

На правах рукописи

Чэнь Шумин

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ  
РАЗВЁРТЫВАНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТРОСОВЫХ  
ГРУППИРОВОК КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением  
летательных аппаратов

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Самара – 2023

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» на кафедре программных систем.

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор **Заболотнов Юрий Михайлович**.

**Официальные оппоненты:**

**Трушляков Валерий Иванович**, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный технический университет» кафедра «Авиа- и ракетостроение», профессор кафедры;

**Притыкин Дмитрий Аркадьевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, ООО «Бюро 1440», отдел моделирования космических систем, математик.

**Ведущая организация:**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва

Защита состоится 29 июня 2023 года в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»: [https://ssau.ru/files/resources/dis\\_protection/Chen\\_Sh\\_Razrabotka\\_programm\\_upravleniya.pdf](https://ssau.ru/files/resources/dis_protection/Chen_Sh_Razrabotka_programm_upravleniya.pdf)

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета  
к.т.н., доцент

Крамлих Андрей Васильевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации рассматриваются вопросы управления движением вращающихся тросовых группировок космических аппаратов (ТГКА) при формировании конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы».

### **Актуальность работы.**

В настоящее время использование космических тросовых систем (КТС) для формирования группировок космических аппаратов (КА) представляется перспективным. Тросовые группировки КА имеют определённые преимущества по сравнению с использованием обычных орбитальных группировок, в которых КА не связаны между собой механическими связями. Наличие механических связей (в виде тросов) между КА позволяет создавать на орбите достаточно сложные и в то же время протяжённые геометрические структуры, что невозможно с помощью традиционных технологий. Такие ТГКА могут функционировать на орбите при сохранении своей рабочей геометрической конфигурации в течение длительного времени с малым расходом топлива, которое всегда ограничено. В частности, это относится к вращающимся ТГКА, в которых заданная геометрическая конфигурация поддерживается центробежными силами инерции. С применением таких систем можно выполнить множество космической миссий, таких как многоточечные измерения, мониторинг геомагнитного и гравитационного полей, ионосферы, космические распределённые звёздные интерферометры, имеющие существенно меньшую массу по сравнению с монолитными телескопами и т.д.

Выполнения многих космических экспериментов и многочисленные публикации показали необходимость дальнейших исследований по динамике и управлению движением КТС и ТГКА. Важные результаты в этом научном направлении получены Белецким В.В., Левиным Е.М., Алпатовым А.П., Ивановым В.А., Аслановым В.С., Сидоренко В.В., Заболотновым Ю.М., Ишковым С.А., Кульковым В. М., Lorenzini E.C., Misra A.K, Zhu Z.H., Williams P., Hoyt R., Huang P., Wen H. и другими. Анализ известных работ показывает, что обеспечение согласованного полёта по орбите тросовых группировок как многоэлементных систем КА, связанных лёгкими и гибкими связями, представляет собой сложную задачу, решение которой ещё далеко от завершения. Особенно это относится к методам формирования таких систем на орбите. В представленном диссертационном исследовании основное внимание уделяется разработке методов управления при развёртывании двух типов ТГКА, вращающихся в плоскости орбиты, а именно, конфигураций «треугольник» (замкнутая форма без центрального КА) и «ступица-спицы», состоящей из центрального КА и двух малых КА. Причём в отличие от известных работ задачи решаются в более полной постановке, например, для треугольной группировки, КА рассматриваются не как материальные точки, а как твёрдые тела конечных размеров, совершающие колебания относительно направления тросов, а для ТГКА «ступица-спицы» учитывается движение центрального КА относительно центра масс.

Исследование выполнено при финансовой поддержке CSC (Китайский стипендиальный совет), РФФИ (проект № 21-51-53002) и Государственного фонда естественных наук Китая (проект № 62111530051).

**Объект исследования:** вращающиеся тросовые группировки космических аппаратов на околоземной орбите.

**Предмет исследования:** динамика и методы управления движением при формировании вращающихся ТГКА конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы».

**Цель исследования:** разработка программ управления при формировании ТГКА «треугольник» и «ступица-спицы», и анализ устойчивости их движения с точки зрения сохранения заданной геометрической конфигурации.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать математические модели движения ТГКА рассматриваемых конфигураций, с различной степенью детализации описывающих их движения.
2. Разработать программы управления при формировании вращающейся ТГКА конфигурации «треугольник» с использованием управления реактивными силами малой тяги и силами натяжения тросов, и с учётом ограничений на управляющие воздействия.
3. Разработать программы управления для формирования вращающейся ТГКА «ступица-спицы» с использованием реактивных сил малой тяги и управления силами натяжения тросов.
4. Провести проверку возможности реализации предлагаемых номинальных программ управления с использованием моделей движения ТГКА, учитывающих возмущения.

#### **Методы решения.**

Для решения сформулированных задач используются классические методы механики, теории управления, вычислительной и высшей математики.

#### **Область исследования.**

Область исследования соответствует п. 5 «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА» и п. 6 «Разработка алгоритмов автономного и дистанционного управления траекторией ЛА, а также однородных и разнородных группировок ЛА» паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов.

#### **Научная новизна полученных результатов.**

Научная новизна представленных в диссертации результатов заключается в следующем:

1. Построены математические модели движения ТГКА конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы», с различной степенью детализации описывающие процесс их формирования и предназначенные для построения программ управления, и модели с учётом движения КА

относительно центра масс для проверки реализуемости предлагаемых управлений при действии возмущений.

2. Предложена и исследована номинальная программа управления силами натяжения тросов и реактивными силами (релейный закон) при развёртывании треугольной ТГКА. Получено аналитическое решение уравнений, описывающих номинальное движение системы, при отсутствии возмущений в частном случае, когда конфигурация ТГКА «правильный треугольник» и реактивные силы отсутствуют.
3. Получены аналитические оценки для величины угловой скорости вращения треугольной ТГКА, необходимой для устойчивого её вращения после формирования системы.
4. С использованием метода, основанного на движении системы по поверхности скольжения, разработаны программы управления реактивными силами и силами натяжения тросов при развёртывании вращающейся треугольной ТГКА. Показано, что включение в контур управления вспомогательной динамической системы позволяет ещё на этапе проектирования системы управления учесть заданные ограничения на управляющие воздействия.
5. Предложены и исследованы программы управления при формировании ТГКА «ступица-спицы», реализующие терминальный принцип управления по конечному состоянию системы. Нелинейный закон развёртывания ТГКА строится в соответствии с принципами робастного управления с учётом наличия ограниченных возмущений и возмущений, связанных с начальным состоянием системы.

#### **Практическая ценность работы.**

Разработаны алгоритмы управления ТГКА для формирования конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы» при их развёртывании, которые могут быть использованы при проектировании перспективных космических миссий. Разработано соответствующее математическое, программное и методическое обеспечение.

#### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Модели движения ТГКА конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы»: а) упрощённые модели движения для разработки программ управления и получение аналитических оценок; б) модели ТГКА с учётом движения КА относительно центра масс для проверки работы программ с учётом действующих возмущений.
2. Номинальная программа управления для формирования ТГКА в виде правильного треугольника и аналитическое решение, описывающее движение ТГКА в идеальном случае при отсутствии возмущений и реактивных сил.
3. Аналитическая оценка необходимой величины скорости вращения треугольной ТГКА в её конечном состоянии.
4. Программа управления для формирования треугольной ТГКА, построенная на основе скользящего режима управления с учётом ограничений на управляющие воздействия.

5. Программа развёртывания ТГКА «ступица-спицы», построенная с использованием режима скольжения по поверхности и принципа робастного управления.
6. Доказательства асимптотической устойчивости заданных конечных состояний систем при использовании предлагаемых программ развёртывания рассматриваемых ТГКА с помощью второго метода Ляпунова.
7. Результаты моделирования процессов развёртывания рассматриваемых конфигураций ТГКА, подтверждающие возможность реализации предложенных программ управления при действии возмущений.

#### **Апробация результатов и степень достоверности.**

Основные научные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на международной научно-технической конференции «6th International Conference on Tethers in Space (TiS-2019)» (г. Мадрид, Испания, 2019 г.), на международном семинаре «Навигация и управление движением» (г. Самара, 2020 г.), на XXIV всероссийском семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (г. Самара, 2021 г.), на международной научно-технической конференции «12th Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT 2021)» (Остров Чеджу, Южная Корея, 2021 г.).

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным использованием методов теоретической механики, вычислительной математики, апробированных методов теории оптимального управления, и согласованностью полученных результатов с известными результатами по исследованию динамики КТС и ТГКА.

#### **Личный вклад автора.**

Все научные результаты и результаты, вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно. Автором самостоятельно проведены теоретические исследования и вычислительные эксперименты, подтверждающие основные положения, выводы и рекомендации. Все публикации по работе подготовлены самостоятельно или при определяющем её участии.

#### **Основные публикации.**

По теме диссертационной работы опубликовано 11 работ. В том числе три статьи опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК России, и шесть статей – в научных изданиях, индексируемых базами SCOPUS и WOS.

#### **Структура и объем диссертации.**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка сокращений, списка литературы (93 наименования). Объем работы составляет 138 страниц, она содержит 46 рисунков и 8 таблиц.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обосновывается актуальность и сложность задач, связанных с динамикой и с управлением движением вращающихся ТГКА при их формировании. Приводятся основные научные и практические результаты, положения, выносимые на защиту. Описываются ТГКА конфигурации «треугольник» и «ступица-спицы», рассмотренные в диссертации.

В **первой главе** проводится аналитический обзор известных работ, связанных с темой диссертации. Рассматриваются работы, в которых описываются реализованные и планируемые космические эксперименты с тросовыми системами. Особое внимание уделяется проектам с ТГКА. Проанализированы особенности математического описания движения ТГКА различных конфигураций. Рассматриваются методы управления, используемые в известных работах. Отмечается, что наибольшее внимание уделялось разработке методов управления движением ТГКА на этапе их формирования.

На основании проведённого анализа сформулированы основные задачи, в соответствии с которыми определяются основные этапы исследований (рис. 1).

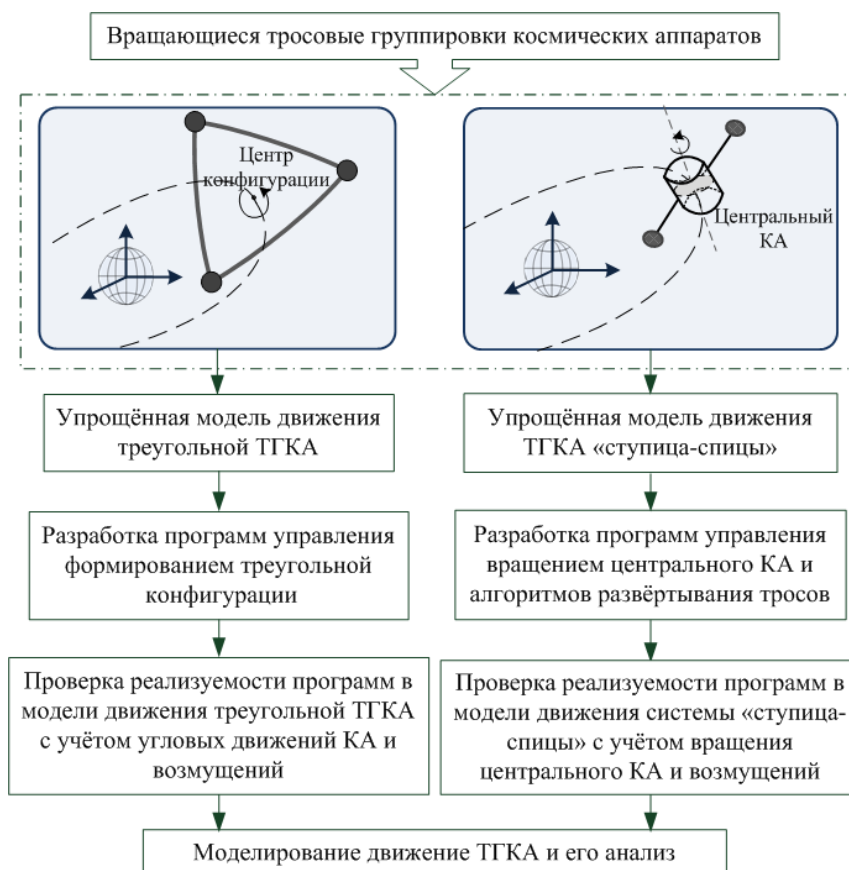


Рисунок 1 – Основные этапы исследования

Во **второй главе** диссертации осуществляется построение математических моделей движения ТГКА рассматриваемых конфигураций различной сложности.

Методом Лагранжа построена модель движения ТГКА конфигурации «треугольник» в подвижной орбитальной системе координат  $S_{xyz}$ , связанной с центром масс системы. На рис. 2 показаны обобщённые координаты, которые используются для описания движения системы:  $l_1, l_2, \theta_1, \theta_2$ . Здесь  $l_{1,2}$  – длины троса 1 и 2, а угол  $\theta_{1,2}$  определяет отклонение троса от направления оси  $S_x$ . Из-за громоздкости математической модели в общем случае здесь приводится её частный случай, когда конфигурация системы «правильный треугольник». Этот случай соответствует номинальному невозмущённому движению системы.

Уравнения движения системы в этом случае имеют вид

$$\frac{2}{9}m\left\{\ddot{l}_1 - l_1\left[(\dot{\theta}_1 + \omega)^2 + \omega^2(3\cos^2\theta_1 - 1)\right]\right\} + \frac{1}{9}m\left\{-3\omega^2 l_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \left[\ddot{l}_2 - l_2\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_2 + 2\omega)\right]\cos\Delta\theta + \left[l_2\ddot{\theta}_2 + 2\dot{l}_2(\dot{\theta}_2 + \omega)\right]\sin\Delta\theta\right\} = Q_1, \quad (1)$$

$$\frac{2}{9}m\left\{\ddot{l}_2 - l_2\left[(\dot{\theta}_2 + \omega)^2 + \omega^2(3\cos^2\theta_2 - 1)\right]\right\} - \frac{1}{9}m\left\{-3\omega^2 l_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \left[\ddot{l}_1 - l_1\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + 2\omega)\right]\cos\Delta\theta - \left[l_1\ddot{\theta}_1 + 2\dot{l}_1(\dot{\theta}_1 + \omega)\right]\sin\Delta\theta\right\} = Q_2, \quad (2)$$

$$\frac{2}{9}ml_1^2\left[\ddot{\theta}_1 + 2(\dot{l}_1/l_1)(\dot{\theta}_1 + \omega) + 3\omega^2 \sin\theta_1 \cos\theta_1\right] + \frac{1}{9}ml_1 l_2\left\{3\omega^2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + \left[\ddot{\theta}_2 + 2(\dot{l}_2/l_2)(\dot{\theta}_2 + \omega)\right]\cos\Delta\theta + \left[(\dot{\theta}_2 + \omega)^2 - \omega^2 - (\ddot{l}_2/l_2)\right]\sin\Delta\theta\right\} = Q_{\theta_1}, \quad (3)$$

$$\frac{2}{9}ml_2^2\left[\ddot{\theta}_2 + 2(\dot{l}_2/l_2)(\dot{\theta}_2 + \omega) + 3\omega^2 \sin\theta_2 \cos\theta_2\right] + \frac{1}{9}ml_1 l_2\left\{3\omega^2 \sin\theta_2 \cos\theta_1 + \left[\ddot{\theta}_1 + 2(\dot{l}_1/l_1)(\dot{\theta}_1 + \omega)\right]\cos\Delta\theta + \left[\omega^2 - (\dot{\theta}_1 + \omega)^2 + (\ddot{l}_1/l_1)\right]\sin\Delta\theta\right\} = Q_{\theta_2}, \quad (4)$$

где  $m = \sum_{k=1}^3 m_k$  – общая масса ТГКА,  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ ,  $\omega$  – угловая скорость центра масс системы,  $Q_1, Q_2, Q_{\theta_1}, Q_{\theta_2}$  – обобщённые силы, определяемые в соответствии с принципом возможных перемещений и зависящие от сил натяжения  $T_{1,2,3}$  и реактивных сил  $F_{1,2,3}$ .

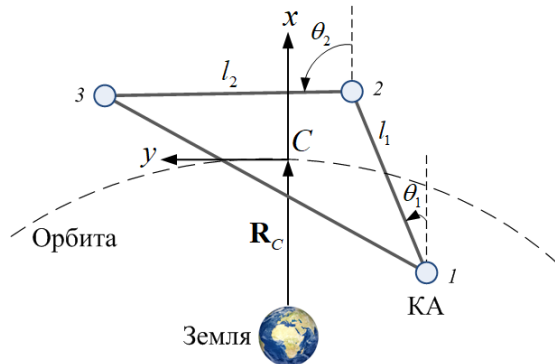


Рисунок 2 – ТГКА «треугольник» и обобщённые координаты

Для проверки реализуемости номинальной программы управления движением треугольной ТГКА при действии возмущений используется пространственная модель, построенная в геоцентрической системе координат  $Ox_e Y_e Z_e$  и системах координат  $c_k x_k y_k z_k$  (рис. 3), связанных с центрами масс КА, в которой учитывается растяжимость тросов, работа механизмов выпуска тросов, угловые колебания КА относительно направлений тросов.

Уравнения движения центров масс КА имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 &= \mathbf{G}_1 + \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_3 + \mathbf{F}_1, \\ m_k \ddot{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{G}_k + \mathbf{T}_k - \mathbf{T}_{k-1} + \mathbf{F}_k, \quad k = 2, 3, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mathbf{R}_k, k = \overline{1, 3}$  – радиусы-векторы центров масс КА,  $\mathbf{G}_k, \mathbf{T}_k, \mathbf{F}_k$  – гравитационные силы, силы натяжения и реактивные силы. Направления сил  $\mathbf{F}_k$  лежат в плоскостях  $c_k x_k y_k$  и составляют углы  $\varphi_k$  с осями  $c_k x_k$  (рис. 3).



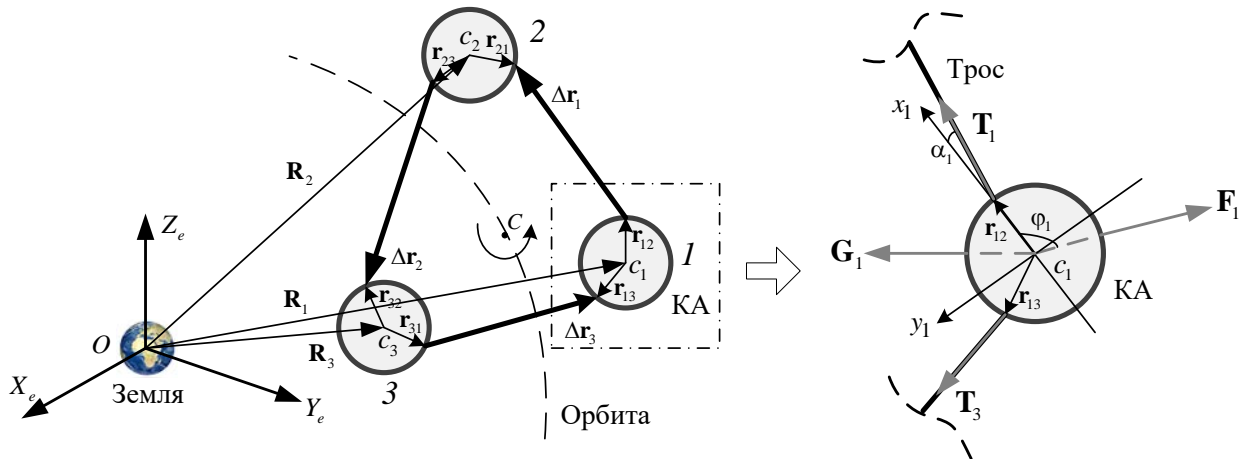


Рисунок 3 – Треугольная ТГКА и углы, определяющие положение КА

Динамические уравнения, моделирующие работу механизмов выпуска тросов, записываются в виде

$$m_e \ddot{L}_k = T_k - U_k, \quad k = \overline{1,3}, \quad (6)$$

где коэффициент  $m_e$  определяет инерционность механизма управления,  $U_k$  – управляющие силы, которые задаются в виде

$$U_k = p_g (L_k - l_k) + w_g (\dot{L}_k - \dot{l}_k), \quad k = \overline{1,3}, \quad (7)$$

где  $p_g, w_g$  – коэффициенты обратной связи,  $l_k, \dot{l}_k$  – номинальные значения, определённые с помощью интегрирования упрощённой модели (1-4).

Для описания угловых движений КА относительно их центров масс применяются уравнения Эйлера

$$\dot{\omega}_k = J_k^{-1} (\mathbf{M}_k - \omega_k \times J_k \omega_k), \quad k = \overline{1,3}, \quad (8)$$

где  $\omega_k$  – вектор угловой скорости  $k$ -го КА и  $J_k$  – его тензор инерции,  $\mathbf{M}_k$  – вектор моментов.

Кинематические уравнения КА определяются с помощью уравнений Эйлера-Пуассона

$$\dot{\mathbf{e}}_{xk} = \omega_k \times \mathbf{e}_{xk}, \quad \dot{\mathbf{e}}_{yk} = \omega_k \times \mathbf{e}_{yk}, \quad \dot{\mathbf{e}}_{zk} = \omega_k \times \mathbf{e}_{zk}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}$ ,  $k = \overline{1,3}$  – орты связанных систем координат  $c_k x_k y_k z_k$ .

Для ТГКА «ступица-спицы» с помощью уравнений Лагранжа построена модель движения в подвижной орбитальной системе координат. Движение системы характеризуется обобщёнными координатами:  $\alpha$  – угол вращения центрального КА относительно центра масс,  $l_i$  – длины тросов,  $\theta_i$  – угол отклонения  $i$ -го троса от радиуса-вектора  $\mathbf{r}_i$  (рис. 4).

Из-за громоздкости математической модели здесь приводится её наиболее простой вариант, соответствующий случаю, когда центральный КА вращается с постоянной угловой скоростью ( $\dot{\alpha} = \omega_\alpha = \text{const}$ ), тогда уравнения движения ТГКА «ступица-спицы» принимают вид

$$\ddot{\theta}_i - 2\dot{l}_i (\omega_\alpha - \dot{\theta}_i + \Omega) / l_i + r_c \sin \theta_i (\omega_\alpha^2 + 2\Omega \omega_\alpha) / l_i + d_{\theta_i} = -F_i / m_i l_i, \quad (10)$$

$$\ddot{l}_i - l_i \left[ (\omega_\alpha - \dot{\theta}_i + \Omega)^2 - \Omega^2 \right] - r_c \cos \theta_i (\omega_\alpha^2 + 2\Omega \omega_\alpha) + d_{l_i} = -T_i / m_i, \quad (11)$$

где 
$$d_{\theta_i} = -3\Omega^2 \left[ \cos(\omega_\alpha t - \theta_i) \sin(\omega_\alpha t - \theta_i) + r_c \cos \alpha_i \sin(\omega_\alpha t - \theta_i) / l_i \right],$$

$$d_{l_i} = -3\Omega^2 \left[ l_i \cos^2(\omega_\alpha t - \theta_i) + r_c \cos(\omega_\alpha t) \cos(\omega_\alpha t - \theta_i) \right].$$

Основные допущения моделей (1-4) и (10-11): тросы невесомые и нерастяжимые, концевые тела – материальные точки, центр масс системы движется по невозмущённой орбите, гравитационное поле – центральное.

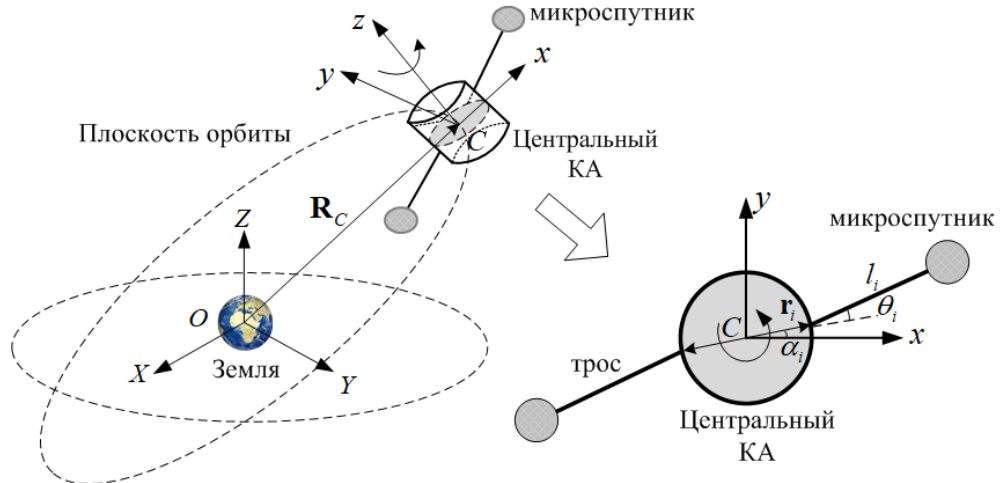


Рисунок 4 – ТГКА «ступица - спицы» и обобщённые координаты

**В третьей главе** разрабатываются методы управления движением ТГКА «треугольник» при её формировании на орбите.

Прежде всего с помощью модели движения ТГКА (1-4) были получены аналитические оценки для угловых скоростей вращения, обеспечивающие устойчивое вращение ТГКА «правильный треугольник» в случаях, когда направление вращения совпадает с орбитальным движением системы и противоположно ему

$$\dot{\theta} > (\sqrt{5/2} - 1)\omega \text{ или } \dot{\theta} < (-\sqrt{5/2} - 1)\omega. \quad (12)$$

Построена номинальная программа развёртывания ТГКА в предположении, что система – правильный треугольник

$$T_k = T_k^0 + p_k (l_k - L_d) + w_k \dot{l}_k, \quad k = \overline{1,3},$$

$$F_k = \begin{cases} F, & \text{при } t < t_e, \\ 0, & \text{при } t \geq t_e, \end{cases} \quad k = \overline{1,3}, \quad (13)$$

где  $p_k, w_k$  – коэффициенты обратной связи,  $L_d$  – конечная длина тросов,  $t_e$  – момент времени выключения двигателей малой тяги,  $T_k^0$  – силы натяжения тросов, определенные для правильного треугольника. Отличительной особенностью программы является использование релейного закона для реактивных сил.

Найдено аналитическое решение уравнений (1-4) для номинального случая ( $l_1 = l_2 = l_3, m_1 = m_2 = m_3$ ) после того, как двигатели выключены

$$\Delta l(t) = C_1 e^{\lambda_1(t-t_e)} + C_2 e^{\lambda_2(t-t_e)}, \quad \lambda_{1,2} = -\frac{9w}{2m} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4mp}{9w^2}} \right), \quad (14)$$

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t_e) \exp\left(-2 \int_{t_e}^t \frac{\Delta \dot{l}(t)}{\Delta l(t) + L_d} dt\right) = \dot{\theta}(t_e) \left(\frac{C_1 + C_2 + L_d}{\Delta l(t) + L_d}\right)^2, \quad (15)$$

где  $\Delta l = l - L_d$ ,  $l = l_k$ ,  $\theta = \theta_k$ ,  $p = p_k$ ,  $w = w_k$ , произвольные постоянные  $C_{1,2}$  и  $\dot{\theta}(t_e)$  определяются в момент выключения двигателей  $t = t_e$ . Показано, что при выполнении условия  $l_k \rightarrow L_d$  угловая скорость системы стремится к предельному значению

$$\dot{\theta}_d = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t_e) \left(\frac{C_1 + C_2 + L_d}{L_d}\right)^2. \quad (16)$$

Для проверки реализуемости предлагаемой номинальной программы (13) проводится моделирование процесса формирования ТГКА в пространственной случае при действии возмущений. Учитываются следующие возмущения: ошибки в начальных условиях движения системы при разделении КА, растяжимость тросов и односторонность механических связей между КА, статическая и динамическая асимметрии КА как твердых тел, взаимное влияние движений центра масс и вокруг центра масс системы, отличие масс КА друг от друга ( $m_{1,2,3} = 8, 10, 12$  кг), колебания КА относительно направлений тросов, влияющих на направления действия реактивных сил малой тяги.

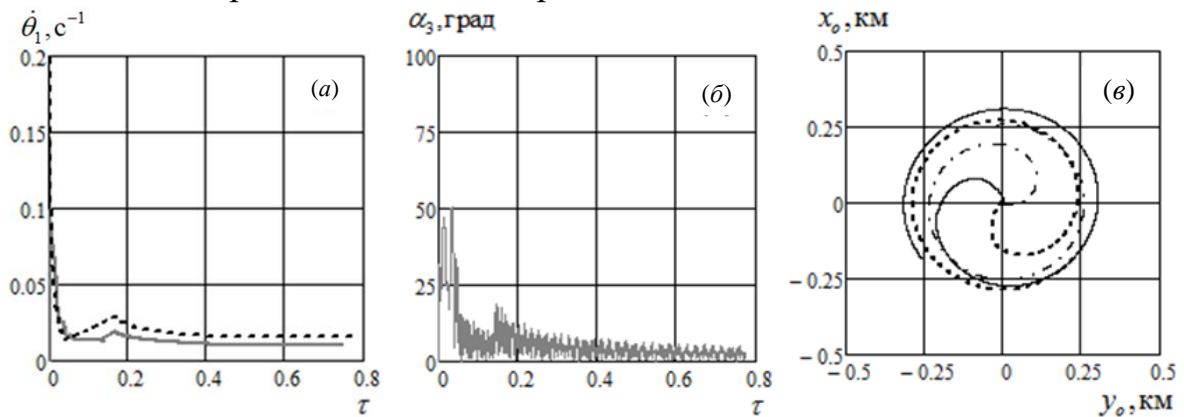


Рисунок 5 – Характерные зависимости для возмущённого движения КА

На рис. 5 приводится пример влияния возмущений на процесс развёртывания треугольной ТГКА, где рис. 5а – угловая скорость вращения первого троса (штриховая линия – невозмущённое решение), рис. 5б – угол между продольной осью третьего КА и направлением троса. На рис. 5в показаны траектории центров масс КА относительно центра масс системы (0,0). Для других КА и тросов характеристики движения изменяются аналогично. Таким образом, показано, что несмотря на действие рассматриваемых возмущений процесс развёртывания происходит успешно и безопасно.

В качестве развития методов управления движением треугольной ТГКА были разработаны более сложные программы её развёртывания, в которых осуществляется одновременное непрерывное изменение сил натяжения тросов и реактивных сил. Эти программы позволяют в процессе управления учитывать заданные ограничения на управляющие воздействия и известный заранее уровень действующих возмущений, то есть учитывать эти факторы ещё на

этапе проектирования системы управления. В разработанных программах управление терминальное, то есть управление осуществляется по конечному состоянию системы, и реализуется скользящий режим управления (СРУ) при перемещении системы по заданной поверхности.

Система уравнений движения ТГКА, полученная с помощью уравнений Лагранжа, переписывается в матричном виде

$$\ddot{\mathbf{x}} = \Phi + \Psi \cdot \mathbf{U} + \delta, \quad (17)$$

где  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [l_1 \ l_2 \ \theta_1 \ \theta_2]^T$  – вектор состояния системы,  $\delta$  – вектор возмущений,  $\mathbf{U}$  – вектор управляющих сил,  $\Phi, \Psi$  – известные матрицы.

Разработаны две программы терминального управления. Первая программа реализует «прямой» метод учёта ограничений, то есть при выходе управления на ограничение управляющее воздействие принимает своё предельное значение. Вторая программа более совершенная. Она использует информацию о расстояниях до ограничений, при этом в контур управления вводится вспомогательная динамическая система (ВДС).

Математическая модель ВДС имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\Lambda}_1 = -\xi_1 \cdot \Lambda_1 + \Lambda_2; \\ \dot{\Lambda}_2 = -\xi_2 \cdot \Lambda_2 + \Psi \cdot \Delta \mathbf{U}, \end{cases} \quad (18)$$

где  $\Lambda_1, \Lambda_2$  – переменные состояния ВДС,  $\xi_1, \xi_2$  – матрицы коэффициентов ВДС,  $\Delta \mathbf{U}$  – вектор отклонений управлений от своих предельных значений.

На рис. 6 показана схема системы управления с ВДС.

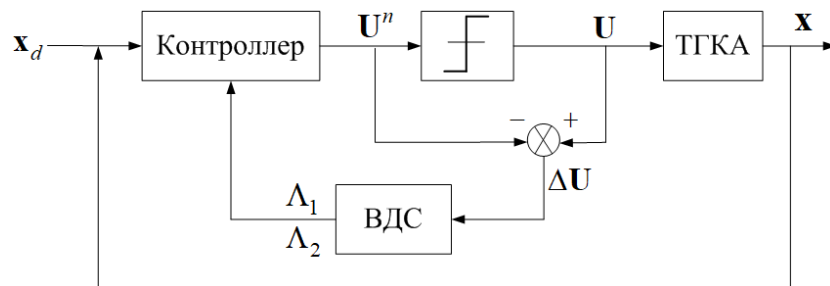


Рисунок 6 – Схема системы управления с ВДС

Программа управления имеет вид

$$\mathbf{U}^n = \Psi^{-1} \cdot [-\Phi - \mathbf{c} \cdot \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{s} - \xi_1 (-\xi_1 \cdot \Lambda_1 + \Lambda_2) - \xi_2 \cdot \Lambda_2 - \varepsilon \cdot \text{sign} \mathbf{s}], \quad (19)$$

где  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d - \Lambda_1$ ,  $\mathbf{x}_d$  – конечный вектор состояния системы,  $\mathbf{s} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}}$  – поверхность скольжения,  $\mathbf{c}, \mathbf{k}, \varepsilon$  – коэффициенты программы управления,  $\text{sign}$  – знаковая функция.

С помощью второго метода Ляпунова производится математическое обоснование предлагаемого способа управления, то есть доказана асимптотическая устойчивость процесса управления с помощью использования функции Ляпунова  $\mathbf{V} = \mathbf{s}^T \mathbf{s} / 2$ . Некоторые зависимости, характеризующие процесс развёртывания ТГКА с использованием программы (19), приводятся на рис. 7.

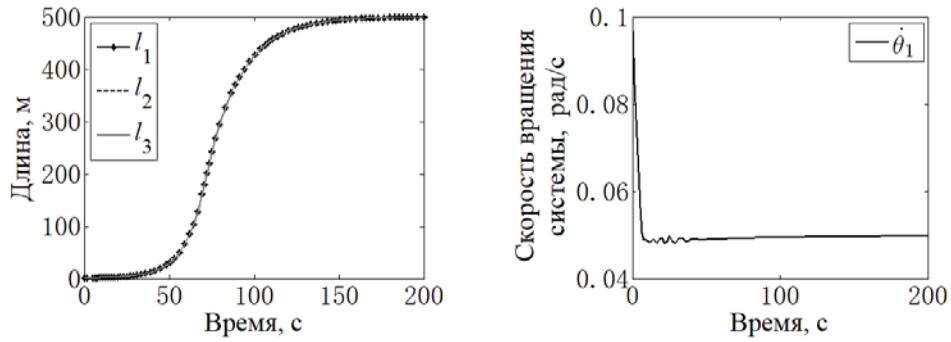


Рисунок 7 – Характерные зависимости при использовании программы (19)

В четвертой главе разрабатываются методы управления движением ТГКА «ступица-спицы» при её формировании.

Предлагаются и исследуются два метода терминального управления: 1) на основе принципа динамического программирования Беллмана; 2) с использованием метода робастного управления.

Показано, что первый метод, использующий линейный регулятор, не всегда справляется с компенсацией влияния действующих возмущений при управлении. Поэтому для повышения надёжности системы управления при наличии возмущений разработана программа управления, основанная на принципах робастного управления и использующая нелинейный регулятор. Схема системы управления показана на рис. 8.

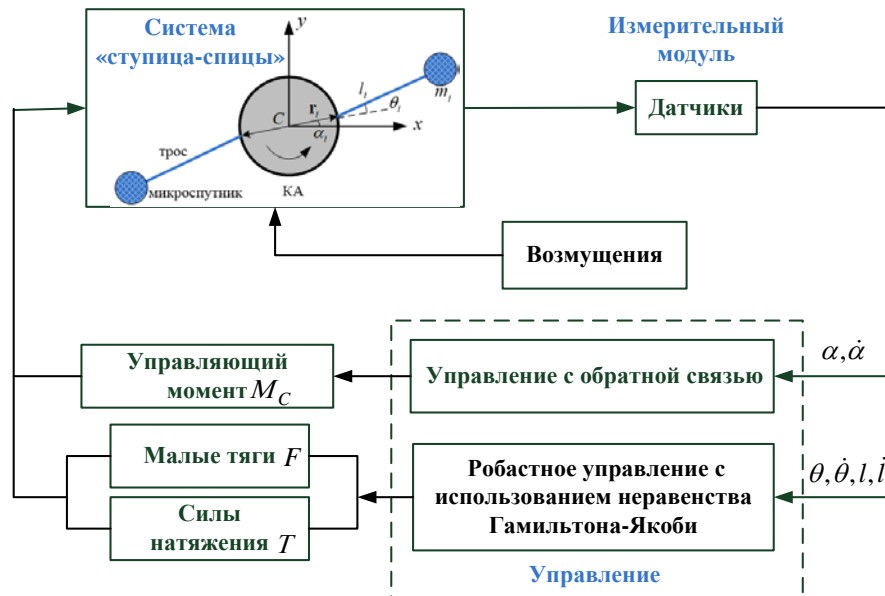


Рисунок 8 – Схема системы с робастным управлением

Для построения робастного управления уравнения для ТГКА «ступица-спицы» записываются в матричном виде

$$\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{V}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \mathbf{d}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{U}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = [\theta \ l]^T$ ,  $\mathbf{d}(\mathbf{x}) = [d_\theta + \Delta_\theta \ d_l + \Delta_l]^T$ ,  $\Delta = [\Delta_\theta \ \Delta_l]^T$  – вектор внешних возмущений,  $\mathbf{U} = [F \ T]^T$  – вектор управляющих сил.

Программа управления задаётся в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{M}(\mathbf{x})^{-1} [\Delta \mathbf{u} + \ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{V}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{G}(\mathbf{x})], \quad (21)$$

где  $\mathbf{x}_d = [\theta_d \quad l_d]^T$  – вектор конечного состояния системы.

Подставляя выражение для  $\mathbf{U}$  в (20), систему можно переписать в следующем виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{y}} = f(\mathbf{y}) + g(\mathbf{y})\mathbf{d}, \\ \mathbf{z} = h(\mathbf{y}), \end{cases} \quad (22)$$

где  $\mathbf{y} = [\mathbf{e} \quad \mathbf{s}]^T$ ,  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ ,  $\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{c}\mathbf{e}$  – поверхность скольжения,  $\mathbf{c}$  – матрица коэффициентов,  $f(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \mathbf{s} - \mathbf{c}\mathbf{e} \\ -\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{W} + \Delta\mathbf{u} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W} = \mathbf{V}\mathbf{c}\mathbf{e} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{e}}$ ,  $g(\mathbf{y}) = [0 \quad -1]^T$ ,  $h(\mathbf{y}) = d_0\mathbf{s}$ .

Функция  $\Delta\mathbf{u}$  определяется в следующем виде

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{V}\mathbf{s} - \mathbf{W} - \mathbf{s}/2\gamma^2 - d_0^2\mathbf{s}/2, \quad (23)$$

где  $\gamma > 0$  – некоторая константа, определяющая величину показателя робастности  $J \leq \gamma$ . Здесь

$$J = \sup_{\|\mathbf{d}\|_{L_2} \neq 0} \left( \|\mathbf{z}\|_{L_2} / \|\mathbf{d}\|_{L_2} \right), \quad (24)$$

где  $\|\mathbf{z}\|_{L_2} = \sqrt{\int_0^\infty \mathbf{z}^T \mathbf{z} dt}$ ,  $\|\mathbf{d}\|_{L_2} = \sqrt{\int_0^\infty \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt}$  – нормы векторов  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{d}$  в Гильбертовом пространстве. В общем случае нелинейная система будет обладать свойством высокой надёжности при малом значении показателя  $J$ .

Для построения робастного управления используется *теорема*<sup>[1]</sup>. Пусть  $\gamma > 0$  – некоторая положительная константа. Если для системы (22) удастся найти положительно определённую дифференцируемую функцию  $L(\mathbf{y})$ , производная которой удовлетворяет следующему неравенству

$$\dot{L}(\mathbf{y}) = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}} \dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}} [f(\mathbf{y}) + g(\mathbf{y})\mathbf{d}] \leq \frac{1}{2} \left\{ \gamma^2 \|\mathbf{d}\|^2 - \|\mathbf{z}\|^2 \right\}, \quad \forall \mathbf{d}, \quad (25)$$

то показатель робастности системы (22) удовлетворяет неравенству с константой  $\gamma$ :  $J \leq \gamma$ .

В работе доказывается, что функция  $L(\mathbf{y}) = \mathbf{s}^T \mathbf{s} / 2$  удовлетворяет условиям теоремы и обеспечивает асимптотическую устойчивость конечного состояния системы (22).

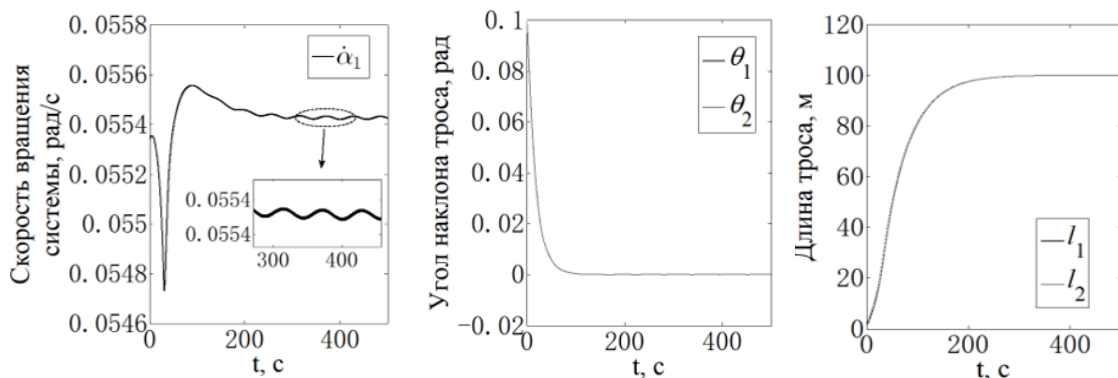


Рисунок 9 – Изменение характеристик процесса развёртывания ТГКА «ступица-спицы»

[1] Khalil, H. K. Nonlinear control [Текст] / H. K. Khalil – New York, Pearson, 2015. – 394 pp.

Для проверки эффективности предлагаемой схемы управления выбирается достаточно сложный вариант исходных данных, который учитывает влияния внешних возмущений и возмущений, связанных с начальным состоянием системы. Некоторые зависимости, характеризующие процесс развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с использованием программы (21), приводятся на рис. 9. При этом показатель робастности системы не превышает заданной константы  $\gamma$ .

### **Основные результаты**

1. С помощью уравнений Лагранжа разработаны модели движения ТГКА конфигураций «треугольник» и «ступица-спицы» для построения программ управления при их развёртывании и получения аналитических оценок.
2. Построена модель движения треугольной ТГКА в геоцентрической неподвижной системе координат, учитывающая растяжимость тросов, работу механизму выпуска тросов, пространственное движение КА и их угловые колебания относительно направлений тросов. Полученная модель используется для оценки реализуемости номинальных программ.
3. Получены аналитические оценки для необходимых значений угловой скорости вращений треугольной ТГКА, обеспечивающих её устойчивое вращение после окончания формирования.
4. Разработана номинальная программа развёртывания треугольной ТГКА, использующая релейный закон управления для реактивных сил, и найдено аналитическое решение для невозмущенного свободного движения ТГКА после выключения реактивных двигателей.
5. Предложена и исследована терминальная программа развёртывания треугольной ТГКА, использующая скользящий режим управления и ВДС для учёта ограничений на управляющие воздействия.
6. Предложена и исследована терминальная программа управления при развёртывании ТГКА «ступица-спицы», использующая скользящий режим управления и принцип робастного управления.
7. Доказана асимптотическая устойчивость заданных конечных состояний ТГКА при использовании предлагаемых программ их развёртывания с помощью второго метода Ляпунова.
8. Подтверждена эффективность предложенных программ управления при развёртывании ТГКА рассматриваемых конфигураций при действии возмущений.
9. Показано, что замкнутая ТГКА в виде треугольника с точки зрения устойчивости угловых движения КА относительно направлений тросов имеет несомненное преимущество по сравнению с открытой ТГКА «ступица-спицы», так как не требует наличия дополнительных систем стабилизации угловых движения КА.

### **СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**в изданиях, определённых Высшей аттестационной комиссией Министерства науки и высшего образования Российской Федерации и изданиях, индексируемых в базах Scopus и Web of Science:**

1. Заболотнов, Ю.М. Метод формирования тросовой группировки микроспутников в виде правильного треугольника с учетом их движения относительно центров масс / Ю.М.

- Заболотнов, Ш. Чэнь // Известия РАН. Теория системы и управления. – 2023. – № 2. – С. 44-59. (ВАК)
2. Чэнь, Ш. Робастное управление при формировании вращающейся тросовой группировки микроспутников конфигурации «ступица-спицы» с использованием неравенства Гамильтона-Якоби / Ш. Чэнь, Ю.М. Заболотнов // Космические аппараты и технологии. – 2022. – Т. 6. – № 4. – С 235-245. (ВАК)
  3. Чэнь, Ш. Формирование вращающейся кольцеобразной тросовой группировки из трёх наноспутников с ограничением на управление / Ш. Чэнь, Ю.М. Заболотнов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2022. – Т. 21. – № 3. – С. 69-84. (ВАК)
  4. Chen, S. Adaptive sliding mode control for deployment of electro-dynamic tether via limited tension and current / S. Chen, A. Li, C. Wang, C. Liu // Acta Astronautica. – 2020. – Vol. 177. – PP. 842-852. (SCOPUS и WOS)
  5. Chen, S. Attitude dynamic analysis of the end-bodies of space tether system in deployment / S. Chen, C. Wang, A. Li, Yu. M. Zabolotnov // Journal of National University of Defense Technology. – 2020. – Vol. 42. – No. 2. – PP. 98-106. (SCOPUS и WOS)
  6. Chen, S. Analysis of the deployment of a three-mass tethered satellite formation / S. Chen, A. Li, C. Wang // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 984. – No. 1. – PP. 012028. (SCOPUS)
  7. Chen, S. Stable deployment control of a multi-tethered formation system considering the spinning motion of parent satellite / S. Chen, C. Liu, Yu. M. Zabolotnov, A. Li // The Proceedings of the 2021 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT 2021), Vol. 2. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022. – PP. 771-782. (SCOPUS)
  8. Chen, S. A method of forming a tethered constellation of microsatellites in the form of a regular triangle, taking into account their motion relative to the centers of mass / S. Chen, Yu. M. Zabolotnov // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2023. – Vol. 62. – No. 2. (SCOPUS и WOS)
  9. Liu, C. Robust adaptive control for rotational deployment of an underactuated tethered satellite system / C. Liu, S. Chen, Y. Guo, W. Wang // Acta Astronautica. – 2023. – Vol. 203. – PP. 65-77. (SCOPUS и WOS)

**в прочих изданиях:**

10. Чэнь, Ш. Анализ процесса развертывания тросовой группировки из трех наноспутников / Ш. Чэнь, А. Ли, Ч. Ван // Навигация и управление движением: сборник тезисов докладов Международного семинара (Самара, 28 сентября – 2 октября 2020 г.) / Под общей редакцией доктора технических наук, профессора И.В. Белоконова; Самарский университет. – Самара: Издательство Самарского университета, 2020. – С. 100-102.
11. Чэнь, Ш. Анализ вращения орбитальной тросовой группировки из трех наноспутников / Ш. Чэнь, Ю.М. Заболотнов, А. Ли, Ч. Ван // Управление движением и навигация летательных аппаратов : Сб. трудов XXIV Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. - Самара, 2021. - С. 65-71.