

Сергаева Елизавета Андреевна

**ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С
ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ ДЛЯ
ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» на кафедре динамики полёта и систем управления.

Научный руководитель:

Старинова Ольга Леонардовна, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой динамики полёта и систем управления.

Официальные оппоненты:

Ивашкин Вячеслав Васильевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»;

Симонов Александр Владимирович, кандидат технических наук, заместитель начальника отдела баллистики и навигации Акционерного общества «Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина».

Ведущая организация:

федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), г. Москва.

Защита состоится 19 апреля 2024 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»: https://ssau.ru/files/resources/dis_protection/Sergaeva_E_A_%20Programmi_upravlenia_kosmicheskim_apparatom.pdf

Автореферат разослан «___» _____ 20__ г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
к.т.н., доцент

Крамлих Андрей Васильевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Исследования спутников планет, астероидов, межпланетного и околосолнечного пространства дают возможность получить ответы на многие фундаментальные вопросы и использовать достижения космонавтики при разработке практически неограниченных ресурсов Солнечной системы.

На сегодняшний день странами, участвующими в освоении космоса, успешно реализованы программы исследования Луны, систем Юпитера и Сатурна, комет и астероидов, осуществляется экспедиция в пояс Койпера, проводится многолетнее наблюдение за состоянием Солнца.

Программы изучения космоса требуют больших материальных затрат и не дают быстрой отдачи. Использование перспективных электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) позволяет значительно уменьшить расход рабочего тела на осуществление перелётов и тем самым повысить эффективность исследовательских миссий космических аппаратов (КА). Однако использование КА с ЭРДУ для миссий к малым телам Солнечной системы сдерживается слабой разработанностью методики формирования номинального управления в окрестности тел неправильной формы, к которым относятся множество малых тел Солнечной системы. Решению этой проблемы посвящена данная диссертация.

Степень разработанности. Методы баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к различным объектам Солнечной системы развивались в работах Улыбышева Ю.П., Ивашкина В.В., Лана А., Кулькова В.М., Петухова В.Г., Константинова М.С., Стариновой О.Л., Рена Ю., Шана Дж., Ху Х., Джекели С. и, в основном, были нацелены на изучение проблем, связанных с выбором оптимальной программы управления на межпланетных траекториях. Методы баллистического анализа миссий по изучению астероидов, малых планет, комет, спутников планет Солнечной системы слабо разработаны из-за значительной неполноты знаний о гравитационном поле исследуемого объекта. Отсутствие методики предварительного формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения приводит к значительным неопределённостям в определении запаса массы топлива, необходимого для выполнения запланированной программы миссии.

В отличие от известных работ, в диссертации разрабатывается методика баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к объектам Солнечной системы, имеющим неправильную, существенно отличающуюся от сферической форму.

Целью диссертационной работы является разработка методики баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к малым телам Солнечной системы, позволяющей повысить эффективность космических исследований.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются **задачи**:

- разработка математической модели объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы;
- разработка алгоритма определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек;
- разработка вычислительной процедуры формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты

старта;

- разработка методики формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения, в том числе для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты;
- разработка программных комплексов, обеспечивающих автоматизацию баллистического проектирования миссий к малым телам Солнечной системы, формирование номинальных программ управления, моделирование и визуализацию управляемого движения;
- анализ и систематизация результатов баллистического анализа модельных миссий.

Методы проведения исследования – расчётно-теоретические. В качестве метода решения задач оптимального управления выступает принцип максимума Понтрягина, а также построение приближённо-оптимального управления вектором тяги на базе локально-оптимальных законов управления. В диссертации использовались методы численного интегрирования, математического программирования и решения систем нелинейных уравнений.

Объектом исследования является управляемое движение КА с ЭРДУ при гелиоцентрических перелётах и манёврах в окрестности объекта исследования неправильной формы.

Предметом исследования являются законы управления и траектории движения КА с ЭРДУ при гелиоцентрических перелётах и манёврах в окрестности объекта исследования неправильной формы.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- разработана математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы;
- разработан алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек;
- разработана вычислительная процедура формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта;
- разработана методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения, в том числе для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.

Достоверность результатов обоснована точностью и строгостью общей математической формализации рассматриваемых в работе оптимизационных проблем, использовании известных методов, повсеместно применяющихся при решении проблем аналогичного типа. Результаты, полученные в данной работе, (по возможности) сравнивались с опубликованными в открытых источниках решениями.

Практическая значимость настоящей работы состоит в возможности использования разработанных математической модели движения и алгоритма определения её параметров; методики выбора программ управления на объектоцентрическом участке движения; вычислительной процедуры оптимизации гелиоцентрического участка и программных комплексов при автоматизированном баллистическом проектировании миссий к малым телам Солнечной системы, выборе

программ номинального управления, моделировании и визуализации управляемого движения.

Апробация работы и публикации. Материалы исследования докладывались на 12 конференциях: IEEE 12th International Conference Application of Information and Communication Technologies (2018); Третий Российский симпозиум по наноспутникам с международным участием (2019); 9-th International Conference on Recent Advances in Space Technologies Space for the sustainable development goals (2019); Ежегодный саммит молодых учёных и инженеров «Большие вызовы для общества, государства и науки» (2019); 2nd Technology Forum on Student Micro / Nano-satellites (2019); XLIV Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва (2020); VI, VIII Международная конференция и молодёжная школа «Информационные технологии и нано технологии» (ИТНТ-2020, ИТНТ-2022); Международный семинар «Навигация и управление движением» (2020); 8-ая Российско-Германская конференция «Электроракетные двигатели, развитие и применение в космосе» (2021); XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам; XLVI Академические чтения по космонавтике, посвящённые памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных - пионеров освоения космического пространства (2021).

Результаты работы опубликованы в изданиях из перечня ВАК (2 статьи) и в рецензируемых изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus/WoS (8 статей). На разработанное программное обеспечение получены свидетельства о государственной регистрации: «Моделирование движения КА с ЭРДУ, предназначенных для исследования малых тел Солнечной системы», № 2022612731, дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 28.02.2022; «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина», № 2022617890, дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 26.04.2022.

Результаты проведённых исследований были использованы в проекте РФФИ № 20-38-90200 «Методика формирования законов управления космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой, предназначенных для исследования малых тел Солнечной системы», руководитель Старинова О.Л.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы.
2. Алгоритм определения параметров математической модели гравитационного поля объекта исследования неправильной формы в случае использования двух притягивающих точек.
3. Вычислительная процедура формирования оптимального номинального управления на гелиоцентрическом участке движения с использованием условий трансверсальности для определения начального приближения для оптимальной даты старта.
4. Методика формирования номинального управления на объектоцентрическом участке движения для межорбитальных переходов и поддержания заданной орбиты.
5. Результаты применения разработанных моделей, методик, алгоритмов, вычислительных процедура и программных комплексов к баллистическому

проектированию миссий КА с ЭРДУ к комете Чурюмова-Герасименко и астероиду 433 Эрос.

Личный вклад автора. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. Диссертантом сформулирована постановка проблемы, разработана методика баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ к объекту исследования неправильной формы.

Соответствие паспорту специальности. Полученные результаты соответствуют следующим пунктам паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов: п. 1 «Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным аппаратом ...»; п. 5 в части «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов...»; п. 7 в части «Оптимальное планирование проведения динамических операций для решения целевых задач ЛА...».

Структура и объём диссертации. Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, приложения и списка литературы, включающего 100 наименований. Объём работы составляет 131 страница, включает 69 рисунков и 14 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, описана степень её проработки, определены цели и задачи, представлены используемые методы исследования, приведены результаты диссертации, содержащие научную новизну, и описана их теоретическая и практическая значимость, описаны выносимые на защиту результаты, оценена степень достоверности, даны сведения о публикациях автора и апробации работы.

В первой главе приведён обзор методов баллистического проектирования миссий КА с ЭРДУ, предназначенных для исследования малых тел Солнечной системы. Рассматриваются особенности орбит и гравитационных полей малых тел Солнечной системы, создающие существенные трудности при формировании программ управления движением КА.

Сформулирована постановка задачи. Требуется сформировать программу управления и рассчитать баллистические характеристики миссии КА с ЭРДУ к малому телу Солнечной системы при фиксированных проектных параметрах и стартовой массе КА.

Траектория движения согласно теории сфер действия, разбивается на гелиоцентрический (с учётом гравитационных возмущений от притяжения Земли и объекта исследования как материальной точки) и объектоцентрической участки движения (учитываются гравитационное воздействие объекта исследования, как системы притягивающих точек, и возмущения от гравитации Солнца).

На гелиоцентрическом участке движения решается задача об оптимальном по расходу рабочего тела перелёте к сфере действия объекта исследования за фиксированное время T_1 с выравниванием скоростей КА и объекта исследования:

$$M_{PT_1}^{\min} = \min_{\mathbf{u} \in U, \mathbf{b} \in B} M_{PT} (M_0 = \text{fixe}, T_1 = \text{fixe}, \mathbf{x} \in X_1, \mathbf{u}(t), \mathbf{p} = \text{fixe}, \mathbf{b}), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in X_1$ - вектор фазовых координат КА; $\mathbf{u}(t) \in U$ - вектор функций управления (U - множество допустимых функций управления); \mathbf{p} - фиксированный вектор проектных параметров КА и ЭРДУ; $\mathbf{b} \in B$ - вектор баллистических параметров. Множество допустимых фазовых координат определяется граничными условиями:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0, \quad M(0) = M_0, \quad \mathbf{r}(T_1) = \mathbf{r}_k, \quad \mathbf{V}(T_1) = \mathbf{V}_k, \quad M(T_1) = M_0 - M_{PT_1}^{\min}. \quad (2)$$

На объектоцентрическом участке для межорбитальных переходов решается задача о вычислении расхода рабочего тела и длительности манёвра при выбранном законе управления. Для манёвра поддержания объектоцентрической орбиты в течение заданного времени решается задача о вычислении требуемого расхода рабочего тела при выбранном законе управления.

Во второй главе рассмотрены математические модели гелиоцентрического и объектоцентрического движения КА с ЭРДУ. Гелиоцентрическое движение КА описывается в комбинированной гелиоцентрической системе координат (рис. 1 а), объединяющей плоскую полярную систему координат и два параметра, определяющих текущее положение плоскости движения: наклонение и долготу восходящего узла. Объектоцентрическое движение КА описывается в системе координат (рис. 1 б), центр которой совпадает с центром масс объекта исследований, основная плоскость перпендикулярна вектору угловой скорости собственного вращения небесного тела, который считается постоянным.

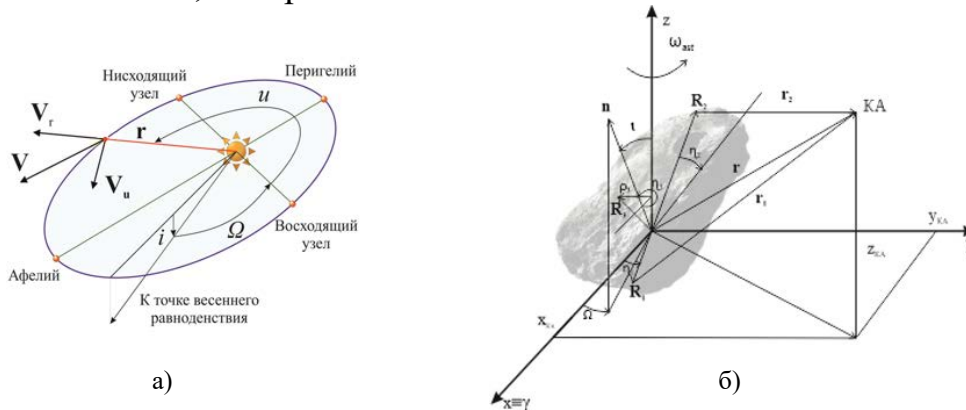


Рисунок 1 – Системы координат, используемые для описания гелиоцентрического (а) и объектоцентрического (б) участков движения

На гелиоцентрическом участке используются уравнения движения КА в безразмерной форме^[1]. При этом учитывается, что мощность энергоустановки падает с удалением КА от Солнца (в качестве источника энергии используются панели солнечных батарей) и считается, что уменьшаются расход рабочего тела и тяга ЭРДУ, а скорость истечения рабочего тела остаётся неизменной.

Для формирования математической модели движения КА в окрестности объекта исследования считается, что его притяжение эквивалентно притяжению системы массивных точек, вращающихся относительно барицентра с постоянной угловой скоростью на неизменном расстоянии. Уравнения движения КА в векторной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \text{grad } U + \mathbf{a} + \mathbf{f}_s, \text{ где } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_t \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \\ \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \sin \lambda_1 \cos \lambda_2 \\ \frac{a_0}{(1-m)r_{ГЕЛ}^2} \sin \lambda_2 \end{pmatrix}, \\ \frac{dm}{dt} = \frac{a_0 \cdot \delta}{c \cdot r_{ГЕЛ}^2}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь \mathbf{f}_s - возмущающее ускорение от гравитационного воздействия Солнца:

¹Старинова О.Л. Расчёт межпланетных перелётов космических аппаратов с малой тягой. – М.: ЛЕНАНД, 2020. – 200 с.

$$\mathbf{f}_s = -2 \frac{r_x^3 \mu_{Sun}}{r_{ast}^3 \mu_{ast}} \cos(\mathbf{S}, \mathbf{r}), \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} -N_1 \cos u + N \sin u \\ N_1 \sin u + N \cos u \\ \sin i \cos \Omega \sin \psi_s \cos i_s - \cos i \sin \psi_s \sin i_s - \sin i \sin \Omega \cos \psi_s \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$N_1 = \cos \Omega \cos i \cos i_s \sin \psi_s + \sin i \sin i_s \sin \psi_s - \cos \psi_s \cos i \sin \Omega$, $N = \sin \Omega \cdot \cos i_s \cdot \sin \psi_s + \cos \Omega \cdot \cos \psi_s$, \mathbf{S} – вектор направления на Солнце от центра КА, i_s – наклонение плоскости эклиптики к «экватору» объекта исследования, ψ_s – угол между осью ox объектоцентрической системы координат и направлением на Солнце (отсчитывается в плоскости эклиптики и зависит от текущей даты). Гравитационный потенциал U рассчитывается, как сумма гравитационных потенциалов n точек с массой m_i и радиус-векторами относительно барицентра \mathbf{R}_i :

$$U = \frac{G}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^n \frac{m_i^2 m_j^2}{\left| \sum_{k=1}^n \mathbf{R}_k m_k (m_j - m_i) + m_i m_j (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i) \right|}. \quad (5)$$

В простейшем случае, когда небесное тело неправильной формы описывается суперпозицией двух гравитирующих точек, параметры модели гравитационного потенциала могут быть получены на основе предположений:

- известны следующие характеристики объекта исследования: максимальная S_{\max} и минимальная S_{\min} площади проекции поверхности тела на линию визирования, масса объекта исследования m_{ast} и угловая скорость его собственного вращения ω_{ast} ;
- объект исследования представляет собой две притягивающие точки массы (m_1, m_2) и расстояние между которыми d определяются из следующих соображений:
 - плотность объекта исследований постоянна во всех его точках;
 - массы притягивающих центров пропорциональны объёму сегментов сфер радиуса r_1 и r_2 , центры которых находятся на расстоянии d ;
 - радиусы сегментов сфер r_1 и r_2 определяются по максимальной S_{\max} и минимальной S_{\min} площади проекции поверхности на линию визирования;
 - расстояние между притягивающими точками d обеспечивает равенство силы притяжения и центробежной силы инерции, действующей на эти точки.

Алгоритм расчёта параметров модели гравитационного потенциала в случае двух притягивающих точек представлен на рис. 2 а), а изолинии гравитационного потенциала астероида Эрос, полученные с помощью этого алгоритма на рис. 2 б).

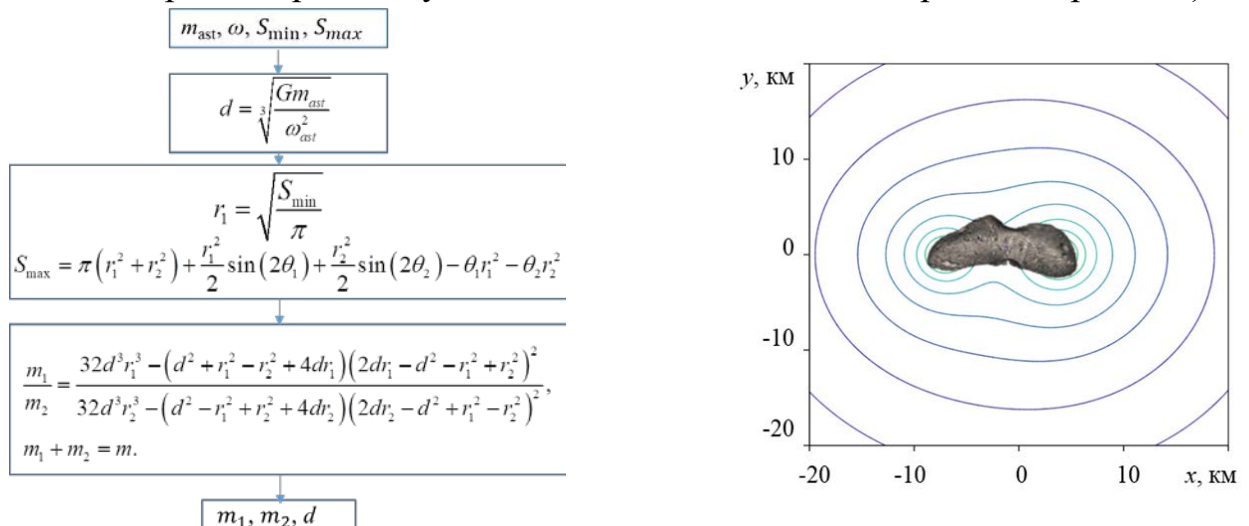


Рисунок 2 – Алгоритм расчёта параметров модели гравитационного потенциала (а), результат его применения для расчёта изолиний гравитац. потенциала астероида Эрос (б)

В этом случае гравитационное ускорение, действующее на КА, определяется

$$\mathbf{gradU} = \begin{pmatrix} gradU_r \\ gradU_f \\ gradU_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{r1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{r2}}{r_2^3} \\ -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{f1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{f2}}{r_2^3} \\ -\mu_{ast} \cdot \frac{r_{n1}}{r_1^3} + (-1 + \mu_{ast}) \cdot \frac{r_{n2}}{r_2^3} \end{pmatrix}, \quad \text{где } r_{1,2} = \sqrt{r_{r1,2}^2 + r_{f1,2}^2 + r_{n1,2}^2}, \quad (6)$$

$$\mu_{ast} = \frac{m_1}{m_1 + m_2},$$

$$\eta = \eta_0 + \omega_{ast} t.$$

где $\mathbf{R}_1 = R_1 \begin{pmatrix} \cos(\omega_{ast} t + \eta_0) \\ \sin(\omega_{ast} t + \eta_0) \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{R}_2 = R_2 \begin{pmatrix} -\cos(\omega t + \eta_0) \\ -\sin(\omega t + \eta_0) \\ 0 \end{pmatrix}$ - радиус-векторы притягивающих центров,

$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$ и $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_2$ - расстояния от КА до притягивающих центров с координатами

$$r_{1,2r} = r - \frac{\mathbf{R}_{1,2} \cdot \mathbf{r}}{r}, \quad r_{1,2n} = -\mathbf{R}_{1,2} \cdot \mathbf{n}, \quad r_{1,2f} = -\frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{R}_{1,2} \times \mathbf{r})}{r}.$$

На рис. 3 показаны проекции безразмерного гравитационного ускорения, действующего на КА со стороны астероида Эрос при использовании моделей с одной, двумя и тремя притягивающими точками. В диссертации используется зависимость точности полученных математических моделей гравитационного потенциала от числа используемых притягивающих точек, полученная в работе², в которой показано, что точность определения ускорений от гравитационного поля объекта исследования в случае использования модели с двумя притягивающими точками не превосходит 10%.

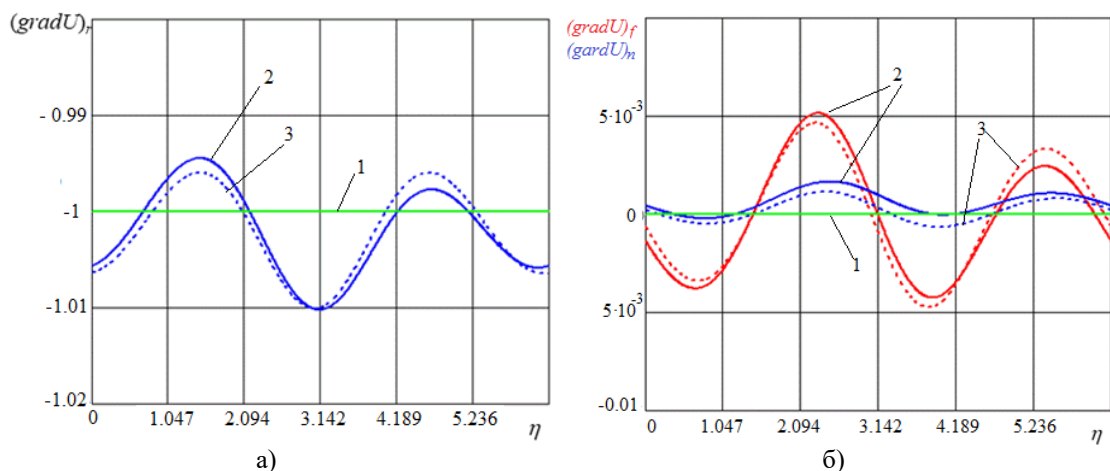


Рисунок 3 – Радиальная (а), нормальная и трансверсальная компоненты (б) безразмерного гравитационного ускорения в случае использования моделей с одной (1), двумя (2) и тремя (3) притягивающими точками для астероида 433 Эрос

В третьей главе рассматривается методика формирования законов управления КА на гелиоцентрическом и объектоцентрическом участках движения.

На гелиоцентрическом участке перелёта оптимальное с точки зрения минимума расхода рабочего тела номинальное управление $\mathbf{u}_{opt}(t) = (\lambda_{1opt}(t), \lambda_{2opt}(t), \delta_{opt}(t))^T$ определяется с использованием принципа максимума Понтрягина в рамках пространственной ограниченной задачи двух тел с учётом возмущений от притяжения Земли и объекта исследования как материальной точки.

²Старинова О.Л., Шорников А.Ю. Моделирование гравитационного поля сложной конфигурации // Известия СнЦ РАН, т.17, № 2, 2015, с. 166-170

$$\lambda_{1opt} = \arcsin \frac{P_{V_u}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}}, \quad \lambda_{2opt} = \arcsin \frac{\cos u \sin i \cdot P_i - \cos i \cdot \sin u \cdot P_u + \sin \varphi \cdot P_\Omega}{D},$$

$$\delta_{opt} = \begin{cases} 0, & \Delta < 0 \\ 1, & \Delta > 0 \end{cases}, \quad \text{где } \Delta = \frac{P_m \cdot V_u \cdot \sin i}{c} + \frac{D}{1-m}, \quad (7)$$

$$D = \sqrt{(P_i \cos u \sin i - P_u \cos i \sin u + P_\Omega \sin u)^2 + \sin^2 i V_u^2 (P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2)}.$$

Задача о поиске оптимальной программы номинального управления сводится к шестипараметрической краевой задаче, которая должна решаться для каждой даты старта отдельно (рис. 4 а).

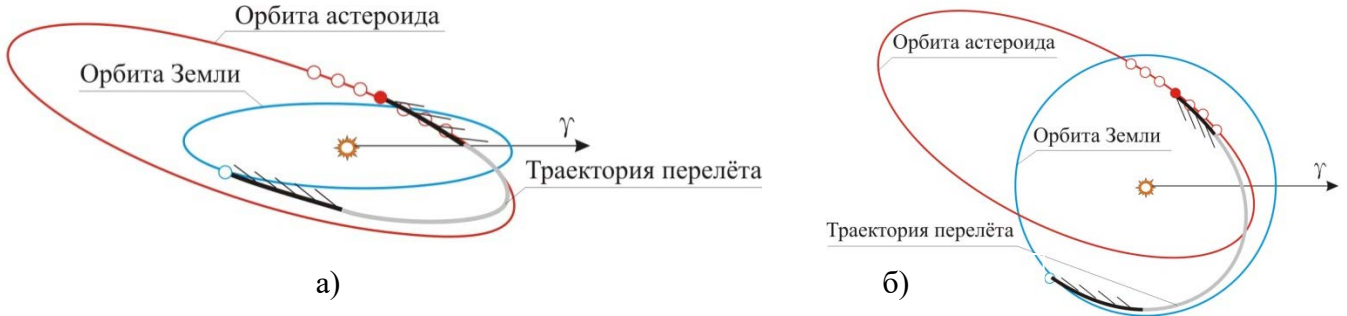


Рисунок 4 – К определению начального приближения для решения краевой задачи об оптимальном управлении на гелиоцентрическом участке движения: а) исходная задача, б) упрощённая задача

В диссертации разработана вычислительная процедура, позволяющая сократить число рассматриваемых вариантов и получить хорошее начальное приближение для решения краевой задачи:

1) решение трёхпараметрической краевой задачи об оптимальном по расходу рабочего тела перелёте на орбиту объекта исследования с постоянными большой полуосью и эксцентриситетом, лежащую в плоскости эклиптики (рис 4 б);

2) определение начального приближения для дат старта и подлёта к объекту исследования, исходя из результатов решения п.1 и формирование набора граничных условий перелёта на базе эфемерид Земли и объекта исследования (для различных дат старта и подлёта к объекту исследования);

3) расчёт серии некомпланарных гелиоцентрических перелётов с датами старта в окрестности найденного начального приближения.

В п.1 при решении трёхпараметрической краевой задачи, граничные условия на правом конце траектории должны обеспечивать выполнение двух соотношений:

$$f_1(r, V_r, V_u) = r^2 V_u^2 - a_k \left(1 - (r V_u^2 - 1)^2 - (r V_r V_u)^2 \right) = 0, \quad f_2(r, V_r, V_u) = (r V_u^2 - 1)^2 + (r V_r V_u)^2 - e_k^2 = 0. \quad (8)$$

Формулы (8) определяют гладкое многообразие, заданное двумя функциями, зависящими от трёх фазовых координат r, V_r, V_u , следовательно, для определения наилучшего положения КА на целевой эллиптической орбите необходимо записать одно условие трансверсальности, которое связывает сопряжённые переменные P_r, P_{V_r}, P_{V_u} и фазовые координаты r, V_r, V_u в момент завершения гелиоцентрического участка. Вектора нормалей N_1 и N_2 к поверхностям (8) определяются:

$$\mathbf{N}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2rV_u^2 + a_k(2V_u^2(rV_u^2 - 1) + 2V_u^2V_r^2r) \\ 2r^2V_rV_u^2a_k \\ 2r^2V_u + a_k(4V_u r(rV_u^2 - 1) + 2V_uV_r^2r^2) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{N}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2V_u^2(rV_u^2 - 1) + 2V_u^2V_r^2r \\ 2r^2V_rV_u^2 \\ 4V_u r(rV_u^2 - 1) + 2V_uV_r^2r^2 \end{pmatrix}.$$

Их векторное произведение задаёт направление касательной к многообразию (8) и условие трансверсальности имеет вид

$$\mathbf{P} \cdot (\mathbf{N}_1 \times \mathbf{N}_2) = 0 \Rightarrow -P_r r^2 V_r + P_{V_r} (1 - rV_u^2) + P_{V_u} r V_r V_u = 0. \quad (9)$$

Формула (9) позволяет определить оптимальный момент подлёта к объекту исследования в плоском случае (решая трёхпараметрическую краевую задачу) и получить хорошее начальное приближение для решения исходной шестипараметрической задачи. Данная вычислительная процедура использована при разработке программного комплекса, предназначенного для решения задач об оптимальном управлении на гелиоцентрическом участке движения КА с ЭРДУ «Определение оптимального управления движением космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой, применяя принцип максимума Понтрягина».

Номинальная программа управления для манёвров межорбитальных переходов на объектоцентрическом участке движения рассчитывается на основе скорректированных законов управления, полученных на базе локально-оптимальных законов управления В.Н. Лебедева. Корректировка проводится на величину гравитационных возмущений со стороны притягивающих точек и со стороны Солнца.

Программа управления при поддержании заданной объектоцентрической орбиты может выбираться двумя способами:

- с использованием локально-оптимальных законов направленных на сохранение одного из оскулирующих элементов орбиты (при этом двигательная установка работает без выключений);
- с использованием релейных законов с зоной нечувствительности и «гистерезисом» (направление управляющего ускорения обеспечивает наискорейшее возвращение контролируемого параметра в заданный диапазон, двигательная установка работает с выключениями).

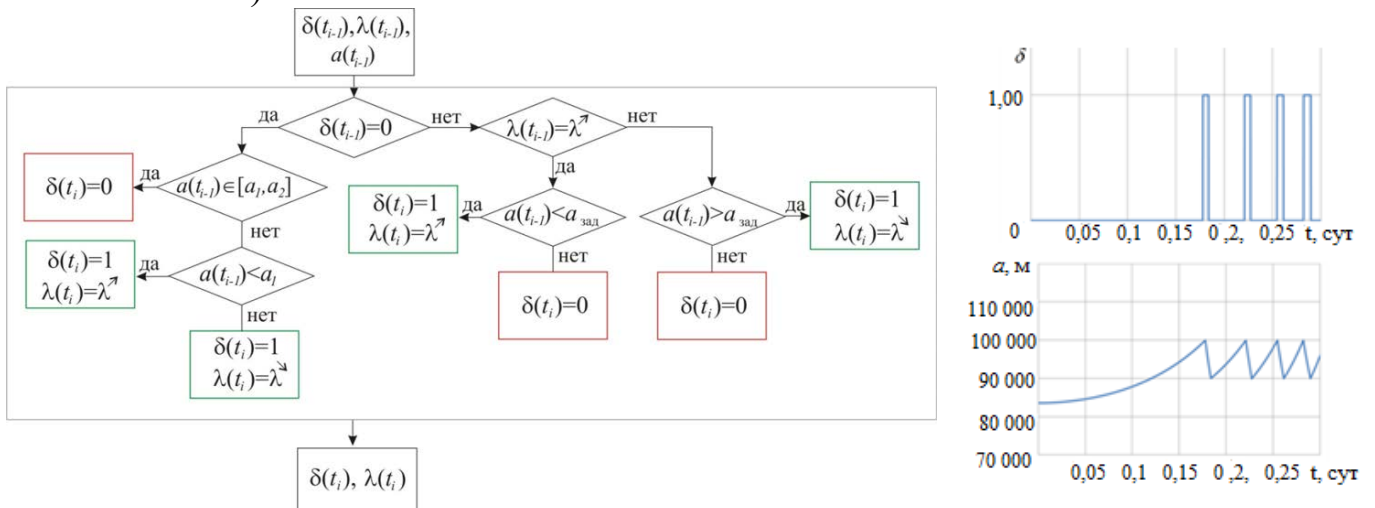


Рисунок 5 – Алгоритм выбора значений функций управления и результаты моделирования манёвра поддержания орбиты на объектоцентрическом участке движения

Алгоритм выбора значений функций управления во втором случае представлен на рис. 5. К достоинствам первого способа относятся простота формулировки программы управления и отсутствие большого количества включений-выключений двигателя. К недостаткам – большой расход рабочего тела по сравнению со вторым способом. При использовании второго способа число включений-выключений двигателя существенно больше и, при длительном поддержании орбиты, может превысить техническое ограничение на число включений используемой ЭРДУ. Моделирование и визуализация объектоцентрического участка движения реализованы в программном комплексе «Моделирование движения КА с ЭРДУ, предназначенным для исследования малых тел Солнечной системы».

В четвертой главе описаны результаты применения разработанной методики баллистического проектирования двух миссий КА с ЭРДУ к комете Чурюмова-Герасименко и астероиду Эрос.

Одной из самых впечатляющих миссий КА к малым телам Солнечной системы является миссия Европейского космического агентства «Rosetta» к комете Чурюмова-Герасименко. В диссертации проведён расчёт аналогичной баллистической схемы, но для КА с ЭРДУ на базе двигателя NSTAR с тягой 0,02 Н и скоростью истечения 32000 м/с с солнечной энергоустановкой КА «Rosetta».

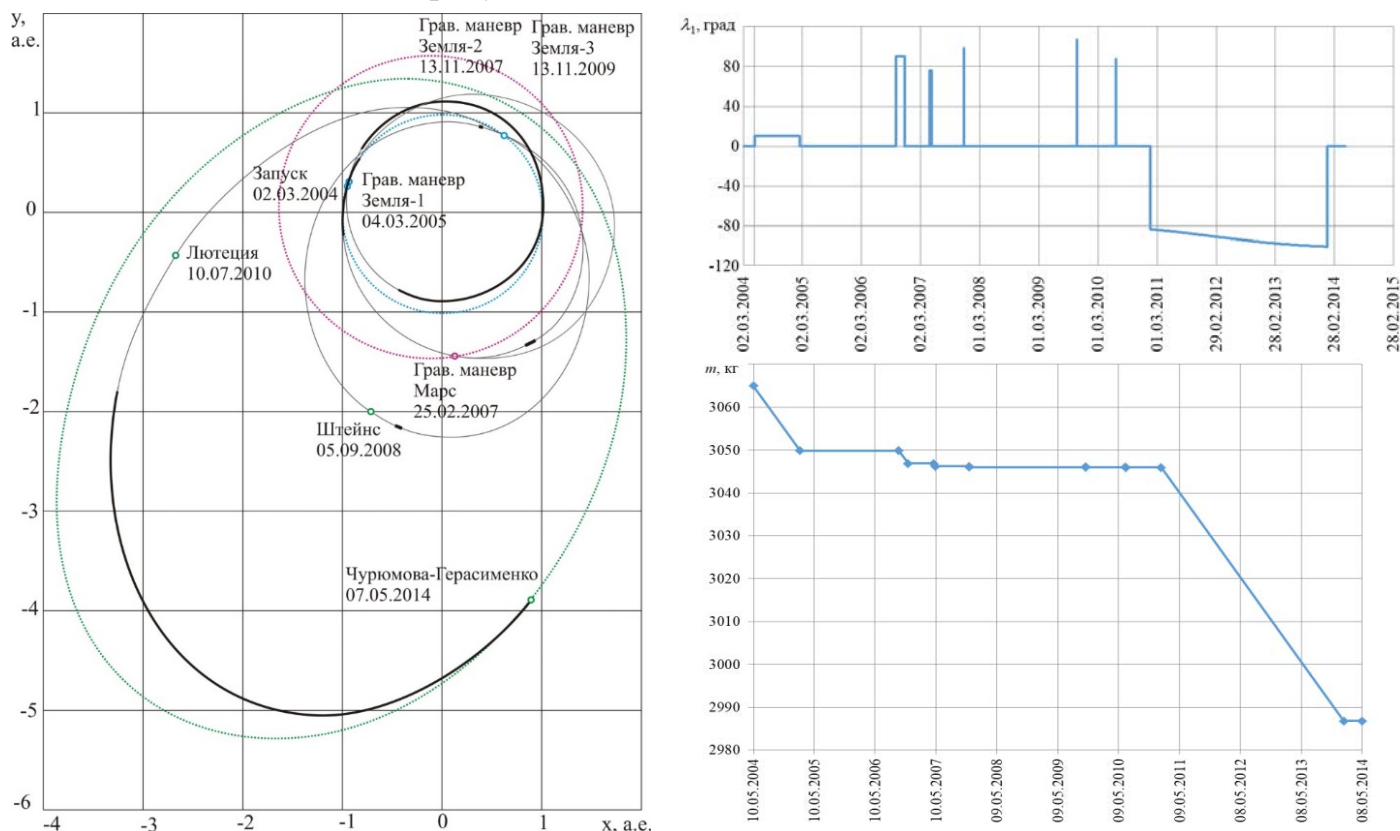


Рисунок 6 - Результаты расчёта гелиоцентрического участка движения КА с ЭРДУ к комете Чурюмова-Герасименко

На рис. 6 приведены траектория гелиоцентрического движения с выделенными участками работы ЭРДУ, а также программа изменения угла направления тяги на активных участках и изменение массы КА на протяжении перелёта. Данные расчётов показывают, что миссия могла бы быть осуществлена с использованием ЭРДУ, при этом суммарная длительность работы ЭРДУ составила 1447,9 сут, что не превышает ресурса двигателя. Наибольшую длительность имели участки включения двигателей для осуществления первого гравитационного манёвра у Земли и выравнивания скорости КА и кометы Чурюмова-Герасименко при завершении гелиоцентрического

перелёта. Результаты расчёта затрат рабочего тела КА показали, что на гелиоцентрический перелёт было затрачено 78,2 кг (что почти на 600 кг меньше затрат исходной миссии); на манёвры и на поддержание рабочих орбит в окрестности кометы 0,134 кг и 3,8 кг соответственно (таблица 1).

Таблица 1 – Результаты расчёта объектоцентрического движения КА «Rosetta-2»

№	Даты в 2014 г.	Цель манёвра	Граничные условия начала участка r , км; V_r , м/с; V_φ , м/с; i , градус	Расход рабочего тела, кг
1	8.08 – 3.09	Формирование заданной орбиты	$(120, V_r, V_\varphi, 0)$	0,040
2	3.09	Изменение наклона орбиты на - 60 град	$(29, 0, 0,152, 0)$	0,014
	3.09 - 7.09	Поддержание орбиты картографирования с наклоном – 60 град	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,216
	7.09	Изменение наклона орбиты на + 60 град	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,028
	7.09 – 10.09	Поддержание орбиты картографирования с наклоном + 60 град	$(29; 0, 0,152, 60)$	0,162
3	10.09	Переход на низкую орбиту картографирования	$(29; 0, 0,152, 60)$	0,019
	10.09 - 24.09	Поддерж. низкой орбиты картографирования	$(19, 0, 0,187, -60)$	0,756
	24.09	Переход на переходную орбиту	$(19, 0, 0,187, -60)$	0,003
	24.09 – 15.10	Поддержание переходной орбиты	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	1,134
4	15.10	Переход на орбиту близкого обзора	$r_\pi = 9,8, r_\alpha = 19$	0,015
	15.10 - 28.10	Поддержание орбиты близкого обзора	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	0,756
	28.10	Переход на парковочную орбиту	$(9,8; 0, 0,261, -60)$	0,005
	28.10 - 12.11	Поддержание парковочной орбиты	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,810
5	12.11	Переход на орбиту сброса зонда	$(29; 0, 0,152, -60)$	0,014
	12.11	Сброс зонда	$(22,5; 0, 0,172, -60)$	0,040

Другой пример, представленный в диссертации, демонстрирует применение разработанной методики для проектирования миссии по исследованию в течение пяти лет потенциально-опасного астероида Эрос с околокруговой объектоцентрической орбиты радиусом 90 км. Считалось, что КА имеет стартовую массу 500 кг и ЭРДУ тягой 90 мН и скоростью истечения 16600 м/с. Рассмотрены два варианта баллистического расчёта миссии: с использованием традиционной модели, где астероид рассматривается, как шарообразное тело и с использованием уточнённой модели гравитационного поля (астероид рассматривается как суперпозиция двух массивных точек).

Оптимизация перелёта Земля-астероид Эрос выполнялась для фиксированной длительности перелёта 440 сут. Было показано (рис. 7), что программа оптимального управления и траектория движения в плоском случае соответствуют дате подлёта к астероиду 4.12.2024 г., что явилось хорошим начальным приближением для решения задачи об оптимальном по расходу рабочего тела некомпланарном перелёте (рис. 8).

Маневрирование в поле притяжения астероида в традиционной модели предусматривает только расчёт перелёта на околокруговую рабочую орбиту. Расход рабочего тела на поддержание этой орбиты не предусматривается. Однако, в реальности сложная форма астероида создаёт существенные возмущения. В уточнённом варианте рассчитывается движение КА в окрестности астероида Эрос (рис. 9), представленного как суперпозиция двух гравитирующих точек.

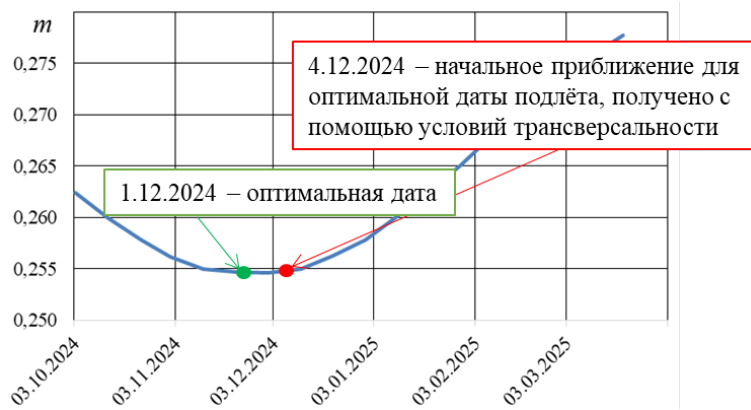


Рисунок 7 – К выбору оптимальной даты подлёта КА с ЭРДУ к астероиду Эрос

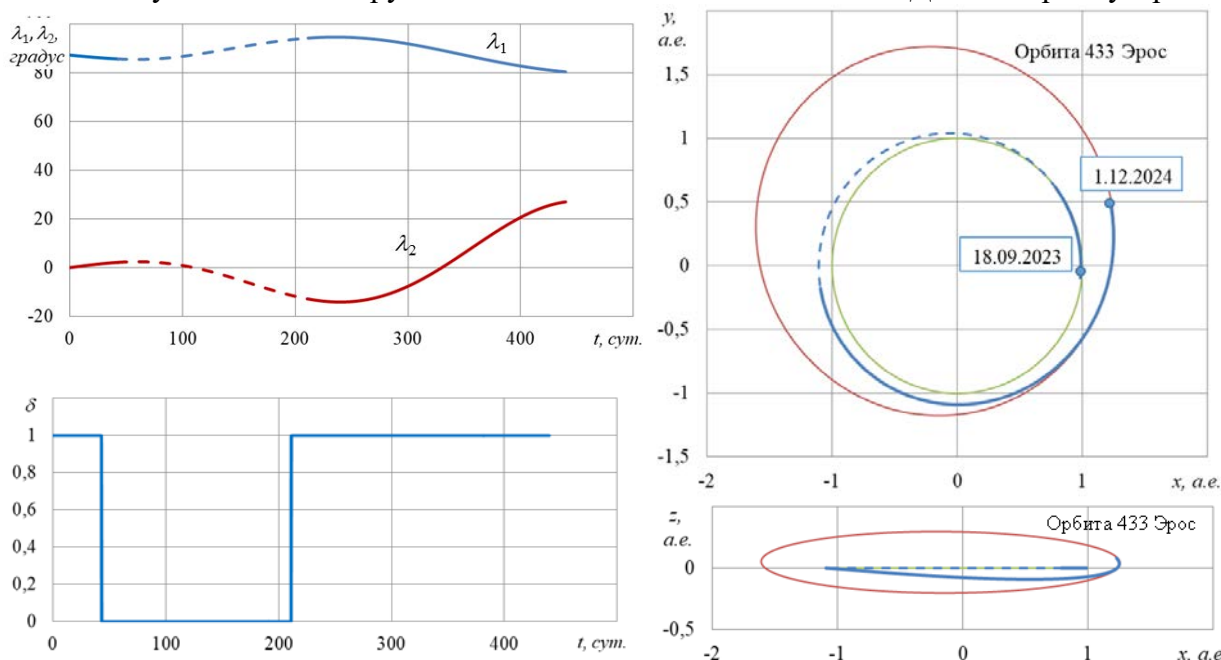


Рисунок 8 – Оптимальная номинальная программа управления и проекции траектории движения для перелёта Земля - астероид 433 Эрос

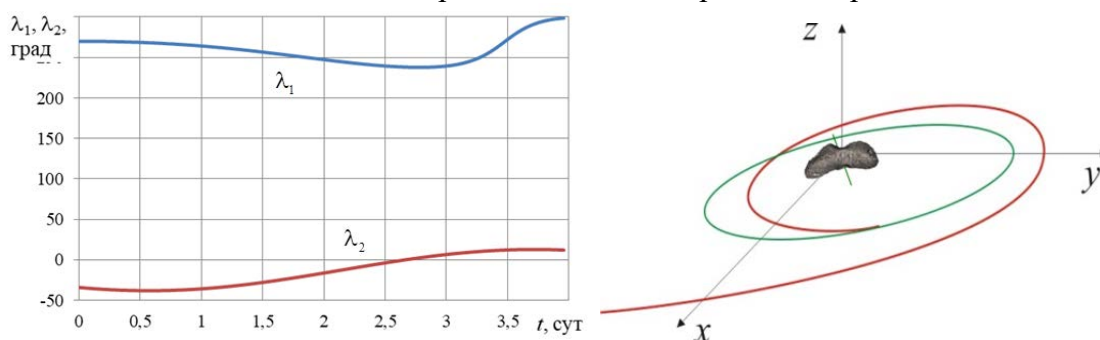


Рисунок 9 – Программа управления и соответствующая траектория движения для манёвра формирования рабочей объектоцентрической относительно астероида 433 Эрос

Результаты моделирования манёвра поддержания рабочей орбиты с использованием скорректированного локально-оптимального закона управления (рис. 10 а) показаны на рис. 10 б). Поскольку при поддержании орбиты контролируется только величина большой полуоси, в процессе движения наблюдаются незначительные колебания радиуса орбиты ± 500 м, координаты z КА в пределах $\pm 1,7$ км и наклона орбиты в пределах $\pm 2,8 \cdot 10^{-3}$ градусов, что является допустимым для целей данной миссии.

Результаты баллистического синтеза миссии с использованием традиционной и уточнённой гравитационной модели астероида представлены в таблице 2.

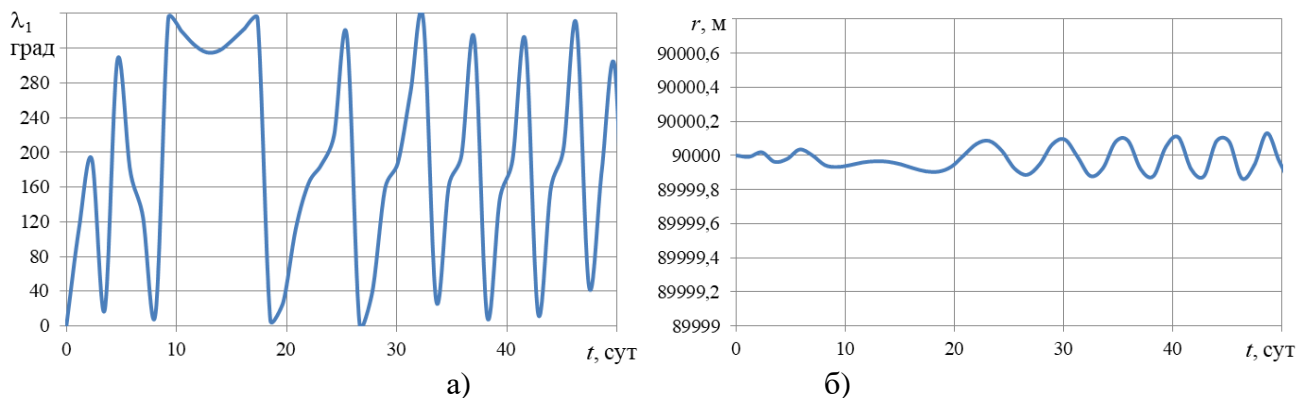


Рисунок 10 – Поддержание орбиты с помощью скорректированного локально-оптимального закона управления: а) стабилизирующее орбиту управление, б) изменение радиуса орбиты

Таблица 2 - Результаты синтеза миссии к астероиду 433 Эрос по традиционной и уточнённой моделям

Этапы перелёта	Традиционная модель		Уточнённая модель	
	Длительность манёвра, сут	Расход рабочего тела, кг	Длительность манёвра, сут	Расход рабочего тела, кг
Перелёт Земля – Эрос	440	125,7	440	127,3
Формирование орбиты	3,92	1,8	3,95	1,9
Поддержание орбиты	1826	-	1826	213,8
Суммарные затраты	2269,92	127,6	2269,95	343,0

Можно отметить, что учёт массы Земли и астероида на гелиоцентрическом участке движения приводит к незначительному увеличению расхода рабочего тела КА. Параметры манёвра формирования рабочей орбиты также изменяются не существенно. Сильнее всего неправильная форма астероида влияет на этап поддержания рабочей орбиты. Суммарный расход рабочего тела на этот манёвр превышает даже затраты на гелиоцентрическое движение. Суммарно, затраты рабочего тела на миссию, полученные по уточнённой модели, более, чем в два раза превышают полученные по традиционной модели, что, конечно, неприемлемо даже на самом предварительном этапе баллистического проектирования миссии и подтверждает необходимость использования уточнённой модели движения на объектоцентрическом участке движения.

В заключении диссертации сформулированы основные результаты работы:

- Разработанная математическая модель объектоцентрического движения КА с ЭРДУ с учётом гравитационного воздействия Солнца и объекта исследования неправильной формы может быть использована при баллистическом проектировании миссий.
- Разработанный алгоритм позволяет определить параметры математической модели гравитационного поля объекта исследования в случае использования двух притягивающих точек.
- Разработанная вычислительная процедура получения начального приближения при решении краевой задачи об оптимальном по расходу рабочего тела гелиоцентрическом перелёте, основанная на использовании условий трансверсальности для выбора оптимальных дат старта, является эффективной.
- Разработанная методика формирования номинальных программ управления позволяет определять баллистические параметры миссий КА и ЭРДУ к малым телам Солнечной системы.
- Применение локально-оптимальных законов управления, с учётом

предложенных корректирующих поправок позволяет изменять или стабилизировать траекторию движения КА с ЭРДУ в окрестности тела неправильной формы.

• Участки поддержания рабочих орбит у небесных тел неправильной формы требуют большего расхода рабочего тела, чем участки изменения орбиты.

Перспективы дальнейшей разработки темы.

Разработанные математические модели, методики и вычислительные процедуры имеют конкретное приложение к задачам по исследованию малых тел Солнечной системы с помощью космических аппаратов с двигателями малой тяги, в частности, могут быть использованы при баллистическом проектировании миссий по исследованию астероидов, включённых в «Проект стратегии развития космической деятельности России до 2030 года и на дальнейшую перспективу».

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Перечень работ, опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. **Сергаева, Е.А.** Использование тяжёлого космического аппарата с двигателями малой тяги для отклонения астероида от опасной траектории [Текст] / Е.А. Сергаева, О.Л. Старинова // Вестник Московского авиационного института. - 2019. - Т. 26, № 2. - С. 166-174.

2. Старинова, О.Л. Проектно-баллистический анализ миссии длительного исследования астероида Апофис наноспутником с электроракетной двигательной установкой [Текст] / **Е.А. Сергаева**, О.Л. Старинова, А.Ю. Шорников // Космические аппараты и технологии. - 2020. - Т. 4, № 3 (33). - С. 161-170.

В изданиях, индексируемых в базах Scopus/WoS:

3. **Nikolaeva, E.A.** Simulation of Earth's Protection by Kinetic Interceptor from Asteroid Hazard [Текст] / **Е.А. Nikolaeva**, O.L. Starinova // Journal of Physics: Conference Series. - 2018. - Vol. 1096. Issue 1.

4. **Nikolaeva, E.** Simulation of Earth's Protection by Solar Sail from Asteroid Hazard [Текст] / **Е.А. Nikolaeva**, O.L. Starinova, I.V. Chernyakina, B. Alipova // IEEE 12th International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT 2018 - Proceedings. - 2018.

5. **Nikolaeva, E.** Simulation of a system for protecting earth from asteroid hazard by gravitational space tug or solar sail [Текст] / **Е.А. Nikolaeva**, O.L. Starinova // AIP Conference Proceedings.- 2018.- Vol. 2046.

6. **Nikolaeva, E.A.** etc. Ballistic and design of nano-class spacecraft for asteroid exploration [Текст] / **Е.А. Nikolaeva**, O.L. Starinova, A.U. Shornikov, I. V. Chernyakina, Ya. S. Kiunov // Proceedings of 9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, RAST 2019. - 2019. - P. 89-94

7. Starinova, O. Motion Control of Low Thrust Spacecraft for Flight to Near-Earth Asteroid 2016HO3 [Текст] / **Е.А. Sergaeva**, O.L. Starinova, C. Danhe // Proceedings of ITNT 2020 - 6th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology. - 2020.

8. Chekashov, A. S. Motion control of the spacecraft with a low thrust engine during flight to near-Earth asteroids [Текст] / A. S. Chekashov **Е.А. Sergaeva**, O.L. Starinova, C. Danhe // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. - 2020. - Vol. 984.

9. **Sergaeva, E.A.** Motion control of spacecraft with low-thrust engines for a flight to a Near-Earth asteroid [Текст] / **Е.А. Sergaeva**, O.L. Starinova // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2021. - 2021.

10. Starinova, O. Motion control of an electric propulsion observation spacecraft in a irregular gravitational field [Текст] / **Е. Sergaeva**, O. Starinova, C. Danhe, R. Khabibullin, I. Chernyakina // Proceedings of ITNT 2022 - 6th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology. - 2022.

глава в монографии:

11. Starinova, O.L. Electrospinning and Electrospraying - Techniques and Applications: Using the iESP Installed on the Space Station Moving in an Irregular Gravitational Field of the Asteroids Eros and Gaspra field [Текст] / O.L. Starinova, A.Y. Shornikov, **Е.А. Nikolaeva** // London: IntechOpen Limited, 2019. –Chapter 5. – P. 89-107.