

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

**Щербаков Михаил Сергеевич**

**ВЫБОР ОРБИТ И АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ИНСПЕКЦИОННЫМ  
ДВИЖЕНИЕМ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

**2.5.16. Динамика, баллистика,  
управление движением летательных аппаратов**

**Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук**

**Научный руководитель:**  
**Белоконов Игорь Витальевич,**  
доктор технических наук, профессор

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ ВЫБОРА ОРБИТ И ПОДДЕРЖАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА .....	18
1.1 Математические модели инспекционного движения .....	18
1.2 Постановка задачи выбора орбит и управления инспекционным движением малоразмерного космического аппарата .....	22
Выводы по первой главе .....	26
2 ВЫБОР НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ДВИЖЕНИЯ И МОМЕНТА ФОРМИРОВАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОЙ ТРАЕКТОРИИ .....	27
2.1 Формирование номинальной инспекционной траектории в центральном поле притяжения .....	27
2.2 Исследование номинальных инспекционных траекторий .....	30
2.3 Выбор условий обеспечения продолжительной пассивной инспекции при учёте нецентральности поля притяжения .....	40
2.3.1 Анализ влияния возмущающих факторов на инспекционное движение .....	40
2.3.2 Влияние начального положения объекта инспекции на продолжительность пассивной инспекции .....	42
2.3.3 Алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения малоразмерного космического аппарата и начального положения объекта инспекции .....	46
2.4 Анализ влияния погрешностей реализации начальных траекторных параметров движения на продолжительность пассивной инспекции .....	47
Выводы по второй главе .....	56

3 ПОДДЕРЖАНИЕ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НА ВЫСОКИХ ОРБИТАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОДНОИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ .....	57
3.1 Алгоритм одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения.....	57
3.1.1 Исследование алгоритма одноимпульсной коррекции при движении объекта инспекции по круговым орбитам .....	59
3.1.2 Исследование алгоритма одноимпульсной коррекции при движении объекта инспекции по высокоэллиптическим орбитам.....	67
3.2 Методика обеспечения пребывания малоразмерного космического аппарата в допустимой области пространства .....	76
Выводы по третьей главе.....	84
4 ВЫБОР НЕПРЕРЫВНЫХ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НА НИЗКИХ ОРБИТАХ .....	85
4.1 Выбор вида квадратичного критерия качества на базе-LQR-технологии.....	85
4.1.1 Отыскание закона управления инспекционным движением на базе LQR-технологии .....	85
4.1.2 Обоснование вида квадратичного критерия качества для закона управления на базе LQR-технологии .....	95
4.2 Формирование закона управления на базе-SDRE-технологии.....	98
4.2.1 Модель закона управления инспекционным движением на базе SDRE-технологии .....	98
4.2.2 Методика поддержания номинального инспекционного движения при непрерывном управлении.....	101

4.2.3 Обоснование вида квадратичного критерия качества для закона управления на базе SDRE-технологии.....	104
4.3 Сравнение результативности законов управления на базе LQR- и SDRE-технологий .....	106
4.4 Исследование эффективности поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления.....	110
Выводы по четвёртой главе.....	113
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	114
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	117

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Для решения ряда фундаментальных и прикладных задач существуют миссии, в которых группа взаимодействующих космических аппаратов (КА), образуют геометрическую формацию относительно выбранного объекта на орбите и совместно работают над общей задачей. Такой тип движения КА получил название группового полёта. Первый в мире групповой полёт космических аппаратов состоялся 11 августа 1962 года. В нём участвовали космические корабли «Восток-3» и «Восток-4» под управлением космонавтов Николаева А.Г. и Поповича П.Р. В настоящее время групповой полёт активно используется в миссиях с участием малоразмерных автоматических КА (МКА). Групповой полёт применяется в задачах по изучению геофизических полей Земли, для решения которых необходимо проводить единовременные измерения в разных точках околоземного пространства; при проведении астрофизических исследований используются группы спутников, составляющие разнесённый радиоинтерферометр и т.д. При решении ряда прикладных задач также может быть использована технология группового полёта. Например, при эксплуатации новой Российской Орбитальной Служебной Станции планируется использовать два типа космических аппаратов сервисного обслуживания – «Инспектор» и «Буксир», которые будут взаимодействовать со станцией и другими КА. При обследовании космического мусора также может быть использована группа малоразмерных КА. Преимуществом группового полёта является возрастающая надёжность успешной реализации миссии так как выход из строя одного КА не приводит к её нештатному завершению, а только может снизить качество решения целевой задачи. К недостаткам относится необходимость поддерживать требуемое расположение КА относительно друг друга в соответствии с выбранным типом формации и требованиями миссии.

По способу организации группового полёта КА можно выделить два типа формаций:

- Строй – группа КА, постоянно поддерживающих взаимное расположение относительно друг друга.

- Рой – группа КА переменного во времени взаимного положения (переменного строя) в пределах установленных границ.

В данной работе рассматривается один из возможных вариантов группового полёта – инспекционное движение, при котором один МКА совершает периодический облёт другого не кооперируемого КА (далее объект инспекции (ОИ)) в его орбитальной плоскости. Инспекционное движение относится к типу формаций «Строй» и рассматривается в орбитальной системе координат, связанной с центром масс ОИ.

Рассмотрение в комплексе вопросов выбора номинальной инспекционной траектории МКА и законов управления, учитывающих природу возмущающих факторов и возможности МКА, для поддержания инспекционного движения, исходя из условия минимизации совокупных энергозатрат, является актуальной задачей.

#### **Степень разработанности темы.**

При изучении инспекционного движения часто используются аналитическое решение уравнений относительного движения в виде Hill–Clohessy–Wiltshire (в дальнейшем для сокращения – уравнения Хилла) позволяющие получить инспекционную траекторию в виде эллипса Хилла, в центре которого находится ОИ, а МКА совершает движение по его дуге. Недостатком уравнений Хилла является то, что они получены путём линеаризации модели движения МКА относительно ОИ, совершающего движение по круговой орбите. Не учитываемые при этом нелинейности приводят к деформации эллипса Хилла при рассмотрении движения в центральном поле притяжения без учёта влияния возмущающих факторов.

К основным возмущающим факторам, влияющим на инспекционное движение на низких околоземных орбитах, относятся атмосферное торможение и нецентральность гравитационного поля Земли (с учётом второй зональной гармоники гравитационного потенциала (далее для краткости -  $J_2$ )). Степень влияния атмосферного торможения зависит от разности баллистических коэффициентов ОИ и МКА, а также от состояния атмосферы и высоты орбиты.

Влияние  $J_2$  обусловлено полюсным сжатием Земли. Степень влияния  $J_2$  на инспекционную траекторию зависит от текущего значения аргумента широты, наклона и высоты орбиты ОИ. При движении по высокоэллиптическим орбитам необходимо учитывать влияние притяжения Луны на инспекционное движение.

В настоящее время инспекционное движение малоразмерных космических аппаратов активно изучается и начинает применяться в практической космонавтике [1 - 7]. Задачу обеспечения инспекционного движения можно разделить на две подзадачи:

- выбор номинальной инспекционной траектории;
- поддержание инспекционного движения с помощью корректирующих манёвров.

Выбор номинальной инспекционной траектории позволяет уменьшить влияние возмущающих факторов и увеличивает интервал времени пассивного инспекционного движения. Этому вопросу посвящён ряд работ [8 - 20]. Принципиальная возможность получения замкнутой инспекционной траектории в орбитальной плоскости ОИ при пассивном движении МКА, в возмущённом поле притяжения с учётом  $J_2$  показана авторами [8]. Для этого необходимо, чтобы орбиты МКА и ОИ имели одинаковые большие полуоси, наклона, эксцентриситеты, также вековой уход долготы восходящего узла и аргумента перицентра обеих орбит должен проходить с одинаковой скоростью. Такие строгие условия на практике нереализуемы. В работе [9] замкнутая инспекционная траектория получена в предположении одинаковой скорости вековых уходов аргументов перицентров орбит ОИ и МКА, в возмущённом поле притяжения, при использовании линеаризованной модели относительного движения. Существенно уменьшить влияния возмущающего ускорения от  $J_2$  на инспекционное движение можно с помощью выбора наклона орбиты ОИ, при условии что он совершает движение по круговой орбите [10].

При рассмотрении инспекционного движения на длительных интервалах времени необходимо проводить коррекцию инспекционной траектории МКА, которая может быть реализована с помощью алгоритмов управления на основе

импульсных коррекций и непрерывных законов управления. Ряд работ посвящён поддержанию инспекционного движения с помощью импульсной коррекции [14, 21 - 24]. В работе [14] предложен одноимпульсный алгоритм для поддержания инспекционного движения, основанный на методе неопределённых множителей Лагранжа. Основная идея метода заключается в том, что величина корректирующего импульса минимизируется и определяется исходя из условия обеспечения равенства орбитальных энергий после проведения коррекции, при рассмотрении движения в центральном поле притяжения. В [21] решается задача перестроения спутниковой формации с помощью импульсных манёвров и использованием понятия средних орбитальных элементов. В работе [22] исследуется задача осмотра некооперируемого космического аппарата с помощью группы КА состоящей из нескольких МКА и одного материнского космического аппарата. Объект инспекции располагается в центре инспекционных траекторий в виде эллипсов с большими полуосями от 15 до 25 метров. При выборе номинальных инспекционных траекторий авторы используют условие равенства орбитальных энергий МКА и ОИ. Для подлёта малоразмерных космических аппаратов на инспекционные траектории используется алгоритм импульсной коррекции, основанный на линейном программировании.

При движении на низких орбитах и наличии разности баллистических коэффициентов между ОИ и МКА возмущающее влияние атмосферы является основным фактором и одноимпульсная коррекция становится не эффективна. В этом случае предлагается использовать подход, основанный на непрерывных законах управления [25 - 36]. В работе [25] для поддержания инспекционного движения рассмотрен алгоритм управления на основе линейно-квадратичного регулятора (далее LQR-технология) для борьбы с возмущающими ускорениями от  $J_2$  и атмосферы. Управление относительным движением осуществляется за счёт изменения разности баллистических коэффициентов КА и ОИ путём изменения их ориентации и с помощью выдвижных конструктивных элементов космических аппаратов. Это позволяет управлять относительным расстоянием между КА и ОИ за счёт изменения скорости их торможения об атмосферу. Для учёта нелинейности



моделей относительного движения может быть использован метод использующий матричное уравнение Риккати которое зависит от состояния системы (State Dependent Riccati Equation, далее в работе SDRE-технология) [27, 37, 38]. Авторами работы [27] предлагается непрерывный закон управления для поддержания инспекционного движения на основе SDRE-технологии с использованием критерия качества, минимизирующего его энергетические затраты на управляющие воздействия. В качестве основного возмущающего фактора рассмотрено ускорение от  $J_2$ .

Малое количество работ посвящено реализации инспекционного движения на эллиптических орбитах [39]. Работы [9], [40] посвящены выбору начальных параметров движения для обеспечения замкнутых инспекционных траектории на эллиптических орбитах при использовании линейных моделей относительного движения, учитывающих влияния от  $J_2$ .

В рассмотренных работах алгоритмы и методики управления формируются с учётом минимизации различных квадратичных критериев качества [28, 41, 42, 43] или минимизации разности орбитальных энергий КА и ОИ в момент приложения корректирующего импульса [11, 14], но не учитывается последующий характер деформации инспекционной траектории после проведения коррекции. Вышеуказанные особенности приводят к необходимости дополнительной проработки совместного рассмотрения вопросов выбора характеристик номинальной инспекционной траектории и оптимизации алгоритмов её поддержания с учётом природы возмущающих факторов и возможностями существующих двигательных установок малоразмерных КА (МКА) [44].

В таблице 1 приведены результаты сравнительного анализа рассмотренных научных работ, посвящённых формированию инспекционных траекторий и их поддержанию с помощью корректирующих манёвров. В таблице 1 используются обозначения: ОТОД – оскулирующая траектория относительного движения;  $\Delta E = 0$  – условие равенства орбитальных энергий ОИ и МКА;  $t_0$  – начальный момент времени формирования инспекционной траектории.

Таблица 1 – Результаты сравнительного анализа научных работ по изучению и поддержанию инспекционного движения

авторы	выбор инсп. траектории		поддержание инспекционного движения с помощью:				
	$\Delta E = 0$	выбор нач. момента врем. $t_0$	импульсной коррекции		непрерывного закона управления		
			возм. фактор	исп. ОТОД	возм. фактор	исп. тех-я	$\Delta E = 0$
M. Sabatini, R. Volpe, G.B. Palmerini	да	нет	$J_2$	нет	-	-	нет
Y. Choi, S. Mok, H. Bang	да	нет	-	нет	-	-	нет
G. Gaias, S. D'Amico	нет	нет	$J_2$ , атм.	нет	-	-	нет
Кушнирук М.С., Овчинников М.Ю.	нет	нет	-	-	$J_2$ , атм.	LQR	нет
M. Vijayan, K. Schilling	нет	нет	-	-	$J_2$	SDRE	нет
Иванов Д.С., Ахлумади М.Р.	нет	нет	-	-	$J_2$ , атм.	SDRE	нет
Данная работа	да	да	$J_2$	да	атм.	SDRE	да

В диссертационной работе исследуется вопрос совместного выбора номинальной инспекционной траектории, обеспечивающей квазипериодическое инспекционное движение и его поддержания с учётом особенностей пассивного инспектирования.

Замкнутая инспекционная траектория может быть получена при рассмотрении движения в центральном поле притяжения и выполнении условия равенства орбитальных энергий МКА и ОИ. Однако влияние возмущающих ускорений приводит к нарушению периодичности инспекционного движения. В качестве первой задачи в диссертации исследуется проблема деформации

инспекционной траектории под действием возмущающих факторов и разрабатывается алгоритм выбора начальных траекторных параметров орбитального движения для обеспечения квазипериодического пассивного инспекционного движения на максимальном интервале времени. Для этого предлагается проводить выбор начальных параметров движения МКА и ОИ, обеспечивающий минимизацию разности радиальных проекций гравитационных ускорений, действующих на МКА и ОИ в начальный момент времени. Таким образом, создаются предпосылки для снижения потребных энергозатрат на проведение корректирующих манёвров по поддержанию инспекционной траектории.

Для поддержания инспекционного движения на длительных интервалах времени в работе предложены алгоритм выбора одноимпульсной коррекции на основе оскулирующих траекторий относительного движения и методика выбора непрерывного оптимального закона управления с использованием уравнений Риккати, состав которых зависит от состояния системы. Одноимпульсная коррекция позволяет эффективно бороться с возмущением от  $J_2$  при отсутствии влияния атмосферы. Преимуществом одноимпульсных манёвров является простота их реализации по сравнению с многоимпульсными манёврами и алгоритмами для поддержания инспекционной траектории на основе непрерывных законов управления. С использованием разработанных алгоритмов выбора начальных параметров орбитального движения и коррекции возмущений разработана методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.

При движении на низких орбитах возрастает влияние атмосферного торможения, которое становится основным возмущающим фактором. В этом случае используется подход, основанный на непрерывном законе управления, реализуемый с помощью двигательных установок МКА малой тяги электроракетного типа. Традиционно для выбора непрерывного закона управления при отслеживании номинальной инспекционной траектории используется решение

задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов с помощью метода динамического программирования Беллмана. Для учёта нелинейности модели относительного движения предложена методика, основанная на представлении исходной нелинейной модели движения в виде нелинейной модели с использованием матричного уравнения Риккати, коэффициенты которого зависят от фазовых переменных модели движения МКА (State Dependent Riccati Equation, далее в работе SDRE-технология).

**Объектом исследования** является движение МКА по облётной траектории относительно объекта инспекции на круговых и эллиптических орбитах.

**Предметом исследования** является совместный выбор условий формирования номинальной инспекционной траектории и разработка корректирующих манёвров для поддержания периодического облёта объекта инспекции.

**Целью работы** является разработка баллистического обеспечения инспекционного движения на протяжении миссии полёта путём совместного решения задач выбора параметров орбит, обеспечивающих длительное пассивное инспекционное движение, и формирования подходов к коррекции инспекционной траектории МКА, учитывающих выявленные особенности пассивной инспекции.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Исследование влияния начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального положения объекта инспекции в абсолютной геоцентрической системе координат в момент формирования пассивной номинальной инспекционной траектории на продолжительность нахождения МКА в заданной допустимой области отклонений параметров движения в нецентральной поле притяжения Земли;

2. Разработка алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для формирования номинальной инспекционной траектории, обеспечивающих продолжительный пассивный облёт объекта инспекции на

круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности в нецентральной поле притяжения Земли;

3. Разработка алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для формирования номинальной инспекционной траектории, обеспечивающих продолжительный пассивный облёт объекта инспекции на высокоэллиптических орбитах (орбита типа Молния, геопереходная орбита) в нецентральной поле притяжения Земли с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны;

4. Разработка алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения, позволяющей поддерживать инспекционное движение в нецентральной поле притяжения Земли;

5. Разработка методики обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ в нецентральной поле притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени;

6. Разработка методики выбора оптимального непрерывного закона управления для поддержания номинального инспекционного движения на основе SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения с учётом особенностей пассивной инспекции (стремление к обеспечению равенства орбитальных энергий МКА и ОИ) и возможностей, существующих ЭРДУ МКА.

**Методы исследования.** Методы механики полёта и динамики относительного движения КА в условиях действия возмущений от гравитационного поля Земли и торможения атмосферой, численные методы решения дифференциальных уравнений, метод статистического моделирования, метод динамического программирования Беллмана.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

1. Выявлено влияние аргумента широты ОИ на продолжительность нахождения траектории пассивного облёта в допустимой области отклонений от номинальной траектории при формировании пассивного инспекционного

движения в нецентральной поле притяжения Земли на круговых орбитах, орбитах малой и большой эллиптичности.

2. Предложен подход к выбору параметров пассивного инспекционного движения в нецентральной поле притяжения на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности, на которых атмосферным торможением можно пренебречь, отличающийся от известных одновременным выбором не только характеристик номинальной траектории движения МКА относительно инспектируемого объекта, но и момента времени формирования самой инспекционной траектории. Разработан алгоритм определения начальных траекторных параметров движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для реализации инспекционного движения, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной поле притяжения Земли.

3. Предложенный подход выбора параметров пассивного инспекционного движения распространён на ОИ, двигающиеся по высокоэллиптическим орбитам (орбита типа Молния, геопереходная орбита) в нецентральной поле притяжения Земли с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны.

4. Введено понятие оскулирующей траектории относительного движения, на основе которого предложен алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции, отличающийся от существующих формированием новой номинальной инспекционной траектории, исходя из выполнения условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА в текущий момент времени.

5. Предложена методика, основанная на применении развитого алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции и выявленных закономерностях пассивного инспекционного движения, позволяющая поддерживать процесс инспектирования на длительном интервале времени.

6. Для орбит, на которых атмосферное торможение оказывает основное влияние, разработана методика поддержания номинальной инспекционной траектории, отличающаяся от существующих выполнением условий обеспечения близости орбитальных энергий МКА и ОИ в момент окончания корректирующего манёвра и учитывающая возможности существующих электроракетных

двигательных установок МКА. В предложенной методике выбор оптимального непрерывного закона управления осуществляется с использованием SDRE-технологии.

**Достоверность результатов** обеспечивается обоснованностью принятых допущений в математических моделях. Полученные результаты в области формирования начальных параметров движения согласуются с результатами авторов Н. Schaub, Kyle T., а полученные законы управления согласуются с результатами авторов Д.С. Иванов, М. Sabatini, R. Volpe, G.B. Palmerini, P. Gurfil.

**Практическая значимость.** Полученные результаты могут быть использованы при баллистическом проектировании миссий, в которых используется инспекционное движение космических аппаратов.

**Теоретическая значимость.** Результаты работы вносят вклад в методологию выбора начальных орбитальных структур, сохраняющих стабильность в нецентральной области притяжения в заданной окрестности номинального периодического относительного движения, а также в обосновании способов и алгоритмов поддержания выбранного относительного движения в зависимости от типа учитываемых возмущений.

**Реализация результатов работы.** Полученные результаты диссертационной работы использованы в НИР, выполненной в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России. Результаты исследований используются в учебном процессе Самарского университета.

**Публикации и апробация работы.** По теме диссертации опубликовано семнадцать статей, из них шесть статей опубликованы в изданиях, индексируемых базами данных Scopus, две статьи опубликованы в изданиях, входящих в перечень рекомендованных ВАК Минобрнауки России.

Основные положения работы докладывались на XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019 г.), на XXVII-XXX Санкт-Петербургских международных

конференциях по интегрированным навигационным системам (г. Санкт-Петербург, 2020-2023 гг.), на международных семинарах «Навигация и управление движением», (г. Самара, 2020 г., Саратов, 2022 г.), на Четвёртом и Пятом Российских симпозиумах по наноспутникам с международным участием RusNanoSat (г. Самара, 2021, 2023 гг.).

**Личный вклад автора.** Все результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно или при его непосредственном участии.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Результаты численного моделирования пассивного инспекционного движения, подтверждающие определяющее влияние аргумента широты объекта инспекции при формировании инспекционного движения на круговых орбитах, орбитах малой и большой эллиптичности на продолжительность осуществления пассивной инспекции в нецентральной поле притяжения Земли до нарушения условия допустимой деформации инспекционной траектории;

2. Алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции для реализации инспекционного движения на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной поле притяжения Земли;

3. Алгоритм выбора параметров пассивного инспекционного движения на высокоэллиптических орбитах (орбита типа Молния, геопереходная орбита) с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны, обеспечивающий длительную пассивную инспекцию при движении в нецентральной поле притяжения Земли;

4. Алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения, позволяющей поддерживать инспекционное движение в нецентральной поле притяжения Земли;

5. Методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральной поле притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени;



6. Методика поддержания номинальной инспекционной траектории на основе выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения с учётом особенностей пассивной инспекции и возможностей существующих электроракетных двигательных установок МКА.

**Соответствие паспорту специальности.** Область исследования соответствует паспорту научной специальности 2.5.16. *Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов* по пунктам:

- п. 5. Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА;
- п. 6. Разработка алгоритмов автономного и дистанционного управления траекторией ЛА, а также однородных и разнородных группировок ЛА;

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы из 60 наименований. Общий объём диссертации составляет 124 страницы.

# 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ ВЫБОРА ОРБИТ И ПОДДЕРЖАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В первой главе приведены математические модели относительного движения, учитывающие воздействия возмущающих факторов. Применительно к рассматриваемой задаче формализованы условия допустимого смещения инспекционной траектории и оценки времени их нарушения (время технической устойчивости). Сформулированы задачи поддержания инспекционного движения.

## 1.1 Математические модели инспекционного движения

Рассматривается движение малоразмерного космического аппарата (МКА) по инспекционной траектории, в результате которого он совершает облёт не кооперируемого объекта инспекции (ОИ) в общей орбитальной плоскости. Для описания движения МКА и ОИ используются абсолютная геоцентрическая система координат (АГСК)  $0_{\Gamma}XYZ$  и орбитальная система координат (ОСК)  $0xyz$ , начало которой связано с центром масс ОИ. Инспекционное движение рассматривается в ОСК. Расположение осей ОСК показано на рисунке 1.1: ось  $x$  направлена по радиусу-вектору ОИ, ось  $y$  лежит в плоскости орбиты ОИ и направлена в сторону его орбитального движения, а ось  $z$  дополняет систему координат до правой. На рисунке 1.1 приведена связь АГСК и ОСК.

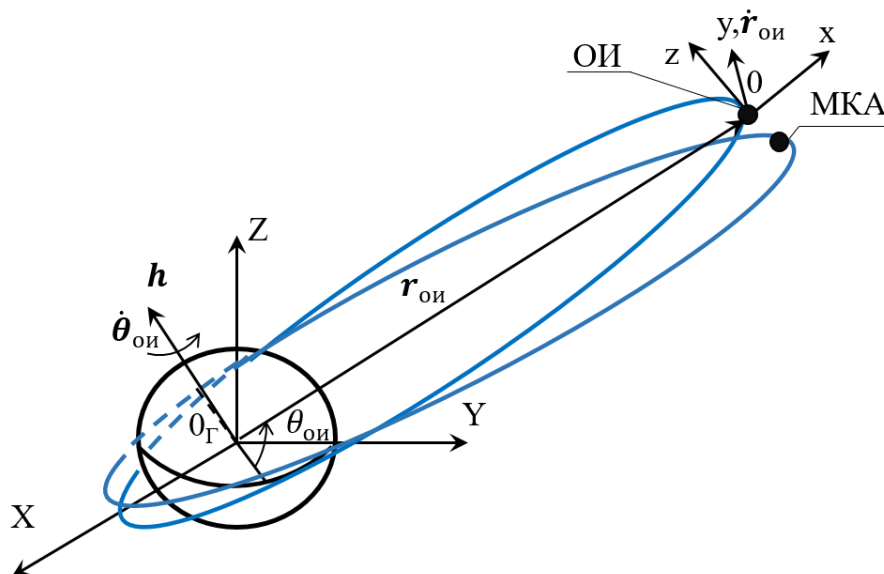


Рисунок 1.1 – Связь АГСК и ОСК

На рисунке 1.1 используются обозначения:  $h$  – константа интеграла площадей;  $\theta_{\text{ои}}, \dot{\theta}_{\text{ои}}$  – аргумент широты и угловая скорость движения по орбите ОИ;  $r_{\text{ои}}, \dot{r}_{\text{ои}}$  – радиус-вектор и вектор скорости ОИ в АГСК;

Математическая модель, описывающая фундаментальные закономерности относительного движения МКА в ОСК, записанная в предположении отсутствия возмущающих факторов, для центрального поля притяжения Земли имеет вид [45]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\dot{\theta}_{\text{ои}}\dot{y} + \ddot{\theta}_{\text{ои}}^2 y + \dot{\theta}_{\text{ои}}^2 x + \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^2} - \frac{\mu_3(r_{\text{ои}}+x)}{((r_{\text{ои}}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{y} = \dot{\theta}_{\text{ои}}^2 y - 2\dot{\theta}_{\text{ои}}\dot{x} - \ddot{\theta}_{\text{ои}} x - \frac{\mu_3 y}{((r_{\text{ои}}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{z} = -\frac{\mu_3 z}{((r_{\text{ои}}+x)^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \ddot{\theta}_{\text{ои}} = -\frac{2\dot{r}_{\text{ои}}\dot{\theta}_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}} \\ \ddot{r}_{\text{ои}} = r_{\text{ои}}\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 - \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^2} \end{cases}, \quad (1.1)$$

где:  $\ddot{\theta}_{\text{ои}}$  – угловое ускорение орбитального движения ОИ,  $\mu_3$  – гравитационный параметр Земли.

К основным возмущающим факторам, влияющим на инспекционное движение для околоземных орбит, относятся возмущение от нецентральности гравитационного поля Земли вследствие её полюсного сжатия (далее для краткости в работе обозначается  $J_2$ ) и атмосферное торможение. На высокоэллиптических орбитах возникает влияние со стороны Луны на инспекционное движение.

Для учёта влияния возмущающих ускорений от  $J_2$  и притяжения Луны, используется ниже представленная методика моделирования относительного движения [45]:

1. Выбор начальных параметров движения ОИ в АГСК, в соответствии с принятыми параметрами орбиты ОИ ( $i_0$  – наклонение орбиты,  $\theta_0$  – начальный аргумент широты,  $H_{\pi_0}$  – высота орбиты в перицентре,  $e_0$  – эксцентриситет орбиты,  $\Omega_0$  – долгота восходящего узла):

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{ои}_0} &= [X_{\text{ои}_0}, Y_{\text{ои}_0}, Z_{\text{ои}_0}]^T, \\ \dot{\mathbf{r}}_{\text{ои}_0} &= [\dot{X}_{\text{ои}_0}, \dot{Y}_{\text{ои}_0}, \dot{Z}_{\text{ои}_0}]^T, \end{aligned}$$

2. Выбор начальных траекторных параметров движения МКА в ОСК, в соответствии с требованиями миссии:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\rho}_0 &= [x_0, y_0, z_0]^T, \\ \dot{\boldsymbol{\rho}}_0 &= [\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0]^T,\end{aligned}$$

где  $\boldsymbol{\rho}_0, \dot{\boldsymbol{\rho}}_0$  - векторы начального положения и скорости МКА в ОСК (траекторные параметры МКА).

3. Перевод начальных траекторных параметров движения МКА из ОСК в АГСК:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{\text{ка}0} &= \mathbf{r}_{\text{ои}0} + M_0^{-1} \cdot \boldsymbol{\rho}_0, \\ \dot{\mathbf{r}}_{\text{ка}0} &= \dot{\mathbf{r}}_{\text{ои}0} + M_0^{-1} \cdot \dot{\boldsymbol{\rho}}_0 + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{ои}0} \times (M_0^{-1} \cdot \boldsymbol{\rho}_0),\end{aligned}$$

где  $M_0$  – матрица перехода из АГСК в ОСК, записанная в начальный момент времени:

$$M_0 = \begin{bmatrix} \cos\Omega_0 \cos\theta_0 - \sin\Omega_0 \cos i_0 \sin\theta_0 & \cos\theta_0 \sin\Omega_0 + \sin\theta_0 \cos i_0 \cos\Omega_0 & \sin\theta_0 \sin i_0 \\ -\sin\theta_0 \cos\Omega_0 - \cos\theta_0 \cos i_0 \sin\Omega_0 & -\sin\Omega_0 \sin\theta_0 + \cos\theta_0 \cos i_0 \cos\Omega_0 & \cos\theta_0 \sin i_0 \\ \sin i_0 \sin\Omega_0 & -\sin i_0 \cos\Omega_0 & \cos i_0 \end{bmatrix}.$$

4. Моделирование движения МКА и ОИ в АГСК с учётом влияния  $J_2$  и притяжения Луны (при движении по высокоэллиптическим орбитам):

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{X}_{\text{ои}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^3} X_{\text{ои}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{ои}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}^2} - 1 \right) \frac{X_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{X_{\text{л}} - X_{\text{ои}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{ои}})^3} - \frac{X_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{Y}_{\text{ои}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^3} Y_{\text{ои}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{ои}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}^2} - 1 \right) \frac{Y_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{Y_{\text{л}} - Y_{\text{ои}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{ои}})^3} - \frac{Y_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{Z}_{\text{ои}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^3} Z_{\text{ои}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{ои}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}^2} - 3 \right) \frac{Z_{\text{ои}}}{r_{\text{ои}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{Z_{\text{л}} - Z_{\text{ои}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{ои}})^3} - \frac{Z_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{X}_{\text{мка}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^3} X_{\text{мка}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{мка}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}^2} - 1 \right) \frac{X_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{X_{\text{л}} - X_{\text{мка}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{мка}})^3} - \frac{X_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{Y}_{\text{мка}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^3} Y_{\text{мка}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{мка}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}^2} - 1 \right) \frac{Y_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{Y_{\text{л}} - Y_{\text{мка}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{мка}})^3} - \frac{Y_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{Z}_{\text{мка}} &= -\frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^3} Z_{\text{мка}} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu_3}{r_{\text{мка}}^2} \left( \frac{R_3}{r_{\text{мка}}} \right)^2 \left( 5 \frac{Z_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}^2} - 3 \right) \frac{Z_{\text{мка}}}{r_{\text{мка}}} + \mu_{\text{л}} \left( \frac{Z_{\text{л}} - Z_{\text{мка}}}{(r_{\text{л}} - r_{\text{мка}})^3} - \frac{Z_{\text{л}}}{r_{\text{л}}} \right) \\ \ddot{X}_{\text{л}} &= -(\mu_3 + \mu_{\text{л}}) \frac{X_{\text{л}}}{r_{\text{л}}^3} \\ \ddot{Y}_{\text{л}} &= -(\mu_3 + \mu_{\text{л}}) \frac{Y_{\text{л}}}{r_{\text{л}}^3} \\ \ddot{Z}_{\text{л}} &= -(\mu_3 + \mu_{\text{л}}) \frac{Z_{\text{л}}}{r_{\text{л}}^3}, \end{aligned} \right. \quad (1.2)$$

где  $R_Э$  – экваториальный радиус Земли,  $\mu_л$  – гравитационный параметр Луны,  $X_л, Y_л, Z_л$  – проекции радиус-вектора Луны в АГСК,  $r_л$  – радиус-вектор Луны,  $J_2 = -1082,6274 \cdot 10^{-6}$  – коэффициент учитывающий полюсное сжатие Земли.

5. Вычисление векторов относительной дальности и скорости:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{мка}} - \mathbf{r}_{\text{ои}},$$

$$\Delta \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_{\text{мка}} - \dot{\mathbf{r}}_{\text{ои}}.$$

6. Перевод векторов относительных дальности и скорости в ОСК:

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{мка}} = M \Delta \mathbf{r},$$

$$\dot{\boldsymbol{\rho}}_{\text{мка}} = M \cdot (\Delta \dot{\mathbf{r}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\text{ои}} \times \Delta \mathbf{r}).$$

Предложенная методика моделирования проста и позволяет избежать погрешностей, вызванных переводом действующих внешних сил в ОСК.

Далее приведена математическая модель относительного движения, учитывающая влияние атмосферного торможения при условии отсутствия возмущения от нецентральности гравитационного поля Земли. Принимается допущение о том, что атмосферное торможение действует только по направлению набегающего потока. В начальный момент времени ОИ движется по круговой орбите. Относительное возмущённое движение рассматривается только в орбитальной плоскости ОИ (внеплоскостное смещение инспекционной траектории не учитывается). В этом случае движение МКА в ОСК будет описываться системой уравнений [47]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}_{\text{ои}}\dot{y} - \dot{\theta}_{\text{ои}}^2(r_{\text{ои}} + x) + \frac{\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 r_{\text{ои}}^3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}(r_{\text{ои}} + x) = u_x \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}_{\text{ои}}\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}^2 y + \frac{\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 r_{\text{ои}}^3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}y = P_y + u_y \end{cases}, \quad (1.3)$$

где:  $u_x, u_y$  – проекции управляющего ускорения;  $P_y$  – слагаемое, описывающее влияние атмосферного торможения, рассчитанное по формуле:

$$P_y = \rho_a (\dot{r}_{\text{ои}})^2 \Delta \sigma,$$

где:  $\rho_a$  – плотность атмосферы на рассматриваемой высоте полёта,  $\Delta \sigma$  – разность баллистических коэффициентов ОИ и МКА.

Математическая модель (1.3) в дальнейшем используется для нахождения оптимального закона управления на базе SDRE-технологии.

Численное интегрирование систем (1.2) и (1.3) проводится с помощью метода Рунге-Кутты четвёртого порядка.

## 1.2 Постановка задачи выбора орбит и управления инспекционным движением малоразмерного космического аппарата

Инспекционное движение рассматривается в орбитальной системе координат (ОСК), начало координат которой связано с центром масс ОИ. Получить замкнутые инспекционные траектории МКА в ОСК в центральном поле притяжения возможно при выполнении условия равенства орбитальных энергий МКА и ОИ:

$$E_{\text{ои}} - E_{\text{мка}} = 0. \quad (1.4)$$

Разность орбитальных энергий (1.4) определяется как разность интегралов энергий ОИ и МКА, рассчитанных в момент оскуляции, нулевое значение которой соответствует выполнению условия периодичности относительного движения в центральном поле притяжения. При учёте влияния возмущающих факторов инспекционная траектория будет деформироваться и принимает вид циклоиды, которая смещается систематически. В качестве возмущающих факторов в работе рассматриваются нецентральность гравитационного поля Земли ( $J_2$ ), атмосферное торможение и притяжение Луны (для высокоэллиптических орбит). На рисунке 1.2 и 1.3 показан процесс деформации инспекционной траектории при движении ОИ по круговой или слабоэллиптической орбите ( $e = 0 \dots 0,05$ ) (рисунок 1.2) и высокоэллиптической орбите (ВЭО) (рисунок 1.3). Красным и синим цветом показаны, соответственно, номинальная и возмущённая инспекционные траектории, зелёная точка определяет положение МКА в начальный момент времени.

При движении по круговой или слабоэллиптической орбите номинальная инспекционная траектория имеет форму близкую к эллипсу, у которого большая полуось ( $a$ ) примерно в два раза больше малой ( $b$ ). При движении по ВЭО номинальная инспекционная траектория имеет сложную форму. Исследованию

геометрической формы номинальных инспекционных траекторий, отвечающих условию равенства орбитальных энергий, проводится во второй главе.

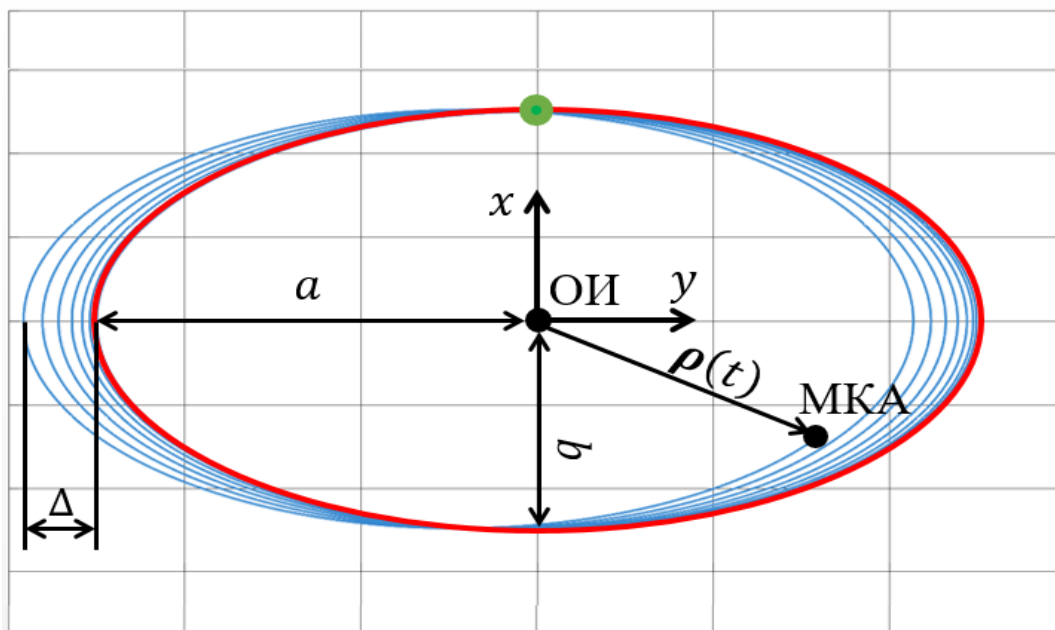


Рисунок 1.2 – Деформация инспекционной траектории при движении ОИ по круговой орбите

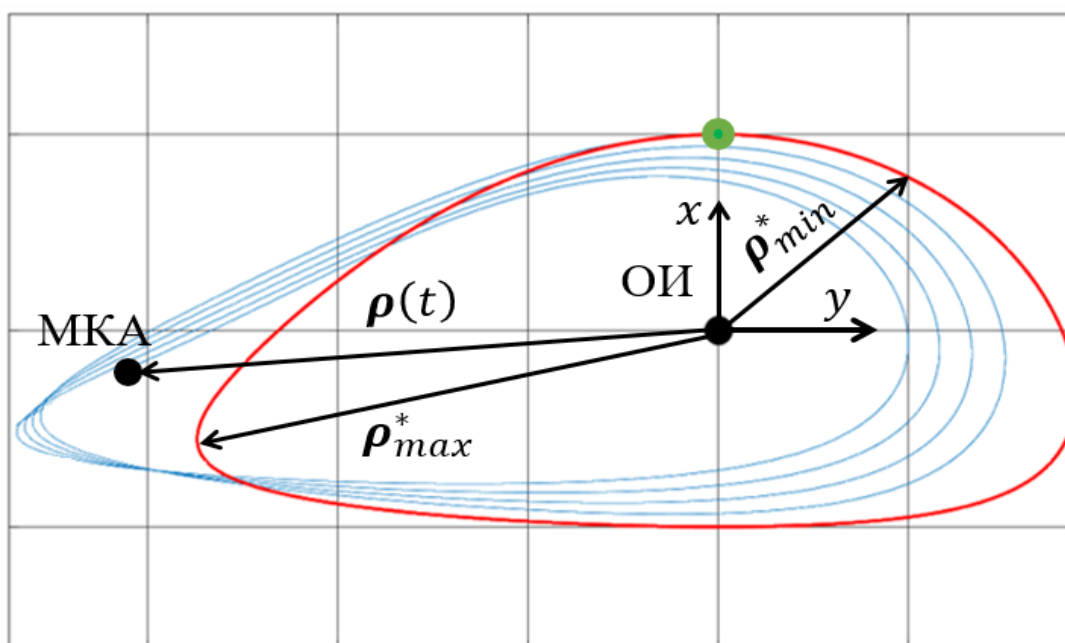


Рисунок 1.3 – Деформация инспекционной траектории при движении ОИ по высокоэллиптической орбите

На рисунках 1.2 и 1.3 используются обозначения:  $\rho(t)$  – вектор текущего положения МКА;  $\rho_{max}^*$ ,  $\rho_{min}^*$  – векторы координат наиболее и наименее удалённых от ОИ точек номинальной инспекционной траектории (характерные размеры). При

движении ОИ по круговой орбите  $a = \rho_{max}^*$ ,  $b = \rho_{min}^*$ ,  $\Delta$  – смещение возмущённой инспекционной траектории относительно номинальной.

Оценка возмущения инспекционной траектории проводится с помощью условия допустимой деформации, определяющей предельное смещение возмущённой траектории относительно номинальной траектории, соответствующей условию равенства орбитальных энергий ОИ и МКА (1.1):

$$\bar{\Delta}(i_0, \theta_0, p_0, e_0, \rho_0^*, \dot{\rho}_0^*) \leq \bar{\Delta}_{max}, \quad (1.5)$$

где  $i_0, \theta_0, p_0, e_0$  – наклонение, аргумент широты, фокальный параметр и эксцентриситет орбиты ОИ в начальный момент времени;  $\rho_0^*, \dot{\rho}_0^*$  – векторы начального положения и скорости МКА в ОСК, соответствующие номинальной инспекционной траектории. Если ОИ движется по круговой или слабоэллиптической орбите ( $e_0 = 0 \dots 0,05$ ), то относительное смещение возмущённой траектории определяется соотношением:

$$\bar{\Delta} = \Delta/a.$$

В случае движения ОИ по ВЭО:

$$\bar{\Delta} = \frac{|\rho(t) - \rho_{max}^*|}{\rho_{max}^*}.$$

Интервал времени, на котором соблюдается условие (1.5), в работе называется временем технической устойчивости и обозначается за  $t^*$ . В дальнейшем численные результаты соответствуют значению  $\bar{\Delta}_{max} = 0,05$ . Подробное исследование зависимости продолжительности  $t^*$  от размеров номинальной инспекционной траектории и типа орбиты ОИ приведено во второй главе.

Для реализации инспекционного движения необходимо, чтобы МКА на протяжении всей миссии находился внутри области допустимого нахождения, которая описывается с помощью концентрических сфер, имеющих радиусы  $\rho_{max}$  и  $\rho_{min}$ . Их величины определяются исходя из особенностей миссии ( $\rho_{min}$  – предельное допустимое сближение,  $\rho_{max}$  – предельное допустимое удаление). Область допустимого нахождения МКА показана на рисунке 1.4.



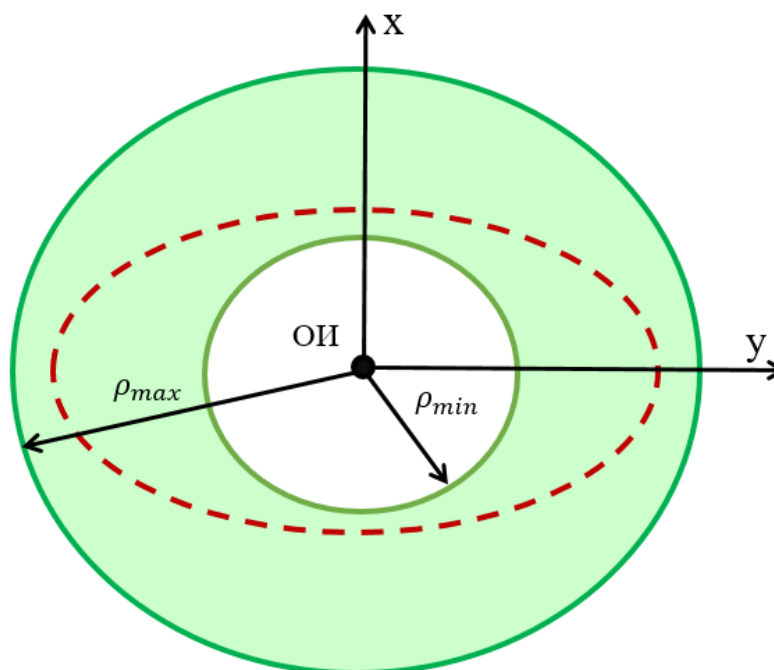


Рисунок 1.4 – Область допустимого нахождения МКА

На протяжении всей миссии необходимо чтобы МКА пребывал в области допустимого нахождения относительно ОИ:

$$\rho_{max} > \rho(t) > \rho_{min}, t \in [0, T], \quad (1.6)$$

где  $T$  – продолжительность инспекционной миссии.

В работе решается задача совместного выбора вектора начальной скорости относительного движения МКА  $\dot{\rho}_0$  (исходя из условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА) и начального положения ОИ на своей орбите ( $\theta_0$ ), которые обеспечивают максимальную продолжительность времени технической устойчивости  $t^*$  в зависимости от начального положения МКА ( $\rho_0$ ) с учётом возмущающего воздействия от  $J_2$ .

Для реализации инспекционного движения на интервале времени, превышающем  $t^*$ , необходимо проводить корректирующие манёвры, позволяющие поддерживать выполнение условия инспекционного движения. В работе учитываются ограничения на величину и направление приложения корректирующего воздействия, которые обусловлены возможностями двигательной установки и системы ориентации МКА. Для борьбы с возмущением от  $J_2$  в последующих главах работы предложена методика обеспечения пребывания

МКА в допустимой области пространства (с использованием алгоритма одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения), а при учёте аэродинамического торможения развита методика выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии (описывается в четвёртой главе).

#### Выводы по первой главе

В первой главе приведены используемые системы координат и математические модели, учитывающие влияние возмущающих факторов на инспекционное движение со стороны нецентральности поля притяжения Земли, атмосферного торможения и притяжения Луны. Дано определение инспекционному движению. Введены понятия времени технической устойчивости ( $t^*$ ), которое определяет продолжительность пассивной инспекции, область допустимого смещения инспекционной траектории и область допустимого нахождения МКА. Сформулированы задачи поддержания инспекционного движения, на интервале времени, превышающем продолжительность пассивной инспекции.

## 2 ВЫБОР НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ДВИЖЕНИЯ И МОМЕНТА ФОРМИРОВАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОЙ ТРАЕКТОРИИ

Во второй главе исследованы вопросы выбора начальных условий движения и момента формирования номинальной инспекционной траектории в центральном поле притяжения при отсутствии возмущающих факторов. Проведён анализ пассивного инспекционного движения с учётом влияния на него возмущающих факторов. Разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения ОИ на орбите для реализации инспекционного движения, обеспечивающих максимальную продолжительность допустимого смещения возмущённой траектории (времени технической устойчивости) при пассивной инспекции.

Оценено влияние погрешностей в начальных траекторных параметрах движения МКА и начальном положении ОИ на продолжительность пассивной инспекции.

### 2.1 Формирование номинальной инспекционной траектории в центральном поле притяжения

Получить замкнутые инспекционные траектории МКА в ОСК в центральном поле притяжения возможно при выполнении условия равенства орбитальных энергий МКА и ОИ (1.4).

Выражения для орбитальных энергий МКА и ОИ могут быть представлены в виде [14]:

$$E_{\text{ои}} = \frac{1}{2} \left( \dot{\theta}_{\text{ои}} r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}} \sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}} \cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} \right)^2 + \frac{1}{2} (\dot{\theta}_{\text{ои}} r_{\text{ои}})^2 - \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}}, \quad (2.1)$$

$$E_{\text{мка}} = \frac{1}{2} \left( \dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}} y + \dot{\theta}_{\text{ои}} r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}} \sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}} \cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} \right)^2 + \frac{1}{2} (\dot{y} + \dot{\theta}_{\text{ои}} (r_{\text{ои}} + x))^2 + \frac{1}{2} \dot{z}^2 - \frac{\mu_3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2.2)$$

где  $\omega_{\pi_{\text{ои}}}$  – аргумент перицентра орбиты ОИ.

Подставляя (2.1) и (2.2) в (1.3) получим выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y)^2 + \frac{1}{2}(\dot{y} + \dot{\theta}_{\text{ои}}x)^2 + \frac{1}{2}\dot{z}^2 + \dot{\theta}_{\text{ои}}r_{\text{ои}}(\dot{y} + \dot{\theta}_{\text{ои}}x) + \\ & + \dot{\theta}_{\text{ои}}r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}}\sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}}\cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} \cdot (\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y) + \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}} - \frac{\mu_3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) можно представить в виде квадратного уравнения относительно  $\dot{y}$ :

$$A\dot{y}^2 + B\dot{y} + C = 0, \quad (2.4)$$

где:

$$A = 1;$$

$$B = 2\dot{\theta}_{\text{ои}}(r_{\text{ои}} + x); \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} C = & (\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y)^2 + (\dot{\theta}_{\text{ои}}x)^2 + 2\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 r_{\text{ои}}x + \dot{z}^2 + \\ & + 2\dot{\theta}_{\text{ои}}r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}}\sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}}\cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} (\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y) + 2 \left( \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}} - \frac{\mu_3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right); \end{aligned}$$

Решение уравнения (2.4) будет иметь вид:

$$\dot{y} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2}. \quad (2.6)$$

Подставим (2.5) в (2.6):

$$\begin{aligned} \dot{y} = & -\dot{\theta}_{\text{ои}}(r_{\text{ои}} + x) \pm \sqrt{\dot{\theta}_{\text{ои}}^2(r_{\text{ои}} + x)^2 - (\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y)^2 - (\dot{\theta}_{\text{ои}}x)^2 - 2\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 r_{\text{ои}}x - \dot{z}^2 -} \\ & - \sqrt{2\dot{\theta}_{\text{ои}}r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}}\sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}}\cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} (\dot{x}_{\text{ои}} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y_{\text{ои}}) - 2 \left( \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}} - \frac{\mu_3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right)}. \end{aligned}$$

И упростим до вида:

$$\begin{aligned} \dot{y} = & -\dot{\theta}_{\text{ои}}(r_{\text{ои}} + x) \pm \sqrt{\dot{\theta}_{\text{ои}}^2 r_{\text{ои}}^2 - (\dot{x}_{\text{ои}} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y_{\text{ои}}) \cdot} \\ & \cdot \sqrt{\left[ (\dot{x} - \dot{\theta}_{\text{ои}}y) + 2\dot{\theta}_{\text{ои}}r_{\text{ои}} \frac{e_{\text{ои}}\sin(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})}{1 + e_{\text{ои}}\cos(\theta_{\text{ои}} - \omega_{\pi_{\text{ои}}})} \right] - 2 \left( \frac{\mu_3}{r_{\text{ои}}} - \frac{\mu_3}{((r_{\text{ои}} + x)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) - \dot{z}^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Получено два выражения для проекции скорости  $\dot{y}$  МКА в ОСК, удовлетворяющих условию равенства орбитальных энергий МКА и ОИ (1.4). Одно из выражений (со знаком " - " перед корнем) не имеет физического смысла. Другое выражение (со знаком " + " перед корнем) имеет физический смысл для инспекционного движения и зависит от проекций скорости  $\dot{x}$  и  $\dot{z}$ .

Далее индекс «ои» опущен так как все орбитальные параметры движения в относятся к ОИ. Индекс «з» у гравитационного параметра также опущен так как рассматривается движение в поле притяжения Земли, без учёта влияния Луны. Для получения симметричной (относительно ОИ) инспекционной траектории (близкой по форме к эллипсу) проекция начальной скорости движения МКА на ось  $x$  ОСК ( $\dot{x}_0$ ) определяется из уравнений Хилла:  $\dot{x}_0 = \frac{y_0 \dot{\theta}_0}{2}$  [48]. При этом проекция  $\dot{z}_0$  может иметь произвольное значение. Таким образом, для обеспечения замкнутой инспекционной траектории в центральном поле притяжения требуется, чтобы проекции начальной скорости движения МКА в ОСК для выбранного начального положения МКА рассчитывались с помощью выражений [46]:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = \frac{y_0 \dot{\theta}_0}{2} \\ \dot{y}_0 = -\dot{\theta}_0(r_0 + x_0) + \sqrt{\dot{\theta}_0^2 r_0^2 - (\dot{x}_0 - \dot{\theta}_0 y_0) \left[ (\dot{x}_0 - \dot{\theta}_0 y_0) + 2\dot{\theta}_0 r_0 \frac{e_0 \sin(\theta_0 - \omega_{\pi 0})}{1 + e_0 \cos(\theta_0 - \omega_{\pi 0})} \right]} - \\ - \sqrt{2 \left( \frac{\mu}{r_0} - \frac{\mu}{((r_0 + x_0)^2 + y_0^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}} \right) - \dot{z}_0^2} \\ \dot{z}_0 = \dot{z}(0) \end{cases} \quad (2.8)$$

Инспекционная траектория МКА, отвечающая (2.8), в работе принимается за номинальную инспекционную траекторию. В качестве примера на рисунке 2.1 продемонстрированы инспекционные траектории, полученные с помощью (2.8). Моделирование проводилось с использованием математической модели (1.1) для следующих исходных данных:  $\rho_0^* = (5 \text{ км}, 0, 0)$ ,  $\dot{\rho}_0^*$  рассчитывается с помощью (2.8),  $H_{\pi 0} = 500 \text{ км}$ ,  $\omega_{\pi 0} = 10^\circ$ ,  $e_0 = 0 \dots 0,6$ ;  $i_0 = 45^\circ$ ,  $\theta_0 = 20^\circ$ .



Рисунок 2.1 – Номинальные инспекционные траектории

Из рисунка 2.1 следует, что при движении ОИ по эллиптической орбите форма номинальной инспекционной траектории будет отличаться от эллипса Хилла.

## 2.2 Исследование номинальных инспекционных траекторий

Проведено исследование по различию замкнутых инспекционных траекторий при движении по околокруговым орбитам в центральном поле притяжения. Так как форма и размер инспекционных инспекционной траектории зависит от начальных траекторных параметров МКА в ОСК ( $\rho_0^*$ ,  $\dot{\rho}_0^*$ ), то вначале проводится сравнение начальной скорости движения (2.8) с начальной скоростью, обеспечивающей движение по эллипсу Хилла [48]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{0x} = \frac{y_0 \dot{\theta}_0}{2} \\ \dot{y}_{0x} = -2x_0 \dot{\theta}_0 . \end{cases} \quad (2.9)$$

Так как проекции скоростей на ось  $x$  ОСК для (2.8) и (2.9) рассчитываются по одной формуле, то проводилось сравнение только проекции скорости на ось  $y$ , в виде разности:

$$\Delta \dot{y}_0 = |\dot{y}_0 - \dot{y}_{0x}|.$$

Проведено исследование по определению  $\Delta\dot{y}_0$  для различных по размеру инспекционных траекторий. Вектор начального положения МКА варьируется  $\rho_0^*(0,25 \dots 10 \text{ км}; 0)$ . Инспекционное движение рассматривается на двух круговых орбитах ОИ – 500 и 1000 км. Результаты моделирования приведены в таблице 2.1 [49].

Таблица 2.1 – Сравнение  $\Delta\dot{y}_0$  при  $e_0 = 0$

$e_0 = 0$	$H_0 = 500 \text{ км}$			$H_0 = 1000 \text{ км}$		
$x_0, \text{ м}$	$\dot{y}_0, \text{ м/с}$	$\dot{y}_{0x}, \text{ м/с}$	$\Delta\dot{y}_0, \text{ м/с}$	$\dot{y}_0, \text{ м/с}$	$\dot{y}_{0x}, \text{ м/с}$	$\Delta\dot{y}_0, \text{ м/с}$
250	-0,5542	-0,5542	0	-0,4988	-0,4988	0
500	-1,1085	-1,1085	0	-0,9976	-0,9976	0
1000	-2,2170	-2,2169	$1 \cdot 10^{-4}$	-1,9953	-1,9952	$1 \cdot 10^{-4}$
5000	-11,0851	-11,0831	0,002	-9,9765	-9,9748	0,0017
10000	-22,1702	-22,1622	0,008	-19,9531	-19,9463	0,0068

Из таблицы 2.1 следует, что при  $x_0 = 250 \dots 1000 \text{ м}$   $\Delta\dot{y}_0$  равно нулю или мало настолько, что на практике настроить приборную навигацию с такой точностью невозможно. При  $x_0 = 5000, 10000 \text{ м}$ , отличие  $\Delta\dot{y}_0$  возрастает, это обусловлено тем, что выражения (2.9) получены в предположении о том, что радиус-векторы орбит МКА и ОИ равны. На рисунке 2.2 показана зависимость  $\Delta\dot{y}_0$  от начального положения (определяет размер номинальной инспекционной траектории) МКА.

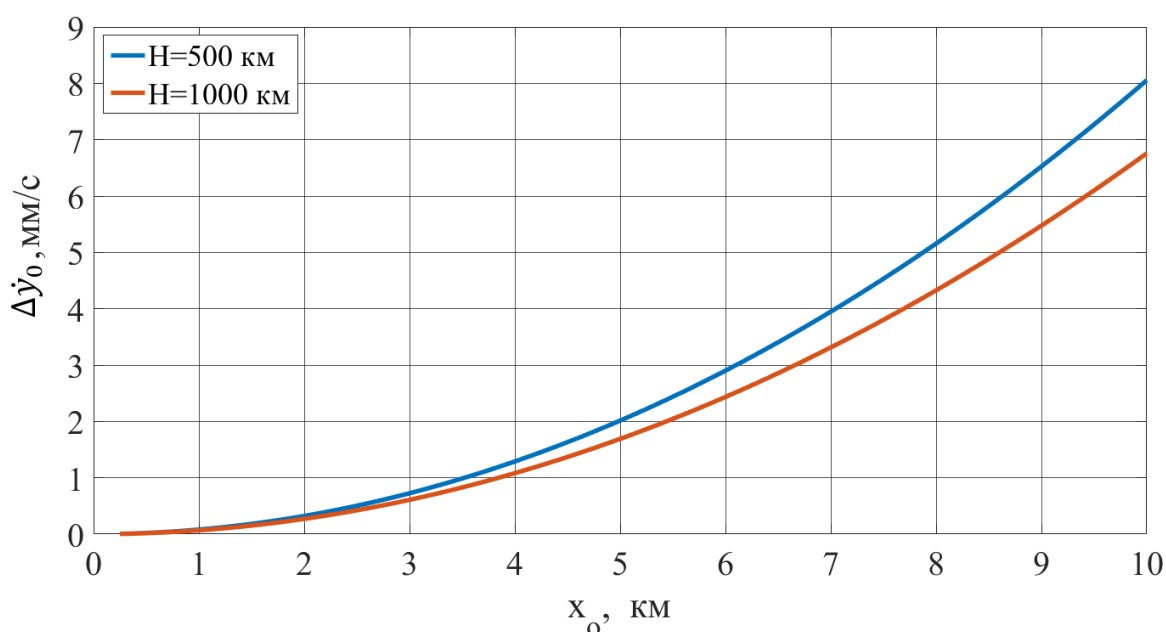


Рисунок 2.2 – Зависимость  $\Delta\dot{y}_0$  от начального положения МКА в ОСК

Из рисунка 2.2. можно сделать вывод о том, что  $\Delta\dot{y}_0$  возрастает при увеличении размеров инспекционного эллипса. Это обусловлено тем, что возрастает величина разностного гравитационного ускорения, действующего на ОИ и МКА. Изменение высоты орбиты ОИ также вносит вклад в отличие начальных скоростей, но он существенно меньше.

Далее  $\Delta\dot{y}_0$  рассчитывалось при движении ОИ по околокруговым орбитам с  $H_{0\pi} = 500, 1000$  км с небольшим эксцентриситетом  $e_0 = 0,01 \dots 0,05$ . Вектор начального положения изменяется в указанном выше диапазоне. Результаты моделирования приведены в таблице 2.2 [49].

Таблица 2.2 – Сравнение  $\Delta\dot{y}_0$  при  $e_0 \neq 0$

$x_0$ , м	$H_{0\pi} = 500$ км			$H_{0\pi} = 1000$ км		
	$\dot{y}_0$ , м/с	$\dot{y}_{0x}$ , м/с	$\Delta\dot{y}_0$ , м/с	$\dot{y}_0$ , м/с	$\dot{y}_{0x}$ , м/с	$\Delta\dot{y}_0$ , м/с
$e_0 = 0,01$						
250	-0,5570	-0,5542	0,0028	-0,5013	-0,4988	0,0025
500	-1,1140	-1,1085	0,0055	-1,0026	-0,9976	0,0055
1000	-2,2170	-2,2281	0,0111	-2,0053	-1,9953	0,01
5000	-11,0832	-11,1404	0,0572	-10,0263	-9,9749	0,0513
10000	-22,1623	-22,2807	0,1184	-20,0526	-19,9465	0,1061
$e_0 = 0,02$						
250	-0,5598	-0,5543	0,0055	-0,5038	-0,4988	0,0049
500	-1,1195	-1,1085	0,011	-1,0076	-0,9977	0,0099
1000	-2,2391	-2,217	0,022	-2,0152	-1,9953	0,0198
5000	-11,1954	-11,0836	0,1118	-10,0758	-9,9753	0,1005
10000	-22,3908	-22,1631	0,2276	-20,1516	-19,9472	0,2044
$e_0 = 0,05$						
250	-0,5679	-0,5544	0,0135	-0,5111	-0,499	0,0122
500	-1,1359	-1,1088	0,0271	-1,0223	-0,9979	0,0244
1000	-2,2718	-2,2176	0,0542	-2,0446	-1,9958	0,0487
5000	-11,3588	-11,0863	0,2725	-10,2229	-9,9778	0,2451
10000	-22,7176	-22,1685	0,5491	-20,4458	-19,9521	0,4937

Из таблицы 2.2 следует, что при  $x_0 = 250 \dots 1000$  м значение  $\Delta\dot{y}_0$  пренебрежимо мало. При увеличении эксцентриситета  $\Delta\dot{y}_0$  начинает возрастать.



Это объясняется тем, что выражение  $\dot{y}_{0x}$  получено с допущением о движении ОИ по круговой орбите. На рисунке 2.3 показана зависимость  $\Delta\dot{y}_0$  от  $e_0$  при движении ОИ по орбите с начальной высотой в перигее ( $H_{0\pi}$ ) 500 км [49].

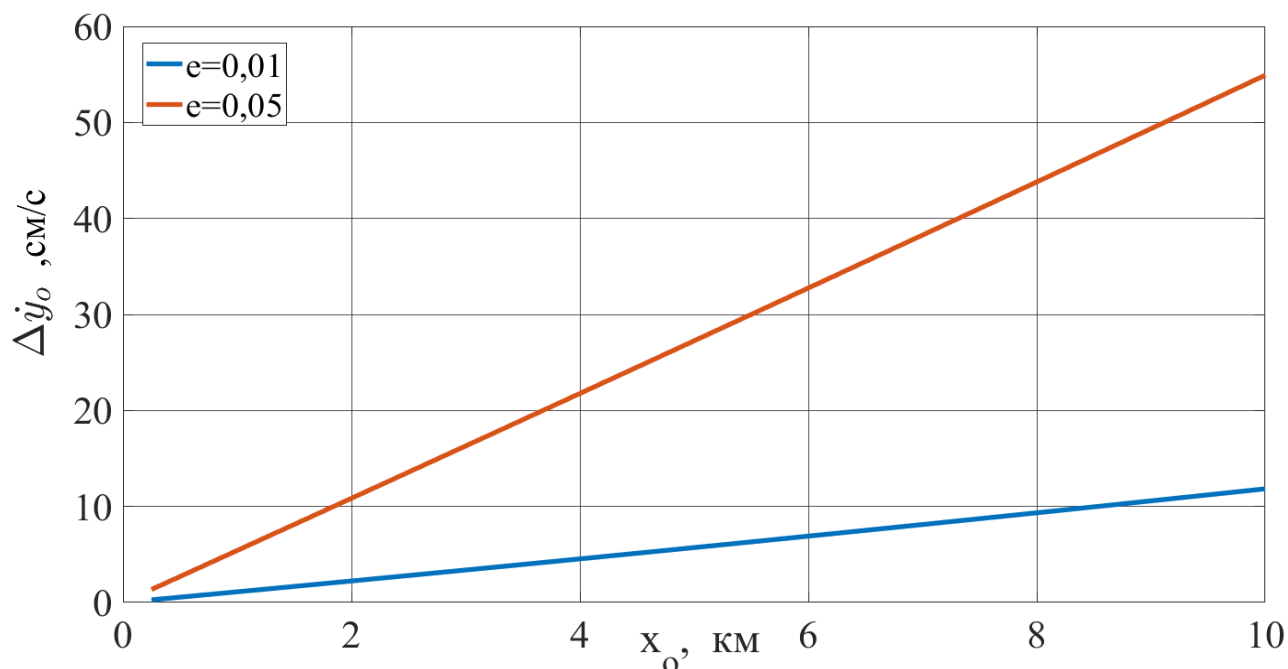


Рисунок 2.3 – Зависимость  $\Delta\dot{y}_0$  от начального положения МКА  $e_0 \neq 0$

Из рисунка 2.3 следует, что  $\Delta\dot{y}_0$  существенно возрастает даже при небольшой эллиптичности орбиты ОИ. Проведённое исследование показало, что основной вклад в различие между выражениями для определения  $\dot{y}_0$ , рассчитанного с помощью (2.8) и (2.9) вносит увеличение размера инспекционной траектории. На втором месте по значимости влияния – эллиптичность орбиты ОИ. На третьем месте – высота орбиты ОИ, вклад этого параметра самый незначительный.

Далее было проведено исследование по изменению размеров инспекционных траекторий, полученных с помощью (2.8) и (2.9). Так как эти траектории представляют из себя эллипсы (в случае движения ОИ по круговой или около круговой орбите), то сравниваются их большие ( $a$ ) и малые ( $b$ ) полуоси:

$$\begin{aligned} \Delta a &= |a_0 - a_x| \\ \Delta b &= |b_n - b_x| \end{aligned}$$

Индексы «х» и «н» обозначают соответственно принадлежность к эллипсу Хилла (2.9) и к номинальной инспекционной траектории, полученной с помощью

(2.8). Были рассмотрены орбиты малой эллиптичности ОИ ( $H_{\pi 0} = 500$  км;  $\omega_{\pi 0} = 10$ ;  $e_0 = 0,01 \dots 0,05$ ;  $i_0 = 45$ ;  $\theta_0 = 20$ ),. Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(0,25 \dots 5$  км; 0). Моделирование проводилось с использованием математической модели (1.1). Исследование показало, что малые полуоси совпадают  $\Delta b = 0$ . Зависимость  $\Delta a$  от  $x_0$  показана на рисунке 2.4 [49].

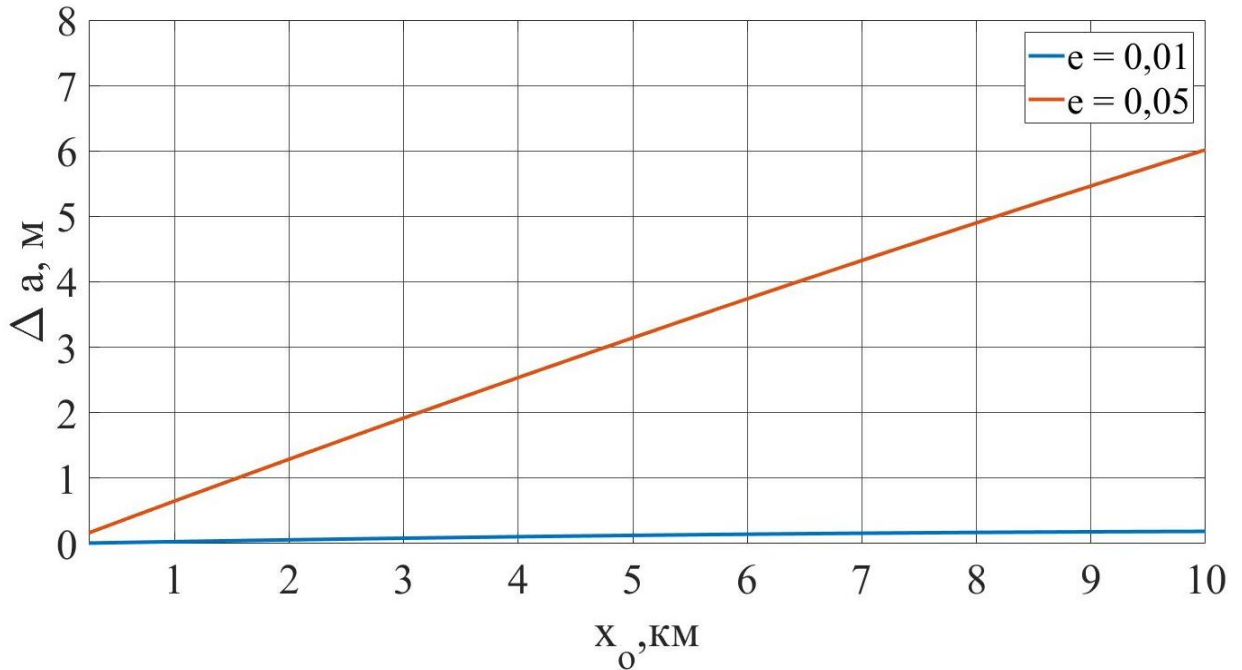


Рисунок 2.4 – Отличие больших полуосей инспекционных траекторий в ОСК

Исходя из результатов сравнительного исследования инспекционных траекторий можно принять допущение о том, что номинальная инспекционная траектория, полученная с помощью (2.8) при движении ОИ по круговым орбитам и орбитам малой эллиптичности имеет форму эллипса, у которого большая полуось в два раза больше малой. Это позволяет определять форму номинальной инспекционной траектории в зависимости от начального положения ОИ в ОСК используя каноническое уравнение эллипса.

В качестве примера на рисунке 2.5 демонстрируются номинальные инспекционные траектории, полученные с помощью (2.8) в зависимости от вектора начального положения МКА в ОСК  $\rho_0^*(1 \dots 5$  км; 0..4 км) при движении ОИ по

круговой орбите. Для моделирования использовалась математическая модель (1.1). Точками на рисунке 2.5 обозначены начальные положения МКА в ОСК.

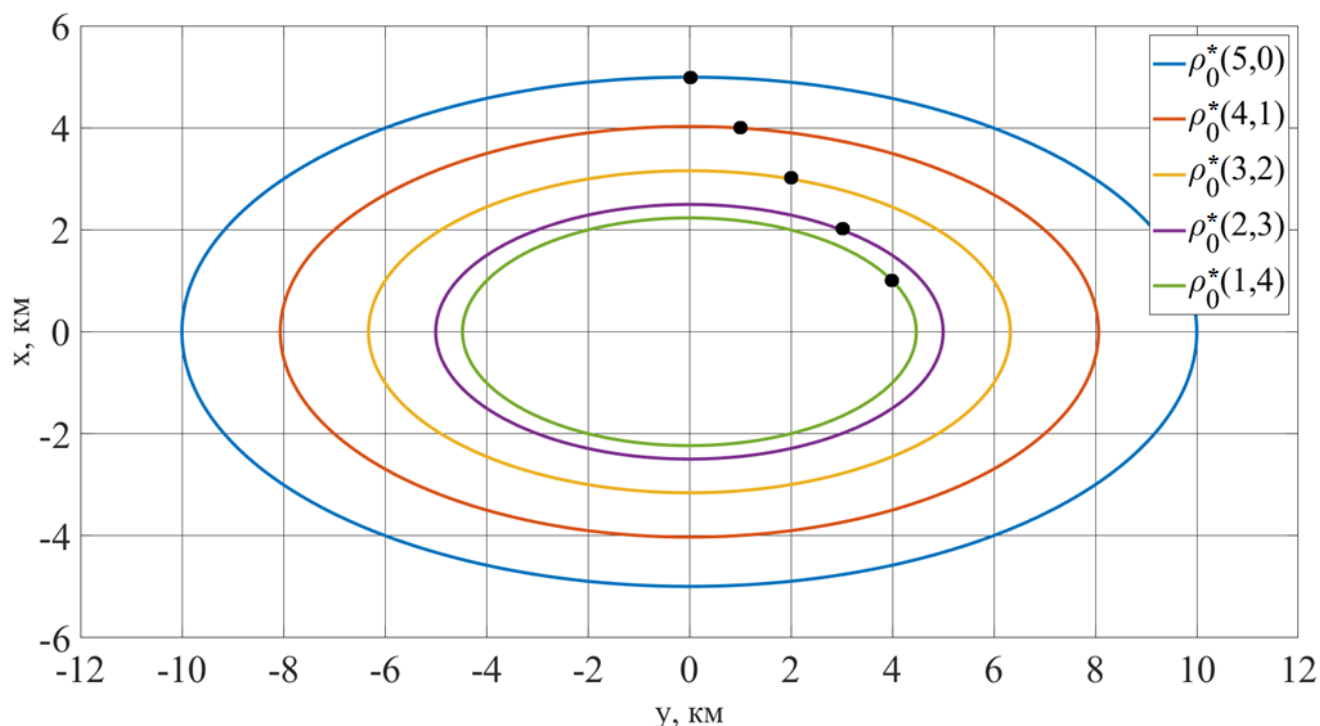


Рисунок 2.5 – Номинальные инспекционные траектории

Далее было проведено исследование формы номинальных инспекционных траекторий при движении ОИ по высокоэллиптическим орбитам. Как следует из результатов моделирования, представленных на рисунке 2.1, номинальная инспекционная траектория, полученная с помощью (2.8) при движении ОИ по высокоэллиптической орбите (ВЭО) будет иметь несимметричную форму. Было установлено, что форма инспекционной траектории зависит от начального аргумента широты ОИ ( $\theta_0$ ) и эксцентриситета его орбиты ( $e_0$ ), а также вектора начального положения МКА в ОСК ( $\rho_0^*$ ). Было проведено моделирование инспекционных траекторий при движении ОИ по ВЭО Молния. В таблице 2.3 приведены исходные данные для орбиты Молния. Рассмотрено два начальных положения МКА в ОСК: положение №1  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$ ,  $\dot{\rho}_0^*(0; -11,08 \text{ м/с}; 0)$  и положение №2  $\rho_0^*(0, 5 \text{ км})$ ,  $\dot{\rho}_0^*(2,77 \text{ м/с}, 0)$ .

Таблица 2.3 – Параметры ВЭО Молния

$H_{0\pi}$ , км	$e_0$	$i_0, ^\circ$	$\Omega_0, ^\circ$	$\omega_\pi, ^\circ$	$\theta_0, ^\circ$
497	0,74	63,4	0	270	0...360

Результаты моделирования представлены на рисунках 2.6 (для положения №1) и 2.7 (для положения №2). Чёрной точкой на рисунках 2.6 и 2.7 обозначено начальное положение МКА.

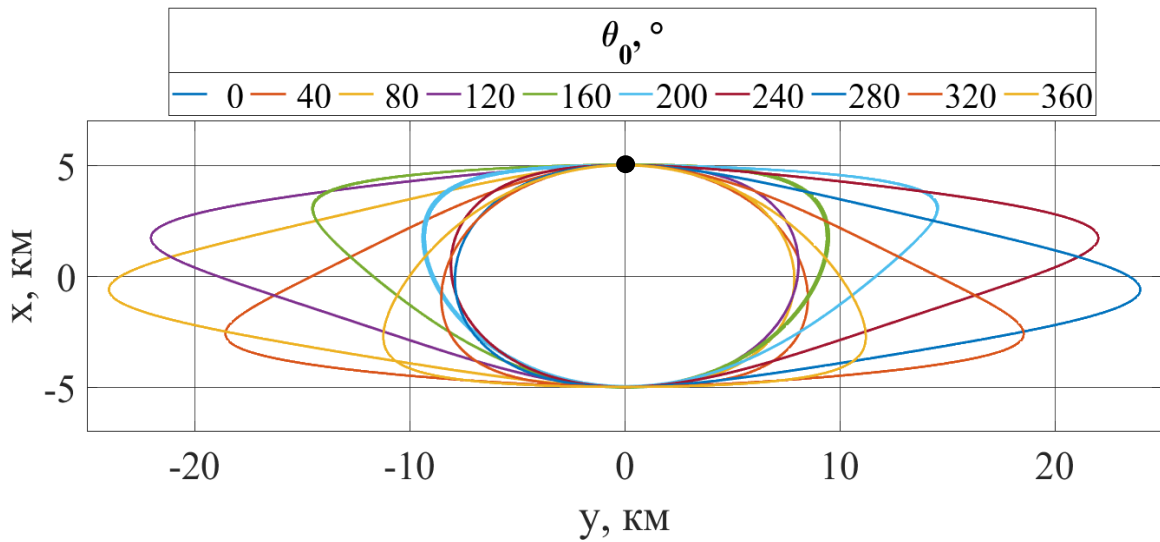


Рисунок 2.6 – Зависимость формы номинальной инспекционной траектории от  $\theta_0$  для положения №1

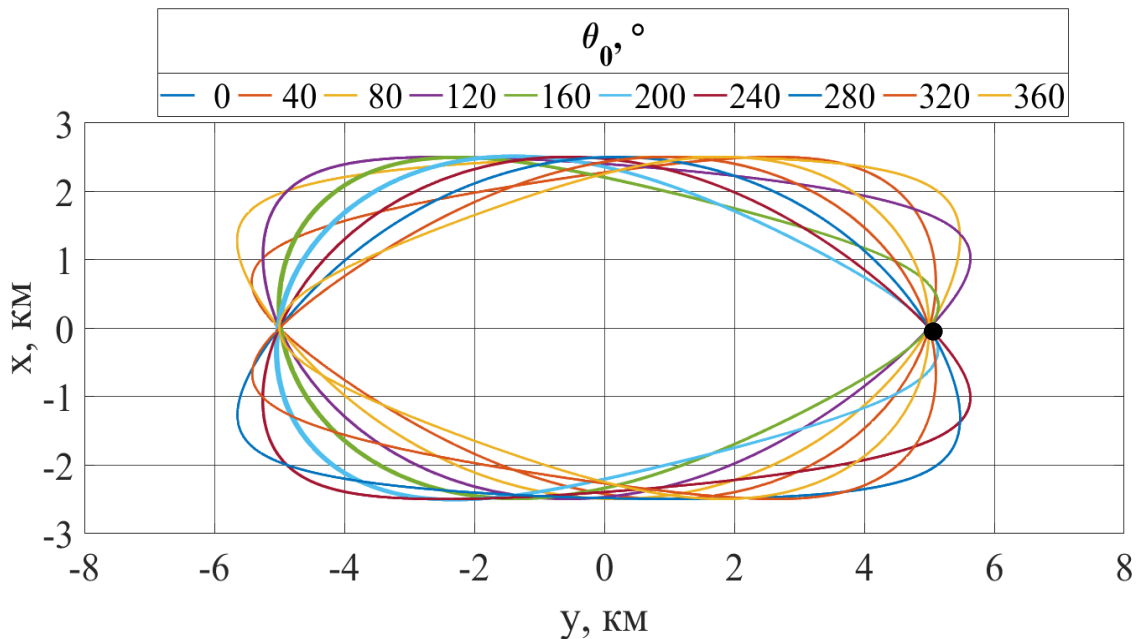


Рисунок 2.7 – Зависимость формы номинальной инспекционной траектории от  $\theta_0$  для положения №2

Их рисунков 2.6 и 2.7. следует, что при расположении МКА в начальном момент времени на оси  $x$  инспекционные траектории «вытягиваются» в направлении оси  $y$ . При расположении МКА в начальный момент времени на оси  $y$  инспекционные траектории имеют более симметричную форму.

Далее было проведено параметрическое исследование по определению характерных размеров номинальной инспекционной траектории ( $\rho_{max}^*$ ,  $\rho_{min}^*$ ) в зависимости от начального положения МКА ( $\rho_0$ ) и начального значения аргумента широты ОИ ( $\theta_0$ ) при рассмотрении инспекционного движения на ВЭО Молния. Параметры ВЭО Молния приведены в таблице 2.3. Рассмотрено два начальных положения МКА на оси  $x$  –  $\rho_{01}$  (1 ... 5 км; 0) и оси  $y$  –  $\rho_{02}$  (0; 1 ... 5 км). Результаты моделирования представлены на рисунках 2.8 и 2.9, сплошной линией показано изменение  $\rho_{max}^*$ , а пунктирной  $\rho_{min}^*$ .

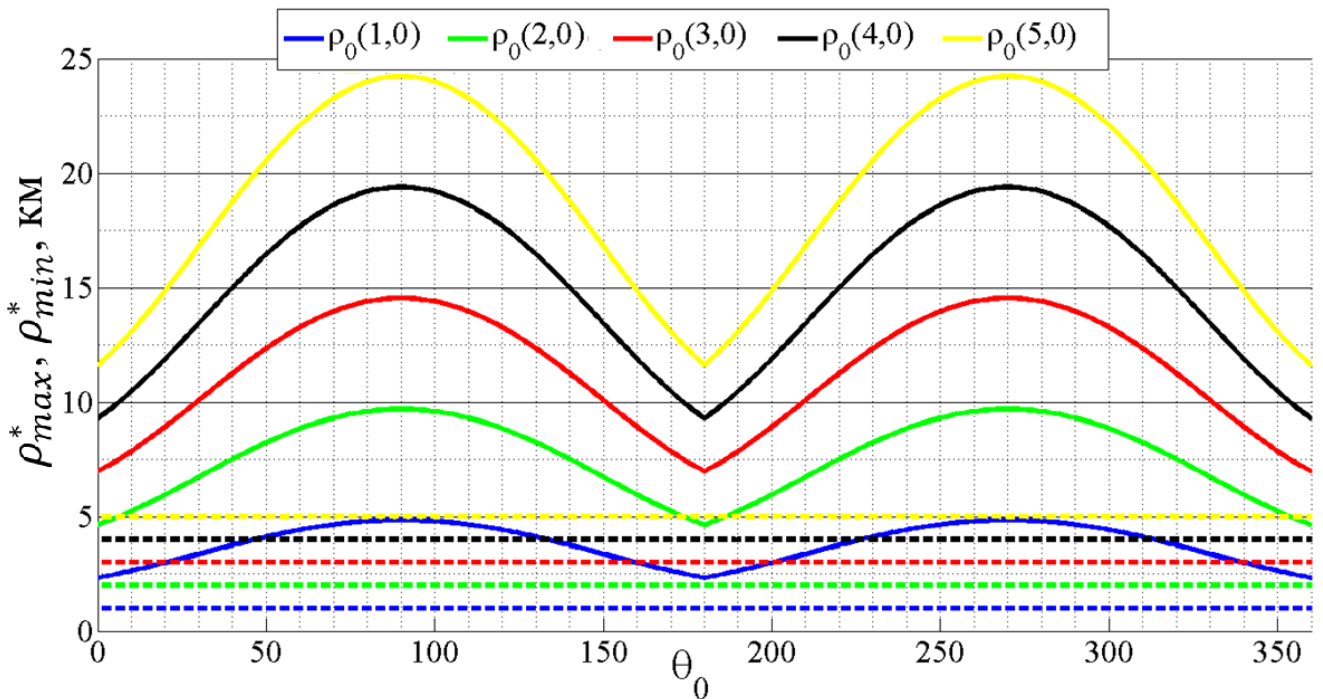


Рисунок 2.8 – Зависимость характерных размеров от  $\theta_0$ ,  $\rho_0^* = \rho_{01}$

Из рисунка 2.8 следует, что при расположении МКА на оси  $x$  в начальный момент времени,  $\rho_{min}^*$  совпадает с  $\rho_{01}$  вне зависимости от  $\theta_0$ , а величина  $\rho_{max}^*$  изменяется периодически (при  $\theta_0 = 0 \dots 180^\circ$ ) в диапазоне  $2\rho_0^* < \rho_{max}^* < 5\rho_0^*$ .

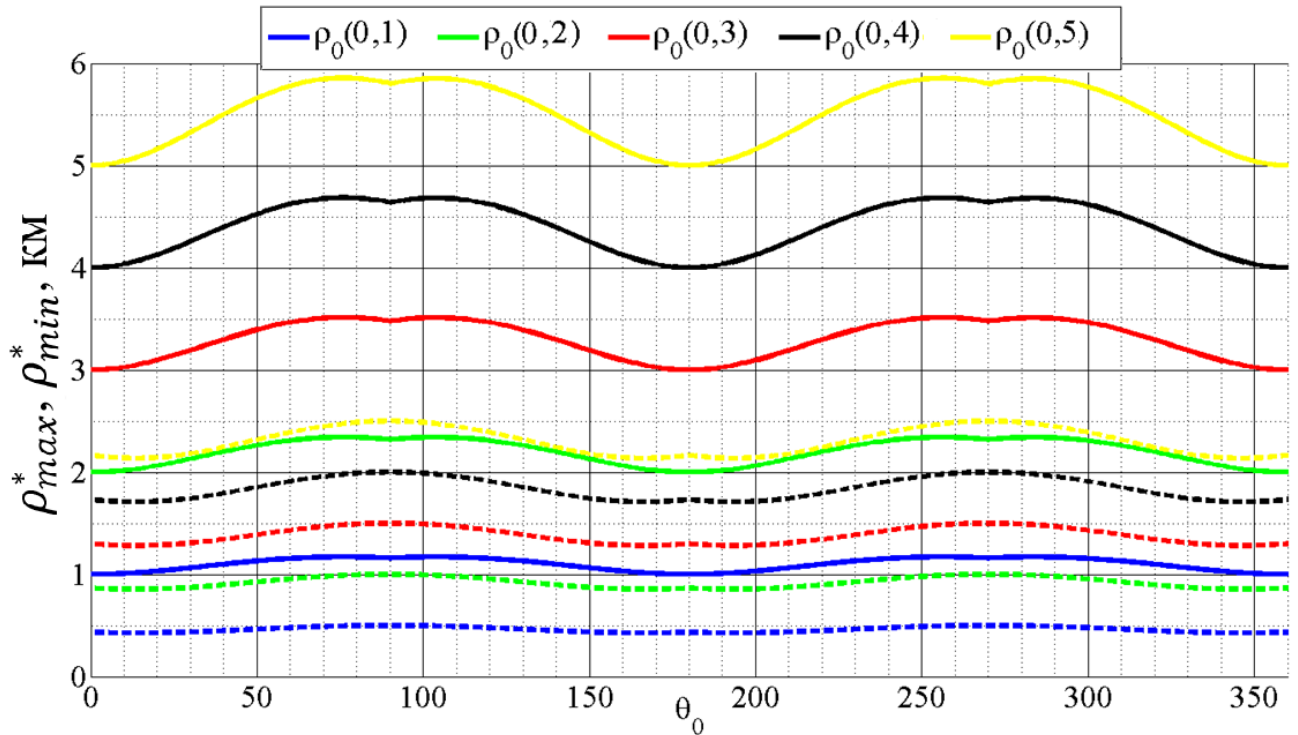


Рисунок 2.9 – Зависимость характерных размеров от  $\theta_0$ ,  $\rho_0^* = \rho_{02}$

Из рисунка 2.9 следует, что при расположении МКА на оси  $y$  ОСК в начальный момент времени  $\rho_{min}^*$  и  $\rho_{max}^*$  изменяются периодически и с увеличением  $\rho_0^*$  амплитуды их изменений также увеличиваются. При этом  $\rho_{max}^* \geq \rho_0^*$ .

Далее было рассмотрено изменение размеров номинальной инспекционной траектории при движении ОИ по геопереходной орбите (ГПО). Параметры ГПО приведены в таблице 2.4. Остальные исходные параметры для моделирование аналогичны выше проведённому исследованию. Результаты моделирования представлены на рисунках 2.10 и 2.11, сплошной линией показано изменение  $\rho_{max}^*$ , а пунктирной  $\rho_{min}^*$ .

Таблица 2.4 – Параметры геопереходной орбиты

$H_\pi$ , км	$e_0$	$i_0, ^\circ$	$\Omega_0, ^\circ$	$\omega_\pi, ^\circ$	$\theta_0, ^\circ$
200	0,73	51,6	0	0	0...360

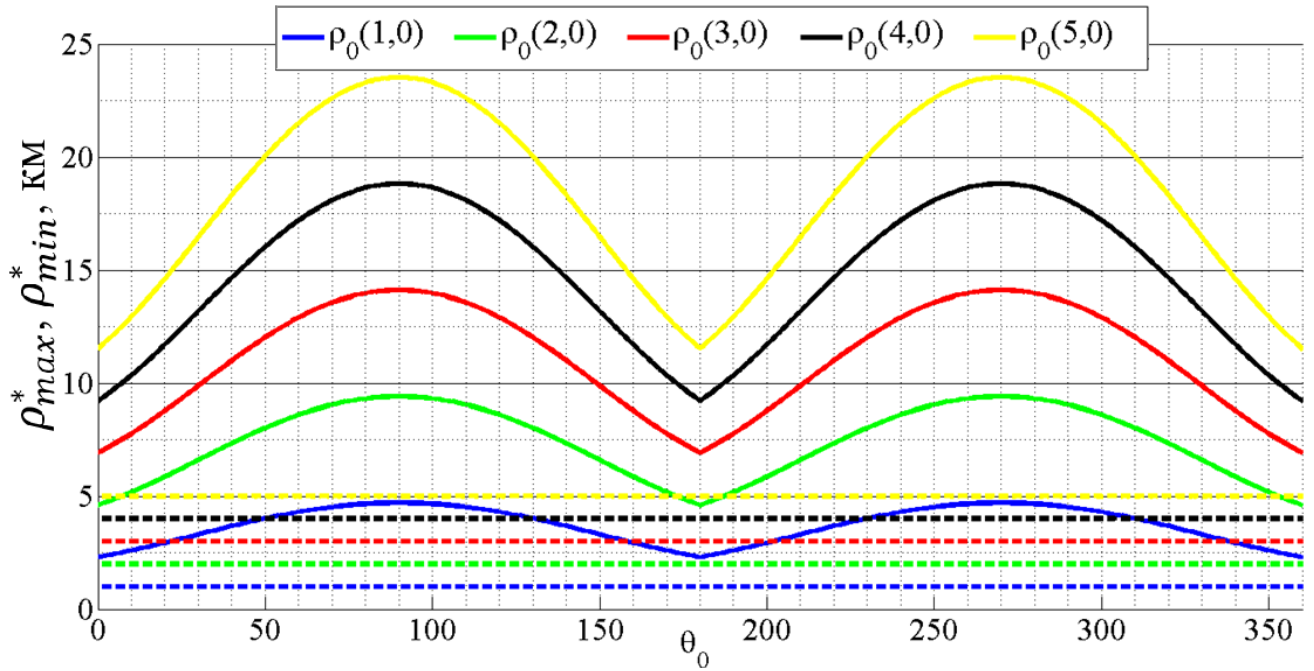


Рисунок 2.10 – Зависимость характерных размеров от  $\theta_0$ ,  $\rho_0^* = \rho_{01}$

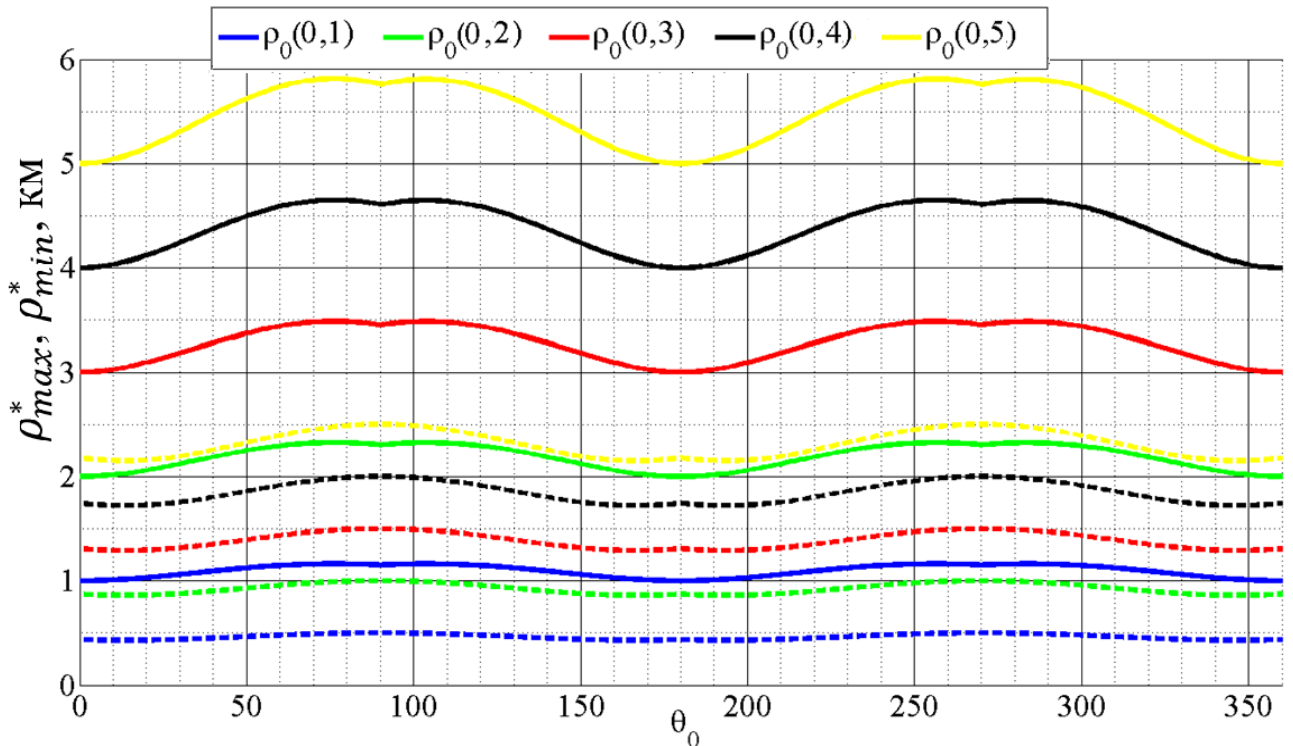


Рисунок 2.11 – Зависимость характерных размеров от  $\theta_0$ ,  $\rho_0^* = \rho_{02}$

Результаты, представленные на рисунках 2.10 и 2.11 совпадают с ранее полученными результатами для ВЭО Молния. На основании выявленных закономерностей можно прогнозировать размеры номинальной инспекционной траектории в зависимости от начального положения МКА в ОСК при движении ОИ по ВЭО Молния или ГПО.

## 2.3 Выбор условий обеспечения продолжительной пассивной инспекции при учёте нецентральности поля притяжения

### 2.3.1 Анализ влияния возмущающих факторов на инспекционное движение

В реальной космической миссии на инспекционную траекторию будут оказывать влияние возмущающие факторы различной природы, среди них можно выделить три: атмосферное торможение, влияние от нецентральности поля притяжения Земли и притяжение Луны (для высокоэллиптических орбит). Проведён сравнительный анализ деформации инспекционной траектории под действием каждого из трёх указанных факторов по отдельности. Величина возмущающего фактора определяется как модуль разности ускорений, действующего на ОИ и МКА. Рассмотрено инспекционное движение наноспутника формата 3U (МКА) относительно наноспутника формата 6U (ОИ) на круговых орбитах с высотами от 300 до 1000 км и наклоном  $i_0 = 51,6^\circ$ . Влияние атмосферного торможения зависит от разности баллистических коэффициентов ( $\Delta\sigma$ ) наноспутников и высоты орбиты ( $H_0$ ). Для учёта атмосферного торможения было рассмотрено три  $\Delta\sigma$  соответствующих трём вариантам ориентации наноспутников относительно набегающего потока и влияющих на разность их миделевых сечений ( $\Delta S$ ):  $\Delta\sigma(\Delta S_1 \dots \Delta S_3) = (3; 7,7; 0,94) \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{кг}$ . Степень влияния разностного гравитационного ускорения ( $\Delta J_2$ ) зависит от размеров инспекционной траектории, наклона ( $i_0$ ), высоты орбиты ( $H_0$ ), и текущего значения аргумента широты  $\theta(t)$  ОИ. Для учёта  $\Delta J_2$  были рассмотрены номинальные инспекционные траектории размером в виде эллипсов с большими полуосями от 0,5 км до 100 км. Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(0,25 \dots 50 \text{ км}; 0; 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8). Так как величина  $\Delta J_2$  зависит от  $\theta(t)$ , для сравнения с другими возмущающими ускорениями были приведены его усреднённые значения на одном витке орбитального движения ОИ. Влияние притяжения Луны ( $\Delta L$ ) зависит от  $H_0$  и как показало исследование оно практически не изменяется при рассмотрении указанных выше размеров



инспекционных траекторий. Далее приведено влияние  $\Delta L$  при движении МКА по инспекционной траектории с большой полуосью 1 км. Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует её положению в полночь 30 января 2023 года. Для учёта  $\Delta J_2$  и  $\Delta L$  используется математическая модель (1.2), а для учёта влияния атмосферы математическая модель (1.3). Результаты моделирования приведены на рисунках 2.12 и 2.13 в виде зависимости величины модуля разностных возмущающих ускорений ( $a$ ) и продолжительности технической устойчивости ( $t^*$ ) от высоты орбиты ОИ.

(для их обозначения на рисунках используются большие полуоси)

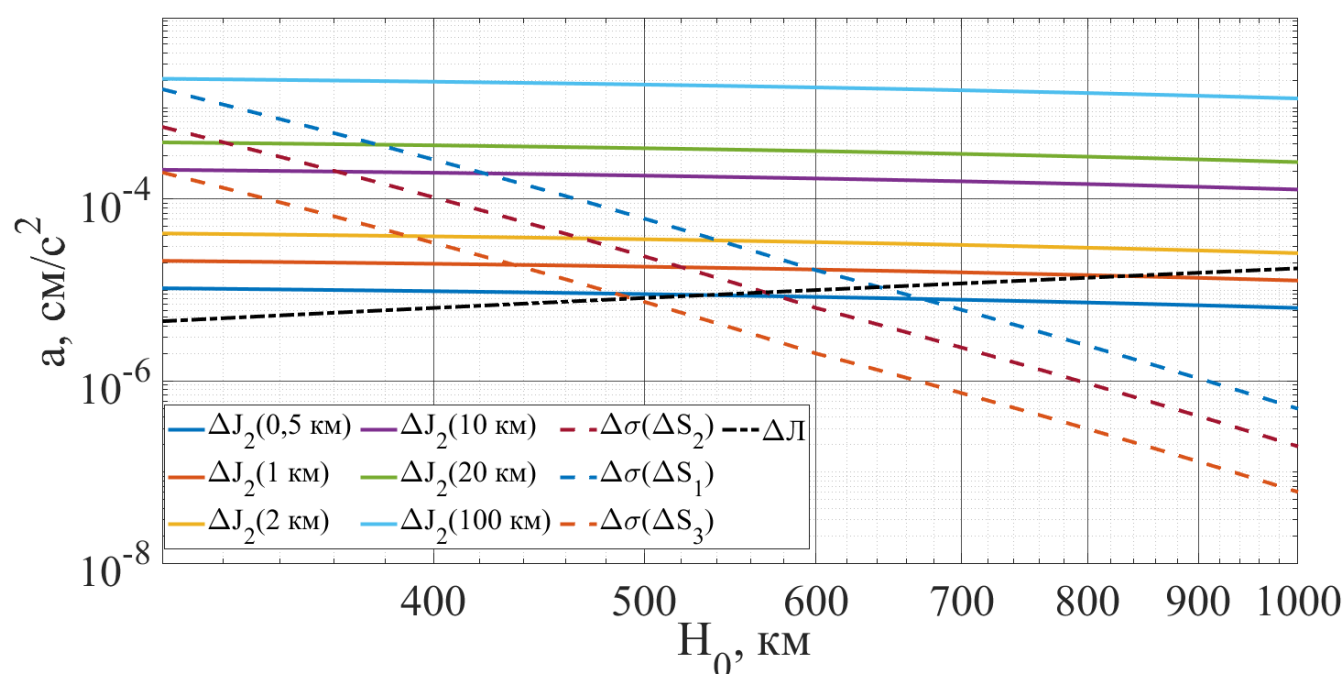


Рисунок 2.12 – Значения разности возмущающих ускорений

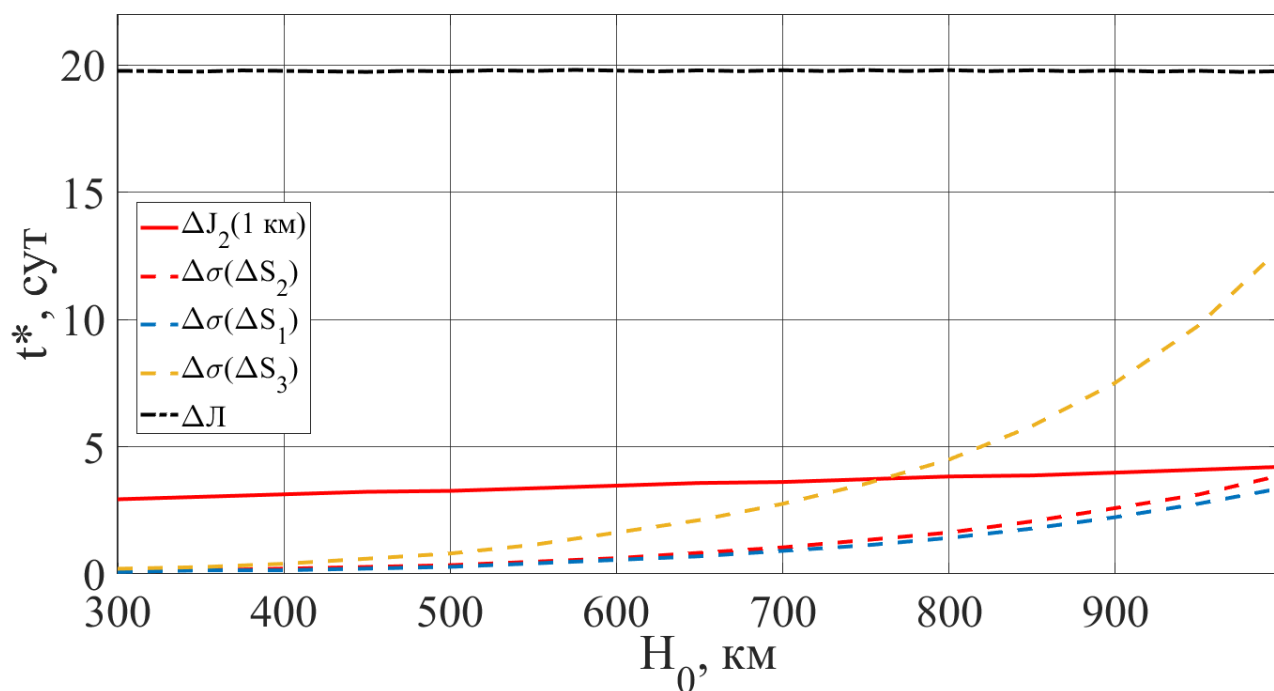


Рисунок 2.13 – Зависимость продолжительности  $t^*$

Анализируя рисунки 2.12 и 2.13 можно выделить области высот на которых доминирующее воздействие оказывают возмущения от атмосферного торможения ( $\Delta\sigma$ ) или разности гравитационного ускорения ( $\Delta J_2$ ). Влияние  $\Delta J_2$  на инспекционную траекторию при увеличении высоты изменяется незначительно, но постепенно становится основным вследствие уменьшения плотности атмосферы.

### 2.3.2 Влияние начального положения объекта инспекции на продолжительность пассивной инспекции

В ходе проведения сравнительного анализа было установлено, что при рассмотрении влияния  $\Delta J_2$  продолжительность  $t^*$  существенно зависит от  $\theta_0$  (начального положения ОИ на орбите). Для изучения выявленной закономерности было проведено широкое параметрическое исследование для круговых орбит с высотами от 500 до 1000 км и наклоном  $i_0$  от 45 до 90°. В начальный момент времени инспекционного движения МКА расположен на оси  $x$  ОСК  $\rho_0^*(0,25 \dots 2 \text{ км}; 0; 0)$  [51]. Для учёта  $\Delta J_2$  используется математическая модель (1.2), влияние притяжения Луны не учитывается. В качестве примера на рисунке 2.14 приведен один из результатов численного моделирования, которые отражает общую закономерность полученных результатов. Исходные данные орбиты ОИ:

$H_0 = 500$  км,  $i_0 = 51,6^\circ$ . Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*(0, -11,08 \text{ м/с}, 0)$ , рассчитанной по формуле (2.8). [50].

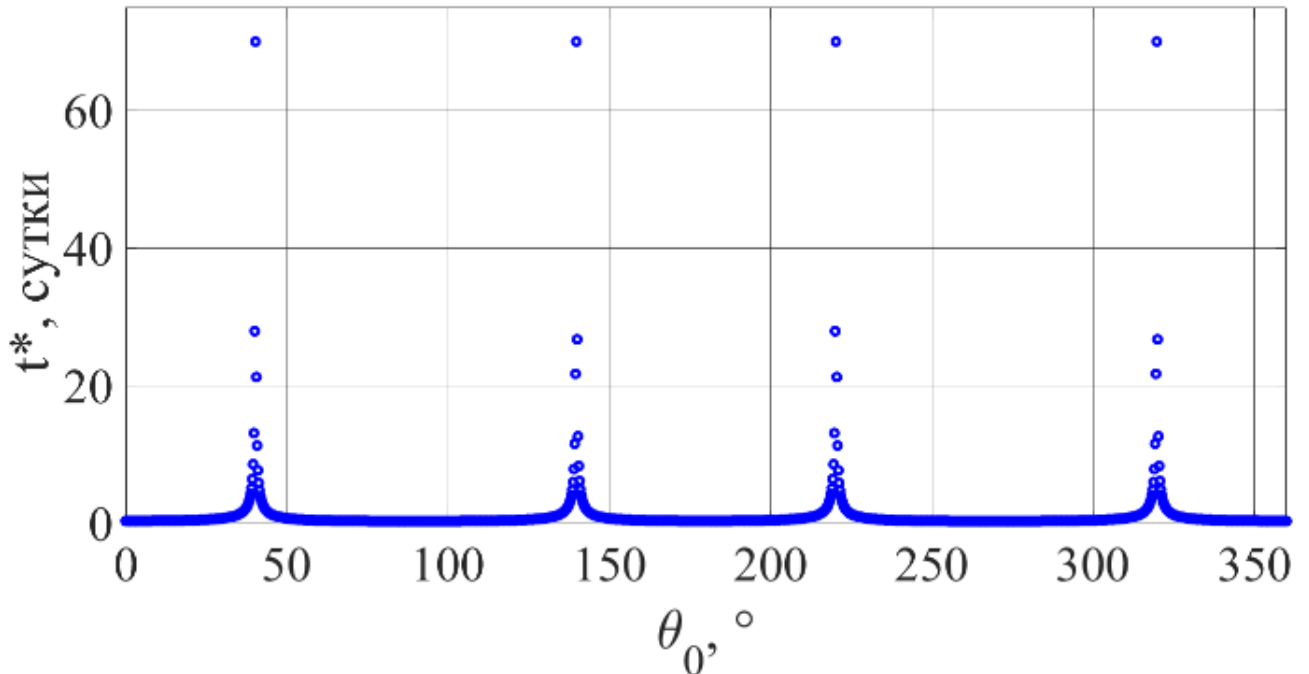


Рисунок 2.14 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\theta_0$ ,  $e_0 = 0$

Из рисунка 2.14 следует, что существуют такие значения  $\theta_0$  (далее  $\theta_0^*$ ), которые приводят к значительному увеличению продолжительности  $t^*$ , что соответствует возникновению квазипериодического инспекционного движения. Поиск условия возникновения продолжительной технической устойчивости показал, что данная ситуация возникает при отсутствии слагаемого в радиальной проекции гравитационного ускорения, отвечающего за нецентральность гравитационного поля в начальный момент времени. Потенциал нормального поля притяжения в начальный момент времени инспекционного движения имеет вид [51]:

$$U_0 = \frac{\mu}{r_{\text{ои}0}} \left[ 1 + J_2 \left( \frac{R_3}{r_{\text{ои}0}} \right)^2 \frac{1}{2} (3 \sin^2 \theta_0 \sin^2 i_0 - 1) \right]. \quad (2.10)$$

Взяв производную потенциала (2.10) по направлению можно получить проекцию гравитационного ускорения, действующего в этом направлении. Проекция гравитационного ускорения для нормального поля притяжения в

радиальном ( $g_{r_0}$ ) и меридиональном ( $g_{m_0}$ ) направлениях, действующее на ОИ, в начальный момент времени будут иметь вид:

$$\begin{aligned} g_{r_0} &= -\frac{\mu}{r_{0и0}^2} + \frac{3\mu R_3^2 J_2}{2r_{0и0}^4} (3\sin^2\theta_0 \sin^2 i_0 - 1) \\ g_{m_0} &= -\frac{3\mu R_3^2 J_2}{2r_{0и0}^4} \sin 2\theta_0 \sin 2i_0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Из (2.11) можно получить формулу для выбора начального аргумента широты ОИ, при котором гравитационное ускорение от  $J_2$  в радиальном направлении будет равно нулю в начальный момент времени:

$$\theta_{0_{1-2}}^* = \arcsin\left(\pm \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sin(i_0)}\right), \theta_{0_{3-4}}^* = \pi - \arcsin\left(\pm \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sin(i_0)}\right), i_0 \in [35,27^\circ; 144,73^\circ] \quad (2.12)$$

Далее было проведено исследование по определению  $t^*$  в зависимости от  $\theta_0$  при реализации инспекционного движения на ВЭО Молния и геопереходной орбите (ГПО). Параметры ВЭО Молния приведены в таблице 2.3, а ГПО в таблице 2.4. Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*$  (5 км, 0,0) и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8). Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует её положению на 30 января 2023 года в 0 часов 00 минут. Для моделирования используется математическая модель (1.2). Для каждой орбиты было проведено два цикла расчётов с учётом и без учёта притяжения Луны. Результаты моделирования приведены на рисунках 2.15 и 2.16, соответственно для ВЭО Молния и ГПО [46].

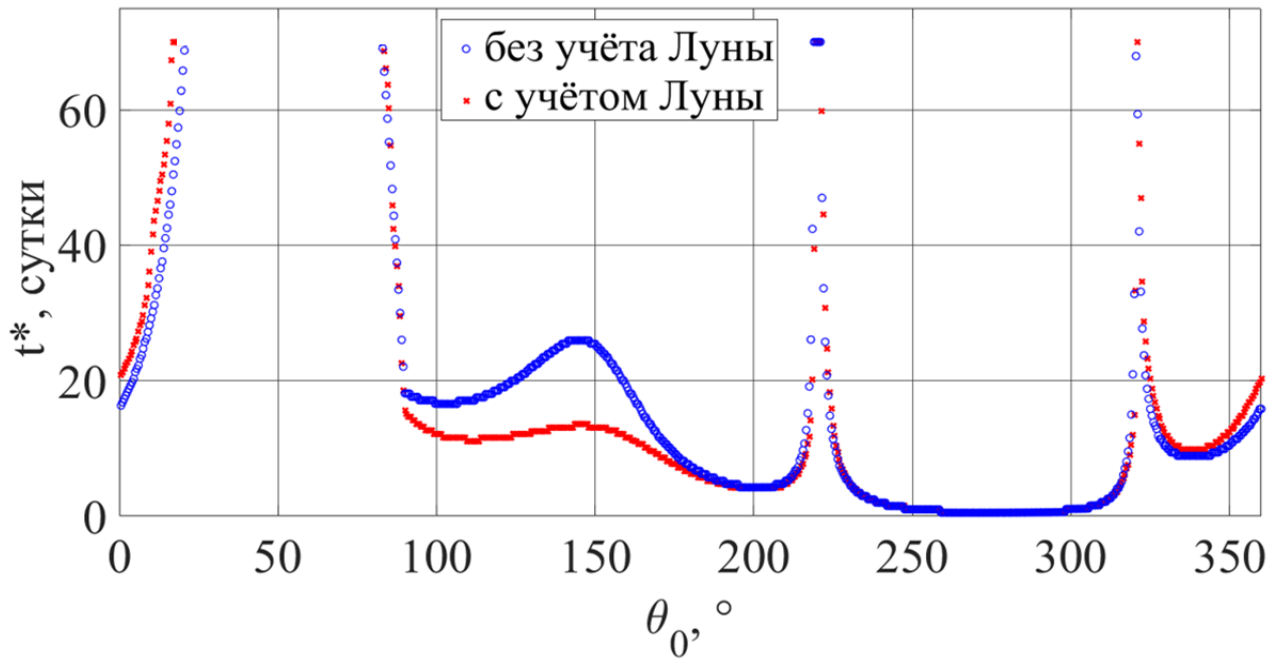


Рисунок 2.15 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\theta_0$  при движении объекта инспекции по ВЭО Молния

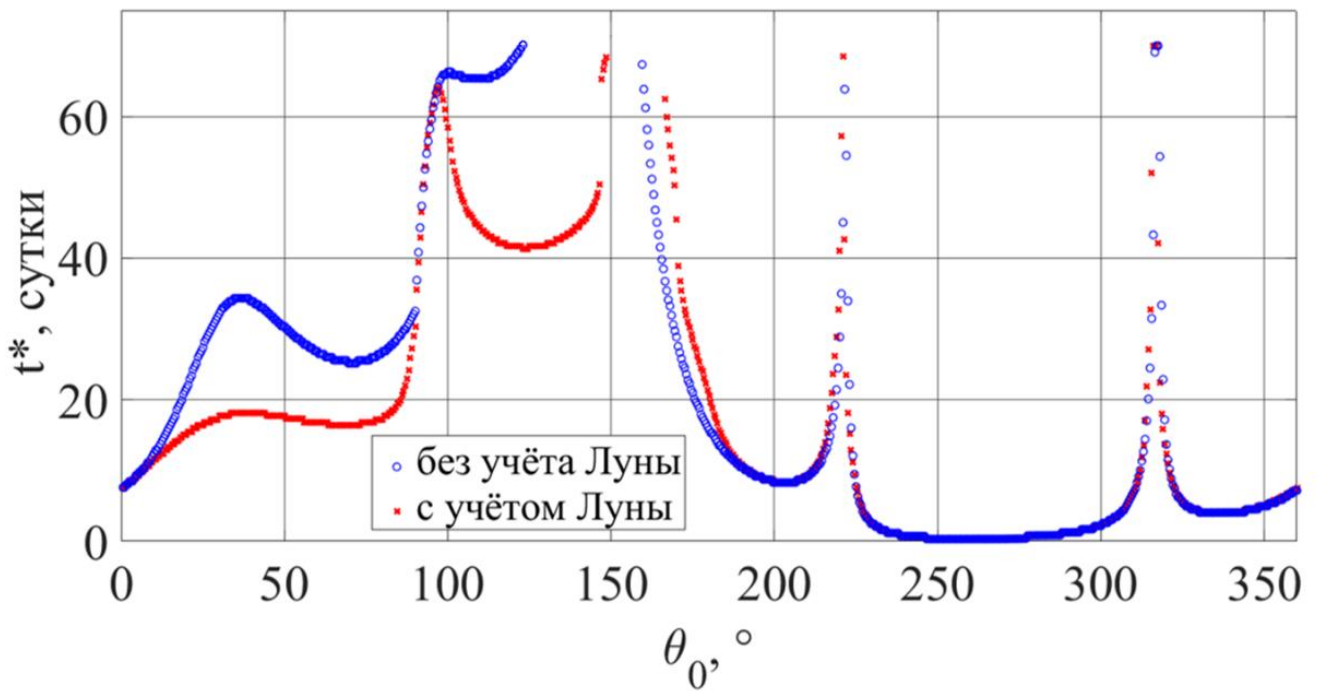


Рисунок 2.16 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\theta_0$  при движении объекта инспекции по ГПО

На представленных рисунках существуют области разрывов функции  $t^* = f(\theta_0)$ . Это обусловлено тем, что  $t^*$  для этих областей превышает рассматриваемую продолжительность пассивного инспекционного движения в 70 суток. Из рисунков 2.15 и 2.16 следует, что тенденция зависимости  $t^*$  от  $\theta_0$

сохраняется неизменной, как и в случае движения ОИ по круговой орбите. Также существуют четыре области, в которых наблюдается увеличение продолжительности  $t^*$ . Экстремумы этих областей соответствуют  $\theta_0^*$  рассчитанных по формулам (2.12), что подтверждает сильную зависимость  $t^*$  от  $\theta_0$  и для эллиптических орбит ОИ. Различие значений  $t^*$  в окрестностях  $\theta_0^*$  объясняется несимметричностью формы инспекционной траектории и её деформацией под действием  $\Delta J_2$ . Моделирование показало, что притяжение Луны оказывает в большей степени негативное влияние на продолжительность  $t^*$ , но может возникнуть и обратный эффект.

### 2.3.3 Алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения малоразмерного космического аппарата и начального положения объекта инспекции

На основе анализа полученных результатов предложен алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения объекта инспекции состоящий из следующих этапов. При движении ОИ по круговой орбите вначале выбирается вектор начального положения МКА в ОСК ( $\rho_0^*$ ), исходя из требований миссии, а затем выбирается начальное орбитальное положение ОИ ( $\theta_0^*$ ), рассчитанное с помощью (2.12), что определяет момент времени формирования инспекционного движения. Далее рассчитывается начальная скорость движения МКА ( $\dot{\rho}_0^*$ ), используя выражение (2.8), которое учитывает выполнение условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА. При рассмотрении инспекционного движения на ВЭО подход к выбору начального орбитального положения ОИ будет отличаться от предложенного. Необходимо проанализировать продолжительность пассивной инспекции  $t^*$  в зависимости от начальных траекторных параметров движения МКА и положения ОИ на орбите ( $\theta_0$ ) с учётом притяжения Луны (которое определяется её начальным положением) и выбрать такой аргумент широты ОИ  $\theta_0$ , при котором продолжительность  $t^*$  будет максимальной.

## 2.4 Анализ влияния погрешностей реализации начальных траекторных параметров движения на продолжительность пассивной инспекции

Наличие погрешностей в начальных траекторных параметрах движения МКА  $(\rho_0^*, \dot{\rho}_0^*)$  приводит нарушению условия равенства орбитальных энергий (2.1) и уменьшению продолжительности времени технической устойчивости  $t^*$ . Погрешность в определении начального аргумента широты ОИ, приводит к увеличению  $\Delta J_2$ , что также приводит к уменьшению  $t^*$ .

Для оценки влияния погрешностей в начальных траекторных параметрах движения МКА на длительность пассивного инспектирования рассмотрено движение только в орбитальной плоскости ОИ. Для моделирования используется математическая модель (1.2) при условии, что отсутствует внеплоскостное смещение инспекционной траектории ( $z_0 = \dot{z}_0 = 0$ ). Принимается, что ОИ движется по круговой орбите ( $H_0 = 500$  км,  $i_0 = 51,6^\circ$ ). Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*$  (5 км, 0) и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8). Влияние погрешностей значений начальных параметров движения  $\Delta\theta_0$ ,  $\Delta x_0$ ,  $\Delta\dot{y}_0$  на продолжительность  $t^*$  рассмотрено по отдельности. На рисунках 2.17 - 2.19 представлены результаты расчёта продолжительности  $t^*$  в зависимости от величины погрешности [52].

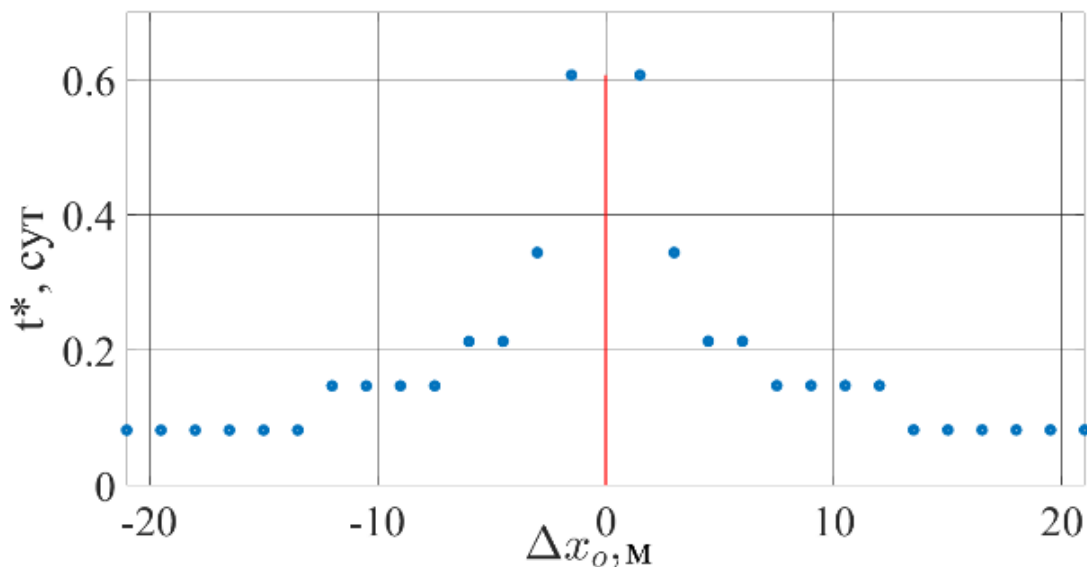


Рисунок 2.17 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\Delta x_0$

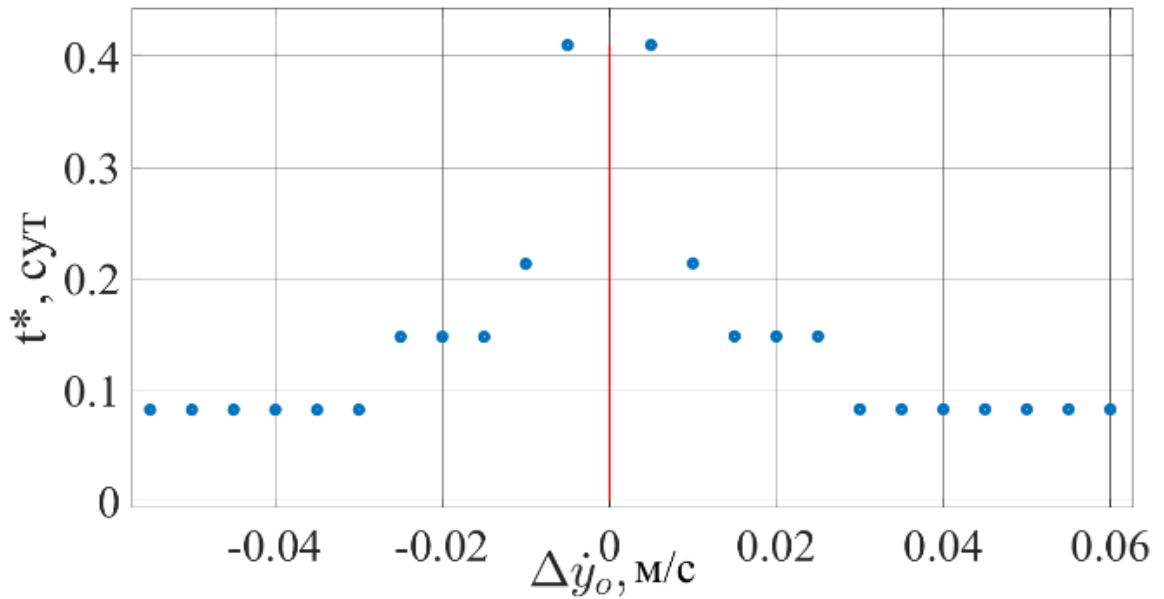


Рисунок 2.18 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\Delta y_0$

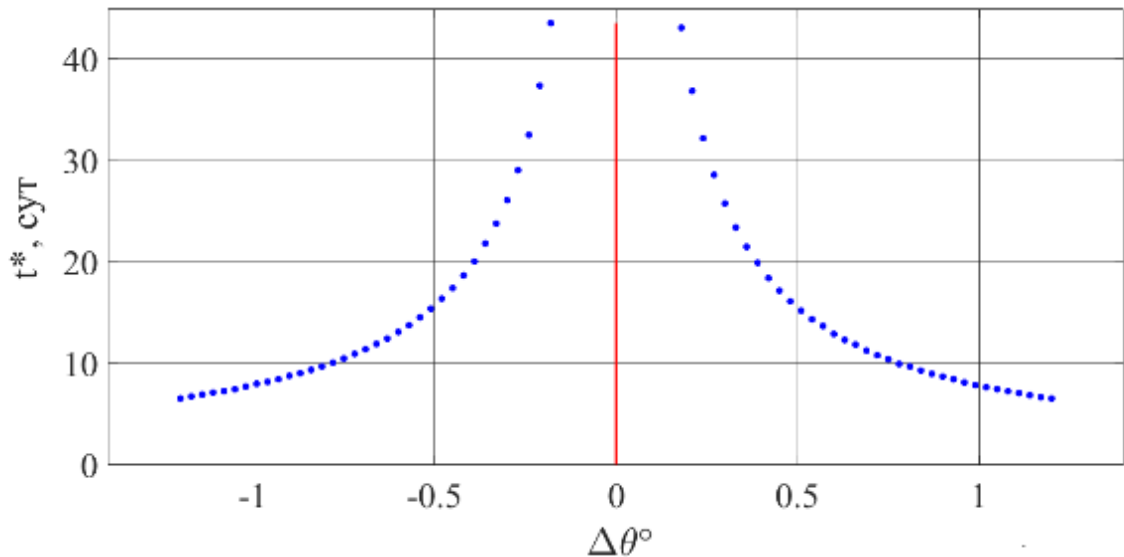


Рисунок 2.19 – Продолжительность  $t^*$  в зависимости от  $\Delta \theta_0$

Из рисунков 2.17 - 2.19 следует, что погрешности значений траекторных параметров МКА ( $\Delta x_0$  и  $\Delta \dot{y}_0$ ) оказывают существенно большее влияние на продолжительность  $t^*$  по сравнению с  $\Delta \theta_0$ . В связи с этим было проведено стохастическое исследование по определению влияния  $\Delta x_0$  и  $\Delta \dot{y}_0$  на продолжительности  $t^*$ .

В первом случае рассмотрены погрешности определения вектора начального положения МКА в ОСК  $\rho_0^*(x_0, y_0)$ . Принимается, что  $x_0$  и  $y_0$  являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону с моментными



характеристиками, представленными в таблице 2.5. Математическое ожидание каждой координаты является номинальной величиной, которые определяют размер номинальной инспекционной траектории, а среднеквадратическое отклонение описывает ошибку их определения. При этом вектор начальной скорости рассчитывается с помощью (2.8) без учёта погрешностей начального положения МКА. Продолжительность времени технической устойчивости определяется с помощью условий допустимого разлёта и опасного сближения (1.5). Проведено два цикла испытаний при рассмотрении инспекционных траекторий в виде эллипсов с большими полуосями 0,2 км и 10 км. Объект инспекции движется по круговой орбите ( $H_0 = 500$  км,  $i_0 = 51,6^\circ$ ).

Таблица 2.5 – Моментные характеристики начального положения МКА

Моментные характеристики	Большая полуось инспекционного эллипса $a$ , км	
	0,2	10
$M[x_0]$ , м	1000	5000
$M[y_0]$ , м	0	
$\sigma[x_0]$ , м	10	
$\sigma[y_0]$ , м	10	

Было проведено по 1000 экспериментов для каждого цикла испытаний. Гистограммы распределения продолжительности времени технической устойчивости в орбитальных витках ОИ невозмущённого движения (1 виток ОИ  $\approx 1,5$  часа) представлены на рисунках 2.20 и 2.21.

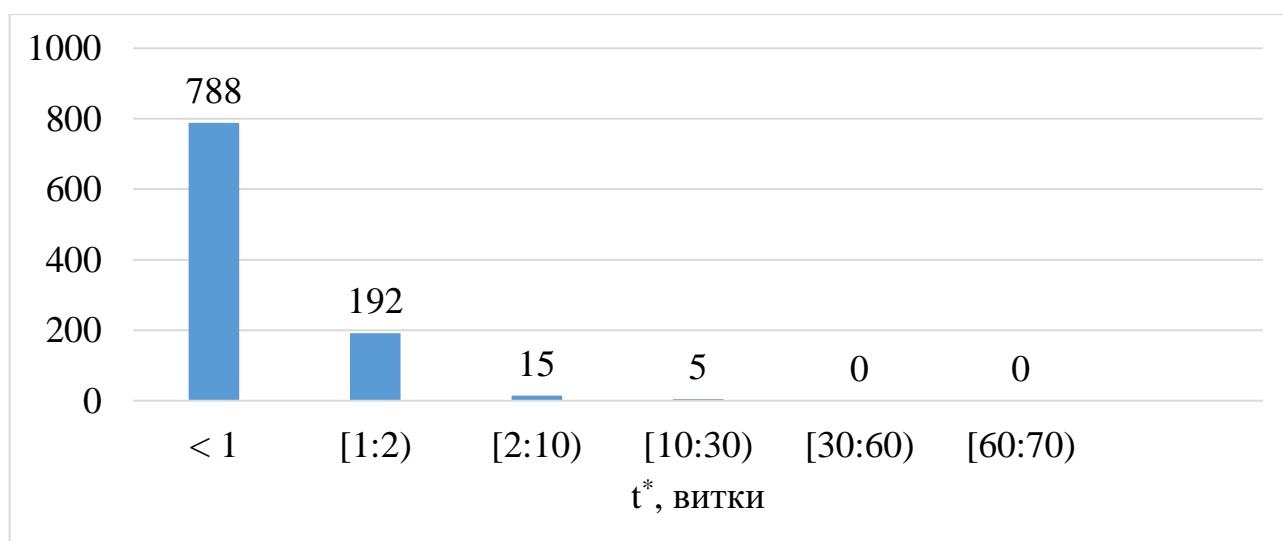


Рисунок 2.20 – Продолжительность  $t^*$  при  $a = 0,2$  км

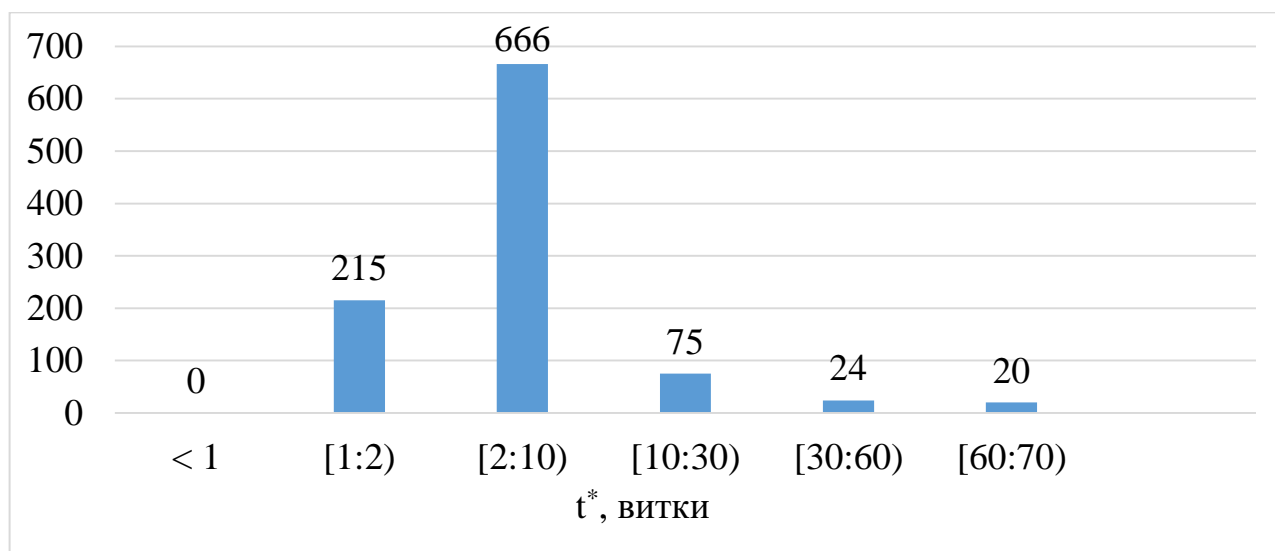


Рисунок 2.21 – Продолжительность  $t^*$  при  $a = 10$  км

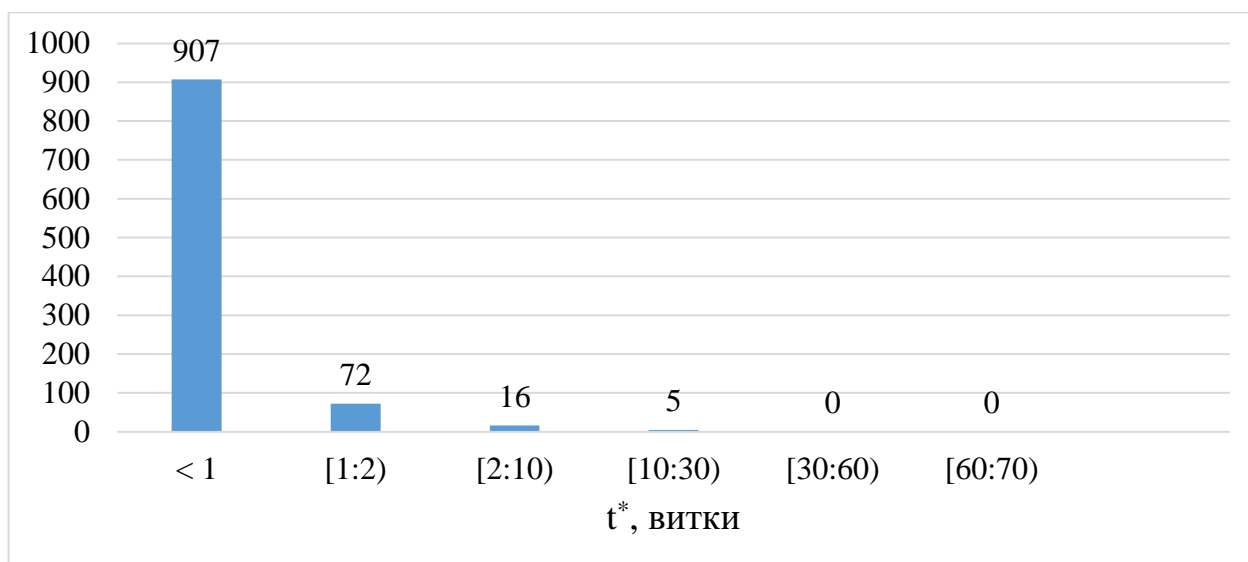
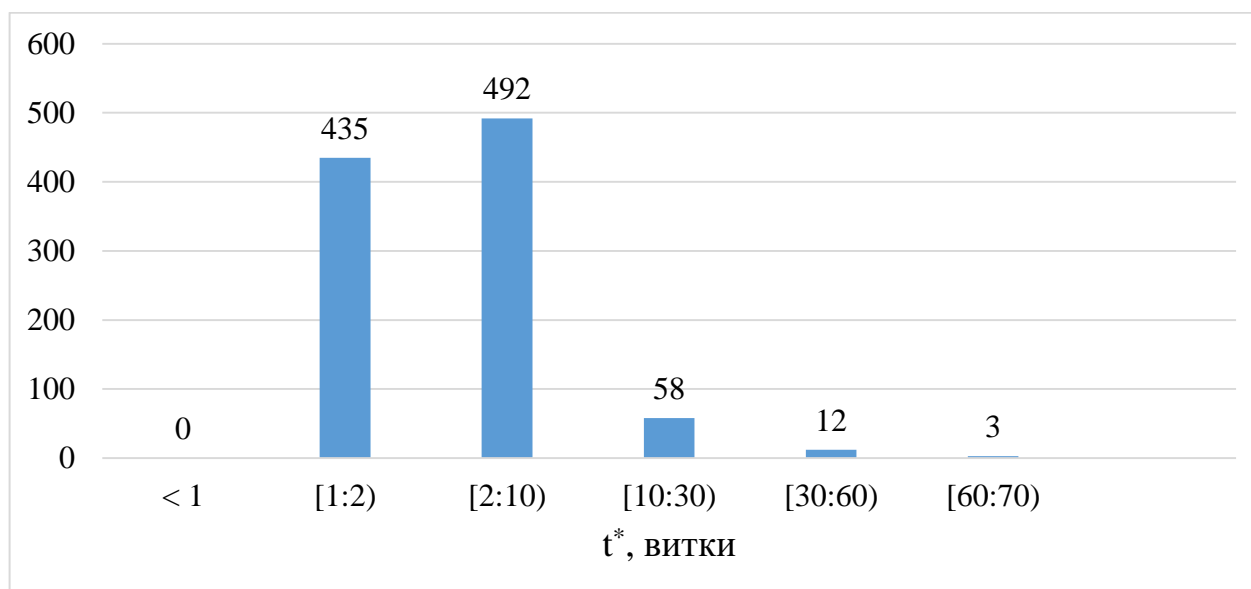
Из рисунков 2.20 и 2.21 следует, что с инспекционная траектория с  $a = 0,2$  км более чувствительна к погрешности в начальном положении МКА.

Во втором случае рассмотрены погрешности вектора начальной скорости МКА в ОСК  $\dot{\rho}_0^*(\dot{x}_0, \dot{y}_0)$ . По аналогии с предыдущим исследованием принимается, что  $\dot{x}_0$  и  $\dot{y}_0$  являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону с моментными характеристиками, представленными в таблице 2.6. Математическое ожидание каждой проекции начальной скорости является номинальной величиной (рассчитывается с помощью (2.8)), а среднеквадратическое отклонение описывает ошибку её определения.

Таблица 2.6 – Моментные характеристики начальной скорости МКА

Моментные характеристики	Большая полуось инспекционного эллипса $a$ , км	
	0,2	10
$M[\dot{x}_0]$ , м/с	0	
$M[\dot{y}_0]$ , м/с	-0,222	-11,083
$\sigma[\dot{x}_0]$ , м/с	0,033	
$\sigma[\dot{y}_0]$ , м/с	0,033	

Было проведено по 1000 экспериментов для каждого цикла испытаний. Гистограммы с результатами расчётом приведены на рисунках 2.22 - 2.23.

Рисунок 2.22 – Продолжительность  $t^*$  при  $a = 0,2$  кмРисунок 2.23 – Продолжительность  $t^*$  при  $a = 10$  км

Из рисунков 2.20 - 2.23 следует, что продолжительность технической устойчивости  $t^*$  существенно зависит от погрешностей в определении траекторных параметров. Инспекционный эллипс большего размера ( $a = 10$  км) оказался менее чувствительным к погрешностям в траекторных параметрах МКА. Таким образом при планировании космической миссии с применением инспекционного движения необходимо обеспечить наличие на борту космических аппаратов навигационной аппаратуры, которая сможет с требуемой высокой точностью определить положение и скорость МКА в момент формирования инспекционной траектории.

Для наглядности на рисунках 2.24 и 2.25 приведены результаты расчётов, полученных выше (рисунки 2.20-2.23), в виде функций распределения вероятности времени технической устойчивости -  $F(t^*)$ . Интервал времени технической устойчивости на рисунках 2.24 и 2.25 для наглядности ограничен одними сутками так как 95 % полученных результатов лежат в этом диапазоне значений [52].

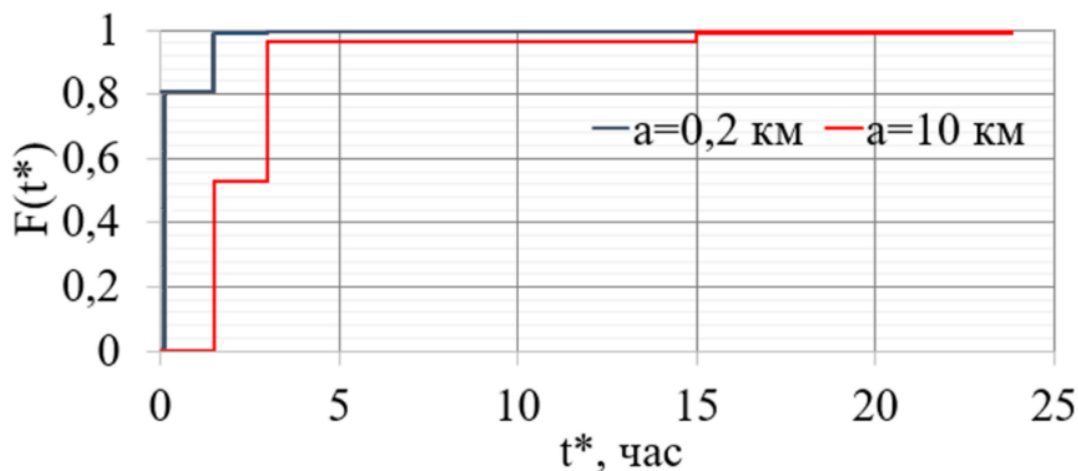


Рисунок 2.24 – Функций  $F(t^*)$  с учётом погрешностей  $\rho_0$

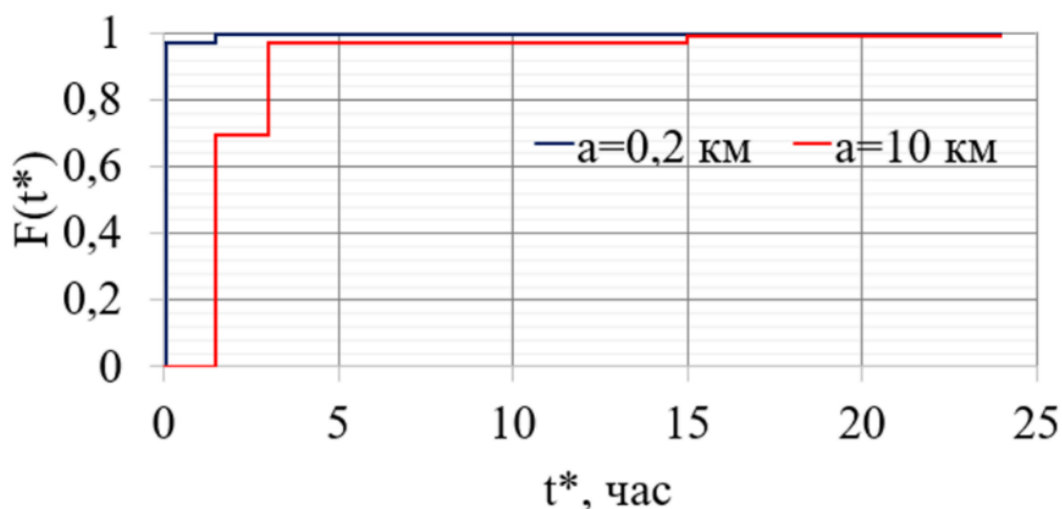


Рисунок 2.25 – Функций  $F(t^*)$  с учётом погрешностей  $\dot{\rho}_0$

Подводя итог проведённому анализу можно сделать вывод, что первоочерёдное влияние на продолжительность времени технической устойчивости  $t^*$ , при движении ОИ по круговой орбите, оказывают погрешности начальных траекторных параметров движения МКА по сравнению с влиянием возмущающих факторов и при уменьшении размера номинальной инспекционной траектории это влияние возрастает.

Далее было проведено исследование оценки влияния погрешностей значений начальных траекторных параметров движения МКА на продолжительность технической устойчивости при инспектировании ОИ, двигающихся по высокоэллиптическим орбитам. Так как при движении по ВЭО типа Молния и ГПО орбитальные скорости движения ОИ и МКА изменяются в широком диапазоне значений, то было принято решение рассматривать начальные координаты и проекции начальной скорости МКА в ОСК в виде коррелированных случайных величин, распределённых по нормальному закону. Вектор реализаций случайных величин, будет иметь вид:

$$\mathbf{P}_0^j = [x_0^j, y_0^j, z_0^j, \dot{x}_0^j, \dot{y}_0^j, \dot{z}_0^j], \quad (2.13)$$

где  $j = \overline{1, n}$ ;  $n$  – количество испытаний.

Для определения (2.13) используется линейное преобразование [53]:

$$\mathbf{P}_0^j = A\boldsymbol{\beta}_B^j + \mathbf{B},$$

где  $A$  – матрица размера  $6 \times 6$ , полученная в результате решения уравнения:

$$AA^T = K_0;$$

$K_0$  – симметричная ковариационная матрица случайных начальных параметров движения;  $\boldsymbol{\beta}_B^j$  – реализация векторной случайной величины размера  $6 \times 1$  с независимыми компонентами, имеющими нормальное распределение;  $\mathbf{B} = [M_{x_0}, M_{y_0}, M_{z_0}, M_{\dot{x}_0}, M_{\dot{y}_0}, M_{\dot{z}_0}]^T$  – вектор математических ожиданий случайных начальных траекторных параметров движения МКА.

Элементы матрицы  $K_0$  определяются по формуле:

$$K_0 = r_{ij}\sqrt{D_i D_j}.$$

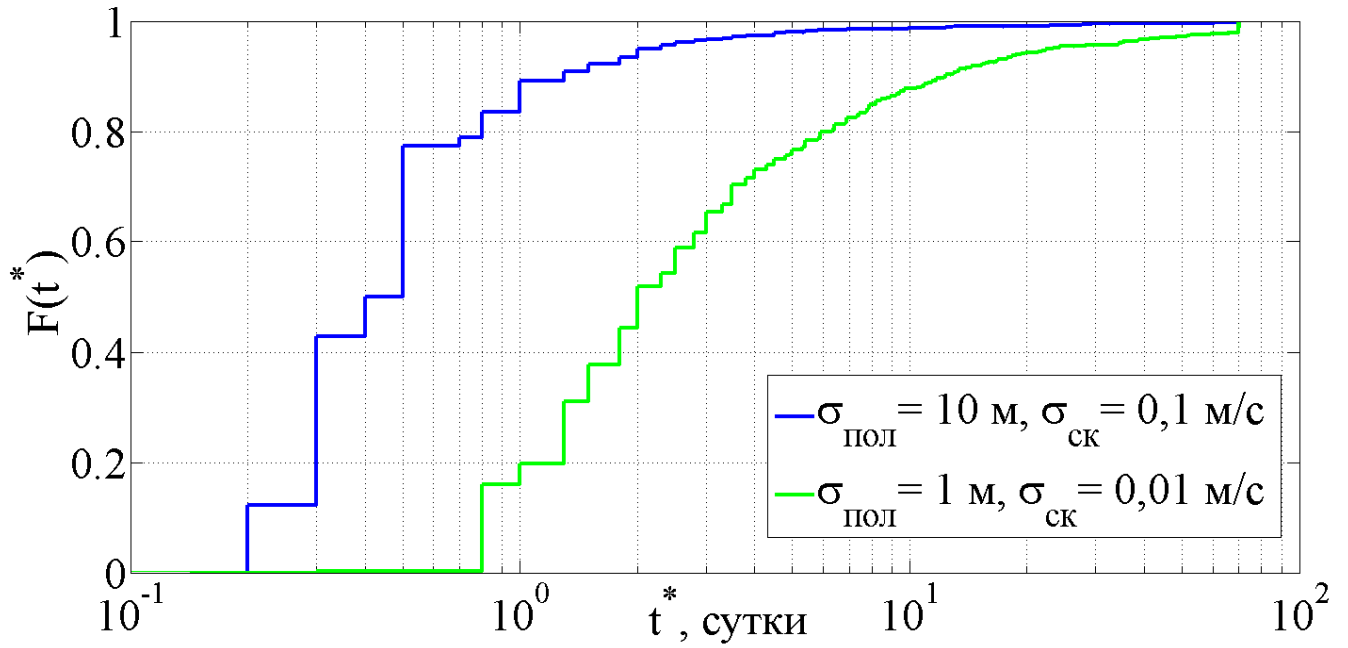
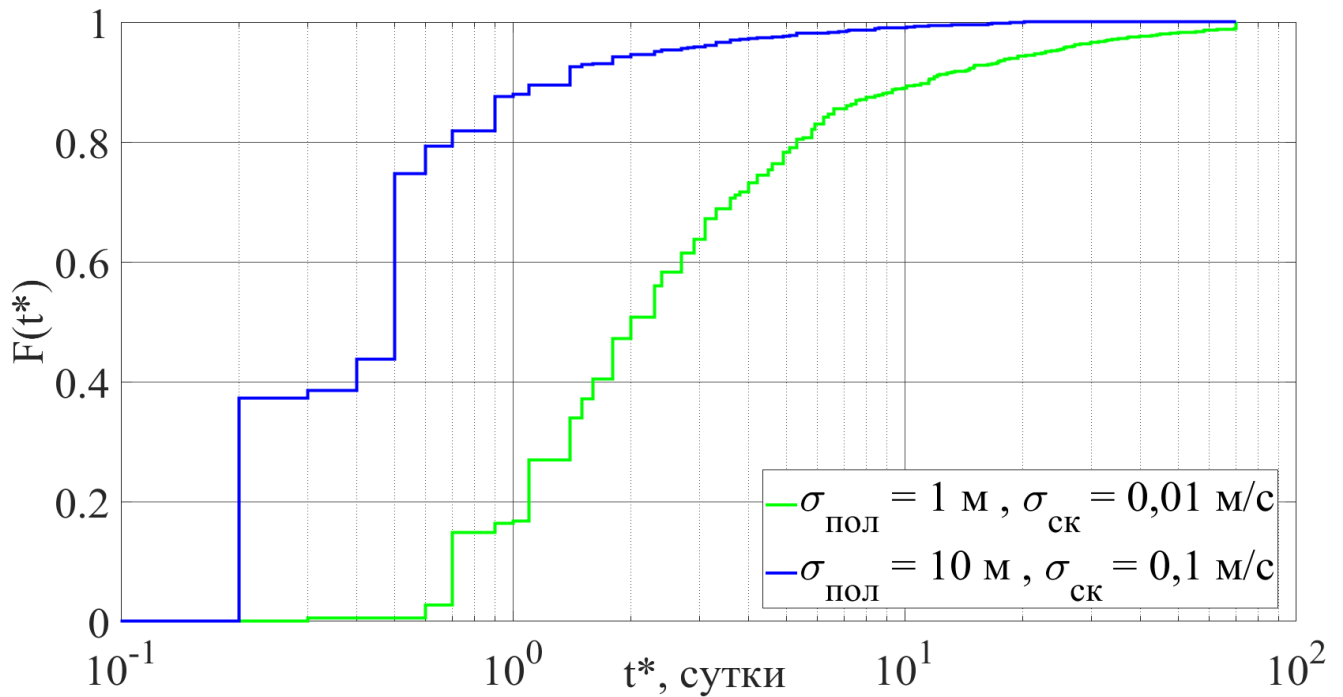
где  $D_i D_j$  – дисперсии начальных значений координат и проекций скорости МКА,  $r_{ij}$  – коэффициенты корреляции.

Предварительный анализ показал, что при движении по ВЭО возмущающие факторы  $\Delta J_2$  и  $\Delta L$  приводят к появлению смещения инспекционной траектории из орбитальной плоскости ОИ. Для проведения моделирования использовалась математическая модель (1.2). Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8). Было проведено 2 цикла статистических испытаний для ВЭО Молния и ГПО. Каждый цикл включает в себя по 1000 экспериментов с использованием моментных характеристик из таблицы 2.7.

Таблица 2.7 – Моментные характеристики начальных параметров движения МКА

Моментные характеристики	ВЭО Молния		ГПО	
	1 цикл	2 цикл	1 цикл	2 цикл
$M_{x0}$ , м	5000		5000	
$M_{y0} = M_{z0}$ , м	0		0	
$M_{\dot{x}0} = M_{\dot{z}0}$ , м/с	0		0	
$M_{\dot{y}0}$ , м/с	-1,9		-3,3	
$\sigma_{\text{пол}}$ , м	10	1	10	1
$\sigma_{\text{ск}}$ , м/с	0,1	0,01	0,1	0,01
$r_{x0y0} = r_{x0z0} = r_{y0z0}$	0,2		0,2	
$r_{x0\dot{x}0} = r_{y0\dot{y}0} = r_{z0\dot{z}0}$	0,5		0,5	
$r_{x0\dot{y}0} = r_{x0\dot{z}0} = r_{y0\dot{x}0} =$ $= r_{y0\dot{z}0} = r_{z0\dot{x}0} = r_{z0\dot{y}0}$	0		0	

В таблице 2.7 используются обозначения:  $M_{x0}, M_{y0}, M_{z0}, M_{\dot{x}0}, M_{\dot{y}0}, M_{\dot{z}0}$  – математические ожидания начальных траекторных параметров МКА;  $\sigma_{\text{пол}}, \sigma_{\text{ск}}$  – среднеквадратические отклонения начальных траекторных параметров МКА;  $r_{x0y0}, r_{x0z0}, r_{y0z0}, r_{x0\dot{x}0}, r_{y0\dot{y}0}, r_{z0\dot{z}0}, r_{x0\dot{y}0}, r_{x0\dot{z}0}, r_{y0\dot{x}0}, r_{y0\dot{z}0}, r_{z0\dot{x}0}, r_{z0\dot{y}0}$  – коэффициенты корреляции начальных траекторных параметров МКА. Начальное значение аргумента широты ОИ ( $\theta_0^*$ ) выбирается согласно алгоритму выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения объекта инспекции. Результаты статистического моделирования представлены в виде функции распределения вероятности  $F(t^*)$  на рисунках 2.26 и 2.27, соответственно для ВЭО Молния и ГПО [46].

Рисунок 2.26 – Функции  $F(t^*)$  при движении ОИ по ВЭО МолнияРисунок 2.27 – Функции  $F(t^*)$  при движении ОИ по ГПО

Из результатов, представленных на рисунках 2.20 - 2.27 следует, что инспекционное движение на высокоэллиптических орбитах менее зависимо от погрешностей начальных параметров движения МКА по сравнению с инспекционным движением на круговых орбитах.

## Выводы по второй главе

Во второй главе на основании условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА были получены выражения для определения начальной скорости движения МКА, позволяющие сформировать замкнутые относительные траектории в ОСК (при рассмотрении движения ОИ и МКА в центральном поле притяжения), которые далее в работе используются в качестве номинальных инспекционных траекторий. Была проведена оценка влияния возмущающих факторов на инспекционное движение. Установлено, что при движении по низким орбитам и при наличии разности баллистических коэффициентов между ОИ и МКА основное влияние на инспекционное движение оказывает атмосферное торможение. Влияние возмущающего гравитационного ускорения ( $\Delta J_2$ ) становится доминирующим при увеличении высоты орбиты, что приводит к уменьшению влияния атмосферы. Было установлено, что при движении ОИ по высокоэллиптическим орбитам влияние со стороны Луны оказывает влияние на инспекционное движение.

На основании особенностей влияния возмущающего гравитационного ускорения  $\Delta J_2$  (величина которого изменяется периодически и зависит от положения ОИ и МКА) и условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА был разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения объекта инспекции, который позволяет реализовать пассивное квазипериодическое инспекционное движение на протяжении более 70 суток для круговых и высокоэллиптических орбит ОИ.

Было установлено, что погрешности в начальных траекторных параметрах движения МКА оказывают большее влияние на продолжительность времени технической устойчивости по сравнению с влиянием рассмотренных возмущающих факторов. Инспекционные траектории, реализуемые на круговых орбитах в большей степени подвержены негативному влиянию погрешностей траекторных параметров МКА по сравнению с инспекционными траекториями на высокоэллиптических орбитах.



### 3 ПОДДЕРЖАНИЕ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НА ВЫСОКИХ ОРБИТАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОДНОИМПУЛЬСНОЙ КОРРЕКЦИИ

В третьей главе проведено исследование возможности использования понятия оскулирующей траектории относительного движения для поддержания инспекционного движения в условиях воздействия возмущающего гравитационного ускорения ( $\Delta J_2$ ) и притяжения со стороны Луны ( $\Delta L$ ) (при движении ОИ по высокоэллиптическим орбитам). В результате проведённого исследования были разработаны алгоритм одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения и методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ на протяжении всей инспекционной миссии.

#### 3.1 Алгоритм одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения

Рассмотрен случай инспекционного движения МКА в нормальном поле притяжения на орбитах, на которых влиянием атмосферного торможения можно пренебречь. Если ОИ движется по ВЭО, то дополнительно учитывается влияние притяжения со стороны Луны. Для поддержания инспекционного движения на интервале времени, превышающем  $t^*$ , предлагается одноимпульсная коррекция, основанная на использовании понятия оскулирующей траектории относительного движения. Под оскулирующей траекторией относительного движения понимается замкнутая инспекционная траектория, которая была бы возможна, если с текущего момента времени МКА и ОИ совершали движение в центральном поле притяжения и начальные условия относительного движения МКА удовлетворяли условию равенства их орбитальных энергий (2.8). Для каждой точки возмущённого инспекционного движения существует своя оскулирующая траектория относительного движения. При этом оскулирующие траектории относительного движения, которые формируются в момент времени, когда аргумент широты ОИ принимает значения  $\theta_{0_{1-4}}^*$  (рассчитываются с помощью (2.12)) являются

предпочтительными для инспекционного движения, так как они обеспечивают максимальную продолжительность пассивной инспекции  $t^*$ .

Основные этапы алгоритма выбора параметров одноимпульсной коррекции заключаются в следующем [54]:

- выполняется прогнозирование движения МКА и ОИ по модели (1.2) с одновременным расчётом параметров движения МКА относительно ОИ до момента возникновения нарушения условия (1.5);

- на следующем витке орбиты ОИ в моменты времени, соответствующие аргументам широты  $\theta_{0_{1-4}}^*$ , рассчитываются параметры возмущённой траектории относительного движения МКА  $\rho_{\text{в}}(\theta_{0_j}^*)$ ,  $\dot{\rho}_{\text{в}}(\theta_{0_j}^*)$ ,  $j = 1 - 4$ ;

- для совокупности  $\rho_{\text{в}}(\theta_{0_i}^*)$ ,  $i = 1 - 4$  рассчитывается набор векторов скоростей  $\tilde{\rho}_j(\theta_{0_j}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0_j}^*))$ ,  $j = 1 - 4$ , соответствующих оскулирующим траекториям относительного движения для четырёх моментов времени, отвечающих аргументам широты  $\theta_{0_j}^*$  ОИ с использованием соотношений (2.8), вытекающих из условия равенства орбитальных энергий ОИ и МКА в центральном поле притяжения;

- из сформированного набора оскулирующих траекторий относительного движения для проведения одноимпульсной коррекции выбирается такая траектория, у которой характерные размеры  $(\rho_{\text{max}}^*, \rho_{\text{min}}^*)$  имеют минимальное отличие от характерных размеров номинальной инспекционной траектории, то есть фиксируется то положение ОИ на орбите  $\theta_{0_k}^*$ , при достижении которого будет проводиться коррекция траектории МКА и соответствующий ему вектор состояния МКА  $\tilde{\rho}_k(\theta_{0_k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0_k}^*))$ ;

- для выбранного положения ОИ на орбите  $\theta_{0_k}^*$  и вектора состояния МКА на возмущённой орбите  $\rho_{\text{в}}(\theta_{0_k}^*)$ ,  $\dot{\rho}_{\text{в}}(\theta_{0_k}^*)$ , рассчитывается вектор корректирующего импульса  $\Delta V$  для придания траекторным параметрам движения МКА значений, соответствующих выбранной оскулирующей траектории относительного движения по формуле:

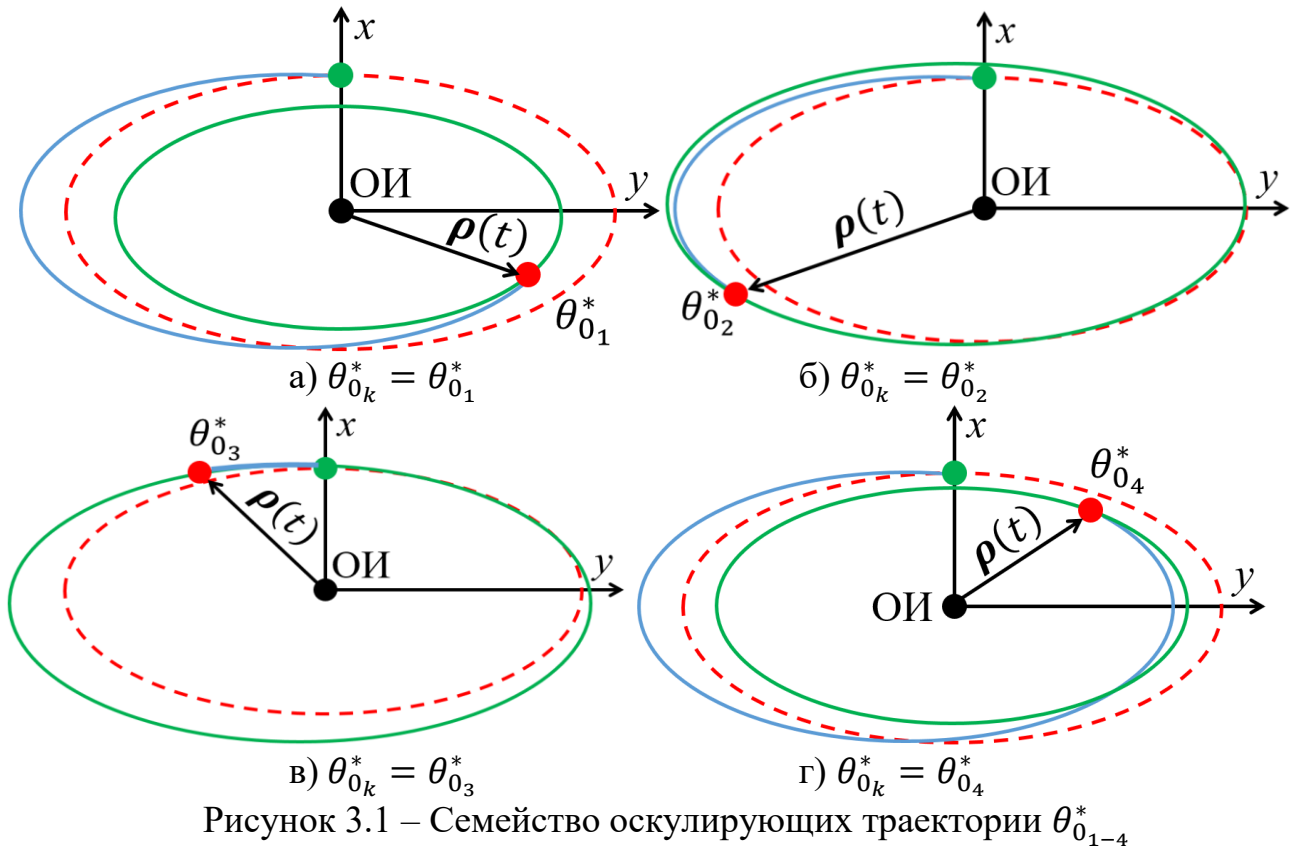
$$\Delta V \left( \theta_{0k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0k}^*) \right) = \dot{\rho}_{\text{в}} \left( \theta_{0k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0k}^*) \right) - \tilde{\rho}_k \left( \theta_{0k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0k}^*) \right), \quad (3.1)$$

где  $\dot{\rho}_{\text{в}} \left( \theta_{0k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0k}^*) \right)$  и  $\tilde{\rho}_k \left( \theta_{0k}^*, \rho_{\text{в}}(\theta_{0k}^*) \right)$  – векторы скорости МКА при движении по возмущённой и обновленной инспекционной траекториям в точке приложения  $\Delta V$ .

### 3.1.1 Исследование алгоритма одноимпульсной коррекции при движении объекта инспекции по круговым орбитам

В данном подразделе рассмотрена ситуация, в которой ОИ движется по круговой орбите в условиях воздействия вековых возмущений, вызванных нормальным полем притяжения. В этом случае номинальная инспекционная траектория будет представлять в центральном поле притяжения траекторию, близкую к эллипсу, соответствующую начальным условиям (2.8).

На рисунке 3.1 приведена иллюстрация семейства оскулирующих траекторий, возникающих на одном витке возмущённого движения и соответствующих аргументам широты ОИ  $\theta_{0_{1-4}}^*$  (2.12). Обозначения, принятые на рисунке 3.1: зелёная и красная точки определяют соответственно начальное положение МКА и его положение в момент приложения корректирующего импульса; красной штрихпунктирной и синей сплошной линиями обозначены – номинальная и возмущённая инспекционные траектории; зелёной линией показана инспекционная траектория, на которую будет переведён МКА после приложения корректирующего импульса.



Из рисунка 3.1 следует, что в зависимости от выбора точки приложения корректирующего импульса  $\Delta V$ , обновлённая инспекционная траектория (оскулирующая траектория относительного движения) может находиться внутри  $(\theta_{0_1}^*, \theta_{0_4}^*)$  или снаружи  $(\theta_{0_2}^*, \theta_{0_3}^*)$  относительно номинальной инспекционной траектории. Это свойство позволяет целенаправленно изменять размер инспекционной траектории с помощью одноимпульсного манёвра, удерживая её в допустимой области.

С целью исследования динамики изменения обновлённых номинальных инспекционных траекторий после проведения одноимпульсной коррекции на последующем после нарушения условия (1.5) витке, были проведены численные эксперименты для каждого углового положения ОИ на орбите  $(\theta_0^*)$ . Для каждого случая общее количество прикладываемых импульсов ограничивалось десятью, орбита ОИ принималась круговой с параметрами  $H_o = 500$  км,  $i_o = 51,6^\circ$ . В начальный момент времени траекторные параметры относительного движения МКА определялись векторами  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$  и  $\dot{\rho}_0^*(0, -11,08 \text{ м/с})$ , рассчитанными по формуле (2.8), а обеспечение углового положения ОИ происходит с некоторой

погрешностью (принята величина  $0,2^\circ$ ), чтобы продемонстрировать общую тенденцию деформации возмущённой инспекционной траектории. Результаты моделирования показали, что при использовании  $\theta_{0_1}^* = 47,5^\circ$  и  $\theta_{0_4}^* = 227,5^\circ$  для приложения  $\Delta V$  происходит стабильное уменьшение большой полуоси инспекционной траектории с 10 км до 6 км, при этом величина корректирующего импульса также уменьшается. В свою очередь при использовании точек  $\theta_{0_2}^* = 312,5^\circ$  и  $\theta_{0_3}^* = 132,5^\circ$  происходит увеличение большой полуоси инспекционной траектории с 10 км до 23 км ( $\theta_{0_2}^*$ ) и 13 км ( $\theta_{0_3}^*$ ), а величина импульса также растёт. В качестве примера на рисунках 3.2 и 3.3 показан процесс изменение размера инспекционной траектории при использовании точек  $\theta_{0_1}^*$  и  $\theta_{0_3}^*$  для приложения корректирующего импульса. Чёрным цветом на рисунках 3.2 и 3.3 показана исходная инспекционная траектория, синим цветом показана возмущённая инспекционная траектория, красные точки указывают на места приложения  $\Delta V$ .

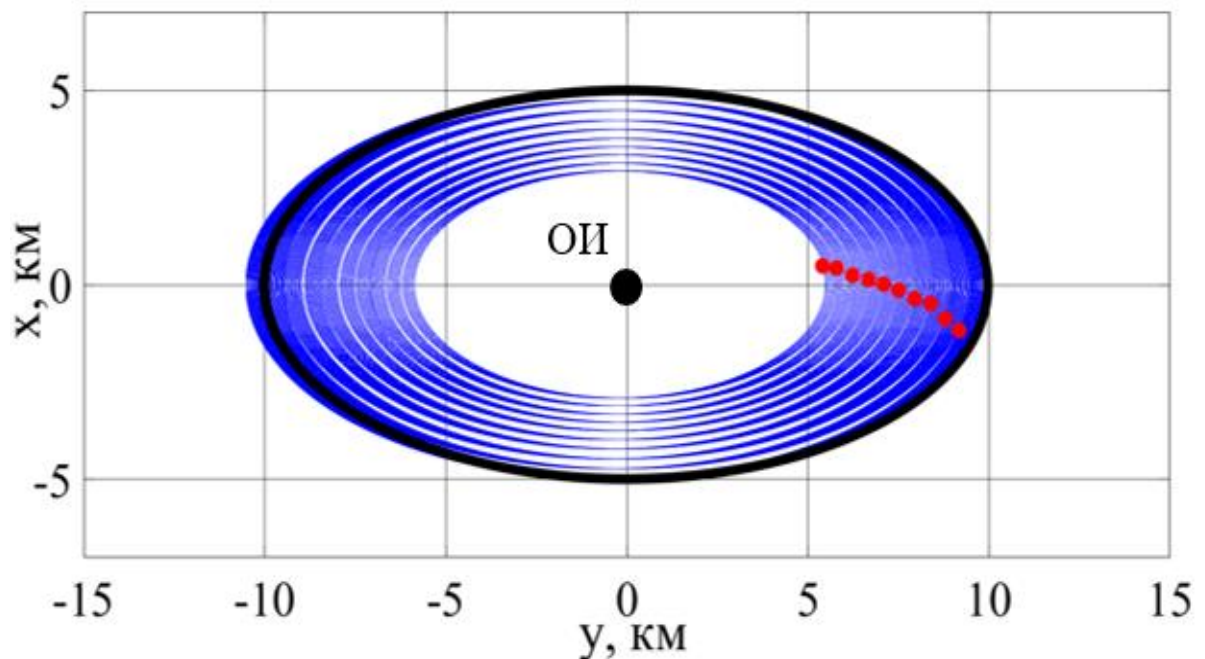


Рисунок 3.2 – Изменение инспекционной траектории,  $\Delta V(\theta_{0_1}^*, \rho_B)$

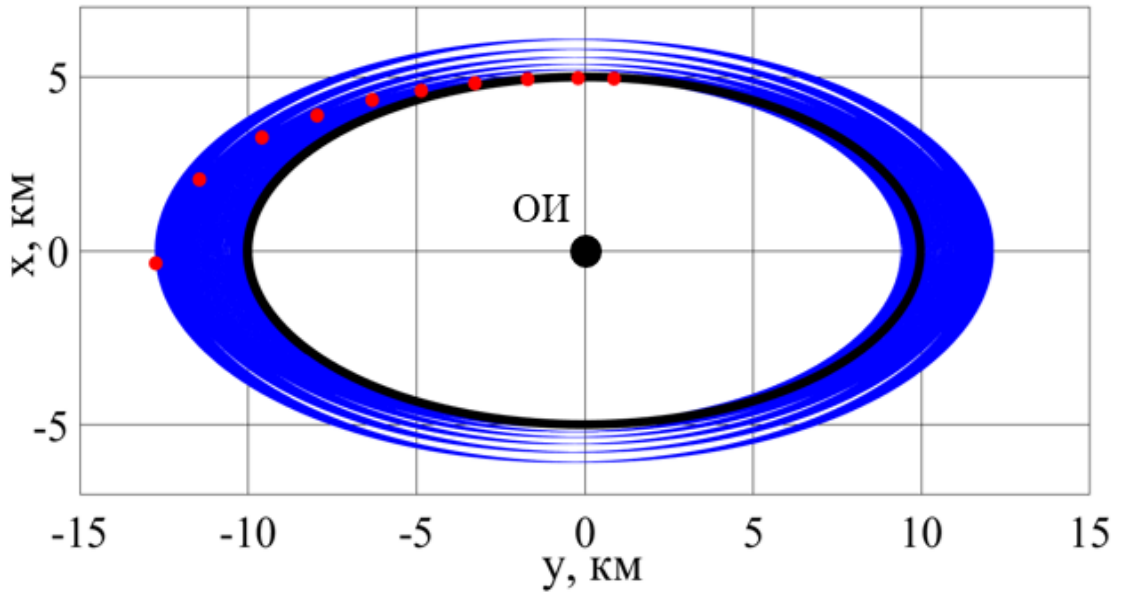


Рисунок 3.3 – Изменение инспекционной траектории,  $\Delta V(\theta_{0_3}^*, \rho_B)$

Результаты моделирования, приведённые на рисунках 3.2 и 3.3 наглядным образом подтверждают возможность влияния на размер инспекционной траектории с помощью выбора точки для приложения корректирующего импульса. Характер изменения инспекционной траектории при использовании других точек для приложения  $\Delta V$  аналогичен результатам, представленным на рисунках 3.2 и 3.3 ( $\theta_{0_2}^*$  приводит к увеличению, а  $\theta_{0_4}^*$  к уменьшению инспекционной траектории).

Изменение величины корректирующего импульса  $\Delta V$  в процессе проведения вышеуказанных экспериментов показано на рисунке 3.4 [54].

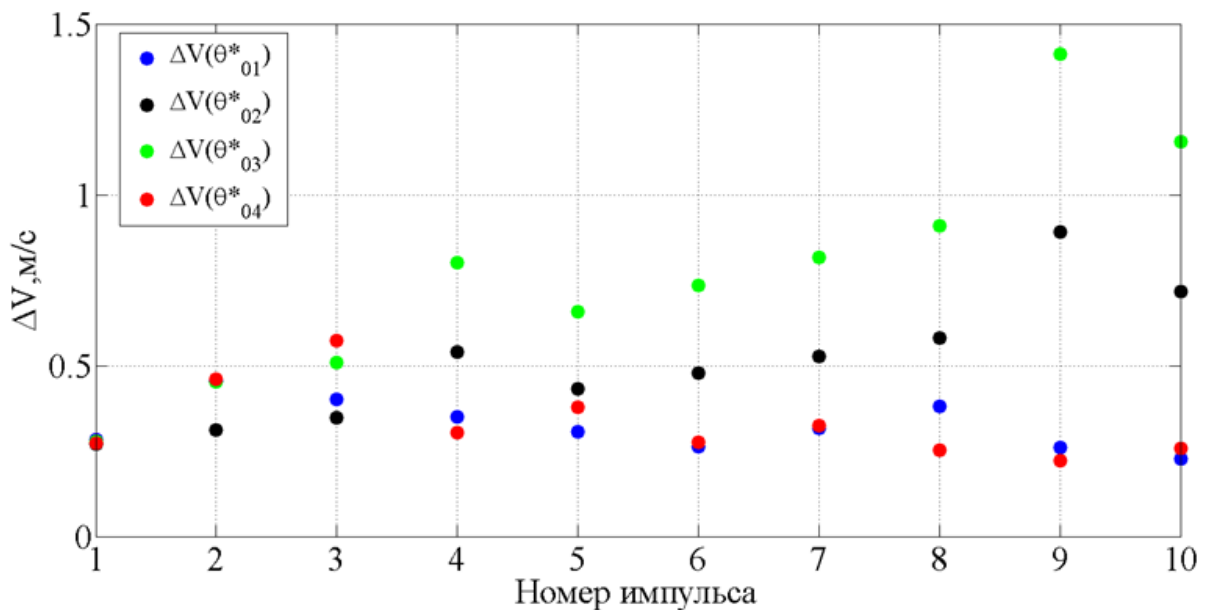


Рисунок 3.4 – Изменение величины корректирующего импульса  $\Delta V$

Суммарные затраты характеристической скорости ( $\sum_{j=1}^{10} \Delta V_j, j = 1 - 10$ ) и общее время поддержания инспекционного движения ( $\sum_{j=1}^{10} t_j^*, j = 1 - 10$ ) на протяжении времени приложения десяти корректирующих импульсов представлена в таблице 3.1 [54].

Таблица 3.1 – Суммарные затраты  $\sum \Delta V$  и  $\sum t^*$

	$\theta_{0_1}^* = 47,5^\circ$	$\theta_{0_2}^* = 132,5^\circ$	$\theta_{0_3}^* = 312,6^\circ$	$\theta_{0_4}^* = 227,5^\circ$
$\sum \Delta V, \text{ м/с}$	3,2	5,1	7,7	3,3
$\sum t^*, \text{ сут.}$	20,6	20	20,1	<b>24,4</b>

Из таблицы 3.1 следует, что самым эффективным с позиции продолжительности общего времени поддержания инспекционного движения при ограничении числа корректирующих импульсов является вариант приложения импульса в точке  $\theta_{0_4}^*$ . Это позволяет обеспечить продолжительное пребывание МКА в области допустимого нахождения относительно ОИ.

В случае, если не допускается переход на новую номинальную траекторию, а требуется сохранить первоначально выбранную инспекционную траекторию, было проведено исследование эффективности одноимпульсной коррекции, когда импульс скорости прикладывается в точке пересечения номинальной и возмущённой траектории. На рисунке 3.5 а показаны точки пересечения траекторий *A* и *B*, красной пунктирной и голубой сплошной линиями обозначены соответственно номинальная и возмущённая инспекционные траектории.

В ряде случаев могут накладываться дополнительные требования к расположению точек приложения корректирующего импульса, диктуемых особенностями решения задачи относительной навигации МКА. Например, они должны располагаться на пересечении возмущённой траектории и местной вертикали - точки *C* и *D* (рисунок 3.5 б). В этом случае не обеспечивается сохранение исходной номинальной инспекционной траектории. Однако новая инспекционная траектория, на которую перейдет МКА после приложения корректирующего импульса, например, в точке *D*, будет незначительно отличаться

от первоначально выбранной инспекционной траектории (отмечена зелёной сплошной линией на рисунке 3.5б).

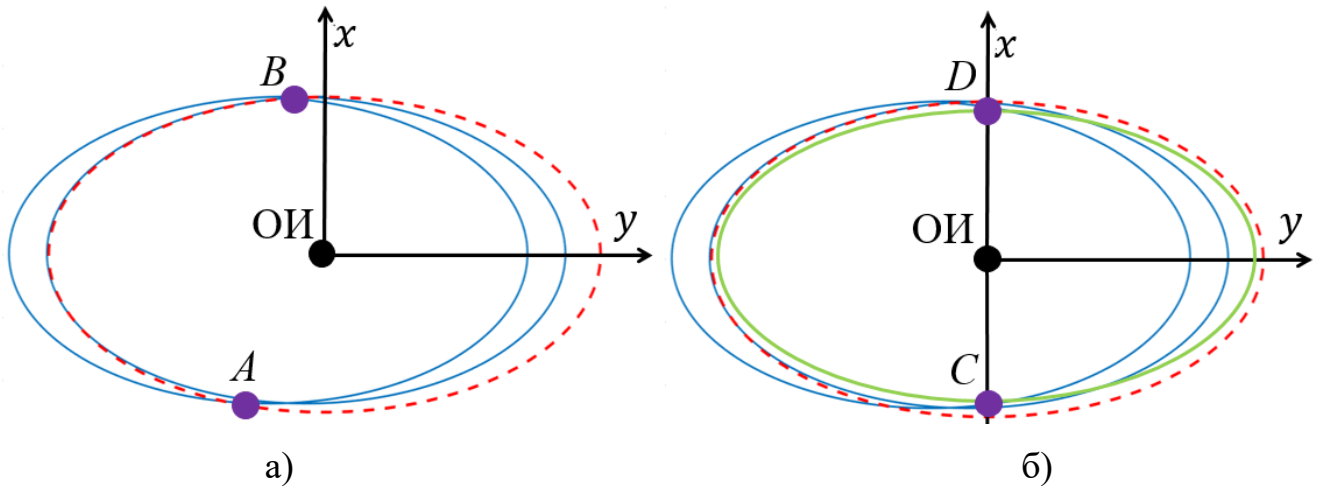


Рисунок 3.5 – Точки возможного приложения импульса

Использование при проведении коррекции комбинации точек  $A$  и  $B$  для приложения  $\Delta V$  позволяет МКА по истечении времени вернуться на исходную инспекционную траекторию. При использовании точек  $C$  и  $D$  происходит переход МКА на оскулирующую траекторию относительного движения, которая, как правило, меньше исходной номинальной инспекционной траектории, то есть МКА будет приближаться к ОИ.

На рисунке 3.6 для точек  $A, B, C, D$  показаны направления приложения импульса скорости  $\Delta V$  относительно местной вертикали (чёрная прямая линия), характеризующиеся углом  $\alpha$ . Вектор состояния МКА, соответствующий оскулирующей траектории относительного движения, определяется для каждой из четырёх точек и обозначается  $\tilde{\rho}_i, i = A, B, C, D$ .

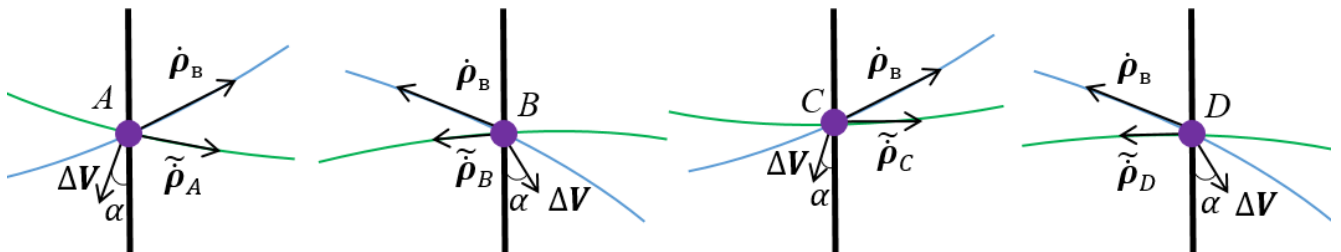


Рисунок 3.6 – Направления приложения  $\Delta V$  относительно местной вертикали

Проведён обширный сравнительный анализ эффективности вариантов проведения одноимпульсной коррекции, различающихся использованием точек  $A, B, C, D$  для приложения корректирующих импульсов, в стохастической



постановке, учитывающей погрешности навигационных определения МКА и ОИ. Было принято, что начальные параметры относительного движения МКА являются случайными величинами, распределёнными по нормальному закону с моментными характеристиками, приведенными в таблицах 2.5 и 2.6 (рассматривается номинальная инспекционная траектория с большой полуосью 10 км). При этом ОИ движется по круговой орбите с высотой  $H_o = 500$  км и наклоном  $i_o = 51,6^\circ$ , а начальный аргумент широты ОИ является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием  $M = 220,2^\circ$ , обусловленным сделанными ранее выводом о предпочтительности использования  $\theta_{0_4}^*$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 1,7 \cdot 10^{-3}$ , что соответствует погрешностям определения позиционирования с помощью радионавигационных приёмников. Инспекционное движение поддерживалось на протяжении 30 суток. Было проведено статистическое моделирование (объём выборки реализаций 1000) для оценки продолжительности времени технической устойчивости  $t^*$  между импульсами, величины импульса скорости  $\Delta V$  и общих затрат характеристической скорости  $\Sigma \Delta V$ . Результаты моделирования представлены в таблице 3.2 [52].

Таблица 3.2 – Поддержание инспекционного движения на протяжении 30 суток

	Время технической устойчивости между импульсами $t^*$ , час	Величина единичного импульса $\Delta V$ , м/с	Общие затраты характеристической скорости $\Sigma \Delta V$ , м/с	Изменения размеров инспекционной траектории
Т. А	4,5-6,45	<b>0,28-0,39</b>	<b>30,9-46,1</b>	нет
Т. В	<b>5,4-6,6</b>	0,37-0,46	34,1-46,5	нет
Т. С	3,75-9,45	0,33-0,38	21,8-53	уменьшение малой полуоси с 5 км до 3,69 км
Т. D	<b>7,05-8,1</b>	<b>0,29-0,3</b>	<b>22,9-29,5</b>	уменьшение малой полуоси с 5 км до 4,26 км

Из таблицы 3.2 следует, что с позиции минимизации энергетических затрат выгоднее использовать для проведения корректирующих манёвров точку D.

Были проведены расчёты по определению угла  $\alpha$ . Результаты вычислений, представленные в виде функций распределения вероятности  $F(\alpha)$  приведены на рисунках 3.7 и 3.8 [52].

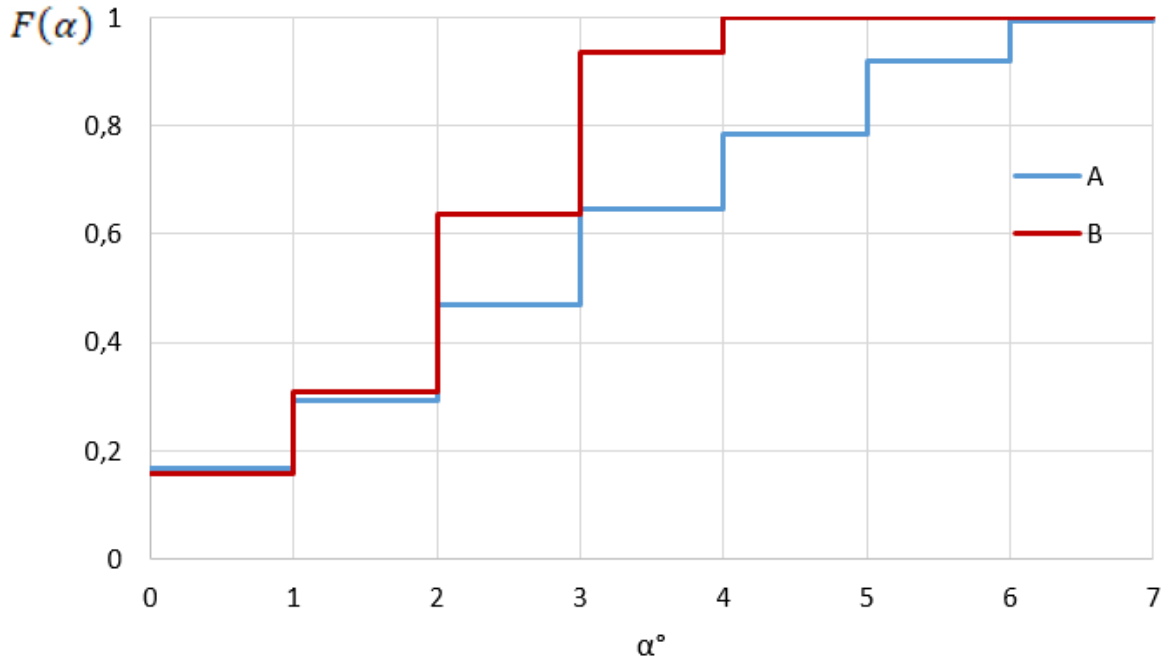


Рисунок 3.7 – Функции  $F(\alpha)$  при использовании точек  $A, B$

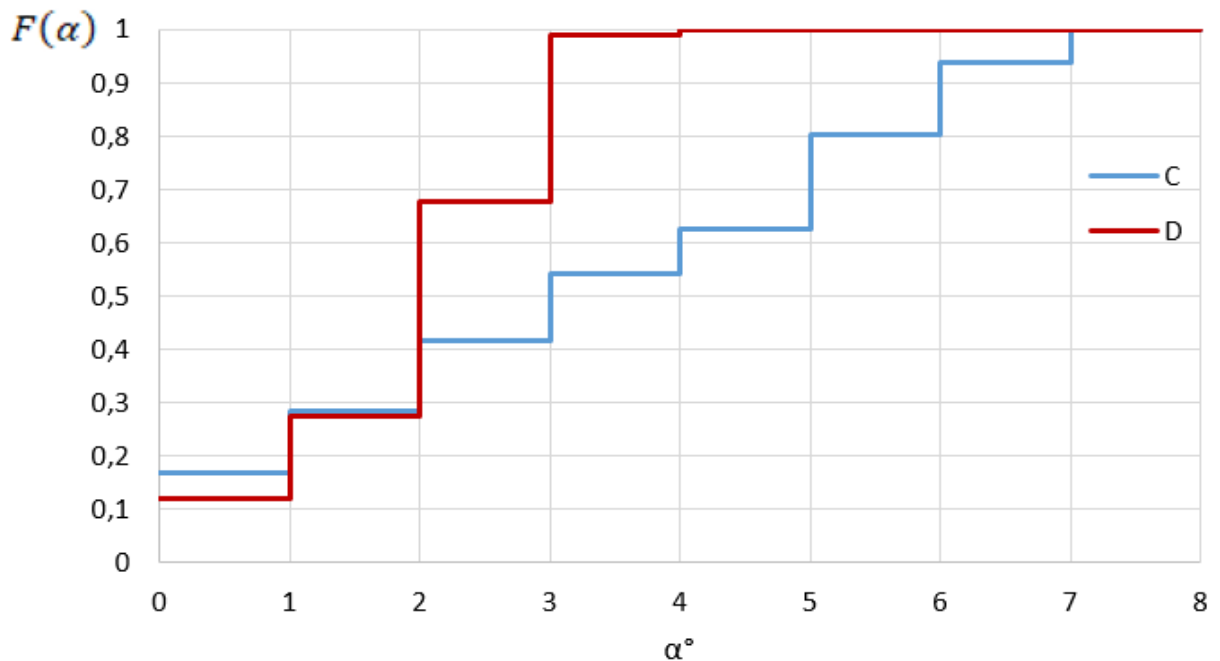


Рисунок 3.8 – Функции  $F(\alpha)$  при использовании точек  $C, D$

Из рисунков 3.7 и 3.8 следует, что диапазон значений угла  $\alpha$  составляет от  $0^\circ$  до  $4^\circ$  для точек  $B$  и  $D$ , а для точек  $A$  и  $C$  диапазон значений угла  $\alpha$  увеличивается в два раза, достигая  $8^\circ$ . Малый диапазон изменений значения угла  $\alpha$  позволяет

выдвинуть гипотезу о допустимости ориентации вектора тяги двигательной установки МКА по местной вертикали в момент формирования корректирующего импульса, что позволяет упростить процесс ориентации МКА.

### 3.1.2 Исследование алгоритма одноимпульсной коррекции при движении объекта инспекции по высокоэллиптическим орбитам

При движении объекта инспекции по ВЭО оскулирующие траектории относительного движения будут иметь сложную форму, которая существенно отличается от эллипса. На рисунке 3.9 иллюстрируется процесс проведения одноимпульсной коррекции при движении ОИ по ВЭО с переходом МКА после приложения импульса на обновлённую инспекционную траекторию в виде оскулирующей траектории относительного движения. Обозначения, принятые на рисунке 9: зелёная и красная точки определяют соответственно начальное положение МКА и его положение в момент приложения корректирующего импульса; красной штрихпунктирной и синей сплошной линиями обозначены – номинальная и возмущённая инспекционные траектории; зелёной линией показана инспекционная траектория, на которую будет переведён МКА после приложения корректирующего импульса.

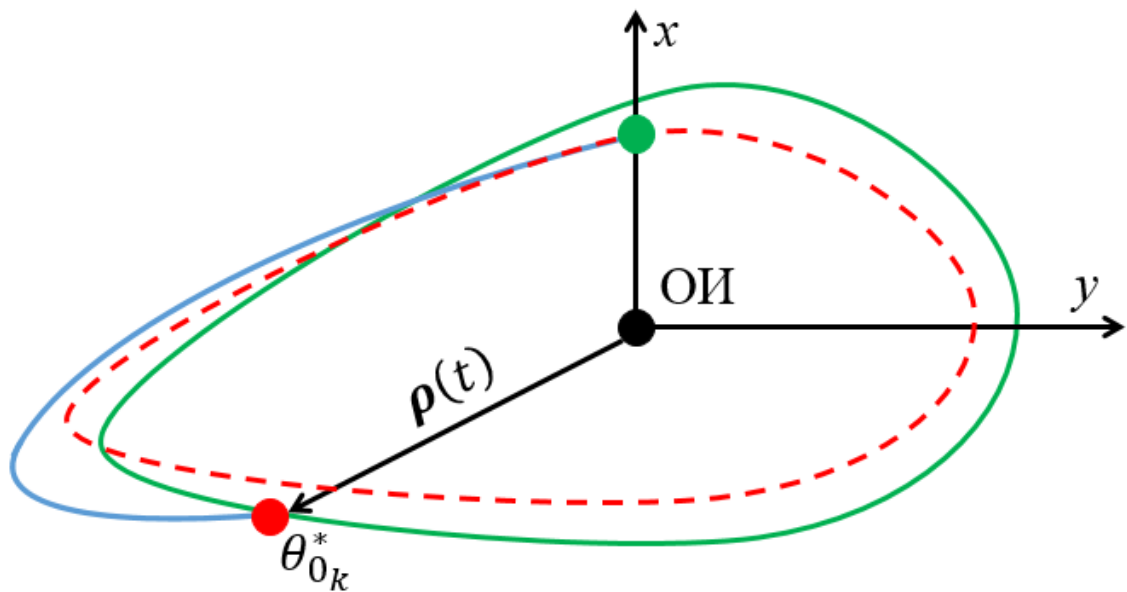


Рисунок 3.9 – Иллюстрация применения одноимпульсной коррекции на ВЭО

Далее были проведены исследования, аналогичные представленным в разделе 3.1.1, изменения размеров инспекционной траектории в результате использования

разработанного алгоритма одноимпульсной коррекции при условии, что ОИ движется по ВЭО Молния и коррекция инспекционной траектории проводится после нарушения условия (1.5), количество коррекций ограничивается пятью. Для проведения моделирования используются параметры ВЭО Молния из таблицы 2.3 за исключением начального аргумента широты, который для каждого эксперимента имеет своё фиксированное определённое заранее значение. Начальные траекторные параметры движения МКА определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*(0, -1, 9 \text{ м/с}, 0)$ , рассчитанными по формуле (2.8). Для моделирования также используется математическая модель (1.3) с учётом влияния возмущений нормального поля притяжения и притяжения Луны. Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует её положению на 30 января 2023 года в 0 часов 00 минут. Результаты моделирования представлены на рисунках 3.10 - 3.13. Чёрной линией обозначена номинальная инспекционная траектория, синей – возмущенная, красные точки указывают места приложения корректирующих импульсов. Чёрная точка в начале ОСК обозначает ОИ.

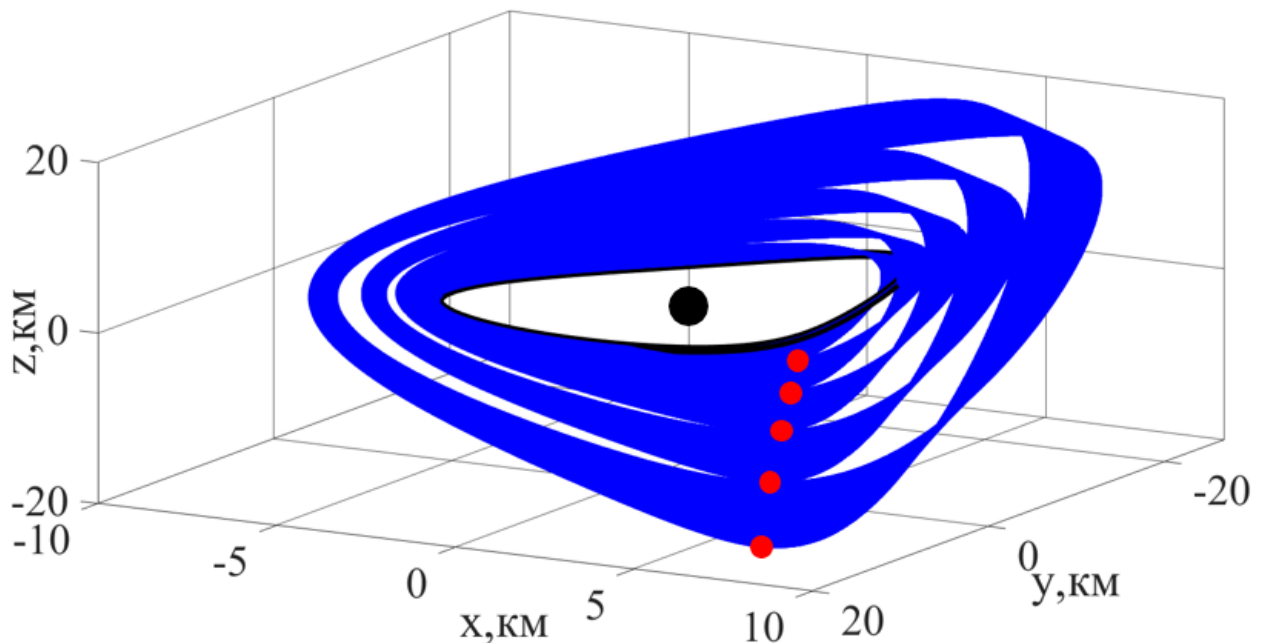


Рисунок 3.10 – Изменение инспекционной траектории,  $\Delta V(\theta_{0_1}^*, \rho_B)$

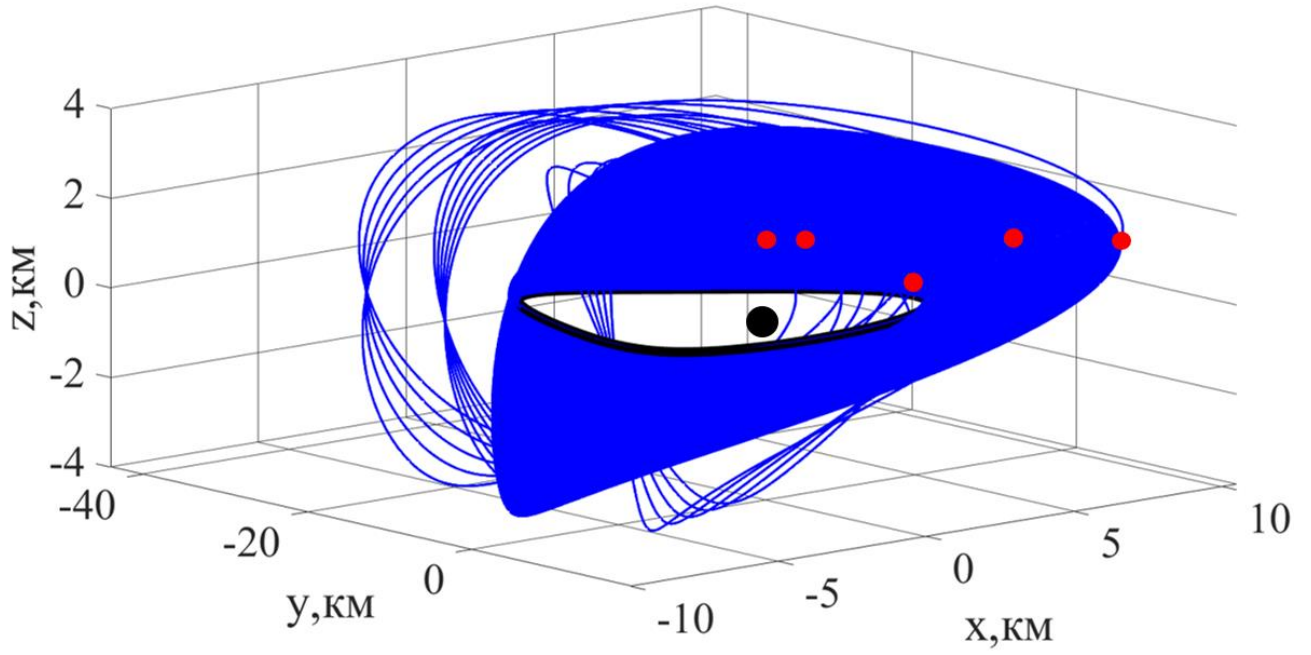


Рисунок 3.11 – Изменение инспекционной траектории, если  $\Delta V(\theta_{0_2}^*, \rho_B)$

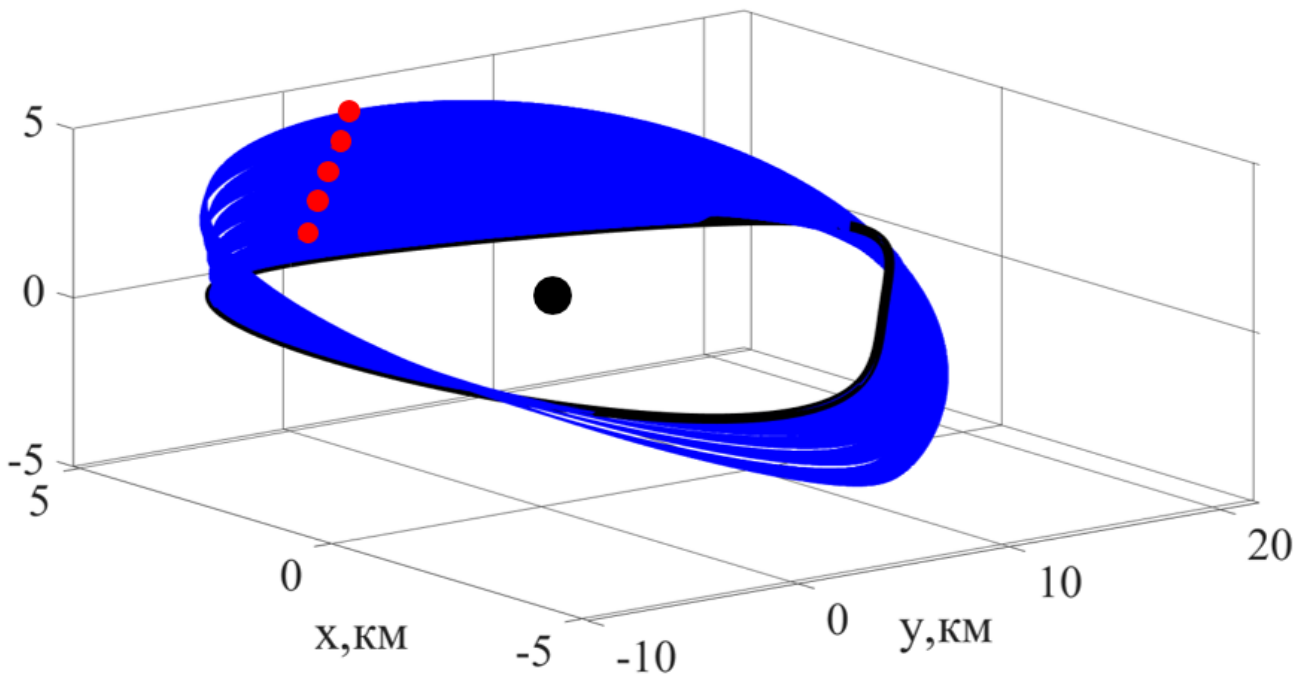


Рисунок 3.12 – Изменение инспекционной траектории,  $\Delta V(\theta_{0_3}^*, \rho_B)$

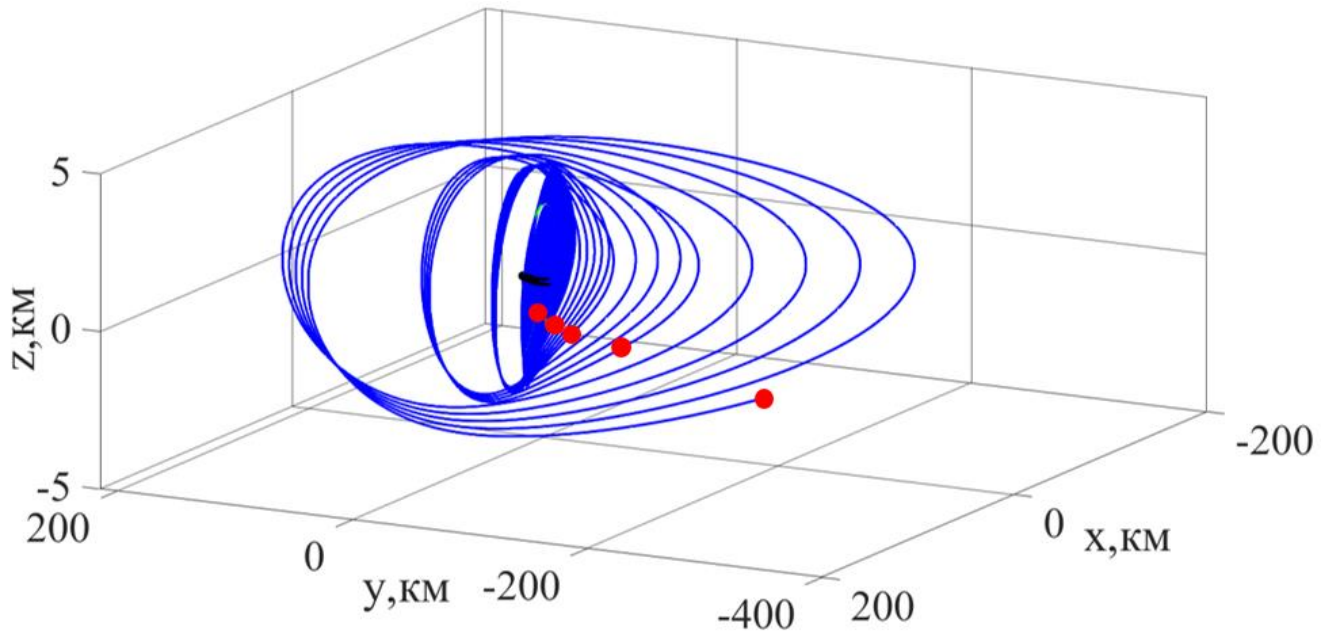


Рисунок 3.13 – Изменение инспекционной траектории,  $\Delta V(\theta_{0_4}^*, \rho_{\text{в}})$

Из рисунков 3.10 – 3.13 следует, что в некоторых случаях размер инспекционной траектории значительно изменился. Для сравнения полученных результатов в таблицу 3.3 были внесены значения модуля вектора координат наиболее удалённой от ОИ точки обновлённой инспекционной траектории  $\rho_{\text{max}}^*$  ( $\rho_{\text{min}}^*$  изменяется аналогичным образом), рассчитанного после приложения  $\Delta V$ ; продолжительность  $t^*$  между импульсами; суммарные затраты характеристической скорости ( $\sum_{j=1}^5 \Delta V_j, j = 1 - 5$ ) и общее время поддержания инспекционного движения ( $\sum_{j=1}^5 t_j^*, j = 1 - 5$ ).

Таблица 3.3 – Результаты применения импульсной коррекции при движении ОИ по ВЭО Молния

Номер коррекции	$\theta_{0_1}^* = 40,2^\circ$		$\theta_{0_2}^* = 139,8^\circ$		$\theta_{0_3}^* = 319,8^\circ$		$\theta_{0_4}^* = 220,2^\circ$	
	$\rho_{\text{max}}^*$ , км	$t^*$ , сут	$\rho_{\text{max}}^*$ , км	$t^*$ , сут	$\rho_{\text{max}}^*$ , км	$t^*$ , сут	$\rho_{\text{max}}^*$ , км	$t^*$ , сут
1	20,5	70	20	29,5	20	25,6	20,1	70
2	22,1	70	41,1	69	20,1	29,1	45	32
3	25,3	70	13,4	2	20,2	30	92	2
4	30	70	30	2,1	20,3	31	186	1,9
5	38,2	70	12	2,5	20,4	34,2	403	2,1
$\sum t^*$ , сут	<b>350</b>		105,1		149,9		108	
$\sum \Delta V$ , м/с	1,7		10,2		0,26		51,4	

В результате исследования установлено, что использование одноимпульсных манёвров для поддержания инспекционного движения МКА относительно ОИ, двигающегося по ВЭО Молния, в зависимости от выбора точки приложения импульса приводит к следующим изменениям инспекционной траектории:

- $\theta_{0_1}^* = 40,2^\circ - \rho_{max}^*$  изменяется не более чем на 18,2 км относительно изначальной величины. Наблюдается наибольшая продолжительность общего времени инспекционного движения из всех рассмотренных случаев, при малых затратах характеристической скорости ( $\sum \Delta V = 1,7$  м/с).
- $\theta_{0_2}^* = 139,8^\circ - \rho_{max}^*$  изменяется не более чем на 21,1 км относительно изначальной величины. После приложения третьего корректирующего импульса наблюдалось резкое снижение продолжительности  $t^*$  с 69 до 2 суток. Продолжительность поддержания инспекционного движения составила 105 суток, при общих затратах характеристической скорости  $\sum \Delta V = 10,2$  м/с.
- $\theta_{0_3}^* = 319,8^\circ -$  изменение  $\rho_{max}^*$ , не более чем на 0,4 км, что является минимальным изменением из всех рассмотренных случаев. Продолжительность поддержания инспекционного движения составила 149 суток. Наблюдались наименьшие затраты характеристической скорости из всех рассмотренных случаев  $\sum \Delta V = 0,26$  м/с.
- $\theta_{0_4}^* = 220,2^\circ -$  наибольшее увеличение  $\rho_{max}^*$  из всех рассмотренных случаев (с 20 км после первого импульса до 400 км после пятого). Значительное снижение продолжительности времени технической устойчивости с 70 суток после первого импульса до 2,5 суток после третьего импульса. При этом наблюдаются наибольшие затраты характеристической скорости  $\sum \Delta V = 51,4$  м/с.

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о том, что характер изменения инспекционной траектории существенно зависит от выбора точки приложения корректирующего импульса:  $\theta_{0_1}^*$  и  $\theta_{0_3}^*$  позволяют поддерживать инспекционное движение в окрестности номинальной инспекционной траектории (при этом наблюдались относительно небольшие затраты характеристической скорости), использование  $\theta_{0_4}^*$  позволяет значительно увеличить размер

инспекционной траектории. Также стоит отметить наличие смещения инспекционной траектории из орбитальной плоскости ОИ.

### 3.1.3. Исследование процесса поддержания инспекционного движения применительно к наноспутнику SamSat-M

Было проведено исследование возможности использования наноспутника (НС) SamSat-M (формат CubeSat 3U), разрабатываемого в Самарском университете, для инспекционной миссии при использовании разработанного алгоритма коррекции. НС SamSat-M оснащён электротермической двигательной установкой, которая использует спиртоводную смесь в качестве рабочего тела, способной формировать дискретные корректирующие импульсы  $\Delta V$  постоянной величины (рассмотрены значения 0,2 м/с, 0,3 м/с и 0,4 м/с) не чаще одного раза за виток орбитального движения ОИ. Конструктивные особенности наноспутника SamSat-M накладывают ограничение на направление приложения корректирующих импульсов, которые могут прикладываться только в направлении местной вертикали (в зенит). Запас рабочего тела позволяет создавать общую суммарную характеристическую скорость 50 м/с. Исходные данные для моделирования: орбита ОИ круговая ( $H_o = 500$  км,  $i_o = 51,6^\circ$ ,  $(\theta_0 = \theta_{0_4}^*)$ ). Начальные траекторные параметры движения НС определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*(0, -11,08 \text{ м/с})$ , рассчитанными по формуле (2.8). В качестве возмущающего фактора учитывается влияние нормального поля притяжения. Для моделирования используется математическая модель (1.2). Граница области опасного сближения принимается 1 км. Было установлено, что использование точек  $\theta_{0_{1-4}}^*$  для приложения корректирующего импульса невозможно из-за указанного ограничения на направление приложения  $\Delta V$ . Поэтому корректирующий импульс будет прикладываться только в точке D (рисунок 3.5б). В таблице 3.4 приведены результаты моделирования в виде общего количества приложенных импульсов  $N_k$ , общего времени поддержания инспекционного движения  $\sum t^*$  и суммарных затрат характеристической скорости  $\sum \Delta V$  [52].



Таблица 3.4 – Результаты моделирования инспекционного движения НС SamSat-M

Величина единичного импульса $\Delta V$ , м/с	Количество приложенных импульсов, $N_k$	Общее время поддержания инспекционного движения, $\sum t^*$ сут.	Суммарные затраты характеристической скорости $\sum \Delta V$ , м/с
0,2	40	2,8	8
0,3	160	13,7	48
0,4	143	13,8	50

Было установлено, что коррекцию инспекционной траектории требуется производить на каждом витке, в отдельных случаях – каждые два витка, что соответствует энергетическим возможностям НС SamSat-M. На рисунках 3.14 - 3.16 приводятся изменения в инспекционной траектории для различных значений корректирующих импульсов, которые соответствуют полученным результатам из таблицы 3.3. Красным цветом на рисунках 3.14 - 3.16 обозначены точки приложения корректирующих импульсов [52], чёрная точка в начале ОСК обозначает положение ОИ. Во всех случаях моделирование прекращалось, когда МКА приближался к границе области опасного сближения.

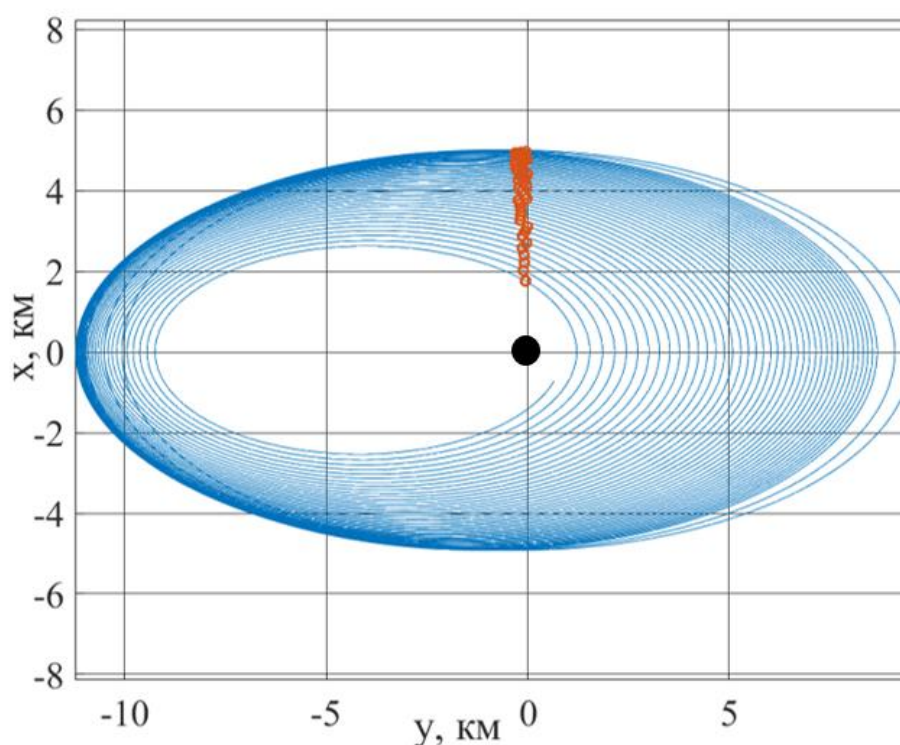


Рисунок 3.14 – Изменение инспекционной траектории при  $\Delta V = 0,2$  м/с

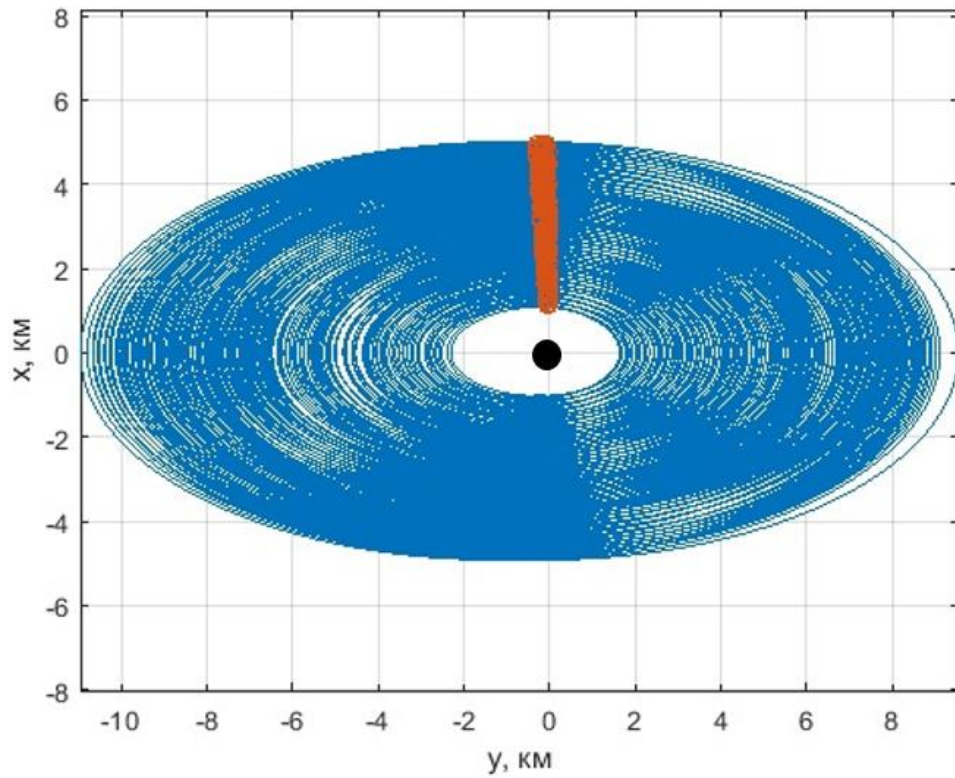


Рисунок 3.15 – Изменение инспекционной траектории при  $\Delta V = 0,3$  м/с

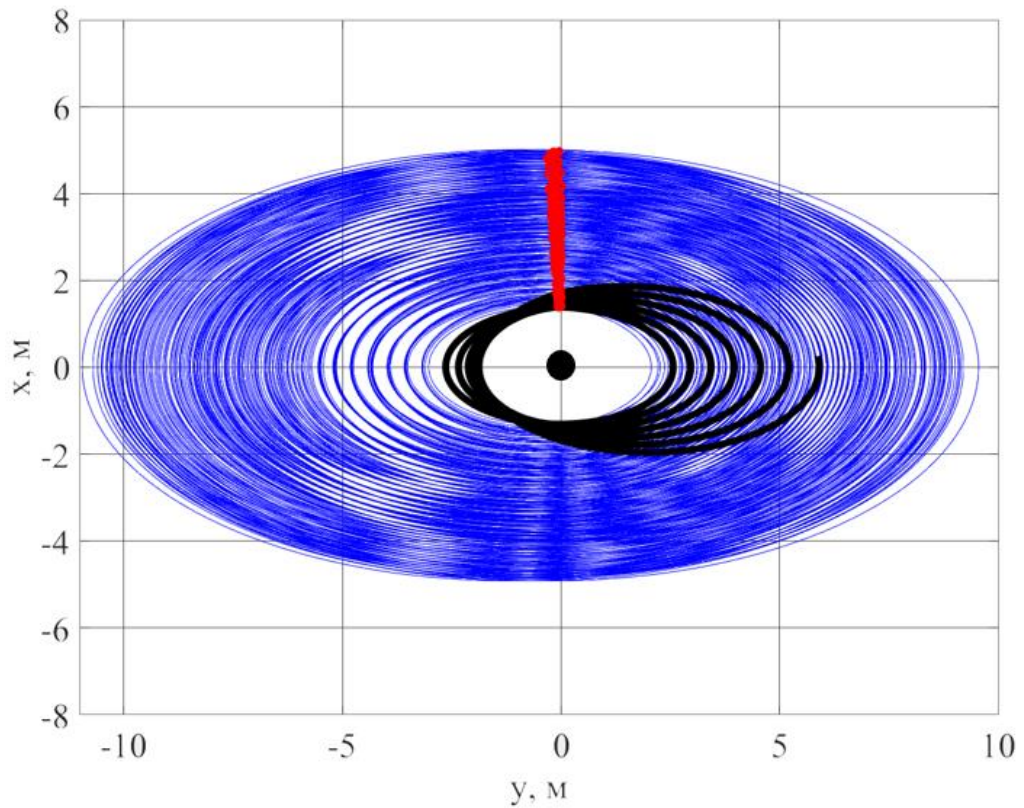


Рисунок 3.16– Изменение инспекционной траектории при  $\Delta V = 0,4$  м/с

Из рисунков 3.4 - 3.16 можно сделать следующие выводы: что при использовании импульса величиной  $\Delta V = 0,2$  м/с смещение инспекционной

траектории замедляется, но не останавливается и миссия инспекции завершается после 3 суток с расходом характеристической скорости 8 м/с; если необходимо, чтобы ОИ находился в центре инспекционной траектории, то целесообразно использовать импульс величиной  $\Delta V = 0,3$  м/с, при этом инспекция может продолжаться примерно две недели и потребует почти полного расхода топлива; при использовании импульса величиной  $\Delta V = 0,4$  м/с инспекционное движение эффективно поддерживается также около 14 суток, после чего происходит переход НС на нерасчётную траекторию (показана чёрным цветом на рисунке 3.16), которая смещается в положительном направлении оси  $x$  ОСК. Таким образом для рассматриваемого НС величина импульса 0,3 м/с является предпочтительной. Процесс перехода НС на нерасчётную траекторию объясняется с помощью рисунка 3.17. Вводится дополнительное обозначение  $\dot{\rho}_{\Pi}$  – вектор скорости НС после приложения импульса, который вычисляется по формуле:

$$\dot{\rho}_{\Pi} = \dot{\rho}_{\text{В}} + \Delta V. \quad (3.2)$$

Наилучшим развитием событий для поддержания инспекционного движения является такое, при котором после приложения корректирующего импульса  $\Delta V^*$  вектор  $\dot{\rho}_{\Pi}$  совпадает с линией местного горизонта в ОСК (рисунок 3.17б).

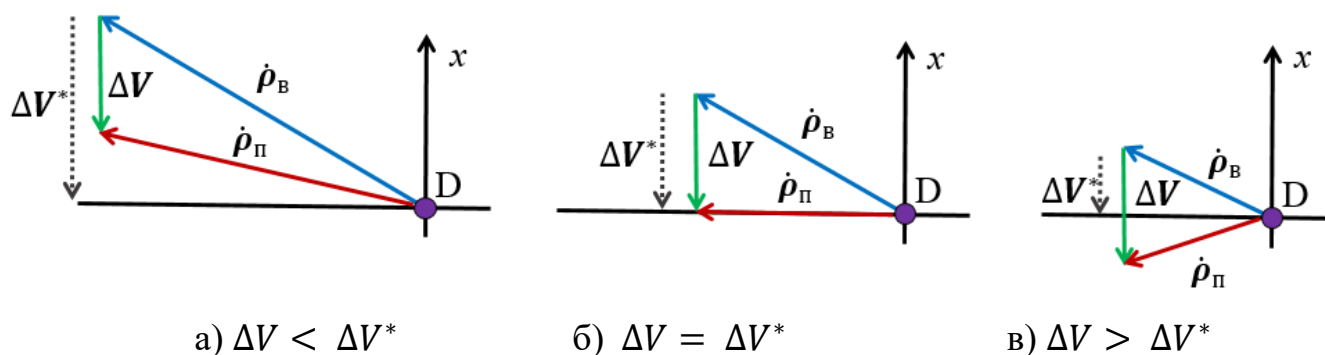


Рисунок 3.17 – Возможные варианты треугольника скоростей

Добиться абсолютной точности приложения  $\Delta V$  для реализации вышеупомянутой ситуации на практике не представляется возможным. Кроме того, использование точки D приводит к переходу НС после приложения  $\Delta V$  на инспекционную траекторию (в виде оскулирующей траектории относительного движения) меньшего размера по сравнению с номинальной инспекционной траекторией, что приводит к изменению скорости движения НС относительно ОИ.

Следовательно, для каждой новой инспекционной траектории будет существовать свой потребный корректирующий импульс  $\Delta V^*$ . При этом реальный корректирующий импульс, который формируется двигательной установкой НС SamSat-M, остаётся постоянным на протяжении всей миссии. Когда  $\Delta V < \Delta V^*$  (рисунок 3.17 а) происходит замедление смещения инспекционной траектории, но не происходит её полного восстановления. Этот процесс иллюстрируется на рисунке 3.16, что соответствует варианту  $\Delta V = 0,2$  м/с. Если  $\Delta V > \Delta V^*$  (рисунок 3.17 в) то происходит переход НС на нерасчётную инспекционную траекторию, центр которой не совпадает с ОИ, что со временем может привести к опасному сближению НС и ОИ.

### 3.2 Методика обеспечения пребывания малоразмерного космического аппарата в допустимой области пространства

Исходя из полученных результатов была разработана методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени, предполагающая многократное использование разработанных алгоритмов:

- алгоритма совместного выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения ОИ при формировании номинальной инспекционной траектории (глава 2);
- алгоритма одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующих траекторий относительного движения (раздел 3.1.1).

На рисунке 3.18 приведена блок-схема методики, где  $\tilde{V}$  – запас характеристической скорости МКА, который может быть потрачен на проведение корректирующих манёвров.



Рисунок 3.18 – Блок-схема методики поддержания инспекционного движения

На первом этапе методики формируется номинальная инспекционная траектория в зависимости от типа орбиты ОИ с помощью разработанного алгоритма совместного выбора начальных траекторных параметров движения МКА и начального положения ОИ.

Далее моделируется инспекционное движение до нарушения условия (1.5) или (1.6).

Используется соответствующий алгоритм расчёта параметров одноимпульсной коррекции, переводящий МКА на оскулирующую траекторию относительного движения, которая находится внутри области, ограниченной концентрическими сферами (выполнение условия 1.6). При рассмотрении инспекционного движения на ВЭО алгоритм выбора параметров одноимпульсной коррекции изменяется в случае, если происходит нарушение предельно допустимого удаления МКА относительно ОИ (правая граница (1.6)). В этом

случае проводится прогнозирование возмущённого инспекционного движения (на протяжении орбитального витка ОИ), для каждой точки которого определяется своя оскулирующая траектория относительного движения. Выбор оскулирующей траектории относительного движения, на которую будет переведён МКА основывается на выполнении двух условий – минимальности отличий её характерных размеров от характерных размеров исходной номинальной инспекционной траектории и не нарушении (1.6). При этом оскулирующие траектории относительного движения, соответствующие  $\theta_{0_{1-4}}^*$  являются предпочтительными.

Поддержание инспекционного движения продолжается до исчерпания энергетических возможностей МКА формировать корректирующие импульсы ( $\tilde{V} \geq \Delta V$ ).

Для демонстрации процесса поддержания инспекционного движения было проведено статистическое моделирование в условиях влияния возмущений от нормального поля притяжения. Для моделирования использовалась математическая модель (1.2). Принято, что случайными величинами, распределёнными по нормальному закону являются: начальные траекторные параметры движения МКА ( $\rho_0^*, \dot{\rho}_0^*$ ), корректирующий импульс ( $\Delta V$ ), значение аргумента широты в начальный момент времени ( $\theta_{0_4}^*$ ). Моментные характеристики  $\rho_0^*, \dot{\rho}_0^*$  приведены в таблицах 2.5 и 2.6 для инспекционной траектории с большой полуосью 10 км. Моментные характеристики  $\Delta V, \theta_0^*$  приведены в таблице 3.5. Объект инспекции движется по круговой орбите ( $H_o = 500$  км,  $i_o = 51,6^\circ$ ). Запас характеристической скорости на борту МКА составляет 50 м/с [55].

Таблица 3.5 – Моментные характеристики  $\Delta V, \theta_0^*$

$\Delta V, \text{ м/с}$				$\theta_0^*, ^\circ$	
$M[\Delta V_x]$	$\sigma[\Delta V_x]$	$M[\Delta V_y]$	$\sigma[\Delta V_y]$	$M[\theta_0^*]$	$\sigma[\theta_0^*]$
рассчит. с помощью (2.8)	0,01	0	0,01	рассчит. с помощью (2.12)	$1,7 \cdot 10^{-3}$

В связи с тем, что величина и направление корректирующего импульса является случайной величиной, то в ряде случаев наблюдалось нарушение правой границы условия (1.6). Для возвращения МКА в область допустимого нахождения корректирующий импульс прикладывался в точке  $D$  (рисунок 3.5).

Результаты моделирования приведены на рисунках 3.19 - 3.22 в виде функций распределения вероятности общего времени поддержания инспекционного движения  $F(\sum t^*)$  (рисунок 3.19); среднего значения корректирующего импульса  $F(\Delta V_{cp})$  (рисунок 3.20); среднего значения времени технической устойчивости между соседними корректирующими импульсами  $\Delta V F(t^*)$  (рисунок 3.21); количества приложенных импульсов  $F(n)$  (рисунок 3.20) [55].

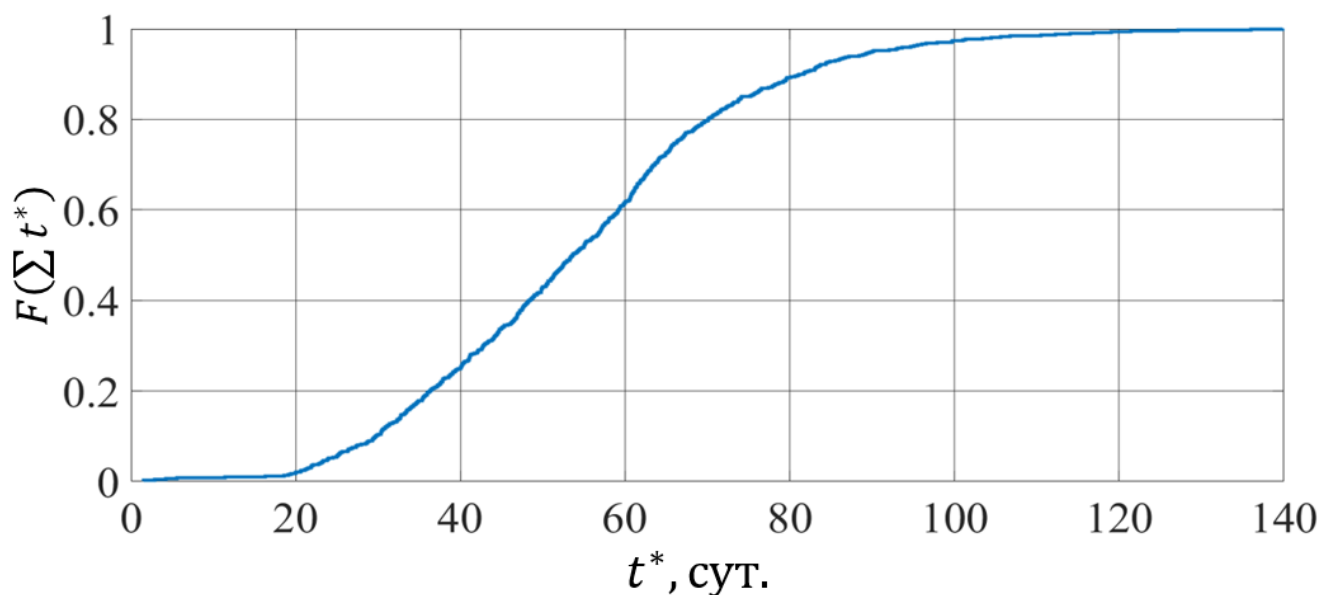


Рисунок 3.19 – Функция распределения вероятности  $F(t)$  общего времени поддержания инспекционного движения

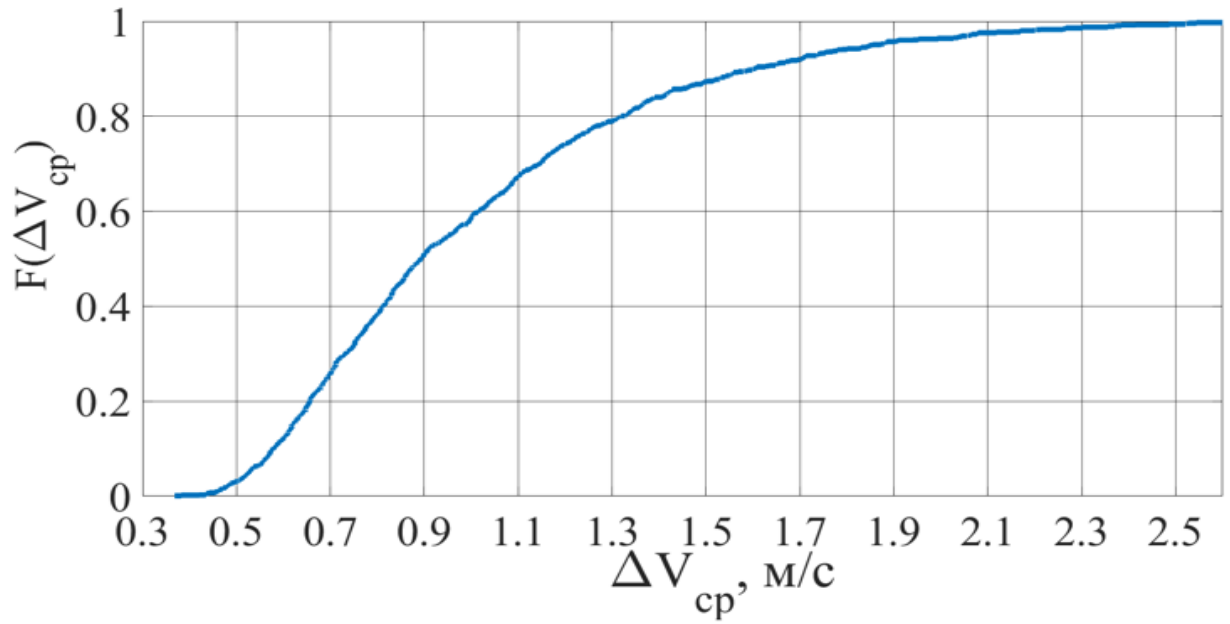


Рисунок 3.20 – Функция распределения вероятности  $F(\Delta V_{cp})$  среднего значения корректирующего импульса

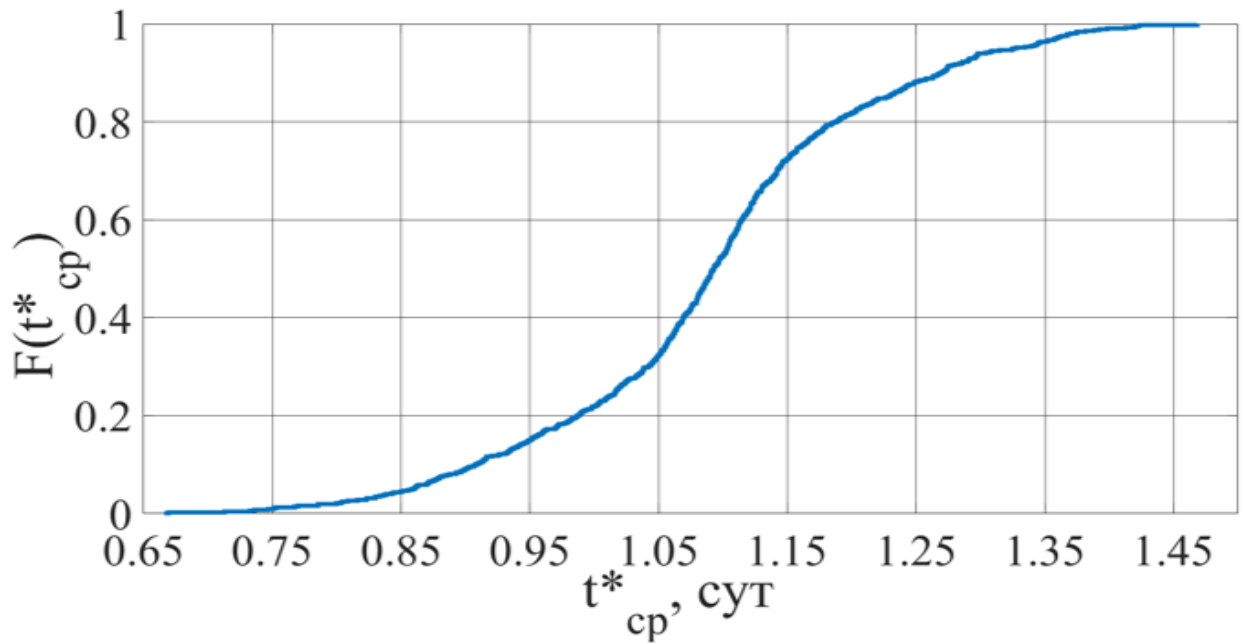


Рисунок 3.21 – Функция распределения вероятности  $F(t^*)$  среднего значения продолжительности  $t^*$



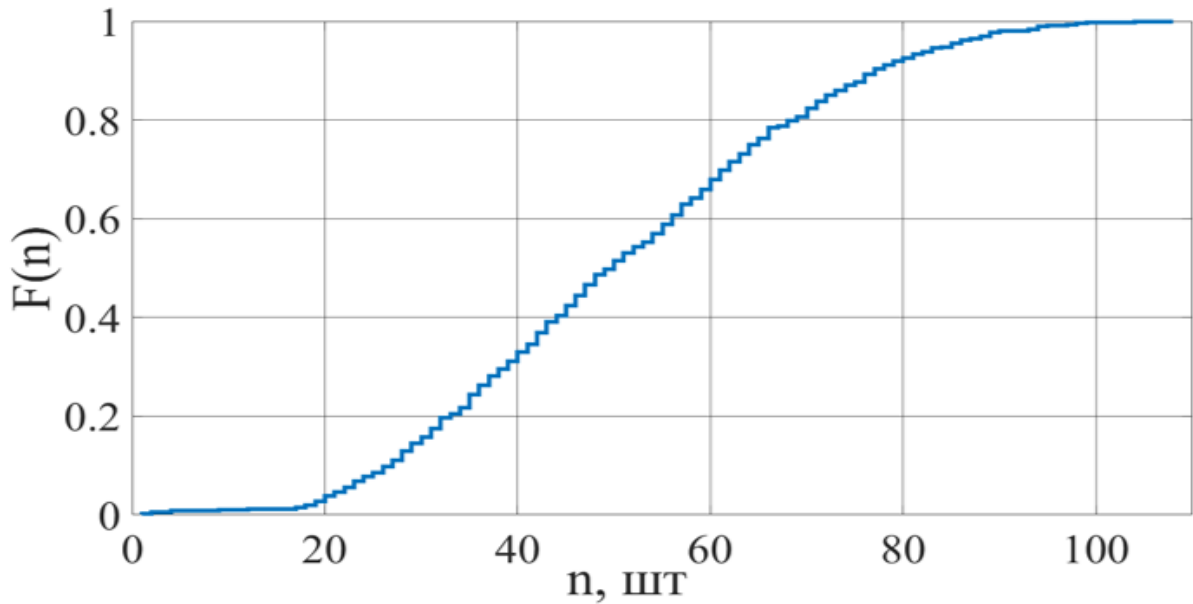


Рисунок 3.22 – Функция распределения вероятности  $F(n)$  количества приложенных импульсов

В результате проведённого статистического исследования можно сделать выводы, что с вероятностью 0,95: продолжительность общего времени поддержания инспекционного движения будет лежать в диапазоне от 20 до 95 суток, величина среднего корректирующего импульса будет не более 2 м/с при общем количестве коррекций до 95 штук с периодичностью их проведения не реже одного раза за 30 часов.

Разработанная методика была применена к задаче поддержания инспекционного движения на ВЭО Молния и ГПО. В качестве возмущающих факторов учитывается нецентральность поля притяжения Земли и влияние притяжения Луны с помощью математической модели (1.2). Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует её положению на 30 января 2023 года в 0 часов 00 минут. Положение МКА в ОСК задаётся вектором  $\rho_0^*$  (5 км, 0,0), начальная скорость  $\dot{\rho}_0^*$  рассчитывается с помощью (2.8). Границы области допустимого нахождения МКА рассчитываются путём увеличения  $\rho_{max}^*$  (верхняя граница) и уменьшения  $\rho_{min}^*$  (нижняя граница) на 20%. Инспекционное движение поддерживалось на интервале времени 70 суток. Из всех

предпочтительных оскулирующих траекторий относительного движения ( $\theta_{0_{1-4}}^*$ ) рассматривалась траектория, соответствующая  $\theta_{0_3}^*$ .

Результаты моделирования приведены на рисунках 3.23 и 3.24 соответственно для ВЭО Молния и ГПО. Красной и синей линиями соответственно обозначены номинальная и возмущённая инспекционные траектории. Красная точка обозначает ОИ. Зелёными точками обозначены места приложения корректирующих импульсов. Границы области допустимого нахождения МКА обозначены чёрными окружностями. Чёрными квадратами обозначены точки, где происходило нарушение условия (1.5) или условия (1.6).

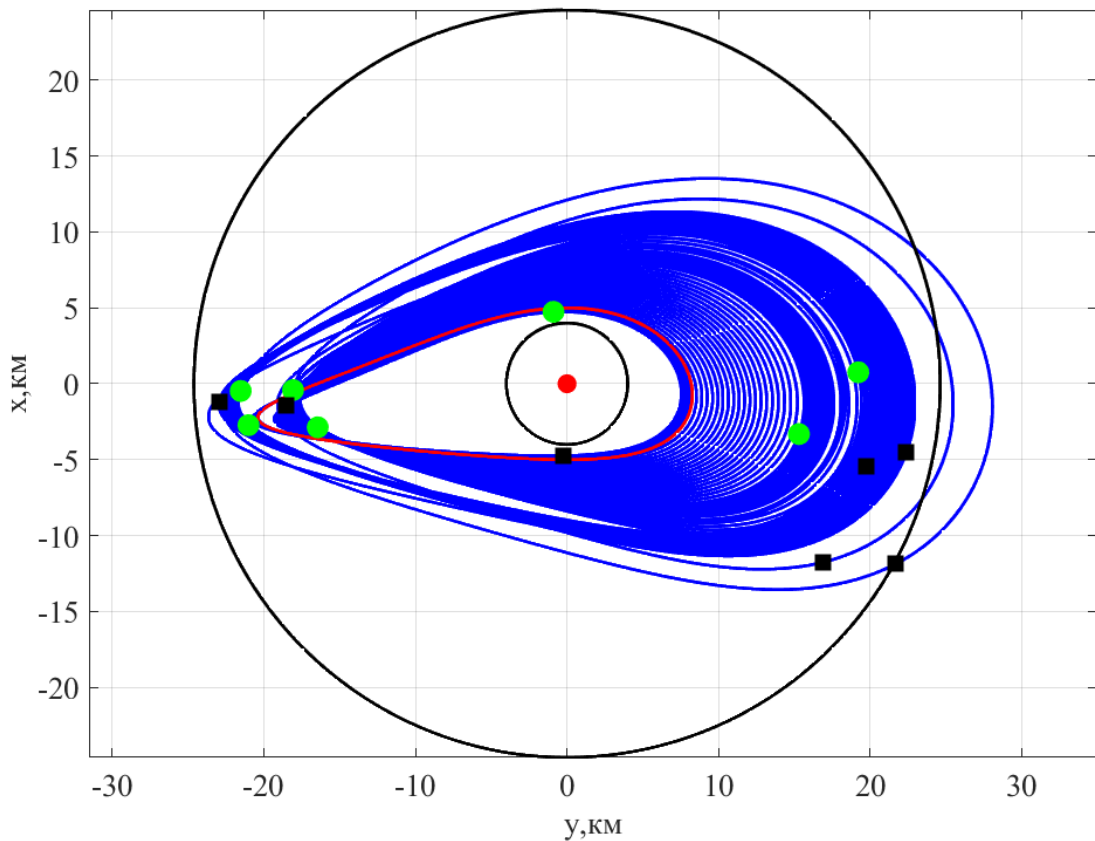


Рисунок 3.23 – Поддержание инспекционного движения на ВЭО Молния

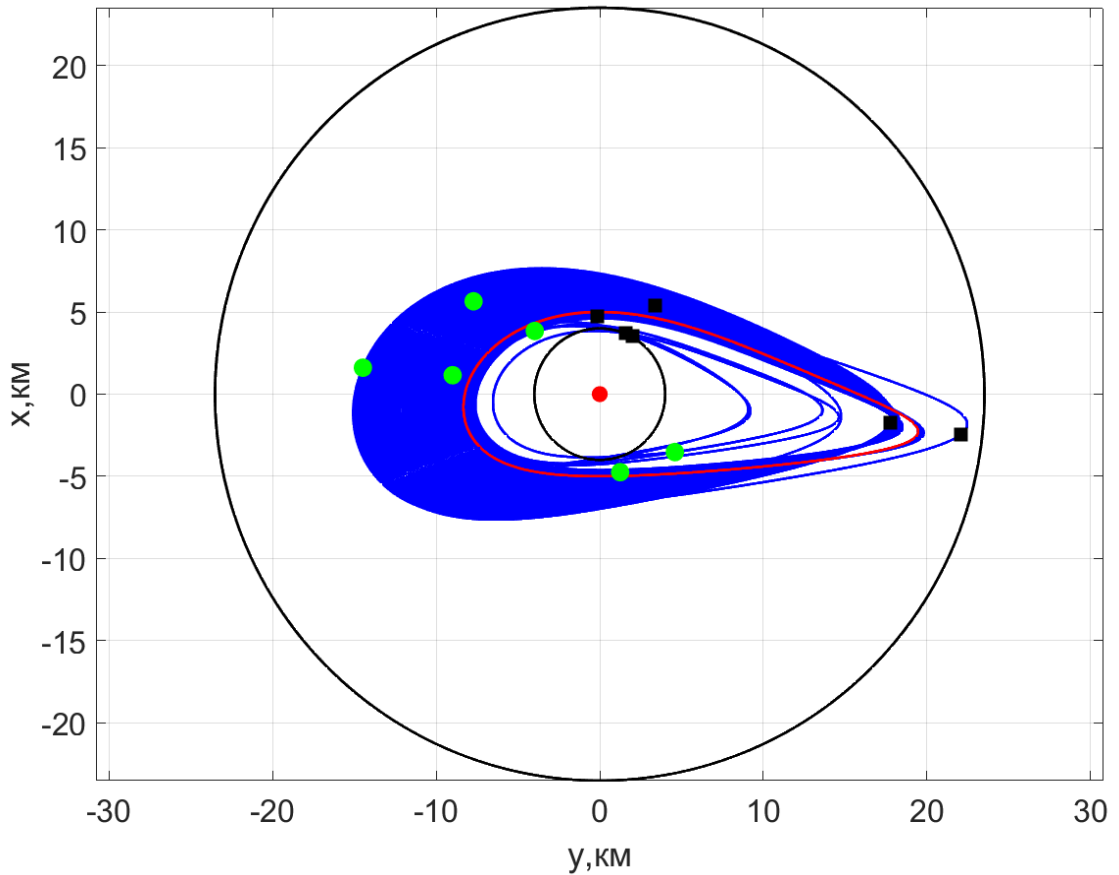


Рисунок 3.24 – Поддержание инспекционного движения на ГПО

Как видно из рисунка 3.22 в некоторых ситуациях происходит вылет МКА за критическую границу. Это объясняется тем, что МКА после нарушения критерия допустимой деформации продолжает совершать пассивное инспекционное движение до точки приложения корректирующего импульса.

Результаты моделирования, приведённые на рисунках 3.22 и 3.23, демонстрируют принципиальную возможность поддержания инспекционного движения с помощью одноимпульсной коррекции. Средняя величина корректирующего импульса составила 0,2 м/с для ВЭО Молния и 0,6 м/с для ГПО.

### Выводы по третьей главе

В третьей главе было проведено исследование по использованию одноимпульсной коррекции для поддержания инспекционного движения при воздействии на инспекционную траекторию возмущающих факторов, обусловленных нецентральностью гравитационного поля Земли и влиянием со стороны Луны (для высокоэллиптических орбит). Были выявлены закономерности изменения размеров инспекционной траектории после приложения корректирующих импульсов, которые обеспечивали переход МКА на обновлённую инспекционную траекторию в виде оскулирующие траектории относительного движения.

В результате проведенного исследования была разработана методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно объекта инспекции в нецентральном поле притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.

Результаты моделирования процесса поддержания инспекционного движения с использованием импульсной коррекции показали возможность поддержания возмущённой инспекционной траектории в заданной области относительно объекта инспекции с учётом особенностей малоразмерных космических аппаратов в виде ограничения на величину и направление приложения корректирующего импульса.

## 4 ВЫБОР НЕПРЕРЫВНЫХ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НА НИЗКИХ ОРБИТАХ

Рассмотрены двухканальные и одноканальные законы управления для поддержания инспекционной траектории с учётом влияния атмосферного торможения. Выполнено исследование и обоснован вид квадратичного критерия качества при формировании оптимального закона управления на базе LQR- и SDRE- технологий. Проведено сравнение оптимальных законов управления полученных с помощью SDRE- и LQR-технологий и сформированы рекомендации по применению ЭРДУ МКА, из числа существующих на рынке, для реализации инспекционных миссий.

### 4.1 Выбор вида квадратичного критерия качества на базе-LQR-технологии

#### 4.1.1 Отыскание закона управления инспекционным движением на базе LQR-технологии

При наличии разности баллистических коэффициентов ОИ и МКА атмосферное торможение становится доминирующим возмущающим фактором при реализации инспекционного движения на низких околоземных орбитах. В этом случае для поддержания инспекционного движения рассматривается применение непрерывного закона управления, который может быть реализован с использованием ЭРДУ МКА.

Принимается, что орбиты ОИ и МКА компланарны. Объект инспекции движется по круговой орбите. Используемая нелинейная математическая модель относительного движения МКА в ОСК с учётом атмосферного торможения имеет вид (1.3). С учётом допущения о малости относительного расстояния между ОИ и МКА по сравнению с орбитальным радиусом-вектором ОИ линейный аналог системы (1.3) примет вид [47]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}\dot{y} - 3\dot{\theta}^2x = u_x \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}\dot{x} = P_y + u_y \end{cases}, \quad (4.1)$$

где:  $P_y = \rho_a(\dot{r}_{oi})^2\Delta\sigma$  – возмущающие ускорение, обусловленное влиянием атмосферы;  $\rho_a$  – плотность атмосферы на рассматриваемой высоте полёта,

$\dot{r}_{\text{ои}}$  – орбитальная скорость ОИ,  $\Delta\sigma$  – разность баллистических коэффициентов ОИ и МКА,  $u_x$  и  $u_y$  – проекции управляющего ускорения на оси ОСК.

Векторная математическая модель движения МКА в отклонениях для системы (4.1) запишется в виде:

$$\Delta\ddot{\mathbf{X}} = A \cdot \Delta\mathbf{X} + B \cdot \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta\mathbf{X}), \quad (4.2)$$

где  $\Delta\mathbf{X}$  – вектор отклонений траекторных параметров, который определяется как разность между текущими параметрами относительного движения, рассчитанными с учётом влияния атмосферы и управляющего воздействия (текущая возмущённая траектория) и параметрами движения для номинальной инспекционной траектории (близка к эллипсу), движение по которому необходимо поддерживать:

$$\Delta\mathbf{X} = \begin{cases} \Delta\dot{x} = \dot{x}_{\text{тек}}(t) - \dot{x}_{\text{ном}}(t) \\ \Delta\dot{y} = \dot{y}_{\text{тек}}(t) - \dot{y}_{\text{ном}}(t) \\ \Delta x = x_{\text{тек}}(t) - x_{\text{ном}}(t) \\ \Delta y = y_{\text{тек}}(t) - y_{\text{ном}}(t) \end{cases}, \quad (4.3)$$

Матрицы, входящие в (4.2), имеют вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2\dot{\theta} & 3\dot{\theta}^2 & 0 \\ -2\dot{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Критерий качества для рассматриваемой задачи имеет вид квадратичного функционала [56]:

$$J(\mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta\mathbf{X})) = K \cdot \Delta\mathbf{X}(t_k)^T \cdot F \cdot \Delta\mathbf{X}(t_k) + \int_{t_0}^{t_k} \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta\mathbf{X})^T \cdot R \cdot \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta\mathbf{X}(t)) dt \rightarrow \min. \quad (4.4)$$

где:  $t_0$  – начальный момент времени;  $t_k$  – конечный момент времени управления инспекционным движением;  $\Delta t = (t_k - t_0)/N$  – интервал между смежными моментами времени решения уравнения Риккати, определяющий частоту пересчёта закона управления;  $N$  – частота пересчёта закона управления;  $t_i = t_0 + i \cdot \Delta t$  – момент времени, определяющий начало текущего периода  $[t_i, t_k]$ , на котором формируется новый закон управления;  $i = 1, \dots, N - 1$ ;  $F$  – положительно полуопределённая квадратная матрица весовых коэффициентов размерности 4x4;  $R$  – положительно определённая квадратная матрица весовых коэффициентов, размерность которой соответствует размерности вектора

управления;  $K$  – коэффициент, определяющий взаимную значимость слагаемых квадратичного критерия качества (4.4). В данной работе частота пересчёта закона управления больше шести не рассматривается ( $N \leq 6$ ). Увеличение  $N$  приводит к необходимости чаще решать навигационную задачу. В следствии чего увеличивается нагрузка (возрастают энергетические затраты) на систему энергопитания МКА так как увеличивается интервал времени, на котором одновременно работает ЭРДУ и бортовой навигационный приёмник.

Включение в запись функционала (4.4) терминальной составляющей, обусловлено необходимостью минимизировать отклонения вектора фазовых переменных возмущённой инспекционной траектории от вектора фазовых переменных номинальной траектории в конечный момент времени управляемого движения, что позволяет уменьшить отличие орбитальных энергий ОИ и МКА ( $\Delta E(t_k)$ ). Этот принцип положено в основу методик и алгоритмов, приведённых выше (вторая и третья главы). При этом в функционале (4.4) отсутствует интегральное слагаемое, отвечающего за минимизацию отклонений траекторных параметров движения МКА относительно номинальной траектории на интервале времени управляемого движения. Это обусловлено тем, что в данном исследовании приоритет имеет минимизация разности орбитальных энергий МКА и ОИ в конечный момент времени управляемого движения. Выбором коэффициента значимости  $K$  можно добиться снижения затрат энергетических затрат на управление или уменьшить  $\Delta E(t_k)$ .

Закон оптимального управления, при использовании (4.4) имеет вид [56]:

$$\mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta \mathbf{X}) = -R^{-1}B^T k \Delta \mathbf{X}, \quad (4.5)$$

где матрица  $k$  – решение матричного дифференциального уравнения типа Риккати:

$$\frac{dk}{dt} = -kA - A^T k + kBR^{-1}B^T k, \quad (4.6)$$

с граничным условием  $k(t_k) = F$ .

Вид матриц, входящих в модель квадратичного критерия качества, принят следующим:

$$F = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Коэффициент  $f$  определяет взаимную значимость отклонений по скорости и положению между текущей возмущенной траекторией и номинальной инспекционной траекторией в первом слагаемом критерия качества (4.4).

Энергетические затраты на поддержание инспекционного движения рассчитываются в виде расхода характеристической скорости [57]:

$$V_x = \int_{t_0}^{t_k} u_{\text{опт}}(t) dt.$$

Для расчёта непрерывного оптимального закона управления на базе LQR-технологии используется известный алгоритм. Моделируется возмущённое инспекционное движение с применением модели (1.3) и с заданной периодичностью во времени рассчитывается закон управления (4.5), который будет компенсировать отклонения возмущённой инспекционной траектории от номинальной на последующем интервале времени ( $\Delta t$ ).

Для иллюстрации работы оптимального закона управления на базе LQR-технологии было рассмотрено инспекционное движение наноспутника (НС) относительно международной космической станции (далее объект инспекции), с центром масс которой связано начало ОСК. Принимаются допущения о том, что атмосферное торможение имеет постоянную величину и действует только по направлению набегающего потока (ось  $y$  в ОСК), орбита ОИ круговая в начальный момент времени, поле притяжения центральное. Разность баллистических коэффициентов принимается постоянной и равной  $\Delta\sigma = 0,0242 \text{ м}^2/\text{кг}$  (соответствует разности баллистических коэффициентов НС формата CubeSat 3U массой 4,5 кг и международной космической станции) [58]. Коэффициенты квадратичного критерия качества (4.4) и матрицы  $F$  приняты равными  $K = f = 1$ . Начальные траекторные параметры движения НС задаются векторами начального положения  $\rho_0^*$  (5 км, 0) и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8) при условии, что рассматривается плоское движение ( $z_0 = \dot{z}_0 = 0$ ). Движение моделируется на



протяжении одного орбитального периода ОИ ( $t_k = 5440$  с). В качестве примера приведены результаты моделирования при движении ОИ по орбите высотой 400 км при условии периодичности пересчёта закона управления  $\Delta t = 1$  с. Указанные исходные данные для моделирования используются далее по умолчанию в разделе 4.1.1. На рисунке 4.1 приведены инспекционные траектории с учётом управляющего воздействия (синий цвет) и без управляющего воздействия (зелёный цвет). Отклонение возмущённых траекторных параметров движения НС от номинальных при управляемом движении показано на рисунках 4.2 и 4.3. Закон управления в виде проекций управляющих воздействий на оси плоской ОСК показан на рисунке 4.4. [59].

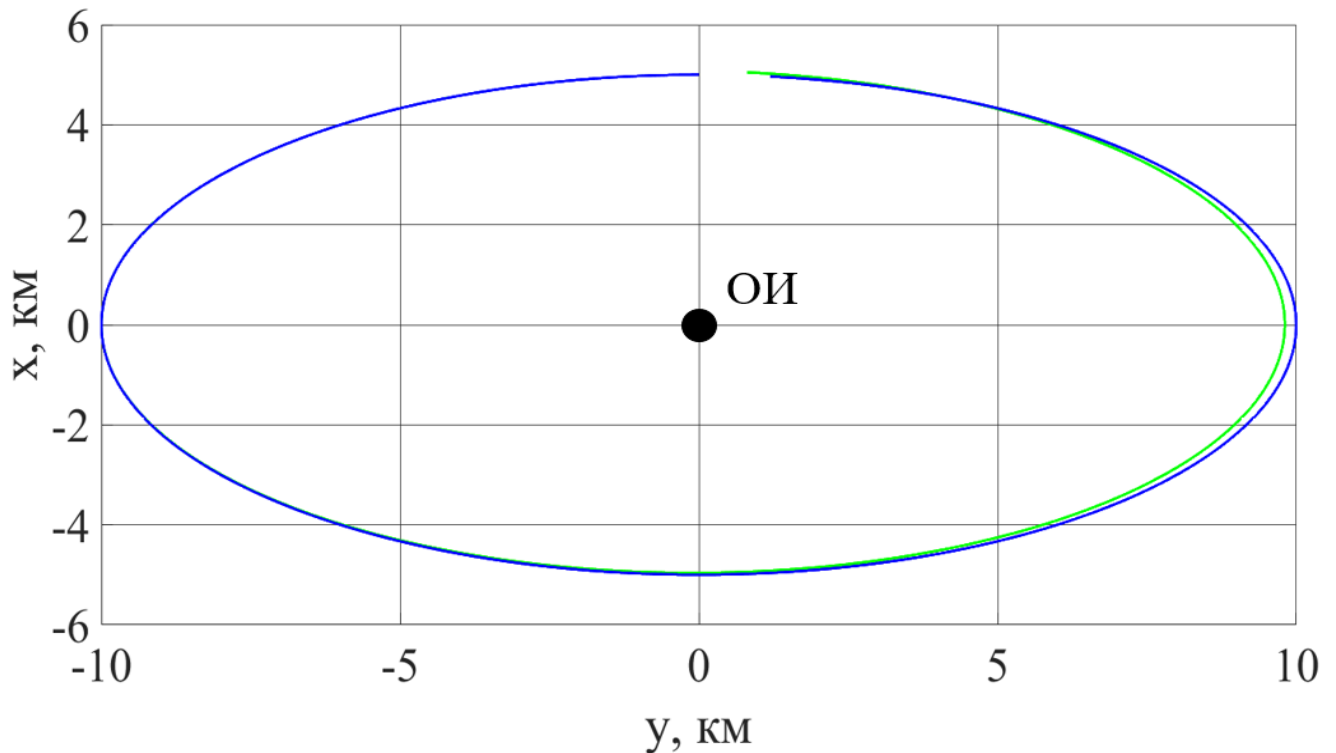


Рисунок 4.1 – Инспекционные траектории с учётом и без учёта управляющего воздействия

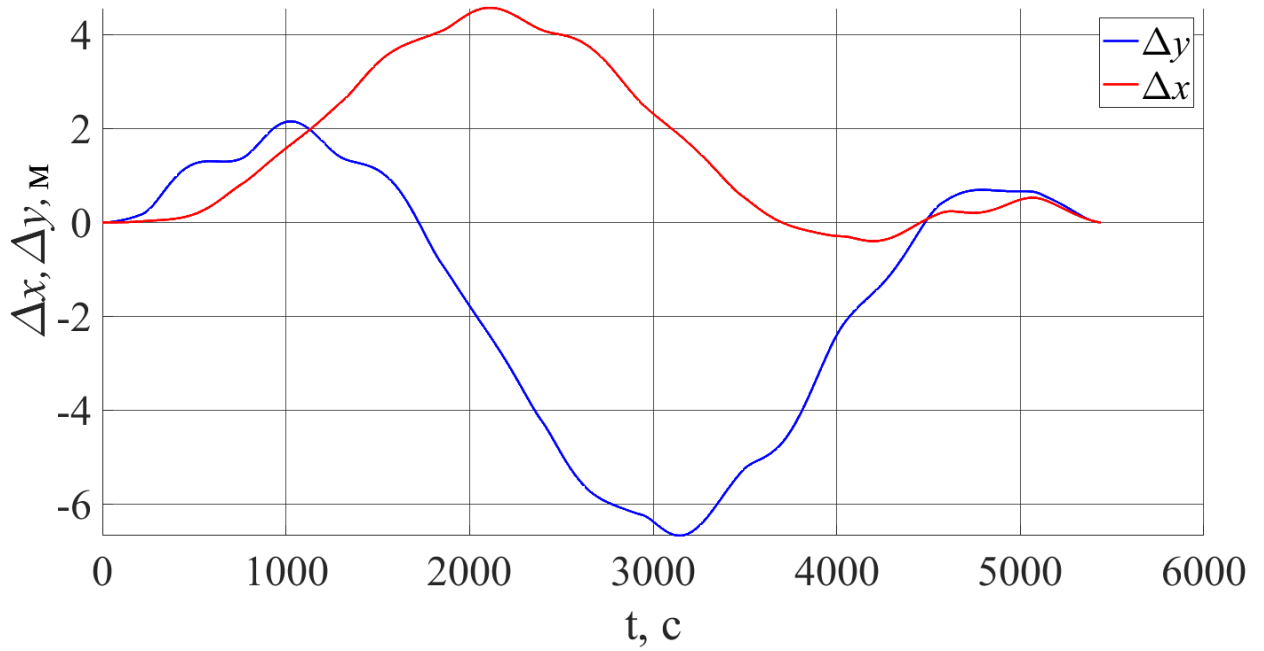


Рисунок 4.2 – Отличие координат возмущённой инспекционной траектории от номинальной траектории

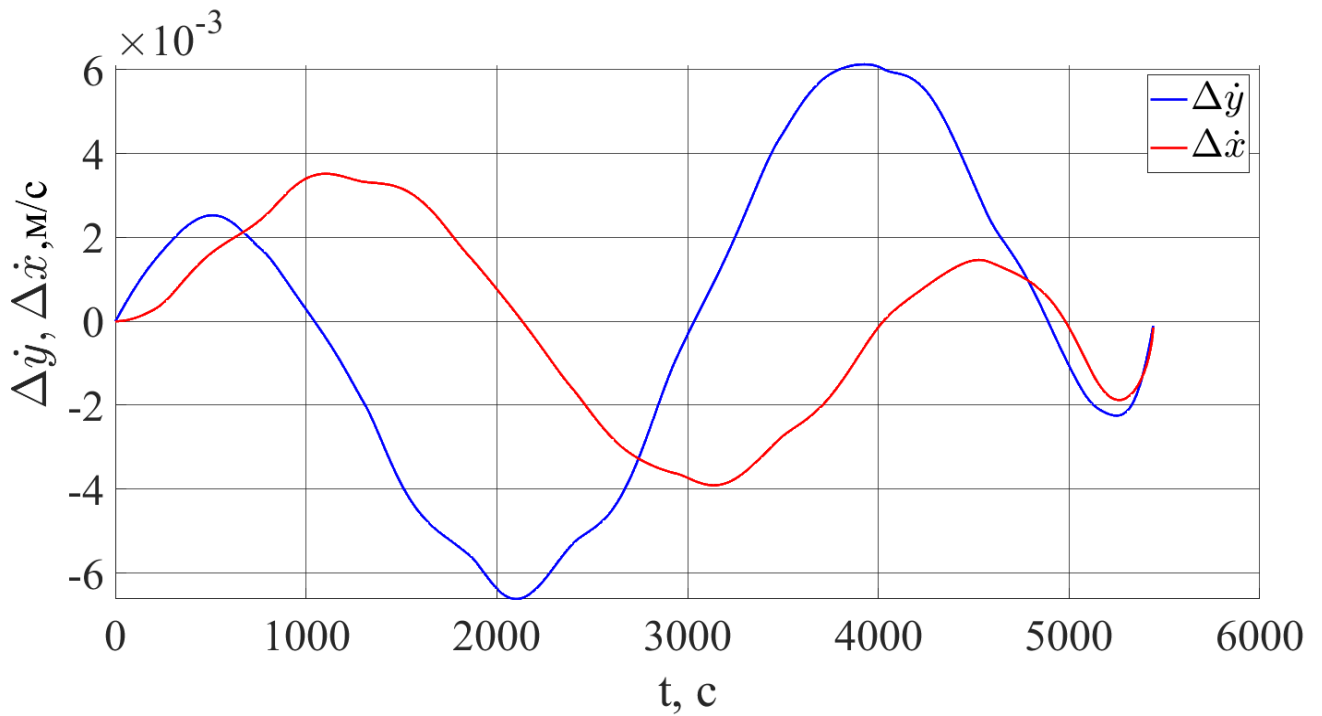


Рисунок 4.3 – Отличие проекций скорости движения по возмущённой инспекционной траектории от номинальной траектории

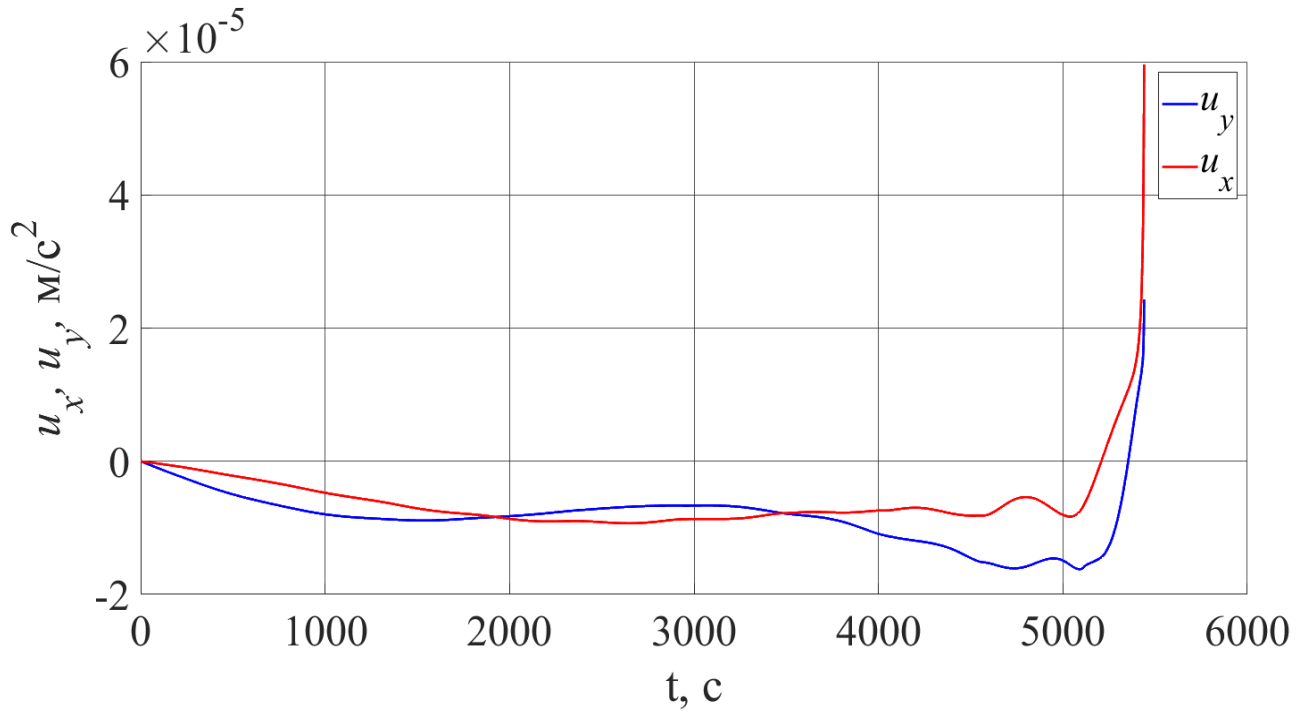


Рисунок 4.4 – Закон управления

Из рисунка 4.4 следует, что величины проекций управляющего ускорения на большей части периода управляемого движения (более 90 %) не превышают значения  $2 \cdot 10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>. При этом характер отклонения траекторных параметров возмущенной инспекционной траектории от номинальной траектории носит колебательный характер (рисунки 4.2 и 4.3).

Было проведено исследование по поддержанию инспекционного движения при различных по продолжительности интервалах управляемого движения  $t_k = 5440 \text{ с} \cdot j$ ,  $j = 1, 2, 3$  ( $j$ -количество орбитальных периодов ОИ). Результаты моделирования приведены в таблице 4.1. В качестве оцениваемых параметров рассматриваются: модули максимальных отклонений траекторных параметров НС ( $|\Delta x_{max}|$ ,  $|\Delta y_{max}|$ ,  $|\Delta \dot{x}_{max}|$ ,  $|\Delta \dot{y}_{max}|$ ), модули отклонений траекторных параметров НС в конечный момент времени ( $|\Delta x(t_k)|$ ,  $|\Delta y(t_k)|$ ,  $|\Delta \dot{x}(t_k)|$ ,  $|\Delta \dot{y}(t_k)|$ ), модули максимальных управляющих воздействий ( $|u_{x max}|$ ,  $|u_{y max}|$ ), расход характеристической скорости на поддержание инспекционного движения ( $V_x$ ) [59]. Также оценивается модуль разности орбитальных энергий ОИ и НС в конечный момент времени управляемого движения ( $|\Delta E(t_k)|$ ). Этот параметр является крайне

важным так как в реальной инспекционной миссии после проведения корректирующего манёвра неизбежно наступает этап пассивного инспекционного движения, длительность которого определяется скоростью деформации инспекционной траектории и зависит от разности орбитальных энергий (что было установлено во второй главе).

Таблица 4.1 – Параметры инспекционного движения в зависимости от  $t_k$

$t_k$ , орбитальные периоды ОИ	1 (5440 с)	2 (10880 с)	3 (16320 с)
$ \Delta x_{max} $ , м	4,5	31,2	59,4
$ \Delta y_{max} $ , м	6,6	169,4	360,2
$ \Delta \dot{x}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	0,3	2	3,1
$ \Delta \dot{y}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	0,6	6,6	11,7
$ u_{x max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	6,8	6	9,3
$ u_{y max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	2,8	9,6	16,1
$ \Delta x(t_k) $ , м	5	3,3	4,6
$ \Delta y(t_k) $ , м	3,8	7,5	10,6
$ \Delta \dot{x}(t_k) $ , $10^{-5}$ м/с	8,5	6,3	9,2
$ \Delta \dot{y}(t_k) $ , $10^{-5}$ м/с	4,3	11,5	19,5
$V_x$ , м/с	0,06	0,12	0,18
$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	0,03	0,23	0,24

Из полученных результатов следует, что энергетические затраты ( $V_x$ ) на поддержание инспекционного движения возрастают пропорционально увеличению продолжительности интервала управляемого движения. Это позволяет сделать вывод о масштабируемости затрат характеристической скорости. В связи с этим далее в работе будет использоваться интервал управляемого движения равный одному орбитальному периоду ОИ ( $t_k = 5440$  с).

Было проведено исследование по применению оптимального непрерывного закона управления на базе LQR-технологии для поддержания инспекционного

движения при различных по продолжительности интервалах пересчёта закона управления ( $\Delta t = \frac{1}{N} t_k, N = 4, 5, 6$ ). Высота орбиты ОИ 400 км,  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$ .

Результаты моделирования приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Параметры инспекционного движения в зависимости от  $\Delta t$

$\Delta t$	$\frac{1}{6} t_k, (907 \text{ с})$	$\frac{1}{5} t_k, (1088 \text{ с})$	$\frac{1}{4} t_k, (1360 \text{ с})$
$ \Delta x_{max} , \text{ м}$	7,7	111,1	561,2
$ \Delta y_{max} , \text{ м}$	16	34,9	273,4
$ \Delta \dot{x}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	1,3	27	103
$ \Delta \dot{y}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	1,6	19	105
$ u_{x \text{ max}} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	1,7	27,4	86,8
$ u_{y \text{ max}} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	1,9	5,5	22,9
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	3,2	111,1	561,2
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	0,1	34,4	273,4
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	1,3	27	103
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,07	19	105
$V_x, \text{ м/с}$	0,07	0,41	1,4
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	56	$1,9 \cdot 10^3$	$9,7 \cdot 10^3$

Из таблицы 4.2 следует, что увеличение интервала  $\Delta t$  (что приводит к более редкому пересчёту закона управления) приводит к увеличению расхода характеристической скорости и росту разницы орбитальных энергий.

Далее было проведено исследование по поддержанию инспекционного движения при различных по высоте орбитах ОИ (от 300 до 500 км) при  $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$ ,  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$ . Результаты моделирования приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Параметры инспекционного движения в зависимости от  $H_0$ 

$H_0$ , км	300	400	500
$ \Delta x_{max} $ , м	697,3	111,1	24,6
$ \Delta y_{max} $ , м	230	34,9	7,2
$ \Delta \dot{x}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	169	27	6
$ \Delta \dot{y}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	129	19	4
$ u_{x max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	170	27,4	6
$ u_{y max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	34,3	5,5	1,2
$ \Delta x(t_k) $ , м	697,3	111,1	24,6
$ \Delta y(t_k) $ , м	230	34,4	7,2
$ \Delta \dot{x}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	169	27	6
$ \Delta \dot{y}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	129	19	4
$V_x$ , м/с	2,57	0,41	0,09
$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$12 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^3$	$0,4 \cdot 10^3$

Из таблицы 4.3 следует, что с увеличением высоты полёта ОИ уменьшаются максимальные траекторные отклонения, затраты характеристической скорости и разность орбитальных энергий, что объясняется уменьшением плотности атмосферы.

Далее было проведено исследование по поддержанию различных по размерам инспекционных траекторий. Начальные траекторные параметры движения НС задаются с помощью векторов  $\rho_0^*(2 \dots 10 \text{ км}, 0)$  и  $\dot{\rho}_0^*$ , которые определяют размер номинальной инспекционной траектории. Высота орбиты ОИ 400 км,  $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$ . Результаты моделирования приведены в таблице 4.4 [59].

Таблица 4.4 – Параметры инспекционного движения в зависимости от  $x_0$ 

$x_0$ , км	2	5	10
$ \Delta x_{max} $ , м	107,8	111,1	110,4
$ \Delta y_{max} $ , м	33,2	34,9	34,3
$ \Delta \dot{x}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	26	27	27
$ \Delta \dot{y}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	19	19	19
$ u_{x max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	26,6	27,4	27,4
$ u_{y max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	5,3	5,5	5,3
$ \Delta x(t_k) $ , м	107,8	111,1	110,4
$ \Delta y(t_k) $ , м	33,2	34,4	34,3
$ \Delta \dot{x}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	26	27	27
$ \Delta \dot{y}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	19	19	19
$V_x$ , м/с	0,4	0,41	0,41
$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$1,8 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^3$

Результаты моделирования показали, что изменение размеров номинальной инспекционной траектории (в рассмотренном диапазоне) существенно не влияет на энергетические затраты по её поддержанию.

#### 4.1.2 Обоснование вида квадратичного критерия качества для закона управления на базе LQR-технологии

Проведено исследование по влиянию коэффициента взаимной значимости слагаемых квадратичного критерия качества (4.4) на процесс поддержания инспекционного движения при учёте влияния атмосферного торможения. Для оценки эффективности полученного закона управления используются критерии, которые были рассмотрены выше (таблицы 4.1 - 4.3), основными из которых являются расход характеристической скорости и разница орбитальных энергий в конечный момент времени. Для проведения численного исследования по выбору коэффициента взаимной значимости слагаемых квадратичного функционала

периодичность пересчёта закона управления принимается  $\Delta t = 1$  с. Номинальная инспекционная траектория определяется векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8) высота орбиты ОИ 400 км,  $t_k = 5440$  с (далее в разделе 4.1.2 эти начальные параметры используются по умолчанию).

Два первых диагональных элемента матрицы  $F$  определяют значимость отклонений по скорости  $(\Delta\dot{x}, \Delta\dot{y})$ , а вторые два элемента (единицы) значимость отклонений по положению  $(\Delta x, \Delta y)$  между текущей возмущенной инспекционной траекторией и номинальной. Для выполнения условия равенства орбитальных энергий ОИ и НС (2.1) в равной степени необходимо исключить отклонения всех траекторных параметров движения в конечный момент времени. Поэтому, исходя из условия обеспечения равнозначности отклонений по положению и скорости (для указанных выше начальных параметров инспекционного движения) принято значения коэффициента  $f = 10^4$ . Тогда матрица  $F$  примет вид:

$$F = \begin{bmatrix} 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Равноценный вклад обоих слагаемых критерия качества (4.4) обеспечивается когда  $K = 10^{-6}$ . Было проведено исследование по оценки влияния коэффициент  $K$  на процесс поддержания инспекционного движения. Значение коэффициента  $K$  изменялось в диапазоне от  $10^{-8}$  до  $10^{-4}$ . Результаты исследования представлены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Влияние коэффициента  $K$  на инспекционное движение

К	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
$ \Delta x_{max} $ , м	4,6	4,7	4,8	6,1	9,3
$ \Delta y_{max} $ , м	7,4	7,5	8,3	12,7	25,5
$ \Delta \dot{x}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	0,46	0,43	0,45	0,58	1,5
$ \Delta \dot{y}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	0,7	0,7	0,78	1	2
$ u_{x max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	23	8,8	1,6	1	0,9



$K$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
$ u_{y \max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	4,4	2,2	2,1	1,8	0,9
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	0,1	0,2	0,3	0,7	2
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	0,04	0,07	0,2	0,6	1,57
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,05	0,1	0,2	0,1	1,5
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,01	0,01	0,07	0,08	0,5
$V_x, \text{ м/с}$	0,067	0,063	0,06	0,058	<b>0,05</b>
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	<b>1,2</b>	3,5	6,6	12,7	36,2

Из таблицы 4.5 следует, что при увеличении коэффициента  $K$  уменьшается различие орбитальных энергий МКА и ОИ, но возрастает расход характеристической скорости. Это объясняется тем увеличение  $K$  приводит к увеличению веса терминального слагаемого квадратичного критерия качества (4.4), что приводит к уменьшению величины  $|\Delta E(t_k)|$  в конечный момент времени. Для иллюстрации полученных результатов на рисунке 4.5 представлена зависимость  $|\Delta E(t_k)|$  от  $K$ .

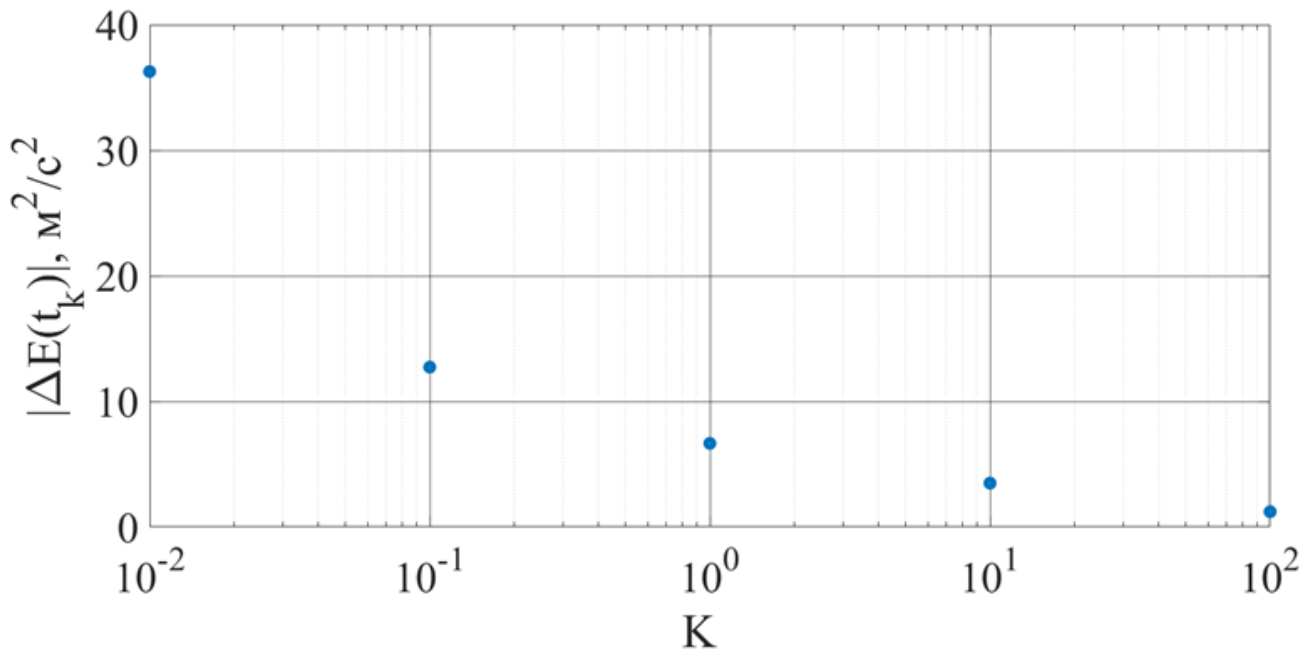


Рисунок 4.5 – Зависимость  $|\Delta E(t_k)|$  от  $K$

На основании проведенного численного исследования инспекционного движения можно сделать вывод о том, что минимальное различие орбитальных энергий ОИ и НС достигается при увеличении вклада первого слагаемого в квадратичный критерий качества ( $K = 10^{-4}$ ). Дальнейшее увеличение коэффициента  $K$  не целесообразно так как на практике зафиксировать изменения расхода характеристической скорости порядка менее см/с затруднительно. Для синтеза непрерывного закона управления на базе LQR-технологии в дальнейшем принимаются следующие значения коэффициентов критерия качества (4.4) и матрицы  $F$ :

$$K = 10^{-4}, f = 10^4.$$

## 4.2 Формирование закона управления на базе-SDRE-технологии

### 4.2.1 Модель закона управления инспекционным движением на базе SDRE-технологии

Для выбора оптимального закона управления базе SDRE-технологии используется нелинейная модель движения МКА в ОСК (1.3):

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}\dot{y} - \dot{\theta}^2(r+x) + \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}(r+x) = u_x \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}\dot{x} - \dot{\theta}^2 y + \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}y = P_y + u_y \end{cases}.$$

Нелинейность модели относительного движения (1.3) при формировании закона управления учитывается с помощью матрицы  $A(\Delta X^*)$ , коэффициенты которой зависят от текущих фазовых переменных.

Векторная математическая модель в отклонениях, для нелинейной системы (1.3) запишется в виде:

$$\Delta \ddot{X} = A(\Delta X^*) \cdot \Delta X + B \cdot u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*), \quad (4.7)$$

где:  $\Delta X$  – вектор отклонений траекторных параметров, рассчитанный с учётом влияния атмосферы и управляющего воздействия (текущая возмущённая траектория) и траекторными параметрами движения по номинальной инспекционной траектории;  $\Delta X^*$  – вектор отклонений траекторных параметров, рассчитанный как разности между прогнозируемыми траекторными параметрами

возмущённой инспекционной траектории без управляющего воздействия и параметрами движения для номинальной инспекционной траектории, движение по которой необходимо поддерживать:

$$\Delta \mathbf{X}^* = \begin{cases} \Delta \dot{x}^* = \dot{x}_{\text{прог}}(t) - \dot{x}_{\text{ном}}(t) \\ \Delta \dot{y}^* = \dot{y}_{\text{прог}}(t) - \dot{y}_{\text{ном}}(t) \\ \Delta x^* = x_{\text{прог}}(t) - x_{\text{ном}}(t) \\ \Delta y^* = y_{\text{прог}}(t) - y_{\text{ном}}(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

Ниже представлена запись системы уравнений (4.7) в покомпонентной форме. Вначале рассмотрим уравнение в отклонениях по оси  $x$  ОСК:

$$\Delta \ddot{x} = 2\dot{\theta}\Delta\dot{y} + \dot{\theta}^2 x - \frac{\dot{\theta}^2 r^3 \Delta x}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} + \\ + \dot{\theta}^2 r^3 (r + x_{\text{ном}}) \left( \frac{1}{((r + x_{\text{ном}})^2 + y_{\text{ном}}^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) + u_x.$$

Делается допущение о том, что слагаемое

$$\frac{1}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{((r + x_{\text{ном}})^2 + y_{\text{ном}}^2)^{\frac{3}{2}}} \rightarrow 0.$$

Тогда уравнение примет вид:

$$\Delta \ddot{x} = 2\dot{\theta}\Delta\dot{y} + \dot{\theta}^2 \Delta x - \frac{\dot{\theta}^2 r^3 \Delta x}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} + u_x.$$

Аналогичным образом рассмотрим уравнение в отклонениях по оси  $y$  ОСК:

$$\Delta \ddot{y} = -2\dot{\theta}\Delta\dot{x} + \dot{\theta}^2 \Delta y - \frac{\dot{\theta}^2 r^3 \Delta y}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} + \\ + \dot{\theta}^2 r^3 \Delta y_{\text{ном}} \left( \frac{1}{((r + x_{\text{ном}})^2 + y_{\text{ном}}^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) + u_y.$$

С учётом малости слагаемого, записанного в скобках:

$$\Delta \ddot{y} = -2\dot{\theta}\Delta\dot{x} + \dot{\theta}^2 \Delta y - \frac{\dot{\theta}^2 r^3 \Delta y}{((r + x_{\text{ном}} + \Delta x^*)^2 + (y_{\text{ном}} + \Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} + u_y.$$

Система уравнений (4.7) после проведения математических преобразований запишется в виде:

$$\begin{cases} \Delta \ddot{x} = 2\dot{\theta}\Delta\dot{y} + \left( \dot{\theta}^2 - \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x_{\text{НОМ}}+\Delta x^*)^2+(y_{\text{НОМ}}+\Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \Delta x + u_x \\ \Delta \ddot{y} = -2\dot{\theta}\Delta\dot{x} + \left( \dot{\theta}^2 - \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x_{\text{НОМ}}+\Delta x^*)^2+(y_{\text{НОМ}}+\Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \Delta y + u_y \end{cases} \quad (4.7')$$

Матрица  $A(\Delta X^*)$ , записанная для (4.7'), будет иметь вид:

$$A(\Delta X^*) = \begin{bmatrix} 0 & 2\dot{\theta} & \dot{\theta}^2 - \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x_{\text{НОМ}}+\Delta x^*)^2+(y_{\text{НОМ}}+\Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} & 0 \\ -2\dot{\theta} & 0 & 0 & \dot{\theta}^2 - \frac{\dot{\theta}^2 r^3}{((r+x_{\text{НОМ}}+\Delta x^*)^2+(y_{\text{НОМ}}+\Delta y^*)^2)^{\frac{3}{2}}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Критерий качества имеет вид квадратичного функционала [56]:

$$\begin{aligned} J(\Delta X, \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*)) &= K \cdot \Delta X(t_k)^T \cdot F \cdot \Delta X(t_k) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_k} \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta X(t), \Delta X^*(t))^T \cdot R \cdot \mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta X(t), \Delta X^*(t)) dt \rightarrow \min \end{aligned} \quad (4.9)$$

Отличие (4.9) от квадратичного критерия качества (4.4), который используется для LQR-технологии, заключается в его зависимости от текущего состояния вектора отклонений траекторных параметров  $\Delta X^*$ .

Закон оптимального управления будет иметь вид [59]:

$$\mathbf{u}_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*) = -R^{-1}B^T k(\Delta X^*) \Delta X, \quad (4.10)$$

где матрица  $k(\Delta X^*)$  – решение матричного дифференциального уравнения типа Риккати на текущем интервале времени формирования управления  $[t_j, t_k]$ :

$$\frac{dk(\Delta X^*)}{dt} = -k(\Delta X^*) A(\Delta X^*) - A(\Delta X^*)^T k(\Delta X^*) + k(\Delta X^*) B R^{-1} B^T k(\Delta X^*), \quad (4.11)$$

с граничным условием  $k(t_k) = F$ .

Особенностью закона управления на базе SDRE-технологии является необходимость на каждом новом интервале времени ( $\Delta t$ ) вычислять не только вектора разности траекторных параметров ( $\Delta X, \Delta X^*$ ), но и заново получать решение матричного уравнения Риккати.

#### 4.2.2 Методика поддержания номинального инспекционного движения при непрерывном управлении

Методика поддержания номинального инспекционного движения на основе выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии представлена ниже:

1. Выбор коэффициента значимости  $K$  квадратичного критерия качества (4.9), позволяющий минимизировать различие векторов траекторных параметров возмущённой и номинальной инспекционных траекторий для достижения близости орбитальных энергий ОИ и МКА в конечный момент времени.
2. Моделирование возмущённого движения с помощью системы уравнений (1.3) на  $j$ -ом интервале  $t \in [t_j, t_{j+1}]$ , ( $j = 0 \dots N - 1$ ).
3. Вычисление вектора отклонений траекторных параметров без учёта управляющего воздействия  $\Delta X^*(t_j)$ , решая систему уравнений (4.8).
4. Вычисление вектора отклонений траекторных параметров  $\Delta X(t_j)$  с учётом управляющего воздействия (4.10), решая систему уравнений (4.7).
5. Решение матричного уравнения Риккати (4.11), в котором матрица  $A(\Delta X^*)$  вычисляется в соответствии с решением, найденным в п.3 и нахождение  $k(\Delta X^*)$ ,  $t \in [t_j, t_k]$ .
6. Моделирование управляемого инспекционного движения в соответствии с уравнениями (1.3) и вычисление управляющего воздействия  $u_{\text{опт}}(\Delta X, \Delta X^*)$  в соответствии с (4.10),  $t \in [t_j, t_k]$ .
7. Периодический пересчёт закона управления (п.3 - п.6) осуществляется до достижения конечного времени управления инспекционным движением ( $t = t_k$ ).

Частота пересчёта закона управления  $N$  выбирается из условия обеспечения требований по точности реализации инспекционного движения.

Для демонстрации двухосного непрерывного оптимального закона управления на базе SDRE-технологии рассматривается инспекционное движение НС вокруг МКС (далее ОИ) с использованием предложенной методики. Для предварительного анализа коэффициенты квадратичного критерия качества (4.9) и матрицы  $F$  принимались равными  $K = f = 1$ . Остальные исходные данные взяты

из раздела 4.1.1 (стр. 88, 89). На рисунке 4.6 приведены инспекционные траектории с учётом управляющего воздействия (синий цвет), без управляющего воздействия (зелёный цвет) и номинальная инспекционная траектория (красный цвет). Отклонение возмущённых траекторных параметров движения НС от номинальных при управляемом движении показано на рисунках 4.7 и 4.8. Зависимость управляющего воздействия от времени показана на рисунке 4.9.

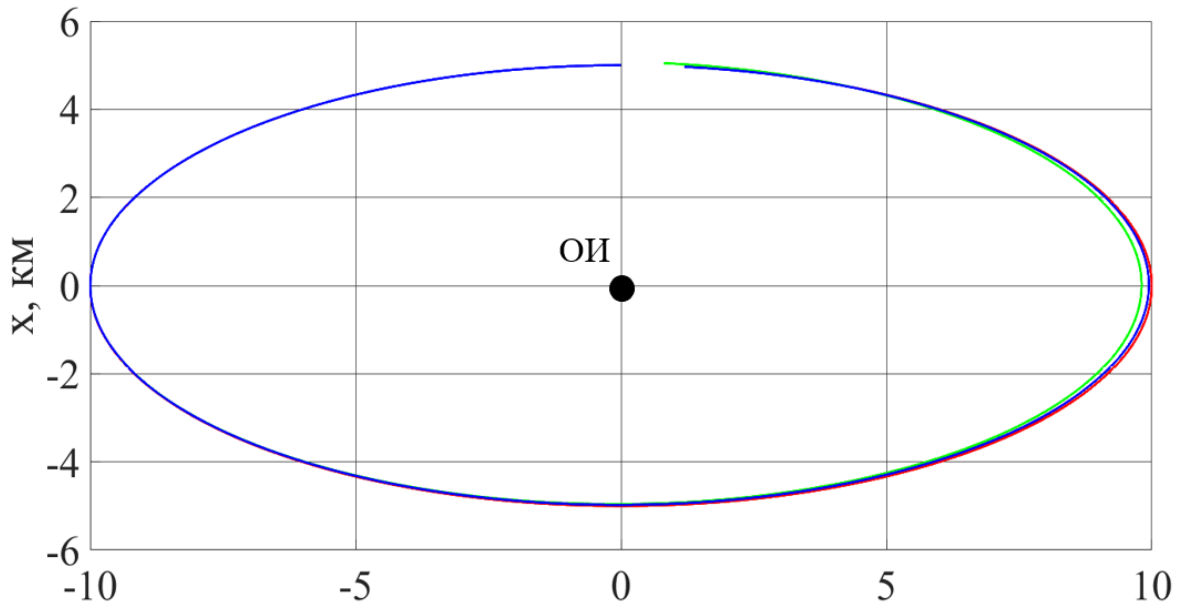


Рисунок 4.6 – Инспекционные траектории с учётом и без учёта управляющего воздействия

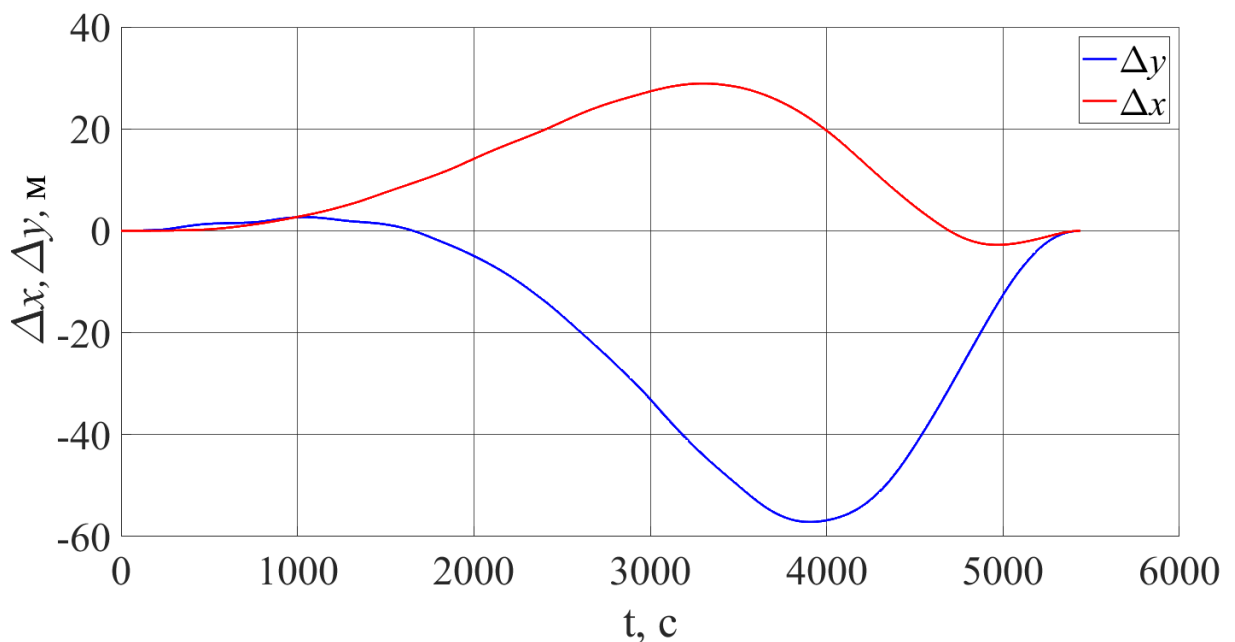


Рисунок 4.7 – Отличие координат возмущённой инспекционной траектории от номинальной траектории

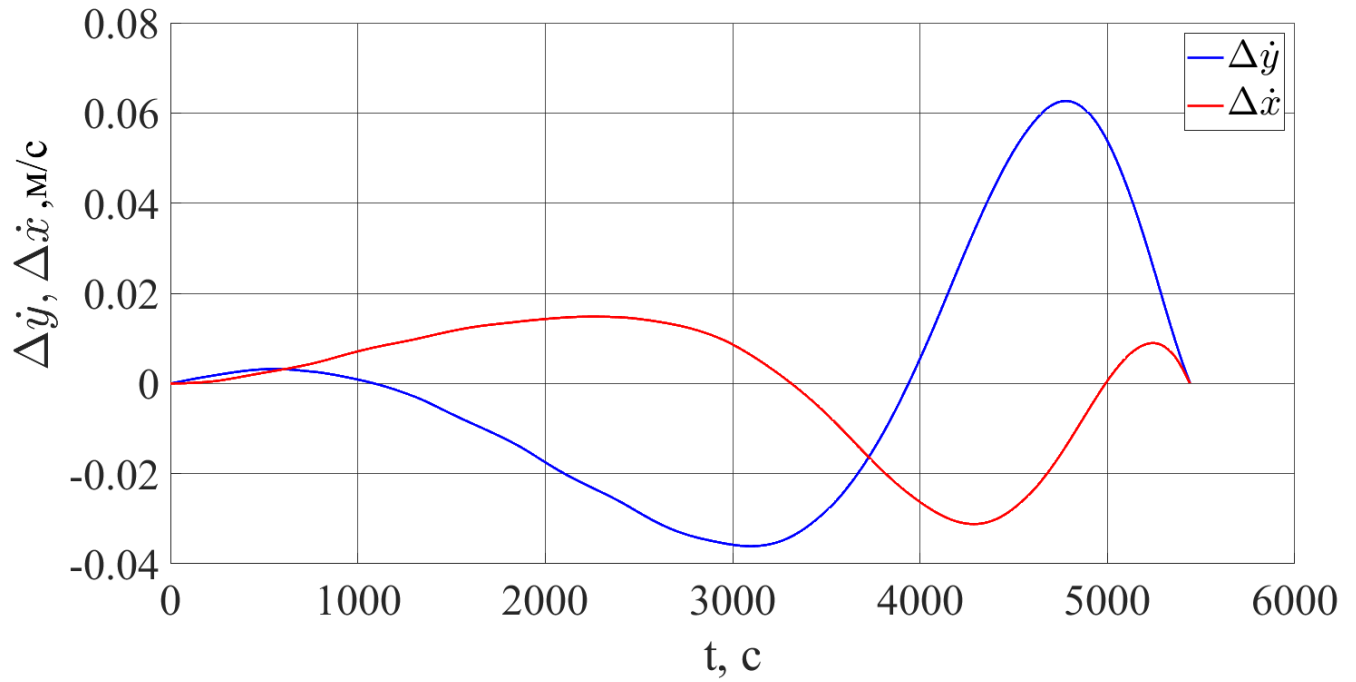


Рисунок 4.8 – Отличие проекций скорости движения по возмущённой инспекционной траектории от номинальной траектории

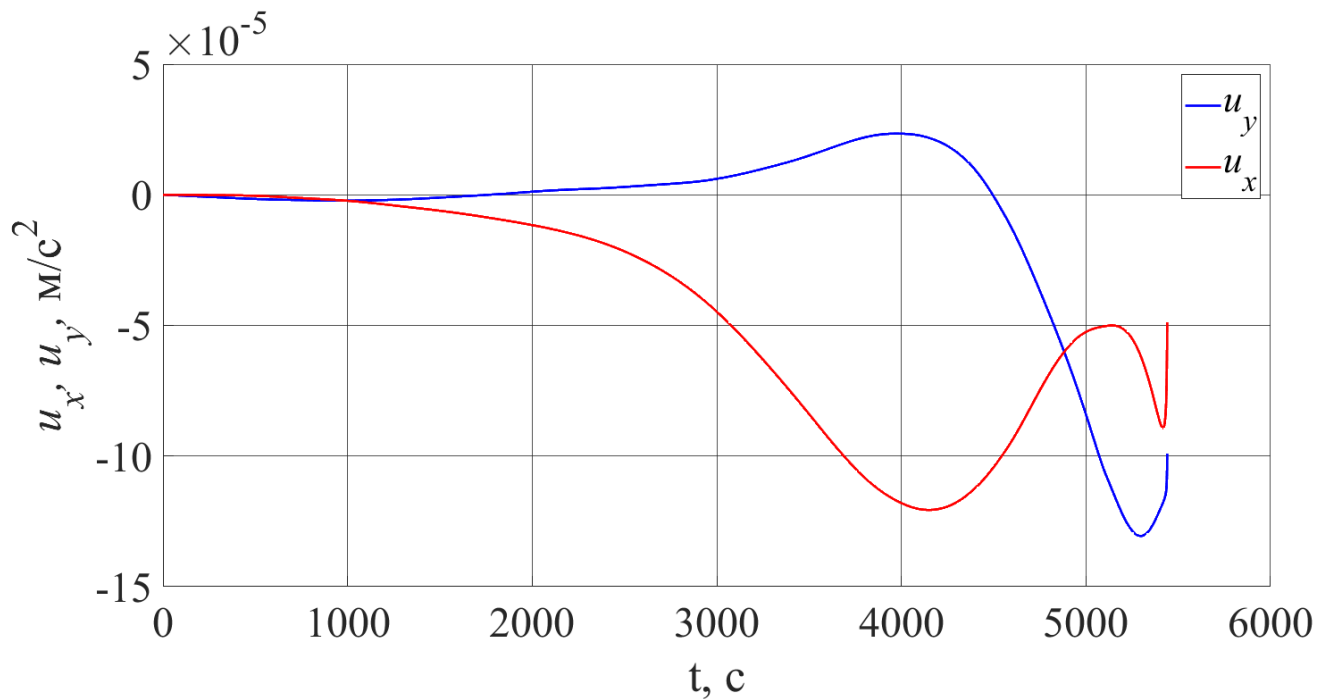


Рисунок 4.9 – Зависимость величин управляющих воздействий от времени

Из рисунков 4.7 и 4.8 следует, что характер отклонений траекторных параметров носит периодический характер. Проекция управляющего воздействия

на протяжении 70% времени управляемого движения не превышают значения  $9 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$ .

#### 4.2.3 Обоснование вида квадратичного критерия качества для закона управления на базе SDRE-технологии

Проведено исследование по влиянию коэффициента значимости слагаемых квадратичного критерия качества (4.9) на процесс поддержания инспекционного движения. Для оценки эффективности закона управления на базе SDRE-технологии используются те же параметры, что и для оценки эффективности закона управления на базе LQR-технологии (п.4.1.2). Периодичность пересчёта закона управления принимается  $\Delta t = 1$  с. Номинальная инспекционная траектория определяется векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8), высота орбиты ОИ 400 км,  $t_k = 5440$  с,  $f = 10^4$ . Было установлено, что, как и в случае формирования закона управления с помощью LQR-технологии, равноценный вклад всех слагаемых критерия качества (4.9) обеспечивается при  $K = 10^{-6}$ .

Далее, по аналогии с разделом 4.1.2, были проведены исследования по оценке влияния коэффициента  $K$  на процесс поддержания инспекционного движения. Значение коэффициента  $K$  изменялось в диапазоне от  $10^{-8}$  до  $10^{-4}$ . Результаты исследования представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Влияние коэффициента  $K$  на инспекционное движение

$K$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
$ \Delta x_{max} , \text{ м}$	28,9	29	29,8	36,4	50,3
$ \Delta y_{max} , \text{ м}$	57,3	57,6	60,9	87,2	138,2
$ \Delta \dot{x}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	3,1	3,2	3,3	5,1	9,1
$ \Delta \dot{y}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	6,3	6,3	6,7	10,7	16,5
$ u_{x max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	12	12,1	12,3	14,8	17,3
$ u_{y max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	13,1	12,9	12,1	7,2	10
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	0,005	0,01	0,06	0,6	1,9



$K$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	0,005	0,01	0,08	1,85	25,1
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,008	0,09	0,85	5,1	9,1
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,01	0,1	1,2	7,2	14,1
$V_x, \text{ м/с}$	0,28	0,28	0,27	0,25	0,25
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	0,05	0,21	1	10	34

Из таблицы 4.6 следует, что увеличение коэффициента  $K$  приводит к уменьшению различия орбитальных энергий МКА и ОИ. При этом возрастает расход характеристической скорости. Полученные результаты согласуются с результатами, представленными в разделе 4.1.2. Для наглядности на рисунке 4.10 представлена зависимость  $|\Delta E(t_k)|$  от  $K$ .

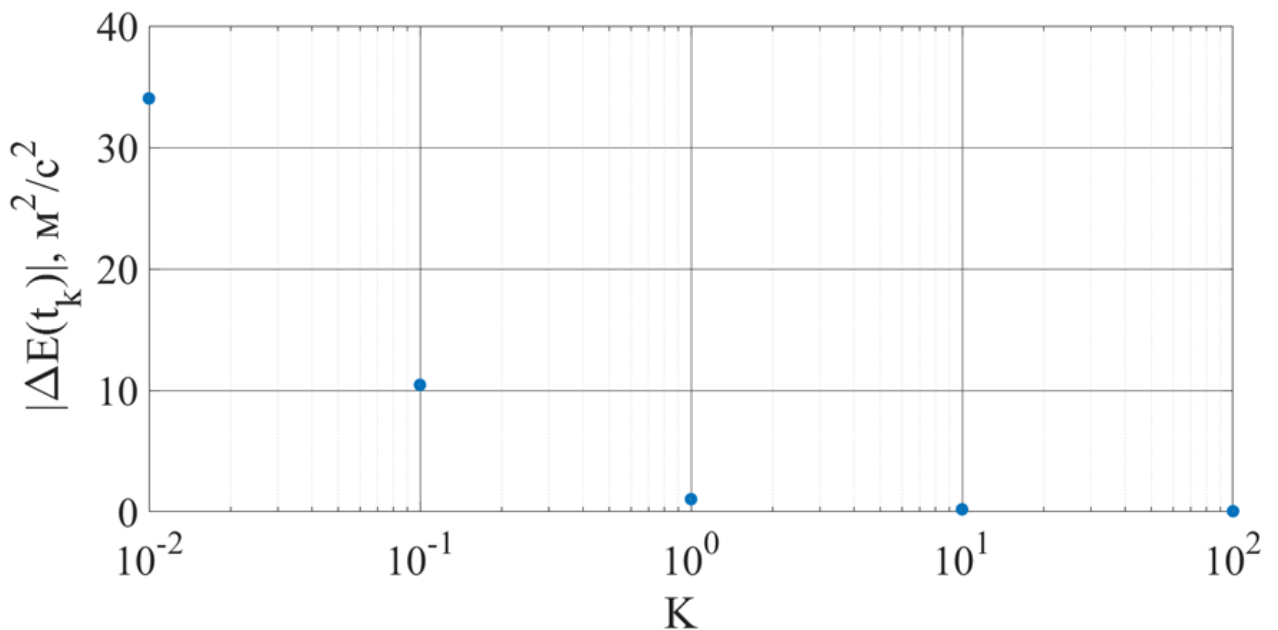


Рисунок 4.10 – Зависимость  $\Delta E$  от  $K$

В дальнейшем, для синтеза непрерывного закона управления на базе SDRE-технологии принимаются следующие значения коэффициентов критерия качества (4.9) и матрицы  $F$ :

$$K = 10^{-4}, f = 10^4.$$

Анализируя результаты, представленные в таблицах 4.4-4.5 можно сделать вывод о том, применение закона управления на базе SDRE-технологии уменьшает

разность орбитальных энергий по сравнению с законом управления на базе LQR-технологии. Но при этом возрастают энергетические затраты для поддержания инспекционного движения. Оба рассмотренных закона управления показывают наилучший результат (с позиции минимизации  $|\Delta E(t_k)|$ ) при одинаковом наборе коэффициентов.

### 4.3 Сравнение результативности

#### законов управления на базе LQR- и SDRE-технологий

Проведено сравнение оптимальных законов управления на базе LQR- и SDRE-технологий. Было рассмотрено движение наноспутника относительно МКС (далее ОИ). Согласно ранее полученным результатам, коэффициенты для квадратичных критериев качества (4.4) и (4.9) принимаются одинаковыми:  $K = 10^{-4}$  при условии, что  $f = 10^4$ . Начальные траекторные параметры движения НС задаются векторами начального положения  $\rho_0^*$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*$ , рассчитанной по формуле (2.8) при условии, что рассматривается плоское движение ( $z_0 = \dot{z}_0 = 0$ ). По аналогии с п. 4.1.1 проведены три исследования. В первом исследовании сравнение законов управления проводится при различных интервалах пересчёта закона управления  $\Delta t = \frac{1}{N} t_k, N = 4, 5, 6$  при фиксированной высоте орбиты ОИ (400 км) и векторе начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$ . Во втором исследовании инспекционное движение рассматривается на различных орбитальных высотах ОИ  $H_0 = 300, 400, 500$  км; при фиксированных  $\dot{\rho}_0^*(5 \text{ км}, 0), \Delta t = \frac{1}{5} t_k$ . В третьем исследовании варьируется размер номинальной инспекционной траектории НС  $\rho_0^*(2 \dots 10 \text{ км}, 0)$  для высоты орбиты ОИ  $H_0 = 400$  км и  $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$ . Результаты моделирования представлены в таблицах 4.7-4.9.

Таблица 4.7 – Сравнение законов управления при различных  $\Delta t$ 

$\Delta t$	$\frac{1}{6} t_k, (907 \text{ с})$		$\frac{1}{5} t_k, (1088 \text{ с})$		$\frac{1}{4} t_k, (1360 \text{ с})$	
	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE
$ \Delta x_{max} , \text{ м}$	7,7	36,2	109	38,6	556	38,3
$ \Delta y_{max} , \text{ м}$	16,2	86,2	33,7	108	270	145
$ \Delta \dot{x}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	13,4	4,8	26,7	6,5	102	9,2
$ \Delta \dot{y}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	16,8	15,2	19,5	30,8	104	37,1
$ u_{x max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	1,7	17,2	26,8	31,9	86,4	36
$ u_{y max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	1,9	5,4	5,4	17,2	22,8	17,2
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	3,1	1,1	109	19,7	556	33,4
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	0,04	49,1	33,7	108	270	144
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	1,3	4,8	26,6	4,5	102	4,9
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	0,05	14,9	19,5	30,8	104	37
$V_x, \text{ м/с}$	0,07	0,37	0,41	0,54	1,39	0,62
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	54	<b>19</b>	1890	<b>340</b>	9660	<b>580</b>

Из таблицы 4.7 следует, что при уменьшении частоты пересчёта закона управления SDRE-технология даёт преимущество не только в уменьшении разности орбитальных энергий, но и в затратах характеристической скорости.

Таблица 4.8 – Сравнение законов управления при различных  $H_0$ 

$H_0, \text{ км}$	300		400		500	
	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE
$ \Delta x_{max} , \text{ м}$	684	226	109	38,5	24,2	8,6
$ \Delta y_{max} , \text{ м}$	225	668	33,7	108	7	22,9
$ \Delta \dot{x}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	166	40,1	2,6	6,5	5,9	1,3
$ \Delta \dot{y}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	126	189	19,5	30,8	4,2	6,4
$ u_{x max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	170	200	26,8	31,9	5,9	6,6
$ u_{y max} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	33,5	110	5,3	17,2	1,1	3,5
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	684	122	109	19,7	24,2	3,9
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	225	668	33,7	108	7,1	22,9
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	166	304	26,6	4,5	5,9	0,9
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	126	189	19,5	30,8	4,2	6,4
$V_x, \text{ м/с}$	2,52	3,29	0,41	0,54	0,09	0,1
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	12240	<b>2190</b>	1890	<b>340</b>	410	<b>70</b>

Из таблицы 4.8 следует, что закон управления на базе SDRE-технологии позволяет уменьшить разницу орбитальных энергий более чем в 5 раз. При этом возрастают энергетические затраты на поддержание инспекционного движения.

Таблица 4.9 – Сравнение законов управления при различных размерах инспекционной траектории

$x_0$ , км	2		5		10	
	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE
$ \Delta x_{max} $ , м	105	8,7	109	38,5	108	8,23
$ \Delta y_{max} $ , м	32,5	23,4	33,7	108	33,5	21,8
$ \Delta \dot{x}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	25,9	1,4	26,6	6,5	26,4	1,2
$ \Delta \dot{y}_{max} $ , $10^{-2}$ м/с	18,9	6,7	19,5	30,8	19,6	6,2
$ u_{x max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	26	6,9	26,8	31,9	26,8	6,1
$ u_{y max} $ , $10^{-5}$ м/с <sup>2</sup>	5,23	3,69	5,38	17,2	5,23	3,2
$ \Delta x(t_k) $ , м	105	4,3	109	19,7	108	3,7
$ \Delta y(t_k) $ , м	32,5	23,4	33,7	108	33,5	21,8
$ \Delta \dot{x}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	25,9	0,8	26,6	4,5	26,4	0,9
$ \Delta \dot{y}(t_k) $ , $10^{-2}$ м/с	18,9	6,7	19,5	30	19,5	6
$V_x$ , м/с	0,39	0,11	0,4	0,53	0,41	0,1
$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	1840	<b>70</b>	1890	<b>340</b>	1900	<b>60</b>

Результат исследований, представленные в таблицах 4.7-4.9 демонстрируют преимущество закона управления на базе SDRE-технологии в минимизации разности орбитальных энергий.

Далее было проведено исследование по влиянию на процесс поддержания инспекционного движения погрешностей траекторных параметров МКА в начальный момент времени и в момент времени формирования закона управления. Принимается, что траекторные параметры МКА являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону с моментными характеристиками, представленными в таблицах 2.5 и 2.6. Математическое ожидание является номинальной величиной, а среднеквадратическое отклонение описывает ошибку её определения. Рассмотрено плоское движение наноспутника формата CubeSat 3U относительно МКС (далее ОИ) на протяжении одного орбитального периода при заданных начальных траекторных параметрах

относительного движения НС ( $\rho_0^*$  и  $\dot{\rho}_0^*$ ),  $H_0 = 400$  км. Размер номинальной инспекционной траектории и частота пересчёта закона управления изменялись в широких пределах:  $\rho_0^*(2 \dots 10 \text{ км}, 0)$ ;  $\Delta t = \frac{1}{N} t_k, N = 4, 5, 6$ . Для приведённых вариантов расчётов был подобран коэффициент значимости функционала  $K = 10^{-4}$ , исходя из условия минимизации в конечный момент времени разности энергий двух аппаратов. Для каждого набора начальных параметров моделирования проводится по 1000 экспериментов. В качестве сравнительных параметров использовались средние значения затрат характеристической скорости  $V_{x_{cp}}$  и разницы орбитальных энергий ОИ и НС в конечный момент времени управляемого движения  $|\Delta E(t_k)|_{cp}$ . Результаты моделирования приведены в таблицах 4.10 – 4.11.

Таблица 4.10 – Сравнение законов управления при различных  $\Delta t$

$\Delta t$	$1/6 t_k$		$1/5 t_k$		$1/4 t_k$	
	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE
$V_{x_{cp}}, \text{ м/с}$	2,29	<b>0,51</b>	5,36	<b>0,41</b>	6,8	<b>0,27</b>
$ \Delta E(t_k) _{cp}, \text{ м}^2/\text{с}^2$	2930	<b>1600</b>	5810	<b>1320</b>	8410	<b>830</b>

Таблица 4.11 – Сравнение законов управления при различных размерах инспекционной траектории

$x_0, \text{ км}$	2		5		10	
	LQR	SDRE	LQR	SDRE	LQR	SDRE
$V_{x_{cp}}, \text{ м/с}$	5,37	<b>0,4</b>	5,36	<b>0,41</b>	5,25	<b>0,42</b>
$ \Delta E(t_k) _{cp}, \text{ м}^2/\text{с}^2$	5800	<b>1310</b>	5810	<b>1320</b>	5610	<b>1350</b>

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что при использовании закона управления на базе SDRE-технологии существенно снижаются средние значения не только  $|\Delta E(t_k)|$ , но и  $V_x$ .

#### 4.4 Исследование эффективности поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления

В связи с возможными затруднениями создания управляющих ускорений по двум независимым каналам на борту НС исследован вариант использования одноканального непрерывного закона управления. Рассмотрено инспекционное движение НС SamSat-M, в случае его оснащения электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ), относительного международной космической станции (далее ОИ) с учётом влияния атмосферного торможения. Для расчёта оптимального одноканального закона управления будет использоваться методика поддержания номинального инспекционного движения при непрерывном управлении (п. 4.2.2) при условии, что закон управления одноканальный. В начале были рассмотрены два одноканальных закона управления ( $u_x$  и  $u_y$ ). Для моделирования инспекционного движения используется математическая модель (1.3). Разность баллистических коэффициентов принимается постоянной  $\Delta\sigma = 0,0242 \text{ м}^2/\text{кг}$ . Коэффициент значимости слагаемых квадратичного критерия качества принимается  $K = 10^{-4}$  при условии, что  $f = 10^4$ . Начальные траекторные параметры движения SamSat-M определяются векторами начального положения  $\rho_0^*(5 \text{ км}, 0)$  и скорости  $\dot{\rho}_0^*(0, -11,08 \text{ м/с})$ , рассчитанной по формуле (2.8). Орбита ОИ круговая с высотой 400 км,  $\Delta t = \frac{1}{N} t_K$ ,  $N = 4, 5, 6$ . Результаты моделирования при ведены в таблице 4.12.

Таблица 4.12 – Сравнение эффективности одноканальных законов управления

$\Delta t$	$\frac{1}{6} t_K, (907 \text{ с})$		$\frac{1}{5} t_K, (1088 \text{ с})$		$\frac{1}{4} t_K, (1360 \text{ с})$	
	Канал управления (ось ОСК)					
	$u_x$	$u_y$	$u_x$	$u_y$	$u_x$	$u_y$
$ \Delta x_{max} , \text{ м}$	34,2	98,3	5,8	719,4	12,6	776,5
$ \Delta y_{max} , \text{ м}$	20,7	270,6	11,1	662,6	13,5	563,2
$ \Delta \dot{x}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	8,35	81,1	0,7	193,4	2,6	185,1
$ \Delta \dot{y}_{max} , 10^{-2} \text{ м/с}$	8,57	95	0,9	73	2	65,5
$ u_{x \text{ max}} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	13,1	0	1,4	0	1,5	0
$ u_{y \text{ max}} , 10^{-5} \text{ м/с}^2$	0	150	0	160	0	110

$\Delta t$	$\frac{1}{6} t_k, (907 \text{ с})$		$\frac{1}{5} t_k, (1088 \text{ с})$		$\frac{1}{4} t_k, (1360 \text{ с})$	
	Канал управления (ось ОСК)					
	$u_x$	$u_y$	$u_x$	$u_y$	$u_x$	$u_y$
$ \Delta x(t_k) , \text{ м}$	34,2	98,3	5,8	719,4	12,6	776,5
$ \Delta y(t_k) , \text{ м}$	20,7	270,6	3,6	662,6	7,1	548,5
$ \Delta \dot{x}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	8,35	81,1	0,6	193,4	2,6	185,1
$ \Delta \dot{y}(t_k) , 10^{-2} \text{ м/с}$	8,57	95	0,5	8	2	29,2
$V_x, \text{ м/с}$	0,14	1,69	0,03	1,77	0,04	1,58
$ \Delta E(t_k) , \text{ м}^2/\text{с}^2$	600	1700	100	12500	220	13490

Из таблицы 4.12 следует, что одноканальный закон управления  $u_y$  не позволяет поддерживать инспекционное движение так как его применение приводит к увеличению разницы орбитальных энергий. Применение одноканального закона управления  $u_x$  приводит к уменьшению  $|\Delta E(t_k)|$ . Наилучший результат наблюдается при  $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$ . Достоверность полученных результатов в косвенном виде подтверждается результатами, полученными в третьей главе, которые говорят о том, что вектор управляющего воздействия должен быть сформирован в направлении местной вертикали.

Далее было проведено исследование по поддержанию инспекционного движения с помощью различных ЭРДУ которые могут быть установлены на НС SamSat-M [44, 60]. Параметры рассматриваемых ЭРДУ приведены в таблице 4.13.

Таблица 4.13 Параметры ЭРДУ для наноспутников

Модель двигателя	Производитель	Тяга, мН	Величина максимального управляющего ускорения, мм/с <sup>2</sup>
НТ	Sitael	10	2,2
RIT 10 EVO	Ariane group	5	1,1
BIT-3	Busek	1,15	0,25
СНТ	Space Flight Laboratory	1	0,22
У-М1	АО «ОКБ «Факел»	0,78	0,17
BET-1mN	Busek	0,7	0,02

Принято, что на борту НС SamSat-M установлена одна ЭРДУ способная формировать управляющие ускорение  $u_x$  только в отрицательном направлении оси  $x$  ОСК (в надир). Рассмотрен диапазон высот ОИ 300-500 км. Интервал пересчёта закона управления принимается  $\Delta t = \frac{1}{5} t_k$ , остальные исходные данные соответствуют выше проведённому исследованию. Затраты характеристической скорости и различие орбитальных энергий ОИ и НС в конечный момент времени (при наличии и отсутствии управляющего воздействия) приведены в таблице 4.14. Таблица 4.14 – Затраты  $V_x$  и значение  $|\Delta E(t_k)|$  при использовании различных ЭРДУ

$H_0$ , км	300		400		500	
ЭРДУ ( $u_{x_{max}}$ , мм/с <sup>2</sup> )	$V_x$ , м/с	$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$V_x$ , м/с	$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	$V_x$ , м/с	$ \Delta E(t_k) $ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>
RTT 10 EVO (1,1)	1,7	<b>1700</b>	0,44	1640	0,07	190
СНТ (0,22)	0,7	3140	0,32	720	0,07	190
У-М1 (0,17)	0,6	4360	0,27	<b>270</b>	0,07	190
ВЕТ-1mN (0,02)	0,1	7900	0,06	940	0,04	<b>60</b>
$u_x = 0$	-	8410	-	1440	-	330

Проведённое исследование показало принципиальную возможность поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления с учётом возможностей ЭРДУ для МКА. Из рассмотренного списка ЭРДУ МКА можно выбрать такую, которая при использовании её для поддержания инспекционного движения, позволиткратно уменьшить  $|\Delta E(t_k)|$  в зависимости от высоты орбиты ОИ.



## Выводы по четвёртой главе

В четвёртой главе получены двухканальные оптимальные законы управления на базе SDRE-и LQR-технологий. Исследована эффективность применения оптимального закона управления на базе SDRE-технологии в задаче обеспечения инспекционного движения в окрестности номинальной инспекционной траектории. Анализ показал, что закон управления на базе SDRE-технологии обеспечивает заметное уменьшение отклонений возмущённой инспекционной траектории от номинальной (что выражается разностью орбитальных энергий ОИ и МКА в конечный момент времени управляемого движения) при существенном снижении энергетических затрат на формирование управляющего воздействия. Это происходит вследствие учёта нелинейности математической модели относительного движения.

Предложенная методика была использована при формировании одноканального закона управления на базе SDRE-технологии, который с учётом возможностей существующих ЭРДУ для МКА позволяет поддерживать инспекционное движение.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты проведённого исследования:

1. В ходе проведённого численного моделирования была выявлена высокая чувствительность продолжительности пассивного инспекционного движения  $t^*$  (на котором выполняется условие допустимой деформации инспекционной траектории) к выбору начального значения аргумента широты объекта инспекции. Установлено, что продолжительность пассивного движения более 70 суток достигается при формировании инспекционной траектории в момент нахождения объекта инспекции в тех точках орбиты, где отсутствует слагаемое проекции гравитационного ускорения (отвечающее за нецентральность гравитационного поля) в радиальном направлении. При выборе инспекционных траекторий на высокоэллиптических орбитах необходимо учитывать возмущающее влияние со стороны Луны, которое может как снижать продолжительность пассивного движения, так и увеличивать его. Установлено, что погрешности в начальных параметрах движения МКА оказывают основное влияние на продолжительность пассивного инспекционного движения  $t^*$  по сравнению с другими возмущающими факторами.

2. На основе выявленных закономерностей деформации инспекционной траектории был разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции, позволяющий реализовывать длительное пассивное инспектирование на круговых орбитах и орбитах малой эллиптичности при учёте второй зональной гармоники потенциала поля притяжения.

3. На основе предложенного подхода к выбору параметров инспекционного движения на круговых и слабоэллиптических орбитах и с учётом особенностей деформации инспекционных траекторий был разработан алгоритм выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции, позволяющий реализовывать длительное пассивное инспектирование на высокоэллиптических орбитах (орбиты типа

Молния, геопереходная орбита) с учётом возмущающего воздействия со стороны Луны.

4. Разработан алгоритм выбора одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения, позволяющий поддерживать инспекционное движение с учётом особенностей МКА и учитывающий выявленные закономерности обеспечения продолжительной пассивной инспекции при влиянии второй зональной гармоники потенциала поля притяжения.

5. На основе алгоритма выбора начальных траекторных параметров относительного движения МКА и начального аргумента широты объекта инспекции и алгоритма выбора одноимпульсной коррекции на основе понятия оскулирующей траектории относительного движения предложена методика обеспечения пребывания МКА в допустимой области пространства относительно ОИ в нецентральной области притяжения Земли на протяжении длительного интервала времени.

6. Разработана методика поддержания инспекционного движения на основе алгоритма выбора оптимального непрерывного закона управления с использованием SDRE-технологии в условиях влияния атмосферного торможения. Использование оптимального закона управления на базе SDRE-технологии позволяет значительно уменьшить отклонения возмущённой инспекционной траектории от номинальной и снизить затраты характеристической скорости на поддержание инспекционного движения в близкой окрестности номинальной траектории по сравнению с применением закона управления, сформированном на базе LQR-технологии. Выполненное исследование по выбору вида квадратичного критерия качества для случая непрерывного управления подтвердило правильность подхода, основанного на минимизации отличия орбитальных энергий ОИ и МКА, которое было использовано при импульсном маневрировании. Предложенная методика была использована при реализации инспекционного движения с применением ЭРДУ МКА. В связи с тем, что МКА, как правило, имеет односопловую двигательную установку, а реализация двухканального управления

требует непрерывное изменение во времени не только величины тяги, но и её ориентации, в диссертационной работе показана возможность поддержания инспекционного движения при использовании одноканального закона управления с учётом ограничения на величину и направление приложения управляющего воздействия.

**Перспективы дальнейшей разработки темы** заключается в исследовании возможности реализации инспекционного движения с помощью предложенного в диссертационной работе подхода на орбитах навигационных космических аппаратов. При этом стоит уделить особое внимание исследованию пассивного инспекционного движения для широкого диапазона размеров номинальных инспекционных траекторий с учётом лунного притяжения, которое будет зависеть от расположения орбиты объекта инспекции в пространстве и положения Луны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключников, В. Ю. Построение кластеров малых космических аппаратов [Текст] // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2016. – Т 59. – №6. – С. 423-428.
- 1 Millan, R. M. Small satellites for space science A COSPAR scientific roadmap [Text] / R. M. Millan [and etc.] // Advances in Space Research 64. – 2019. – P. 1466 – 1517.
- 2 Фадин, И. А. Модель функционирования орбитальной системы мониторинга космической обстановки [Текст] / И. А. Фадин [и др.] // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018, – №7. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/model-funktsionirovaniya-orbitalnoy-sistemy-monitoringa-kosmicheskoy-obstanovki> (дата обращения: 02.10.2023).
- 3 Grasso, M. Design of an end-to-end demonstration mission of a Formation-Flying Synthetic Aperture Radar (FF-SAR) based on microsatellites [Text] / M .Grasso [and etc.] // Advances in Space Research 67. – 2021. – P. 3909–3923.
- 4 Bauer, F.H. Enabling Spacecraft Formation Flying through Spaceborne GPS and Enhanced Automation Technologies [Text] / F.H. Bauer [and etc.] // Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. – 1999. – P. 369-383.
- 5 Dekens, E. A satellite swarm for radio astronomy [Text] / E. Dekens [and etc.] // Acta Astronautica. – 2014. - № 102. – P. 321-331.
- 6 Bandyopadhyay, S. Review of Formation Flying and Constellation Missions Using Nanosatellites [Text] / S. Bandyopadhyay [and etc.] // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2016. - № 53. – P 567-578.
- 7 Schaub, H. J2 invariant relative orbits for spacecraft formations [Text] / H. Schaub [and etc.] // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 2001. - Volume 79. – P. 77-95.
- 8 Xu, G. In-Plane Satellite Formations in Eccentric Orbits under J2 Perturbation [Text] / G. Xu, [and etc.] // Published in IEEE Aerospace conference. - 2009. URL: [https://www.researchgate.net/publication/251884819\\_In-](https://www.researchgate.net/publication/251884819_In-Plane_Satellite_Formations_in_Eccentric_Orbits_under_J2_Perturbation)

plane\_satellite\_formation\_in\_eccentric\_orbits\_under\_J2\_perturbation

(дата обращения: 02.10.2023).

9 Sabatini, M. Special Inclinations Allowing Minimal Drift Orbits for Formation Flying Satellites [Text] / M. Sabatini, [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2008. - № 31. – P. 94-100.

10 Gurfil, P. Relative Motion Between Elliptic Orbits: Generalized Boundedness Conditions and Optimal Formation Keeping [Text] / P. Gurfil // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2005. - № 28. – P. 761-767.

11 Hamel, J. Linearized Dynamics of Formation Flying Spacecraft on a J2-Perturbed Elliptical Orbit [Text] / J. Hamel [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2007. – Volume 30. – P. 1649-1658.

12 Schaub, H. Spacecraft Formation Flying Control using Mean Orbit Elements [Text] / H. Schaub [and etc.] // The Journal of the Astronautical Sciences. – 2000. - № 48. – P. 69-87.

13 Xing, J. Satellite Formation Flight Design and Optimal Stationkeeping Considering Nonlinearity and Eccentricity [Text] / J. Xing, G. Tang, X. Xi, H. Li // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2007. - № 30. – P. 1523-1527.

14 Lane, C. Formation Design in Eccentric Orbits Using Linearized Equations of Relative Motion [Text] / C. Lane [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2006. - Volume 29. – P. 146-160.

15 Koenig, A. W. Safe spacecraft swarm deployment and acquisition in perturbed near-circular orbits subject to operational constraints [Text] / A. W. Koenig [and etc.] // Acta Astronautica. – 2018. - Volume 153. – P. 297-310.

16 Sarnoa, S. Modeling relative motion of LEO satellites at different altitudes [Text] / S. Sarnoa [and etc.] // Acta Astronautica. – 2019. - Volume 156. – P. 197-207.

17 Ivanov, D. A satellite formation to display pixel images from the sky: Mission design and control algorithms [Text] / D. Ivanov [and etc.] // Advances in Space Research. – 2022. - Volume 69. – P. 4026-4944.

18 Nebylov, A.V. Relative Motion Control of Nano-Satellites Constellation [Text] / A.V. Nebylov [and etc.] // IFAC-Papers On Line. – 2015. – Volume 48. – P. 245-250.

19 Shcherbakov, M. S. Studying problems on choosing stable orbits of nanosatellites to provide passive and periodic relative trajectories [Text] / M. S. Shcherbakov [and etc.] // Journal of Physics: Conference Series International Workshop Navigation and Motion Control 2019. - 2020. - Volume 1536. URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85085470378&origin=inward&txGid=84483ba8050ac408ca04a8f69c836065> (дата обращения: 02.10.2023).

20 Gaias, G. Impulsive Maneuvers for Formation Reconfiguration Using Relative Orbital Elements [Text] / G. Gaias, S. D'Amico // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2015. - № 38. – P. 1036-1049.

21 Palmerini, G. B. Centralized visual based navigation and control of a swarm of satellites for on-orbit servicing [Text] / G. B. Palmerini [and etc.] // Acta Astronautica. - 2020. – Volume 171. – P. 323-334.

22 Mauro, G. D. Spacecraft formation flying reconfiguration with extended and impulsive maneuvers [Text] / G. D. Mauro [and etc.] // Journal of the Franklin Institute. - 2019. – Volume 356. – P. 3474-3507.

23 Yoonhyuk, C. Impulsive formation control using orbital energy and angular momentum vector [Text] / C. Yoonhyuk [and etc.] // Acta Astronautica. - 2010. – Volume 67. – P. 613-622.

24 Ivanov, D. Study of satellite formation flying control using differential lift and drag [Text] / D. Ivanov [and etc.] // Acta Astronautica. - 2018. – Volume 152. – P. 88-100.

25 Scott, R. S. Design of a LQR controller of reduced inputs for multiple spacecraft formation flying [Text] / R. S. Scott, R. K. Yedavalli, G. Andrew // Proceedings of the American Control Conference Arlington. - 2001. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/945908> (дата обращения: 02.10.2023).

26 Schilling, K. SDRE Control with Nonlinear J2 Perturbations for Nanosatellite Formation Flying [Text] / K. Schilling [and etc.] // IFAC-PapersOnLine. - 2019. – Volume 52. – P. 448-453.

27 Palmerini, G. B. A Comparison among Classical and SDRE Techniques in Formation Flying Orbital Control [Text] / G. B. Palmerini [and etc.] // IEEE Aerospace Conference. - 2013. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6497414> (дата обращения: 02.10.2023).

28 Ming, X. Robust optimal sliding mode control for the deployment of Coulomb spacecraft formation flying [Text] / X. Ming [and etc.] // Advances in Space Research. - 2023. – Volume 71. – P. 439-455.

29 Mohammad Rasoul, K. Multi-agent Q-Learning control of spacecraft formation flying reconfiguration trajectories [Text] / K. Mohammad Rasoul [and etc.] // Advances in Space Research. - 2023. – Volume 71. – P. 1627-1643.

30 Siyuan, L. Finite-time distributed hierarchical control for satellite cluster with collision avoidance [Text] / L. Siyuan [and etc.] // Aerospace Science and Technology. - 2021. – Volume 114. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963821002601> (дата обращения: 02.10.2023).

31 Koenig, A. W. Robust and Safe N-Spacecraft Swarming in Perturbed Near-Circular Orbits [Text] / A. W. Koenig [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2018. - № 41. URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G003249> (дата обращения: 02.10.2023).

32 Tillerson, M. Distributed Coordination and Control of Formation Flying Spacecraft [Text] / M. Tillerson [and etc.] // Proceedings of the American Control Conference. - 2003. – Volume 2. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1239846> (дата обращения: 02.10.2023).

33 Parente, D. Time-Suboptimal Satellite Formation Maneuvers Using Inverse Dynamics and Differential Evolution [Text] / D. Parente [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. - 2018. - № 41. URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G003110> (дата обращения: 02.10.2023).



34 Sabatini, M. Performance and Lifetime Evaluation of a Small Satellite Formation with Limited Control and Navigation Capabilities [Text] / M. Sabatini [and etc.] // Proceedings of the International Astronautical Congress. IAC. - 2020. URL: <https://iris.uniroma1.it/handle/11573/1574912> (дата обращения: 02.10.2023).

35 Ivanov, D. Electromagnetic uncoordinated control of a ChipSats swarm using magnetorquers [Text] / D. Ivanov [and etc.] // Acta Astronautica. - 2022. – Volume 192. – P. 15-29.

36 Felicetti L. A comparison among classical and SDRE techniques in formation flying orbital [Text] / L. Felicetti [and etc.] // IEEE Aerospace Conference Proceedings. – 2013. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6497414> (дата обращения: 02.10.2023).

37 Tayfun, C. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey [Text] / C. Tayfun // IFAC Proceedings Volumes. – 2008. – Volume 41. – P. 3761-3775.

38 Chihabi, Y Hybrid Guardian Map-based adaptive control of spacecraft formation flying on highly elliptical orbits in the restricted three-body problem [Text] / Y. Chihabi [and etc.] // Acta Astronautica. – 2021. – Volume 180. – P. 370-385.

39 Hamel, J Linearized Dynamics of Formation Flying Spacecraft on a J2-Perturbed Elliptical Orbit [Text] / J. Hamel [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2007. – Volume 30. – P. 1649-1658.

40 Park, H Satellite formation reconfiguration and station-keeping using state-dependent Riccati equation technique [Text] / H. Park [and etc.] // Aerospace Science and Technology. – 2011. – Volume 15. – P. 440-452.

41 Schilling, K. SDRE Control with Nonlinear J2 Perturbations for Nanosatellite Formation Flying [Text] / K. Schilling [and etc.] // IFAC PapersOnLine. – 2019. – P 448-453.

42 Ivanov, D Satellite Relative Motion SDRE-based Control for Capturing a Noncooperative Tumbling Object [Text] / D. Ivanov [and etc.] // Conference paper 9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies. – 2019. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8767449> (дата обращения: 02.10.2023).

43 Tummala, A. An Overview of Cube-Satellite Propulsion Technologies and Trends [Text] / A. Tummala [and etc.] // Aerospace. – 2017. URL: <https://www.mdpi.com/2226-4310/4/4/58> (дата обращения: 02.10.2023).

44 Vaddi, S. Formation Flying: Accommodating Nonlinearity and Eccentricity Perturbations [Text] / S. Vaddi [and etc.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2003 – Volume 26. – P. 214-223.

45 Belokonov, I. Selection of Conditions for Ensuring Long-Term Passive Inspection in the Close Vicinity of a Spacecraft in a Highly Elliptical Orbit [Text] / I. Belokonov [and etc.] // 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2023. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10168341> (дата обращения: 02.10.2023).

46 Аппазов Р. Ф., Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли / Р. Ф. Аппазов, О. Г. Сытин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 440 с.

47 Clohessy, W., and Wiltshire, R., Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous [Text] / W. Clohessy [and etc.] // Journal of the Astronautical Sciences. – 1960. - Volume 27. – P 653–678.

48 Щербаков, М. Выбор орбитальных параметров и исследование устойчивости инспекционного движения по орбитам малой эллиптичности [текст] / М. С. Щербаков, Е. А. Ускова // Вестник молодых ученых и специалистов Самарского университета. — 2020. — № 1(16). — С. 62-69.

49 Belokonov, I. Choosing the Motion Initial Conditions, Ensuring the Technical Sustainability of Spacecraft Formation Flight [Text] / I. Belokonov [and etc.] // 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2020 - Proceedings. — 2020. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9133957> (дата обращения: 02.10.2023).

50 Константинов, М. С. Механика космического полета / М. С. Константинов, Е. Ф. Каменков, Б. П. Перелыгин, В. К. Безвербый. – М.: Машиностроение, 1987. – 408 с.

51 Белоконов, И. Стратегия импульсного маневрирования для поддержания квазипериодического инспекционного движения наноспутника [текст] / И. В. Белоконов, Е. В. Халецкая, М. С. Щербаков // Космонавтика и ракетостроение. — 2022. — № 2 (125). — С. 112-124.

52 Белоконов, И. В. Статистический анализ динамических систем (Анализ движения летательных аппаратов в условиях статистической неопределенности) / И. В. Белоконов.: Учеб. пособие. Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2001. — 64 с.

53 Щербаков, М. Исследование возможности применения оскулирующих эллипсов относительного движения в задаче инспекции космических объектов [текст] / М. С. Щербаков, С. А. Медведев // Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. — 2023. — № 2 (64). — С. 42-50.

54 Belokonov, I. Investigation of a Single-Axis Control Algorithm for the Inspection Motion of a Gravitationally Stabilized Nanosatellite [Text] / I. Belokonov, M. Shcherbakov, D. Avaryaskin // 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — 2022. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9815445> (дата обращения: 02.10.2023).

55 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. — Москва: Издательство иностранной литературы, 1960. — 400 с.

56 Салмин, В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой / В.В. Салмин. — М.: Машиностроение, 1987. — 208 с.

57 Брега, А. Командно-программное управление полетом Российского сегмента МКС [текст] / А.Н Брега, А.А. Коваленко // Космическая техника и технологии. — 2016. — №2(13). — С. 90-104.

58 Scherbakov, M. Investigation and selection of a functional in the problem of synthesis of an optimal control law providing inspection motion [Text] / M. Scherbakov, A. Ananov, D. Avaryaskin // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.— Vol. 984. Issue 1. — 2020.URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/984/1/012031> (дата обращения: 02.10.2023).

59 Belokonov, I. Development of a Single-Axis Control Law Based on SDRE-Technology for Inspection Motion of Two Nanosatellites [Text] / I. Belokonov, M. Shcherbakov // ICINS 2021 – Proceedings. – 2021. – 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS 2021). – 2021. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9470803> (дата обращения: 02.10.2023).

60 Абраменков, Г Ракетные двигатели АО «ОКБ «Факел» для космических аппаратов опыт лётного применения и новые разработки [текст] / Г.В. Абраменков, Н.М. Вертаков и другие // Космическая техника и технологии. – 2023. – №4(43). – С. 36-55.