

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика
С.П. Королева» (Самарский университет)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой высшей математики
 Любимов В.В.
« 16 » 12 2024 г

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
МАТЕМАТИКА

Программа вступительного испытания по математике

Программа вступительных испытаний составлена на основе федерального государственного стандарта среднего общего образования, федерального государственного стандарта основного общего образования и примерной программы среднего (полного) общего образования на профильном уровне. Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать в развернутом решении.

Содержание вступительного испытания по математике

I. Основные понятия

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени

- 1) Целые числа
- 2) Степень с натуральным показателем
- 3) Дроби, проценты, рациональные числа
- 4) Степень с целым показателем
- 5) Корень степени $n > 1$ и его свойства
- 6) Степень с рациональным показателем и ее свойства
- 7) Свойства степени с действительным показателем
- 8) Многочлены от одной переменной, делимость многочленов, деление многочленов с остатком, число корней многочлена.

1.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

- 1) Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии
- 2) Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии
- 3) Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

1.3. Основы тригонометрии

- 1) Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- 2) Радианная мера угла
- 3) Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- 4) Основные тригонометрические тождества
- 5) Формулы приведения

- 6) Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 7) Синус и косинус двойного угла
- 8) Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа
- 1.4. Показательная и логарифмическая функции
 - 1) Показательная функция, экспонента
 - 2) Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество
 - 3) Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию
 - 4) Десятичный и натуральный логарифмы, число e
- 1.5. Преобразования выражений
 - 1) Преобразования выражений, включающих арифметические операции
 - 2) Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
 - 3) Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
 - 4) Преобразования тригонометрических выражений
 - 5) Преобразование выражений, включающих операцию взятия логарифма
 - 6) Модуль (абсолютная величина числа)
2. Уравнения и неравенства
 - 2.1. Уравнения
 - 1) Квадратные уравнения
 - 2) Рациональные уравнения
 - 3) Иррациональные уравнения
 - 4) Тригонометрические уравнения
 - 5) Показательные уравнения
 - 6) Логарифмические уравнения
 - 7) Равносильность уравнений, систем уравнений
 - 8) Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
 - 9) Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
 - 10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
 - 11) Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
 - 12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики
 - 2.2. Неравенства
 - 1) Квадратные неравенства
 - 2) Рациональные неравенства
 - 3) Показательные неравенства
 - 4) Логарифмические неравенства
 - 5) Системы линейных неравенств
 - 6) Системы неравенств с одной переменной
 - 7) Равносильность неравенств, систем неравенств
 - 8) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
 - 9) Метод интервалов

- 10) Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
3. Функции
 - 3.1. Определение и график функции
 - 1) Функция, область определения функции
 - 2) Множество значений функции
 - 3) График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
 - 4) Обратная функция. График обратной функции
 - 5) Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат
 - 3.2. Элементарное исследование функций
 - 1) Монотонность функции. Промежутки возрастания, убывания
 - 2) Четность и нечетность функции
 - 3) Периодичность функции
 - 4) Ограниченность функции
 - 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
 - 6) Наибольшее и наименьшее значения функции
 - 3.3. Основные элементарные функции
 - 1) Линейная функция, ее график
 - 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
 - 3) Квадратичная функция, ее график
 - 4) Степенная функция с натуральным показателем, ее график
 - 5) Тригонометрические функции, их графики
 - 6) Показательная функция, ее график
 - 7) Логарифмическая функция, ее график
4. Начала математического анализа
 - 4.1. Производная
 - 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
 - 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
 - 3) Уравнение касательной к графику функции
 - 4) Производные суммы, разности, произведения, частного
 - 5) Производные основных элементарных функций
 - 6) Вторая производная и ее физический смысл
 - 4.2. Исследование функций
 - 1) Применение производной к исследованию функций, построению графиков
 - 2) Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах
 - 4.3. Первообразная и интеграл
 - 1) Первообразные элементарных функций
 - 2) Примеры применения интеграла в физике и геометрии

5. Геометрия

5.1. Планиметрия

- 1) Треугольник
- 2) Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- 3) Трапеция
- 4) Окружность и круг
- 5) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
- 6) Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- 7) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве

- 1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- 2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- 3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- 4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
- 5) Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- 6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

5.3. Многогранники

- 1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- 2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- 3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- 4) Лечения куба, призмы, пирамиды
- 5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения

- 1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 3) Шар и сфера, их сечения

5.5. Измерение геометрических величин

- 1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- 2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- 3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- 4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

- 5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- 6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- 7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара
- 5.6. Координаты и векторы
 - 1) Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
 - 2) Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
 - 3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; вложение векторов и умножение вектора на число
 - 4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
 - 5) Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам
 - 6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами
6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
 - 6.1. Элементы комбинаторики
 - 1) Поочередный и одновременный выбор
 - 2) Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
 - 6.2. Элементы статистики
 - 1) Табличное и графическое представление данных
 - 2) Числовые характеристики рядов данных
 - 6.3. Элементы теории вероятностей
 - 1) Вероятности событий
 - 2) Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события.
 - 3) Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.
 - 4) Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных

II. Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:
 - выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
 - вычислить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уметь решать уравнения и неравенства:
решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями:
определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства

функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;

— вычислять производные и первообразные элементарных функций; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

— решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);

— решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

— моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;

— моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать по—строенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

— проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;

моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

— анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- решать прикладные задачи, в том числе социально—экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

The program of entrance exam in mathematics.

The program of entrance examination is based on the Federal State Educational Standard for secondary general education and basic general education. It also takes into account the approximate program for secondary (full) general education at the profile level. This program consists of two parts.

The first part lists the basic mathematical concepts that the applicant must master.

The second part indicates the skills and abilities required of the applicant for the exam. The amount of knowledge required and the level of proficiency in this material corresponds to the high school mathematics course.

Applicants can use the entire range of tools available in this course, including beginning analysis. However, in order to solve the exam questions, it is sufficient to have a firm grasp of only those concepts and properties listed in this program. Subjects and facts that were not covered in the course are not relevant in secondary schools can also be utilized by applicants, provided that they are capable of explaining and justifying them in a comprehensive manner.

The content of the admission test in mathematics:

I. Fundamental concepts:

1. Algebra:

1.1 Numbers, roots, and degrees:

a) Integers

b) Degree with natural indicator

c) Fractions, percentages, and rational numbers

d) Degree with an integer exponent

e) Root of degree $n > 1$ and its properties

f) Degree with a rational index and its properties

g) Properties of degree with a valid exponent

h) One-variable polynomials, divisibility, polynomials with remainder, number of polynomial roots in division

1.2 Arithmetic and Geometric Progressions

- a) Formula for n th term, sum of first n terms in arithmetic progression
- b) Formula for n th term, sum of first n terms in geometric progression
- c) Infinite decreasing geometric sequence

1.3 Fundamentals of Trigonometry

- a) Sin, cos, tan, cot of arbitrary angle
- b) Radial angle measure
- c) Sin, cos, tan and cot numbers
- d) Trigonometric identities
- e) Reduction formulas
- f) Sin, cos and tan of sum and difference of angles
- g) Double angle sine and cosine
- h) Arcsine, arccosine, arctangent, acrotangens of number

1.4 Exponential and Logarithmic Functions

- a) Exponential function and exponent
- b) The logarithm of a number. Basic logarithmic identity
- c) The logarithm of product, quotient, and power; transition to new base
- d) Decimal and natural logarithms. The number «e»

1.5 Transformations of Expressions

- a) Transformations involving arithmetic operations
- b) Transformations with exponentiation operations
- c) Transformations including roots of natural degrees
- d) Transformations in trigonometric terms
- e) Conversion to expressions involving taking the logarithm
- f) Modulus (absolute value)

2. Equations and Inequalities

2.1 Equations

- a. Quadratic Equations
- b. Rational Equations
- c. Irrational Equations
- d. Trigonometric Equations
- e. Exponential Equations
- f. Logarithmic Equations
- g. Equivalence of Equations, Systems of Equations
- h. The Simplest Systems of Two Unknowns
- i. Fundamental techniques for solving systems of equations: Substitution, algebraic addition, introduction of new variables
- j. Utilizing properties and graphs of functions in resolving equations
- k. Visualization on the coordinate system of the collection of solutions of equations with two variables and their systems
- l. Applying mathematical methods to solve meaningful problems from diverse fields of science and practical applications

2.2 Inequalities.

- 1) Squared inequalities
- 2) Rational inequalities
- 3) Exponentiated inequalities
- 4) Logarithmic inequalities
- 5) Systems of linear inequalities
- 6) Systems with a solitary variable
- 7) Equivalent inequalities, systems with inequalities
- 8) Utilizing properties and graphs of functions for resolving inequalities
- 9) The interval method
- 10) Visualization of the solutions on the coordinate plane for inequalities with two variables, and their systems

3.Functions

3.1 Definition and graph of the function

- a) The function, the scope of its definition
- b) The set of possible function values
- c) Plot of the function: Examples of functional relationships in real-world processes and phenomena
- d) Inverse function: Plot of the inverse function
- e) Transformations of graphs: Parallel translation, symmetry with respect to the coordinate axes

3.2 Basic research of functions:

- a) Monotonous function: Intervals of increase and decrease
- b) Parity and oddness of the function
- c) Periodicity of the function
- d) Limit function
- e) Extreme points (local maxima and minima) of the function
- f) Largest and smallest values of the function

3.3 Basic elementary functions:

- a) Linear function, plot of the graph
- b) Function describing inverse proportional relationship, graph of the function
- c) Quadratic function, plot of its graph
- d) Power function with natural exponent, plot of graph
- e) Trigonometric functions and their plots
- f) Exponential function, plot of its graph
- g) Logarithmic function, plot of its graph

4. Beginning of mathematical analysis

4.1 Derivative

- a) The concept of the derivative of a function and its geometric interpretation

- b) The physical significance of the derivative in finding the rate of change of a process represented by a formula or graph
- c) The equation for the tangent line to the graph of a function
- d) Derivatives of sums, differences, products and quotients
- e) Derivatives of simple elementary functions
- f) The second derivative and its physical interpretation

4.2 Study of Functions

- a) Application of the derivative to investigate functions and construct graphs
- b) Examples of applying the derivative to find optimal solutions in practical problems

4.3 Primitive and Integral

- a) Primitives of elementary functions
- b) Applications of the integral in physical and geometric contexts

5 Geometry

5.1 Planimetry

- a) Triangle and its properties
- b) Parallelograms, rectangles, rhombuses, and squares
- c) Trapezoids
- d) Circles and circles
- e) Inscribing a circle within a triangle and describing a triangle with a circle
- f) The polygon. The sum of the angles of a convex polygon
- g) Regular polygons. Inscribed and circumscribed circles of a regular polygon

5.2. Lines and planes in space

- a) Intersecting, parallel, and perpendicular lines; perpendicularity of lines
- b) Parallelism between a line and a plane, symbols and properties
- c) Parallelism between planes, symbols and properties

d) Perpendicularity between a line and plane, symbols and properties; inclined and perpendicular; three-point theorem

e) Perpendicular between planes, properties and symbols

f) Parallel projection. Image of spatial figures

5.3. Polyhedral shapes

a) Prism, bases, edges, height, lateral surface; straight-sided prism; rectangular prism

b) Parallelepiped, cube, symmetries in cube, parallelepipeds

c) Pyramids, base, edges, height, lateral surfaces; triangular pyramids; regular pyramids

d) Cube and pyramid treatments

e) Representation of Regular Polyhedra (Tetrahedron, Cube, Octahedron, Dodecahedron, and Icosahedron)

5.4. Rotational Bodies and Surfaces

a) Cylindrical object: base, height, lateral surface, formation, span

b) Conical object: base, height, lateral surface, formation, span

c) Ball and sphere, sections thereof

5.5 Measurement of geometric figures

a) Angle magnitude, angle degree measure, correspondence between angle magnitude and circular arc length

b) Angle between straight lines in three-dimensional space, angle between a straight line and plane, angle between planes

c) Segment, polyline or circular perimeter length

d) Distance from a point to straight line, distance from point to plane; distance between parallel lines and intersecting planes, distance between parallel planes.

e) Area of triangle, parallelogram, trapezoidal, circular sector

f) Surface area of cone, cylinder, sphere

g) Volume of cube, rectangular parallelepiped, pyramid, prism, cylinder, cone, sphere

5.6. Coordinates and vectors

- a) Cartesian coordinates on a plane and in space
- b) 2) The formula for the distance between two points; Embedding vectors and multiplying a vector by a scalar
- c) Vector, vector modulus, equality of vectors; embedding of vectors and multiplication of a vector by a number
- d) Collinear vectors. Decomposition of a vector into two non-collinear vectors
- e) Coplanar Vectors. Decomposition Into Three Non-Planar Vectors
- f) Vector Coordinates; Scalar Product of Vectors; Angle Between Vectors

6. Elements Of Combinatorics, Statistics, And Probability Theory

6.1. Elements Of Combinatorics

- a) Alternating And Simultaneous Selection
- b) Formulas For The Number Of Combinations And Permutations. Newton's Binomial

6.2. Elements Of Statistics

- a) Tabular And Graphical Representation Of Data
- b) Numerical Characteristics Of Data Series

6.3. Elements Of Probability Theory

- a) Probabilities Of Events
- b) Elementary And Complex Events. Consideration Of Cases And The Probability Of The Sum Of Incompatible Events, The Probability Of The Opposite Event
- c) The Concept Of The Independence Of Events. Probability And Statistical Frequency Of Occurrence Of The Event

d) Examples Of The Use Of Probabilities And Statistics In Solving Applied Problems

II. Admission Requirements

On The Math Exam, The Applicant Must Be Able To:

1. Perform calculations and manipulations:

- Perform basic arithmetic operations using both oral and written methods.
- Find the value of the n th root of a number, or a number raised to the power of a rational exponent.

- Calculate the value of numeric or alphabetic expressions using substitutions and manipulations.

- Approximate calculations of numeric expressions.
- Convert alphabetic expressions to degrees, radicals, logs, and trig functions using known formulas and conventions.

2. Solve equations and inequalities:

- Solve rational, irrational, exponent, trig, and log equations and systems.
- Use function properties and graphs to solve simple equations.
- Graphically solve equations approximately.
- Solve inequalities of various types, including rational, exponent, and log inequalities.

3. Work with functions:

- Manipulate functions, such as addition, subtraction, multiplication, division, exponentiation, and more.
- Determine the value of a function based on the value of its argument in various ways of defining a function. Analyze the behavior and characteristics of the function based on its graph.
- Find the maximum and minimum values based on the graph of the function.
- Plot the studied functions.
- Calculate derivatives and primitive elementary functions

- Examine functions for monotonicity in the simplest cases. Determine the largest and smallest values of the function

4. Perform operations with geometric shapes, coordinates, and vectors

- Solve planar problems to find geometric quantities such as lengths, angles, and areas.

- Solve simple stereometric problems to determine lengths, angles, areas, and volumes. Use planimetric knowledge and methods in stereometric problems.

- Determine the coordinates of a point. Perform vector operations, calculate vector length and coordinates, and angle between two vectors.

5. Construct and explore mathematical models

- Model real-world situations in algebraic language. Create equations and inequalities based on the problem's conditions. Explore constructed models using algebraic techniques.

- Model situations using geometric language. Explore the constructed models to gain a better understanding of the problem. Constructed models using geometric concepts, theorems and the apparatus of algebra, to solve practical problems related to determining geometric quantities.

- Conduct evidence-based reasoning while solving problems, evaluating the logical correctness of the reasoning, and recognizing logically incorrect reasoning; model real-life situations in the language of probability and statistics, calculating the probabilities of events in the most basic cases.

6. Be able to apply acquired knowledge and skills to practical activities and everyday life.

- Analyze real numerical data and statistical information. Perform practical calculations using formulas. Use estimation and approximation in practical calculations.

- Use functions to describe various realistic dependencies between quantities and understand their graphs. Extract information presented in tables and diagrams.

- Solve applied problems, both socio-economic and physical, for maximum and minimum values, as well as for finding speed and acceleration.