L}{\bar{I}_x V} \bar{\omega}_x + \varepsilon \bar{u}_\omega, \quad \frac{d\bar{\alpha}}{d\tau} = -\varepsilon \frac{k_2 \bar{m}_A}{\bar{I}_x} \cos(\bar{\theta} + \bar{\theta}_3) \bar{\omega}_x + \varepsilon \bar{u}_\alpha, \quad \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = (1 - \bar{I}_x) k_3 \bar{\omega}_x. \quad (9)$$

Здесь  $\bar{m}_A = m_A \omega^{-2}$  – функция медленных переменных  $\bar{\omega}_x$  и  $\bar{\alpha}$ , характеризующая малые значения аэродинамической асимметрии;  $m_A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$ ,  $m_1^A = -\omega^2 m_{y0}^f / m_{z1}$ ,  $m_2^A = -\omega^2 m_{z0}^f / m_{z1}$ ;  $\theta_3$  – угол, который определяет положение аэродинамической асимметрии в связанной системы координат;  $m_x^\omega$  – параметр, характеризующий аэродинамический демпфирующий момент.

Из решения аналогичной задачи оптимизации определяются выражения для оптимальных управлений, записываемых в следующем виде:

$$\bar{u}_\omega = -\left(f_\omega + \sqrt{f_\omega^2 - a_\omega b_\omega^{-1}}\right) \bar{\omega}_x, \quad \bar{u}_\alpha = -\sqrt{a_\alpha / b_\alpha} \bar{\alpha}. \quad (10)$$

Здесь  $f_\omega$  – коэффициент аэродинамического демпфирования,  $f_\omega = m_x^\omega k_1 q s^2 L / (\bar{I}_x V)$ .

На основе уравнений (9) и управлений (10) проведено численное моделирование движения спускаемых КА с аэродинамической асимметрией и с аэродинамическим демпфированием по угловой скорости на примере спускаемых КА марсианских миссий Insight, Mars Polar Lander, Марс-3. Результаты численного моделирования движения рассмотренных асимметричных КА (рисунок 4) показывают, что применение полученных непрерывных законов

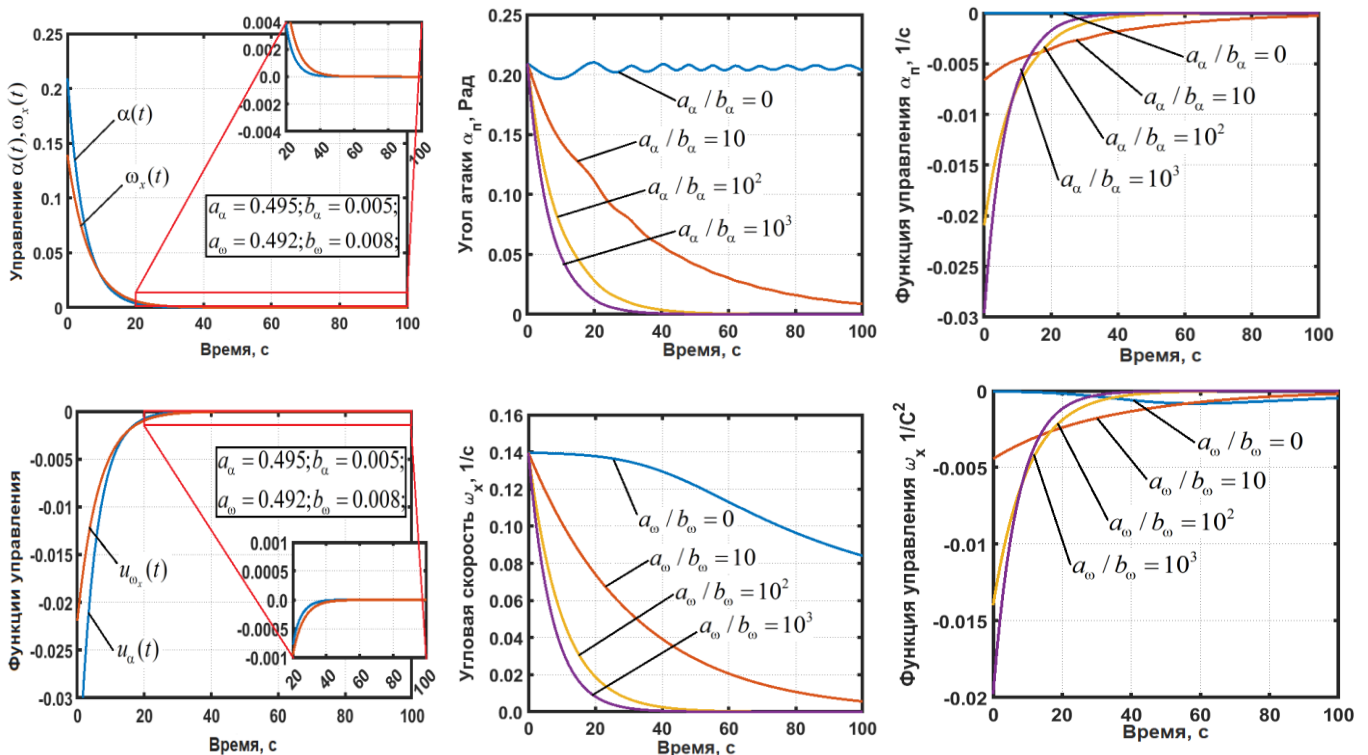


Рисунок 4 - Результаты численного моделирования управляемого движения спускаемых КА с малой аэродинамической асимметрией и с аэродинамическим демпфированием

управления (10) также обеспечивает одновременную стабилизацию пространственного угла атаки и угловой скорости, что в конечном итоге приводит к обеспечению стабилизации КА относительно вектора скорости.

Во второй главе также рассматривается частный случай: получение непрерывных оптимальных законов стабилизации КА с малыми смещениями центра масс.

В конечном итоге, получены три закона непрерывного управления, записываемые в виде:  $\bar{u}_\omega = K_\omega \bar{\omega}_x$  и  $\bar{u}_\alpha = K_\alpha \bar{\alpha}$ . Для сравнения синтезированных законов строится таблица 1, содержащая выражения коэффициенты функций управления  $K_\alpha$  и  $K_\omega$ .

Таблица 1 – Сравнение выражений для коэффициентов полученных законов управления

	Первый закон (при малой аэродинамической асимметрии и при малых смещениях центра масс)	Второй закон (при малой аэродинамической асимметрии и с аэродинамическим демпфированием)	Третий закон (при малых смещениях центра масс)
$K_\alpha$	$\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}}$	$\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}}$	$\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}}$
$K_\omega$	$\sqrt{a_\omega b_\omega^{-1}}$	$f_\omega + \sqrt{f_\omega^2 - a_\omega b_\omega^{-1}}$	$\sqrt{a_\omega b_\omega^{-1}}$

Таким образом, коэффициент  $K_\omega$  только во втором законе непосредственно зависит от характеристик КА, а коэффициент  $K_\alpha$  описывается одной формулой во всех трёх законах управления. Выражения для коэффициента  $K_\omega$  одинаковы в первом и третьем законах. В результате сравнения выяснено, что коэффициент  $K_\omega$  второго закона больше по величине, чем аналогичные коэффициенты в первом и третьем законах.

Далее выполняется проверка полученных законов управления, осуществляемая на основе использования исходной нелинейной системы уравнений движения КА (1). Здесь приводятся результаты проверки на примере закона управления (10). Известно, что в исходной системе уравнение для определения пространного угла атаки является дифференциальным уравнением второго порядка. Упрощённые дифференциальные уравнения для этого угла, применяемые в данной работе при получении приближенных законов управления, имеют первый порядок. Следовательно, полученный на основе упрощённых уравнений П-регулятор вида (10) в исходной системе (без учёта применяемых упрощающих предположений) не обеспечит стабилизацию по данному углу атаки. В этом случае следует использовать ПД-регулятор:

$$\bar{u}_\omega = -\left(f_\omega + \sqrt{f_\omega^2 - a_\omega b_\omega^{-1}}\right)\bar{\omega}_x, \bar{u}_\alpha = -\sqrt{a_\alpha/b_\alpha} \bar{\alpha} - K_{2\alpha} d\bar{\alpha}/d\tau. \quad (11)$$

Здесь  $K_{2\alpha}$  - коэффициент дифференциального регулятора по пространственному углу атаки.

Достоверность полученных в диссертации непрерывных оптимальных законов управления подтверждается численным моделированием при использовании исходных нелинейных уравнений движения КА (1) с рассмотренными видами малой асимметрии. На рисунке 5 показано применение ПД-регулятор вида (11) в исходной нелинейной системе уравнений движения КА при учёте упрощающих предположений, а также при малой аэродинамической асимметрии и при малом аэродинамическом демпфировании по величине  $\bar{\omega}_x$ .

Кроме того, во второй главе рассматривается применение дискретных аналогов законов оптимального управления угловой скоростью и пространственным углом атаки для стабилизации спускаемых КА в атмосфере Марса при разных шагах дискретизации, равных 2, 4, 8 секундам (см. рисунок 6). При этом показывается, что дискретные аналоги непрерывных законов оптимального управления позволяют учесть влияние дискретности функционирования двигателей малой тяги и обеспечивают ориентацию КА по вектору скорости.

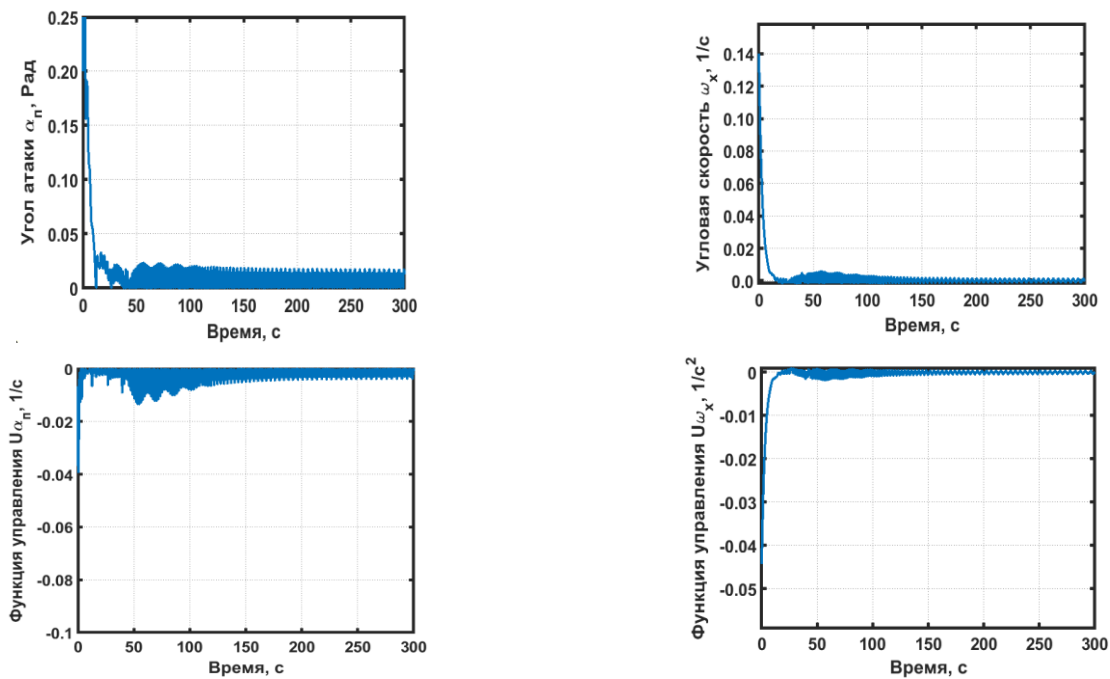


Рисунок 5 – Применение закона управления (11) в исходной нелинейной системе уравнений движения КА с аэродинамической асимметрией и аэродинамическим демпфированием

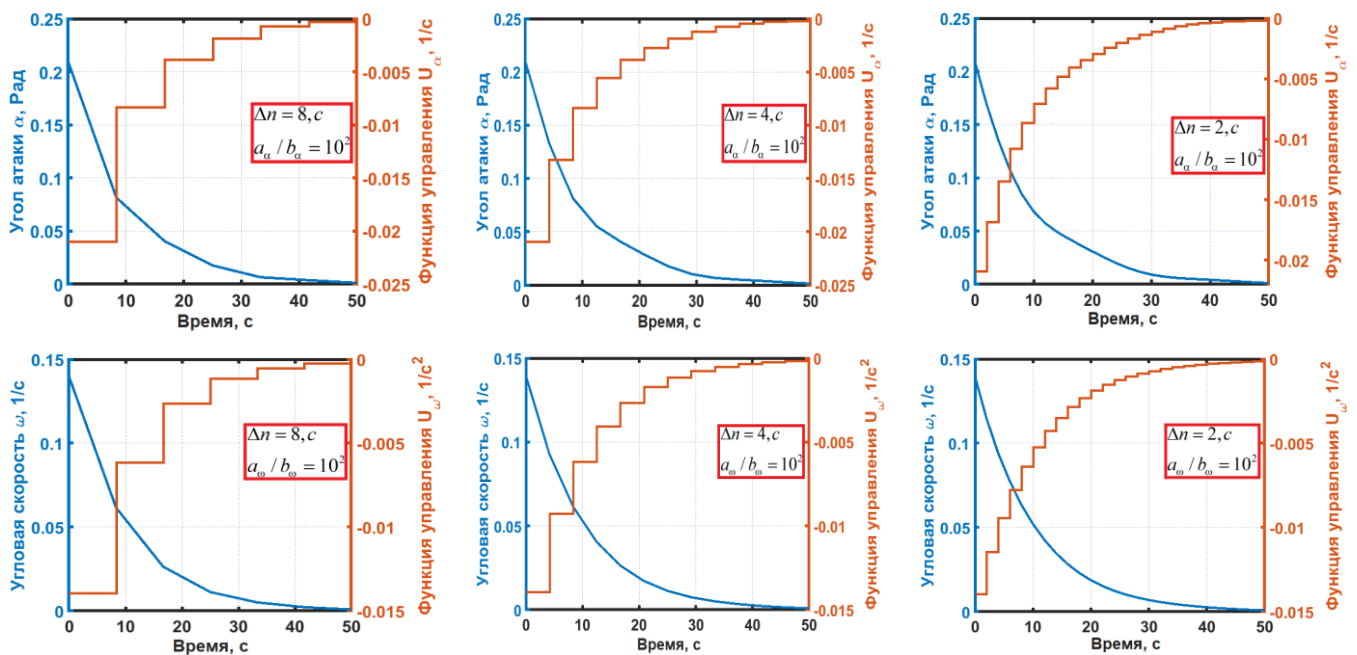


Рисунок 6 – Влияние дискретных аналогов управлений на угловую скорость и пространственный угол атаки

Из рисунка 6 следует, что увеличение шага дискретизации приводит к уменьшению точности процесса управления

Значения управления в связанной системе координат при различных величинах сил тяги реактивных двигатели и при использовании найденных законов управления на примере КА Mars Polar Lander представлены на рисунке 7. Функции управлений в связанной системе координат имеют следующий вид:  $u_x = -M_{ys} / 2\omega I$ ,  $u_y = M_{xs} \sin \varphi / I_x$ ,  $u_z = M_{xs} \cos \varphi / I_x$ . Предполагается, что векторы тяг двигателей направлены под углом 45 градусов к соответствующей оси (см. рисунок 7).

При этом применяемое в расчётах максимальное значение силы тяги равно 1,15 Н. Следовательно, для решения рассматриваемой задачи стабилизации можно выбрать двигатель малой тяги, например, на сжатом газе (азот, гелий) или на газообразном водороде и кислороде. На рисунке 7, показаны величины силы тяги  $P_i, i = 1, 2, \dots, 8$  управляющих двигателей.

Управляющие моменты от работы этих двигателей находятся из следующих выражений:

$$u_{\omega} = M_{xs} / I_x, u_{\alpha} = -M_{ys} / 2\omega I.$$

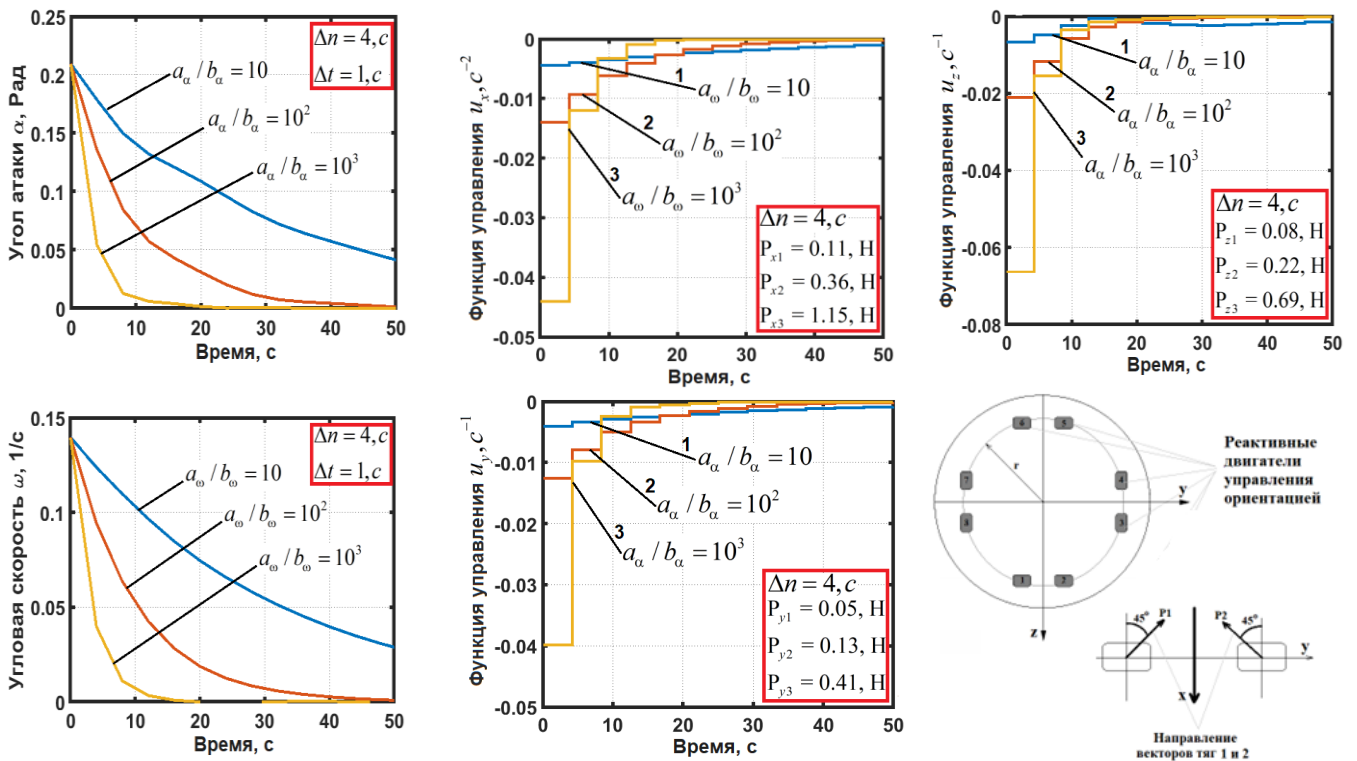


Рисунок 7 – Зависимости для функций управлений в связанной СК, а также их влияние на изменение угла атаки  $\alpha_{\Pi}$  и угловой скорости  $\omega_x$  при разных коэффициентах критерия оптимальности и при разных силах тяги двигателей

Принципиальная схема системы управления спускаемого КА показана на рисунке 8.

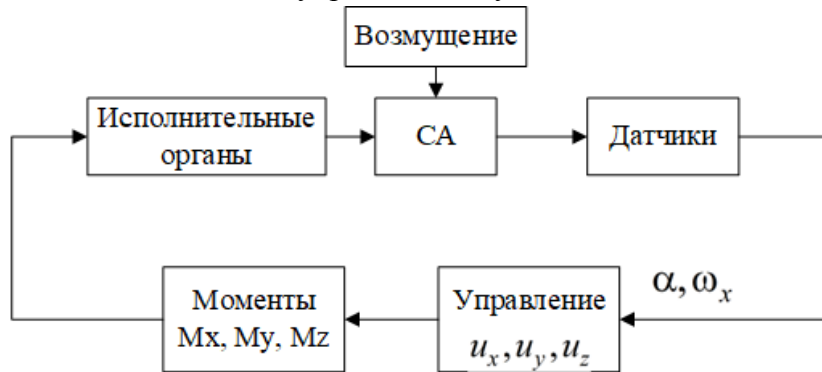


Рисунок 8 - Принципиальная схема управления спускаемого аппарата в связанной СК

Предполагается, что угловая скорость  $\omega_x$  измеряется датчиком угловой скорости, а угол атаки  $\alpha_{\Pi}$  измеряется датчиком аэродинамических углов флюгерного типа. На данной схеме под возмущением понимается влияние асимметрии на движение КА.

**В третьей главе** разработаны методика и алгоритм построения области допустимых значения параметров асимметрий, позволяющие исключить влияние главного резонанса на вращательное движение неуправляемых КА в атмосфере Марса. При этом рассматриваемая задача проектирования заключается в определении значений асимметрий, при которых угловая скорость  $\omega_x$  не достигает значений  $\omega_x^r$ , соответствующих главному резонансу на нисходящей ветви скоростного напора:

$$0 < \omega_x < \omega_x^r. \quad (12)$$

Здесь  $\omega_x^r = \omega_x / \sqrt{1 - \bar{I}_x}$ . С этой целью на обобщённый параметр асимметрии накладываем следующее ограничение:

$$|\Omega| = |\bar{m}| < |\Omega_p|, \quad (13)$$

где  $\bar{m} = m / \omega^2$ ,  $m = \sqrt{(m_1)^2 + (m_2)^2}$ ,  $m_1 = -\omega^2 m_{y0}^f / m_{z1} - \bar{I}_{xz} \omega_x^2$ ,  $m_2 = -\omega^2 m_{z0}^f / m_{z1} + \bar{I}_{xy} \omega_x^2$ ;  $\Omega_p$  – максимальное значение параметра  $\Omega$ .

Весовые соотношения между величинами асимметрий  $m_{y0}^f, m_{z0}^f, \bar{I}_{xz}, \bar{I}_{xy}$  задаются в виде:

$$U = P_1 \frac{m_{y0}^f}{-m_{z1}} = P_2 \frac{m_{z0}^f}{-m_{z1}} = P_3 \frac{\bar{I}_{xy}}{(1 - \bar{I}_x)} = P_4 \frac{\bar{I}_{xz}}{(1 - \bar{I}_x)}. \quad (14)$$

где  $P_i$  – положительные веса,  $\sum_{i=1}^4 P_i = 4$ . Условие (13) с учётом равенств (14) можно записать в компактном виде:

$$|\Omega_p| > U\sqrt{C}, \quad (15)$$

Здесь  $C = (P_1 + P_4)^2 (P_1 P_4)^{-2} + (P_2 + P_3)^2 (P_2 P_3)^{-2}$ . Учитывая уравнения (14), получаем диапазон допустимых значений асимметрий  $m_{y0}^f, m_{z0}^f, \bar{I}_{xz}, \bar{I}_{xy}$ , при которых угловая скорость  $\omega_x$  не увеличивается до резонансных значений  $\omega_x^r$ :

$$0 < m_{y0}^f < \frac{m_{z1} \Omega_p}{P_1 \sqrt{C}}, \quad 0 < m_{z0}^f < \frac{m_{z1} \Omega_p}{P_2 \sqrt{C}}, \quad 0 < \bar{I}_{xy} < \frac{(1 - \bar{I}_x) \Omega_p}{P_3 \sqrt{C}}, \quad 0 < \bar{I}_{xz} < \frac{(1 - \bar{I}_x) \Omega_p}{P_4 \sqrt{C}}. \quad (16)$$

В левой части рисунка 9 представлен алгоритм определения допустимых значений параметров асимметрий при неуправляемом спуске КА в атмосфере Марса.

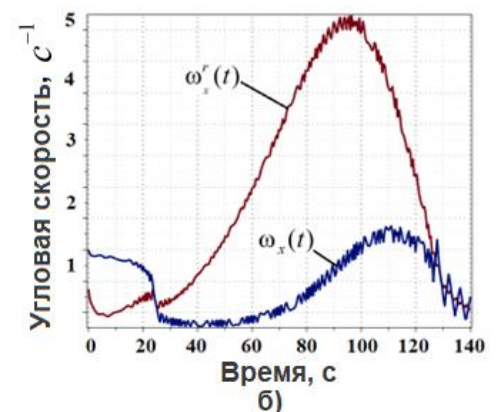
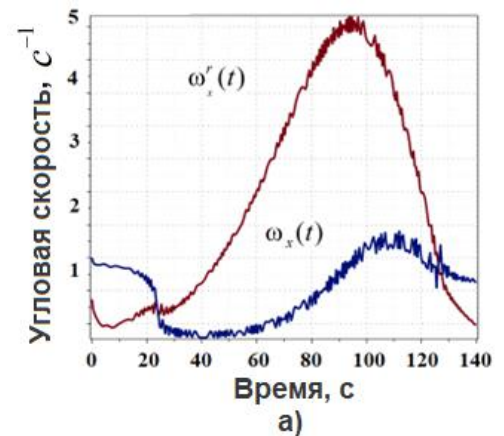
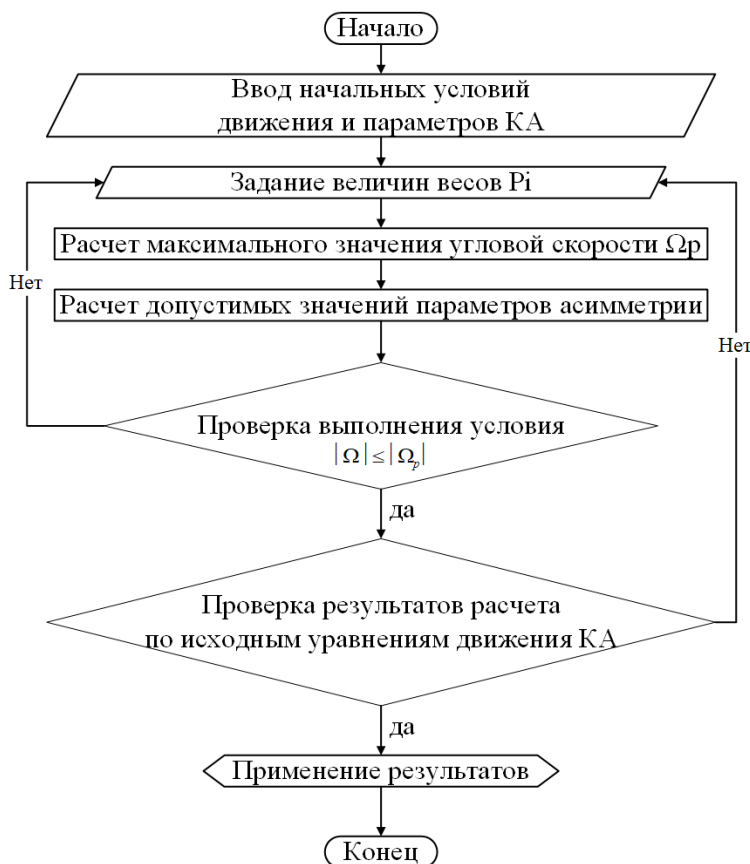


Рисунок 9 – Алгоритм определения допустимых величин асимметрии, а)  $\omega_x$  угловая скорость и  $\omega_x^r$  её резонансное значение при выборе максимально допустимых величин асимметрий, б) угловая скорость и её резонансное значение при увеличении максимально допустимых значений асимметрии на 20%

Результаты численного моделирования показывают, что применение данного алгоритма позволяет определить интервалы значений параметров аэродинамической и инерционной асимметрий, обеспечивающие нерезонансный спуск неуправляемого КА в атмосфере Марса. Применяемое в данной методике ограничение (13) является более слабым, по сравнению с ограничениями в методике Куркиной Е.В., что позволяет расширить искомый интервал значений асимметрий. Применение описанной методики позволяет расширить величины допустимых интервалов асимметрии на 25-28% по сравнению с результатами в методике Куркиной Е.В.

**В заключении** сформулированы основные результаты, полученные в ходе данной работе.

### **Основные результаты работы и выводы**

1. Синтезированы непрерывные оптимальные законы управления угловой скоростью и пространственным углом атаки, обеспечивающие стабилизацию КА относительно вектора скорости в атмосфере Марса, учитывающие возмущающее влияние малых асимметрий спускаемых КА на их движение. Если не учитывать влияние аэродинамического демпфирования, то наиболее общим из полученных законов управления является закон (6), учитывающий влияния аэродинамической асимметрии и смещения центра масс. При необходимости учёта аэродинамического демпфирования при стабилизации КА рекомендуется применять закон (10). Численное моделирование показывает, что применение полученных законов оптимального управления обеспечивает достижение требуемой стабилизации КА.
2. Получены дискретные аналоги непрерывных оптимальных законов управления, обеспечивающие требуемую стабилизацию КА в атмосфере Марса, и проведена оценка влияния дискретного характера работы двигателей на процесс стабилизации КА. При численном моделировании один из лучших (по быстродействию) результатов стабилизации КА был получен при силах тяги:  $P_x = 1.15H, P_y = 0.69H, P_z = 0.41H$ .
3. Разработаны методика и алгоритм оценки области допустимых значений параметров малых аэродинамической и инерционной асимметрий спускаемых КА. Результаты моделирования показывают, что применение этого алгоритма позволяет исключить влияние главного резонанса на неуправляемое движение КА с рассмотренными видами асимметрий в атмосфере Марса.
4. Численное моделирование управляемого движения КА производилось как по усреднённым, так и по исходным нелинейным уравнениям движения КА относительно центра масс. Сравнение полученных результатов показывает приблизительное совпадение результатов моделирования управляемого движения КА, полученных по различным уравнениям движения КА, с точки зрения решения целевой задачи обеспечения стабилизации углового движения КА относительно вектора его скорости.
5. В дальнейших исследованиях предполагается изучить вопрос о стабилизации КА с различными видами малой асимметрии, совершавшего движения на неизменной высоте в верхних слоях атмосферы Марса.

### **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

#### **В изданиях, рекомендованных ВАК:**

1. Любимов, В.В. Управляемое изменение габаритных размеров спускаемого в атмосфере Марса космического аппарата осесимметричной формы / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2021. – Т. 22. – № 7. – С. 383 – 390.
2. Любимов, В.В. Двухканальный оптимальный дискретный закон управления космического аппарата с аэродинамической и инерционной асимметрией при спуске в атмосфере Марса / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2022. – Т. 21. – № 3. – С. 36-46.
3. **Бакри, И.** Приближённо-оптимальный дискретный закон управления спуском космического аппарата с асимметрией в атмосфере Марса / **И. Бакри** // Вестник Московского авиационного института. – 2022. – Т. 29. – № 2. – С. 179-188.

4. **Бакри, И.** Методика оценки допустимых значений параметров аэродинамической и инерционной асимметрии марсианского зонда / **И. Бакри** // Космические аппараты и технологии. – 2023. – Т. 7. – № 1. – С. 17-23.

**В изданиях, индексируемых WOS, Scopus:**

5. Lyubimov, V.V. Application of the Dynamic Programming Method to Ensure of Dual-Channel Attitude Control of an Asymmetric Spacecraft in a Rarefied Atmosphere of Mars / V.V. Lyubimov, **I. Bakry** // Aerospace Systems, Springer. – 2021. – Vol. 5. – С. 213–221.
6. Lyubimov, V.V. Synthesis of Two-Channel Control to Stabilize the Rotation of a Small Asymmetric Spacecraft in the Martian Atmosphere / V.V. Lyubimov, **I. Bakry** // 30th Anniversary Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2023.

**В прочих изданиях:**

7. Любимов, В.В. Управление габаритами спускаемого в атмосфере Марса космического аппарата с корпусом в форме двуполостного гиперboloида / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Сборник трудов конференции ПИТ. – 2021. – С. 572-575.
8. Любимов, В.В. Моделирование динамики и стабилизация вращательного движения асимметричного КА изменяемой формы в разреженной атмосфере Марса / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXIV Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Издательство Самарского университета. – 2022. – С. 55-60.
9. Любимов, В.В. Оптимальный непрерывный закон управления космического аппарата с массово-аэродинамической асимметрией при спуске в разреженной атмосфере Марса / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Сборник: проблемы машиноведения. Материалы VI Международной научно-технической конференции. Омск. – 2022. – С. 183-192.
10. Любимов, В.В. Численное моделирование оптимальной стабилизации возмущенного движения КА относительно центра масс в атмосфере Марса / В.В. Любимов, **И. Бакри** // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXV Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: Самара, 15-17 июня 2022 г. – Самара: Издательство Самарского университета. – 2022. – С.3-11.