

На правах рукописи

Чжоу Сяо

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С МАЛОЙ
ТЯГОЙ В ЗАДАЧЕ НЕКОМПЛАНАРНОГО СБЛИЖЕНИЯ С ПАССИВНЫМ
ОБЪЕКТОМ

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением
летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Самара – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет) на кафедре динамики полёта и систем управления.

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор **Ишков Сергей Алексеевич**.

Официальные оппоненты:

Петухов Вячеслав Георгиевич, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», директор научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики;

Гришко Дмитрий Александрович, кандидат физико-математических наук, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», доцент кафедры ФН-3 «Теоретическая механика» им. профессора Н. Е. Жуковского.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный технический университет», г. Омск.

Защита состоится 15 ноября 2024 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке и на сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева»: https://ssau.ru/storage/pages/6511/file_66d1bc1b6324d1.27113119.pdf

Автореферат разослан

Учёный секретарь
диссертационного совета
кандидат технических наук, доцент

Крамлих Андрей Васильевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации исследуются задачи оптимального управления движением космического аппарата (КА) с двигателем малой тяги при выполнении им орбитального пространственного сближения с пассивным объектом (сближение на некомпланарных орбитах), включая этапы фазирования, дальнего и ближнего наведения.

Актуальность темы исследования.

Задача оптимизации управления относительным движением КА имеет большое практическое значение для манёвров стыковки на околоземной орбите, задачи формирования орбитальных спутниковых группировок, задачи управления движением специальных КА, предназначенных для захвата космического мусора. Применение на таких КА двигателей малой (конечной) тяги позволит повысить эффективность решения баллистических и транспортных задач.

В качестве критериев оптимизации в задачах управления относительным движением КА обычно принимается критерий минимума общего времени перелёта (задача быстрогодействия) или минимума моторного времени (задача минимума времени работы двигательной установки) при фиксированном времени перелёта.

В трудах основоположников проектной космической баллистики Аппазова Р. Ф., Константинова М. С., Охочимского Д. Е., Сытина О. Г., Эльясберга П. Е., Clohessy W. H., Epenoy R., Geffroy S. и Wiltshire R. S. представлены теоретические основы решения задач управления относительным движением КА, разработаны математические модели относительного движения и получены частные решения для импульсного или непрерывного управления.

Для построения оптимального управления относительным движением КА с двигательной установкой конечной тяги исследователями использовались как косвенные, так и прямые методы. Косвенные методы использовались в работах Баранова А. А., Ишкова С. А., Лебедева В. Н., Миронова В. И., Салмина В. В., Яблонько Ю. П.. Чаще других в этих работах применяется принцип максимума Понтрягина, динамическое программирование Беллмана, метод неопределённых множителей Лагранжа. Прямые методы оптимизации использовались в работах Улыбышева Ю. П., Wan H. и Zhang Q. H., в которых траектория относительного движения КА разделяется на конечное число сегментов. В каждом из сегментов проводятся оптимальные коррекции.

Для решения краевой задачи, связанной с поиском оптимального управления, широко используются такие методы, как: генетические эволюционные алгоритмы (Li H. Y., Luo Y. Z., Tang G. J.), метод косвенной стрельбы (Greenwood D. T., Kern E. A.), метод коллокаций (Hargraves C. R., Paris S. W., Wang C., Zhang Q. H.), метод Ньютона (Greenwood D. T., Kern E. A.), метод гомотопии (Jiang F. H., Li J. F.).

В работе Лебедева В. Н. с использованием метода принципа максимума Понтрягина получены несколько решений различных задач оптимального управления, но регулярность и сходимости этих решений для произвольных граничных условий не обеспечены. В работах Zhang Q. H. и др. рассмотрена задача сближения в плоскости орбиты при фиксированном времени. В работах Улыбышева Ю. П. получены приближённые решения оптимального управления в задаче пространственного сближения. В работах Баранова А. А. построены алгоритмы расчёта управления с двумя – шестью включениями тяги в задаче сближения на основании теории базис-векторов.

Как показал проведённый анализ источников, задача оптимизации траекторий относительного движения с малой тягой для случая сближения космических объектов на некомпланарных орбитах ставилась редко, исследована недостаточно и является **актуальной**.

Цель исследования: разработка методики построения оптимального управления относительным движением КА с малой тягой в задаче пространственного сближения с пассивным объектом по критериям минимума общего времени перелёта и минимума моторного

времени.

Объектом исследования является оптимальное управление пространственным относительным движением КА с двигателем малой тяги.

Предметом исследования являются методики формирования номинальных оптимальных программ управления КА при свободной ориентации вектора тяги и ориентации в плоскости местного горизонта, а также перелётов с пассивными участками.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**.

1. Разработка математической модели пространственного относительного движения маневрирующего КА, инвариантной к параметрам опорной орбиты и величине ускорения от тяги.

2. Построение методик определения оптимальных программ управления. Исследование структур управления пространственным относительным движением с использованием принципа максимума Понтрягина при свободной ориентации вектора тяги по критериям быстродействия и минимума моторного времени для типовых граничных условий.

3. Получение оптимальных программ управления при ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта. Анализ степени эффективности для сокращения моторного времени по сравнению с управлением со свободной ориентацией при фиксированном общем времени.

4. Моделирование номинального управления в задаче сближения КА и пассивного объекта с учётом фазирования на этапах дальнего и ближнего наведения.

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследований**: линейная теория возмущений, методы теории оптимального управления, методы вычислительной и высшей математики.

Научная новизна полученных результатов.

В диссертации получены новые научные результаты.

1. Разработана безразмерная математическая модель с использованием параметров векового и периодического относительного движения, описывающая пространственное сближение маневрирующего КА с малой тягой и пассивного объекта на околосферических орбитах и получена оценка точности модели.

2. На основе принципа максимума Понтрягина разработана методика формирования оптимального управления пространственным относительным движением КА с малой тягой при свободной ориентации вектора тяги по критериям быстродействия и минимума моторного времени.

3. На основе принципа максимума Понтрягина разработана методика формирования оптимального управления пространственным относительным движением КА с малой тягой при ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта.

4. Разработана методика формирования номинального управления КА с двигателем малой тяги в задаче сближения с пассивным объектом, находящимся на высокой околоземной орбите с учётом фазирования на этапах дальнего и ближнего наведения.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным использованием линейной теории возмущений, классических вычислительных методов, апробированных методов теории оптимального управления и согласованностью полученных результатов с известными результатами по исследованию относительного движения КА.

Теоретическая значимость работы заключается в построении методик определения оптимального управления на основе принципа максимума Понтрягина при некомпланарном сближении КА с пассивным объектом с учётом непрерывной и дискретной малой тягой КА.

Практическая значимость работы отражена в разработанном программно-математическом обеспечении, предназначенном для формирования оптимального номинального управления относительным движением КА с малой тягой.

Апробация результатов. Основные научные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на XXV Всероссийском семинаре по управлению движением и навигацией летательных аппаратов (г. Самара, 2022 г.), Международном семинаре «Навигация и

управление движением» (г. Саратов, 2022 г.), XXVI Всероссийском семинаре по управлению движением и навигацией летательных аппаратов (г. Самара, 2023 г.).

Результаты работы опубликованы в журналах, индексируемых в базах, входящих в перечень ВАК (2 статьи) и Scopus/Web of Science (1 статья).

На защиту выносятся следующие **положения**:

1. Безразмерная математическая модель с использованием параметров векового и периодического относительного движения, описывающая пространственное сближение КА с малой тягой и пассивного объекта на околокруговых орбитах.

2. Оптимальные программы управления относительным движением по критериям быстродействия и минимума моторного времени при свободной тяге и при ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта;

3. Методики решения задачи о перелёте КА с малой тягой с низкой орбиты выведения на высокую околоземную орбиту в окрестность пассивного объекта с учётом фазирования на этапах дальнего и ближнего наведения.

Личный вклад автора. Все научные результаты и результаты, вынесенные на защиту, получены автором самостоятельно. Автором самостоятельно проведены теоретические исследования и вычислительные эксперименты, подтверждающие основные положения, выводы и рекомендации. Все публикации по работе подготовлены автором самостоятельно или при его определяющем участии.

Соответствие паспорту специальности. Полученные в работе результаты соответствуют следующим пунктам паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов: пункту 1 – Разработка и совершенствование математических моделей, используемых для описания движения и управления летательным аппаратом на различных режимах полета; пункту 8 – Синтез терминального управления движением ЛА; пункту 12 – Совершенствование методов навигации и управления движением летательных аппаратов, совершенствование баллистико-навигационного обеспечения полёта летательных аппаратов. Разработка новых методов оптимизации состава навигационных измерений и методов планирования навигационных измерений. Разработка методов оптимальной обработки навигационной информации.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка сокращений, списка литературы (71 наименование). Объём работы составляет 113 страниц, содержит 30 рисунков и 12 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводятся характеристики решаемых задач, обосновывается актуальность темы, формулируется цель диссертационного исследования. Отмечены новизна и практическое значение работы, даны сведения о публикациях и апробации работы.

В первой главе проводится аналитический обзор известных работ в области управления относительным движением КА. Особое внимание уделяется методами оптимизации траектории относительного движения.

Исходные нелинейные уравнения относительного движения двух КА, маневрирующего (индекс 2, КА2) и пассивного (индекс 1, КА1) в цилиндрической системе координат, начало которой находится в КА1 (рисунок 1), имеют вид [1]:

[1] Константинов М. С., Каменков Е. Ф., Перельгин Б. П., и др. Механика космического полета. М.: Машиностроение, 1989.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{r} &= \Delta V_r, & \Delta \dot{V}_r &= \frac{V_{u2}^2}{r_2} - \frac{V_{u1}^2}{r_1} - \mu \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) + a_S, \\ \Delta \dot{u} &= \frac{V_{u2}}{r_2} - \frac{V_{u1}}{r_1}, & \Delta \dot{V}_u &= -\frac{V_{r2} V_{u2}}{r_2} + \frac{V_{r1} V_{u1}}{r_1} + a_T, \\ \Delta \dot{z} &= \Delta V_z, & \Delta \dot{V}_z &= -\frac{\mu}{r_2^3} z_2 + \frac{\mu}{r_1^3} z_1 + a_W. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь: r_i – радиус-вектор ($i = 1, 2$); u_i – аргумент широты; z_i – боковое смещение; V_{ir}, V_{iu}, V_{iz} – составляющие скорости в радиальном, трансверсальном и нормальном направлениях; μ – гравитационный параметр; символом Δ обозначена разность параметров движения маневрирующего КА2 и пассивного КА1; a_T, a_S, a_W – ускорения от тяги КА2 в трансверсальном, радиальном и боковом направлениях.

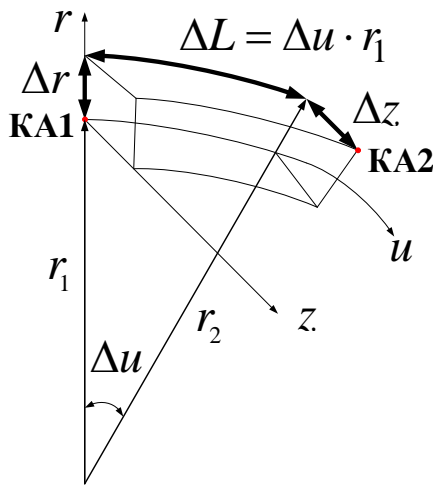


Рисунок 1 – Схема цилиндрической системы координат

Принимаются следующие допущения:

1. Начальное расстояние между центрами масс КА1 и КА2 мало относительно величины радиус-вектора КА1.
2. Орбита КА1 является круговой или слабо эллиптической с эксцентриситетом $e < 0.01$.
3. Ускорение тяги КА2, отнесённое к гравитационному ускорению на орбите КА1, менее чем 10^{-4} . Масса КА1 и КА2 постоянны. Расход топлива не учитывается.
4. Относительное движение рассмотрено в центральном гравитационном поле и влияние возмущающих сил не учитывается.

После линеаризации системы уравнений (1) и на основании анализа характера движения относительное движение разделяется на вековое, описываемое переменными Δr_{cp} и ΔL_{cp} , и периодическое, описываемое переменными l, φ, l_z и φ_z (рисунок 2). Построены уравнения относительного движения в этих вековых и периодических переменных [2].

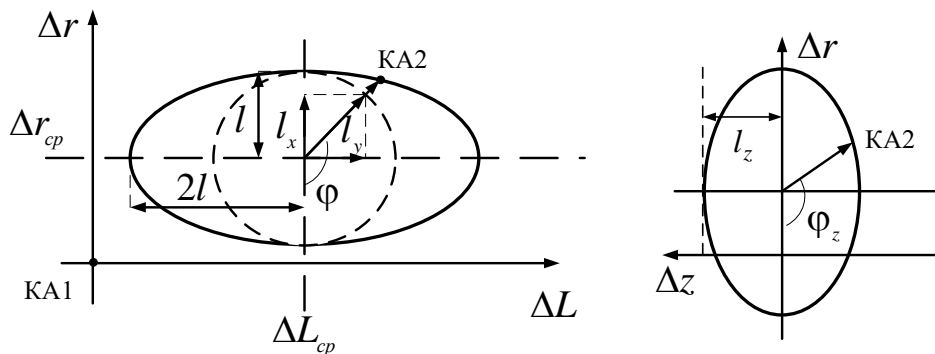


Рисунок 2 – Вековые и периодические переменные относительного движения [3]

Здесь Δr_{cp} – среднее смещение вдоль радиуса орбиты; ΔL_{cp} – среднее смещение вдоль орбиты; l – малая полуось эллипса относительного движения КА в продольной плоскости; l_z –

[2] Эльясберг П. Е. Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.

[3] Ишков С. А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на около-круговых орбитах // Космические исследования. 1992. Т. 30. № 2. С. 165-179

амплитуда колебаний в боковой плоскости; φ, φ_z – углы, характеризующие положение КА2 на эллипсе относительного движения; $l_x = l \cos(\varphi)$, $l_y = l \sin(\varphi)$, $l_{zx} = l_z \cos(\varphi_z)$ и $l_{zy} = l_z \sin(\varphi_z)$ – периодические составляющие относительного движения.

Для получения универсальных программ управления, уравнения для этих переменных записаны в безразмерном виде, не имеющем вычислительных особенностей:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\bar{r}}_{cp} &= \delta \cos(\alpha) \cos(\beta), & \Delta \dot{\bar{L}}_{cp} &= -1,5 \Delta \bar{r}_{cp} - \delta \sin(\alpha) \cos(\beta); \\ \dot{\bar{l}}_x &= \delta \cos(\alpha) \cos(\beta) - \bar{l}_y, & \dot{\bar{l}}_y &= \frac{\delta \sin(\alpha) \cos(\beta)}{2} + \bar{l}_x; \\ \dot{\bar{l}}_{zx} &= \frac{\delta \sin(\alpha) \sin(\beta)}{2} - \bar{l}_{zy}, & \dot{\bar{l}}_{zy} &= \bar{l}_{zx}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь α – угол отклонения вектора тяги от трансверсального направления; β – угол отклонения тяги от плоскости орбиты; $\delta \in \{0, 1\}$ – функция переключения, $\delta = 1$ соответствует включённой тяге, а $\delta = 0$ соответствует выключенной тяге (пассивный участок); Символом « $\bar{\cdot}$ » обозначены безразмерные фазовые координаты.

Переход от размерных переменных к безразмерным осуществляется по формулам:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}}{K}, \quad \bar{t} = \lambda t, \quad K = \frac{2a}{\lambda^2}. \quad (3)$$

Здесь: \mathbf{X} – вектор состояния, $\mathbf{X} = [\Delta r_{cp}, \Delta L_{cp}, l_x, l_y, l_{zx}, l_{zy}]^T$; a – ускорение от тяги КА2,

$a = \sqrt{a_S^2 + a_T^2 + a_W^2}$ принимается постоянным; λ – средняя угловая скорость КА1 на орбите; t – размерное время.

Постановка задачи заключается в определении оптимального управления:

1) по критерию быстродействия:

$$u_{OPT} = \arg \min_{u \in U} [\bar{t}_f \mid \bar{\mathbf{X}}(0) = \bar{\mathbf{X}}_0, \bar{\mathbf{X}}(\bar{t}_f) = 0]; \quad (4)$$

2) по критерию минимума моторного времени:

$$u_{OPT} = \arg \min_{u \in U} [\bar{t}_{mot} \mid \bar{\mathbf{X}}(0) = \bar{\mathbf{X}}_0, \bar{\mathbf{X}}(\bar{t}_f) = 0, \bar{t}_f = \bar{t}_{f_{зад}}], \quad (5)$$

где \bar{t}_f – конечное (общее) время; \bar{t}_{mot} – моторное время, $\dot{\bar{t}}_{mot} = \delta$; $\bar{t}_{f_{зад}}$ – заданное конечное время; u_{OPT} – оптимальное управление; u – управление КА2; U – область допустимых управлений КА2; $\bar{\mathbf{X}}(0)$, $\bar{\mathbf{X}}(\bar{t}_f)$ – граничные условия (ГУ).

Во второй главе решаются задачи о поиске оптимального управления с применением принципа максимума Понтрягина по критериям минимума общего времени (быстродействию) и минимума моторного времени при свободном векторе тяги.

Гамильтониан системы (2) имеет вид:

$$H = \Psi \cdot \dot{\bar{\mathbf{X}}} + \Psi_m \delta, \quad (6)$$

где $\Psi = [\Psi_{\Delta r_{cp}}, \Psi_{\Delta L_{cp}}, \Psi_{l_x}, \Psi_{l_y}, \Psi_{l_{zx}}, \Psi_{l_{zy}}]$ – сопряжённые переменные, аналитические решения для изменения которых имеют вид:

$$\begin{aligned}
\Psi_{\Delta r_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta r_{cp0}} + 1.5t\Psi_{\Delta L_{cp0}}, \\
\Psi_{\Delta L_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp0}}, \\
\Psi_{l_x}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \cos\left(t + \arctg\left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}}\right)\right), \\
\Psi_{l_y}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \sin\left(t + \arctg\left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}}\right)\right), \\
\Psi_{l_{zx}}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{zx0}}^2 + \Psi_{l_{zy0}}^2} \cos\left(t + \arctg\left(\frac{\Psi_{l_{zy0}}}{\Psi_{l_{zx0}}}\right)\right), \\
\Psi_{l_{zy}}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{zx0}}^2 + \Psi_{l_{zy0}}^2} \sin\left(t + \arctg\left(\frac{\Psi_{l_{zy0}}}{\Psi_{l_{zx0}}}\right)\right).
\end{aligned} \tag{7}$$

Из необходимых условий максимума Гамильтониана определяются оптимальные углы управления α и β :

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha_{\text{опт}}) &= \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, & \cos(\alpha_{\text{опт}}) &= \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \\
\sin(\beta_{\text{опт}}) &= \frac{\Psi_{l_{zx}}}{\sqrt{\Psi_{l_{zx}}^2 + 4(A^2 + B^2)}}, & \cos(\beta_{\text{опт}}) &= \frac{4(A^2 + B^2)}{\sqrt{\Psi_{l_{zx}}^2 + 4(A^2 + B^2)}},
\end{aligned} \tag{8}$$

где $A = \frac{\Psi_{l_y}}{2} - \Psi_{\Delta L_{cp}}$, $B = \Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}}$.

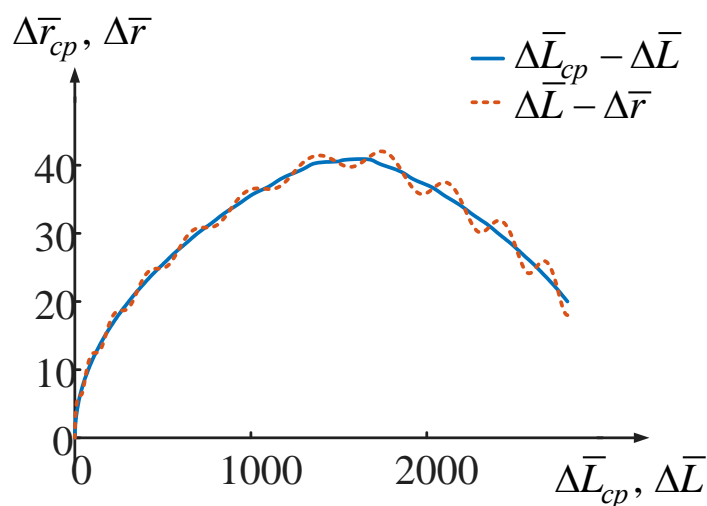
Таким образом, задача о поиске оптимального управления для уравнений относительного движения (2), управления (8) и уравнений сопряженных переменных (7) с граничными условиями (4), (5) сводится к двухточечной краевой задаче.

Расчёт оптимального управления и соответствующих траекторий для критерия быстродействия выполнен при трёх типовых вариантах граничных условий, представленных в табл. 1 в безразмерной форме: 1) доминирование требования коррекции малой полуоси относительного движения \bar{l}_0 (ГУ-1); 2) доминирование требования коррекции амплитуды боковых колебаний \bar{l}_{z0} (ГУ-2); 3) доминирование требования коррекции векового движения $\Delta\bar{r}_{cp0}$ и $\Delta\bar{L}_{cp0}$ (ГУ-3). Начальные фазовые углы φ_0 и φ_{z0} приняты равными нулю.

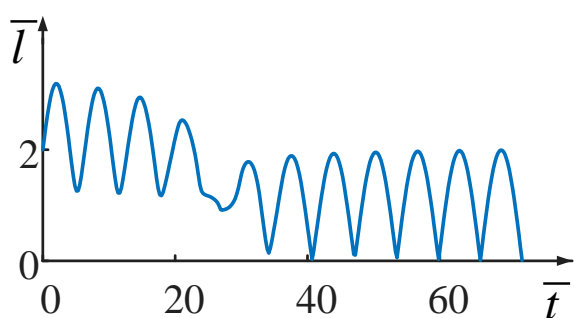
Таблица 1 – Типовые граничные условия задач

Начальные граничные условия	$\Delta\bar{r}_{cp0}$	$\Delta\bar{L}_{cp0}$	\bar{l}_0	\bar{l}_{z0}
1	2	140	10	2
2	2	140	2	10
3	20	2800	2	10

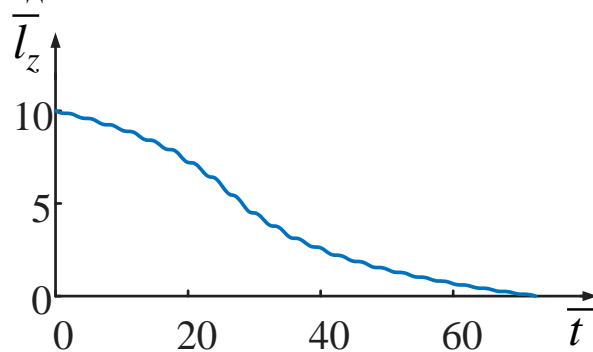
На рисунке 3 показано оптимальное управление и траектория для граничного условия 3 таблицы 1.



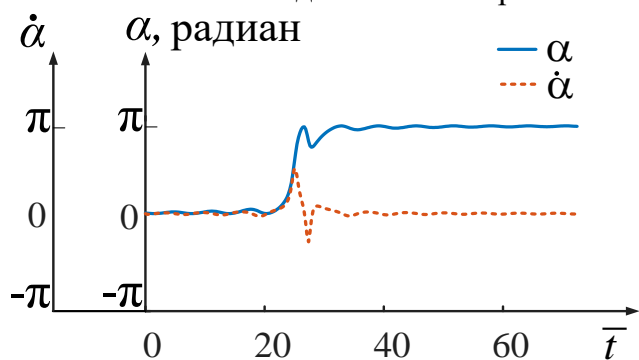
а) Траектория векорного движения



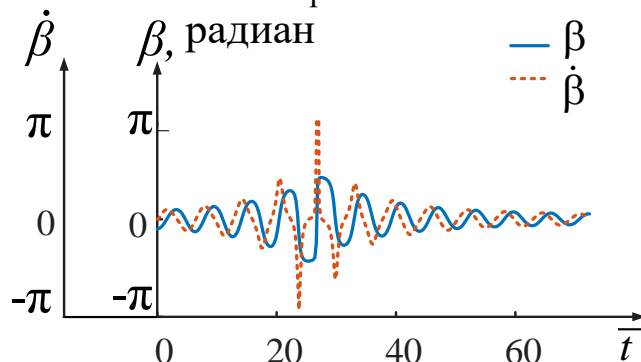
б) Зависимость малой полуоси эллипса относительного движения от времени



в) Зависимость амплитуды боковых колебаний от времени



г) Зависимость угла отклонения тяги от трансверсального направления в плоскости орбиты α и его производная от времени



д) Зависимость угла отклонения тяги от плоскости орбиты β и его производная от времени

Рисунок 3 – Полученное оптимальное управление (г, д) и траектория движения (а, б, в) для граничного условия 3 со свободной ориентацией вектора тяги

По результатам расчётов можно заключить, что 1) оптимальное управление имеет сложную структуру при разных типовых граничных условиях и обычно состоит из несколько характерных областей; 2) разработанная методика получения оптимальной программы управления имеет хорошую сходимость и может использоваться в задаче сближения для любых граничных условий.

Проведены параметрические исследования влияния фаз φ и φ_z и начальных значений l и l_z на минимальное время сближения для типовых граничных условий, представленных в таблице 1.

Определены оптимальные программы управления по критерию минимума моторного

времени при фиксированном общем времени перелёта с теми же граничными условиями (см. таблицу 1). На рисунке 4 показано оптимальное управление (углы направления тяги и функция переключения) для граничных условий 1 по таблице 1.

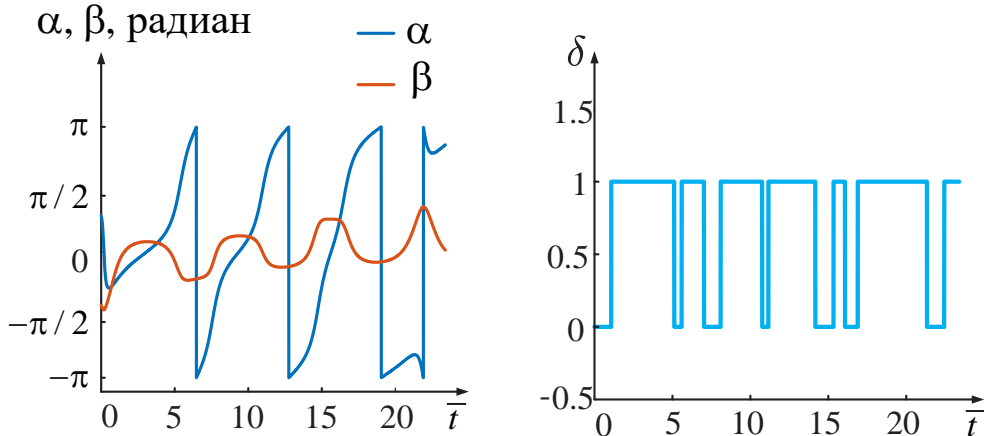


Рисунок 4 – Оптимальные управления (углы α и β) и функция переключения δ для ГУ 1

Применение метода гомотопии для решения задачи о поиске оптимального управления при сближении по критерию минимума моторного времени обеспечивает хорошую сходимость краевой задачи для любых граничных условий.

В третьей главе представлена методика определения оптимального управления для варианта ориентации тяги в плоскости местного горизонта по критериям быстродействия и минимума моторного времени. Такое управление является одноканальным, что проще с точки зрения практической реализации. Направление тяги определяется переменными $\delta_T = \cos(\alpha)$; $\delta_S = 0$; $\delta_W = \sin(\alpha)$. Здесь: $[\delta_T, \delta_S, \delta_W] = [a_T, a_S, a_W] / a$; α – угол отклонения тяги от плоскости орбиты. Уравнения относительного движения в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\bar{r}}_{cp} &= \cos(\alpha), & \Delta \dot{\bar{L}}_{cp} &= -1,5 \Delta \bar{r}_{cp}, \\ \dot{\bar{l}}_x &= \cos(\alpha) - \bar{l}_y, & \dot{\bar{l}}_y &= \bar{l}_x, \\ \dot{\bar{l}}_{zx} &= \frac{\sin(\alpha)}{2} - \bar{l}_{zy}, & \dot{\bar{l}}_{zy} &= \bar{l}_{zx}. \end{aligned} \quad (9)$$

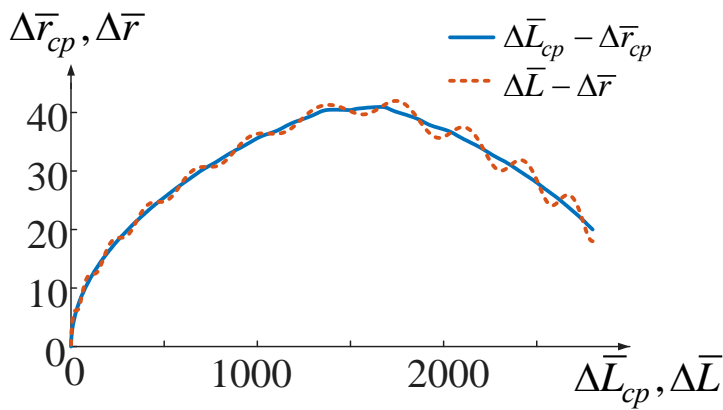
Гамильтониан системы уравнений (9) можно записать:

$$\begin{aligned} H &= \Psi_{\Delta r_{cp}} \delta \cos(\alpha) - 1,5 \Psi_{\Delta L_{cp}} \Delta \bar{r}_{cp} + \Psi_{l_x} (\delta \cos(\alpha) - \bar{l}_y) + \Psi_{l_y} \bar{l}_x + \\ &+ \Psi_{l_{zx}} \left(\frac{\delta \sin(\alpha)}{2} - \bar{l}_{zy} \right) + \Psi_{l_{zy}} \bar{l}_{zx} + \Psi_m \delta. \end{aligned} \quad (10)$$

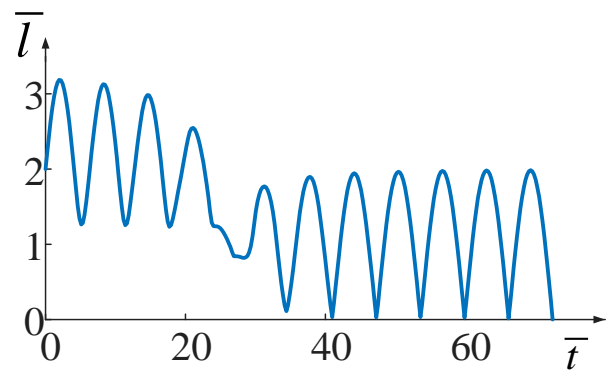
Из необходимых условий максимума Гамильтониана оптимальный угол управления α

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_{opt}) &= \frac{\Psi_{l_{zx}}}{\sqrt{\Psi_{l_{zx}}^2 + 4(\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})^2}}, \\ \cos(\alpha_{opt}) &= \frac{2(\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})}{\sqrt{\Psi_{l_{zx}}^2 + 4(\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})^2}}. \end{aligned} \quad (11)$$

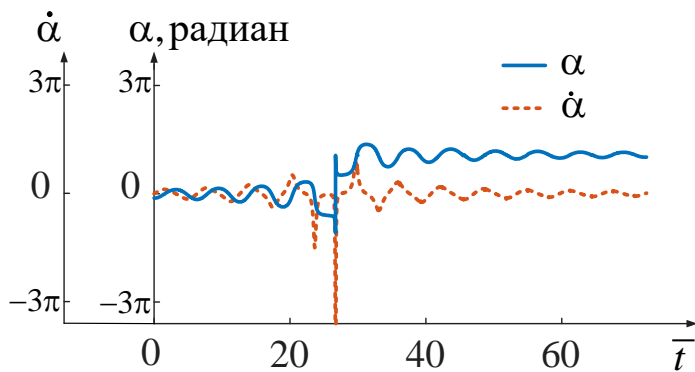
Для тяги, лежащей в плоскости местного горизонта выполнен расчёт оптимальных траекторий для критерия быстродействия при типовых граничных условиях, представленных в таблице 1. На рисунке 5 показано оптимальное управление и траектория движения для ГУ 3.



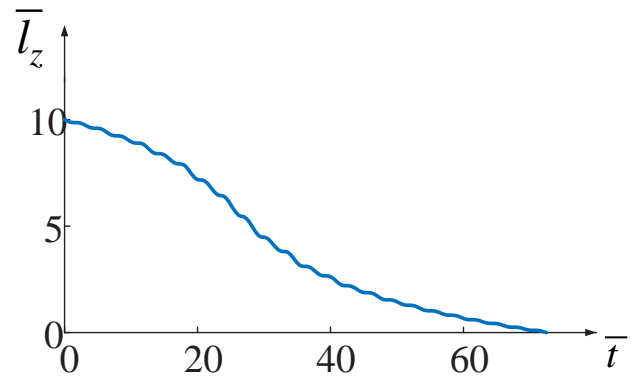
а) Траектория векового движения



б) Зависимость малой полуоси от времени



в) Зависимость угла отклонения тяги от плоскости орбиты α и его производная от времени



д) Зависимость амплитуды боковых колебаний от времени

Рисунок 5 – Оптимальное управление (в) и траектория движения (а, б, д) для ГУ 3 (табл.1) с вектором тяги, лежащим в плоскости местного горизонта

Результаты расчёта показывают:

- 1) для случая ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта оптимальная траектория похожа на оптимальную траекторию, полученную для свободной ориентации вектора тяги;
- 2) управление с ориентацией вектора тяги в плоскости местного горизонта в некоторых случаях требует вращения маневрирующего космического аппарата только вокруг одной оси, но с большей угловой скоростью.

Проведён анализ степени неоптимальности управления по критерию быстродействия при ограничении ориентации тяги при типовых ГУ, результаты которого показаны в безразмерном виде в таблице 2.

Таблица 2 – Степень неоптимальности управления при ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта по затратам времени

Начальные граничные условия (ГУ)	1	2	3
Свободное управление	20,24	31,80	72,43
Управление с ограничением	23,22	31,84	72,48
Степень не оптимальности	14%	0,12%	0,06%

На рисунке 6 показана зависимость моторного времени перелёта от общего времени при типовых граничных условиях для случая свободной ориентации вектора тяги и вектора тяги, лежащей в плоскости местного горизонта.

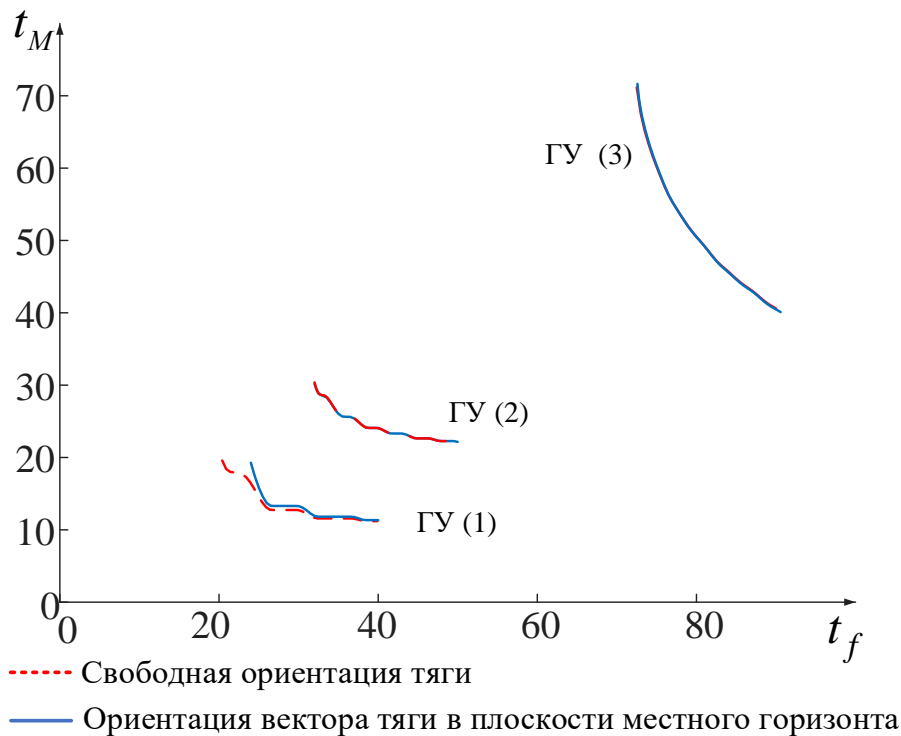


Рисунок 6 – Зависимости моторного времени t_M от общего времени t_f

Максимальное отличие по затрате времени при учёте ограничения на ориентацию тяги возникает при доминировании требования коррекции малой полуоси относительного движения (ГУ-1).

В четвертой главе рассмотрена задача о некомпланарном перелёте маневрирующего КА (КА2) с двигателем малой тяги, с околокруговой орбиты выведения в окрестность пассивного КА (КА1), находящегося на более высокой орбите.

На основе проведённого моделирования перелёта с использованием исходной нелинейной модели (1) разработана методика формирования номинального управления:

1. Траектория делится на 3 участка: а) участок формирования большой полуоси орбиты КА2 (А) близкой (несколько меньшей) большой полуоси орбиты КА1; б) участок фазирования, на котором решается задача удовлетворения условия по взаимному фазовому положению КА1 и КА2; в) участок точного наведения, на котором происходит точное приведение КА2 в близкую окрестность КА1 (рисунок 7).

2. Управление вектором тяги на участке формирования большой полуоси осуществляется в плоскости орбиты либо по тангенциальному, либо по трансверсальному направлению.

3. Рассчитывается участок фазирования для уменьшения начального фазового рассогласования между КА1 и КА2.

4. После окончания участка фазирования необходимо уменьшать рассогласование по большей полуоси в соответственной выбранной программой управления вектором тяги.

5. После достижения определённого значения Δr_{cp} , что соответствует началу участка точного наведения, осуществляется предварительная коррекция l и l_z в соответствии с выбранной программой.

6. Начало участка точного наведения должно соответствовать необходимому значению ΔL_{cp} , чтобы обеспечить необходимую плавную стыковку участка точного наведения и участка причаливания.

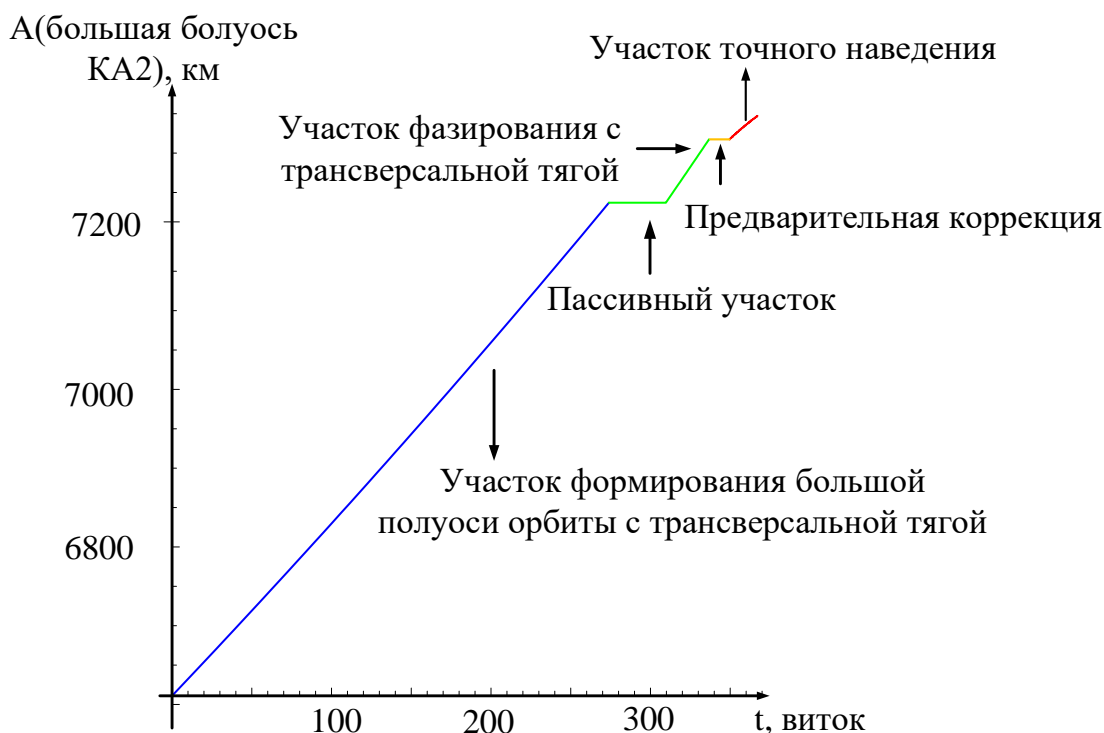


Рисунок 7 – Зависимость большей полуоси орбиты КА2 от витка

Для начальных значений параметров орбит КА1 и КА 2 (таблица 3) выполнено сквозное моделирование движения КА2 на всех участках перелёта в окрестность КА1. Ускорение от тяги КА2 принималось постоянным, равным $a = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

Таблица 3 – Начальные значения орбитальных параметров КА1 и КА2

Параметр	КА1	КА2
большая полуось, км	7347,5	6611
эксцентриситет	0,002	0
аргумент широты, град	0	42,39
истинная аномалия, град	0	0
наклонение, град	82,9	82,85
долгота восходящего узла, град	7,11	7,12

Приведены расчёты затрат времени перелёта на все участки перелёта КА2 на нелинейной модели (1).

Таблица 4 – Затраты времени по участкам для выбранных параметров перелёта

Наименование участка	Затрата времени на перелёт на каждом участке, суток	Начальный вектор состояния для каждого участка, км					
		Δr_{cp}	ΔL_{cp}	l_x	l_y	l_{zx}	l_{zy}
Участок формирования большой полуоси	19,88	-676,10	5804,8	44,90	-0,002	-3,8	-4,91
Участок фазирования	7,65	-109,23	-69791	-13,70	3,53	-0,58	6,41
Предварительная коррекция	0,62	-1,50	-261,95	14,29	-5,05	6,16	-1,61

	Коррекция малой полуоси	0,69	-1,52	-141,26	-15,20	0	0,15	-0,15
Участок точного наведения		0,06	-1,43	-6,43	0,02	-0,41	0,05	0,14
Окончание участка точного наведения		28,9	0	-0,37	-0,01	0	0	0

Последняя строка таблицы 4 характеризует общие затраты на выполнение всей транспортной операции и точность выполнения граничных условий. На рисунке 8 показана траектория относительного движения на нелинейной модели (1) на участке фазирования с коррекцией l и l_z на пассивном участке.

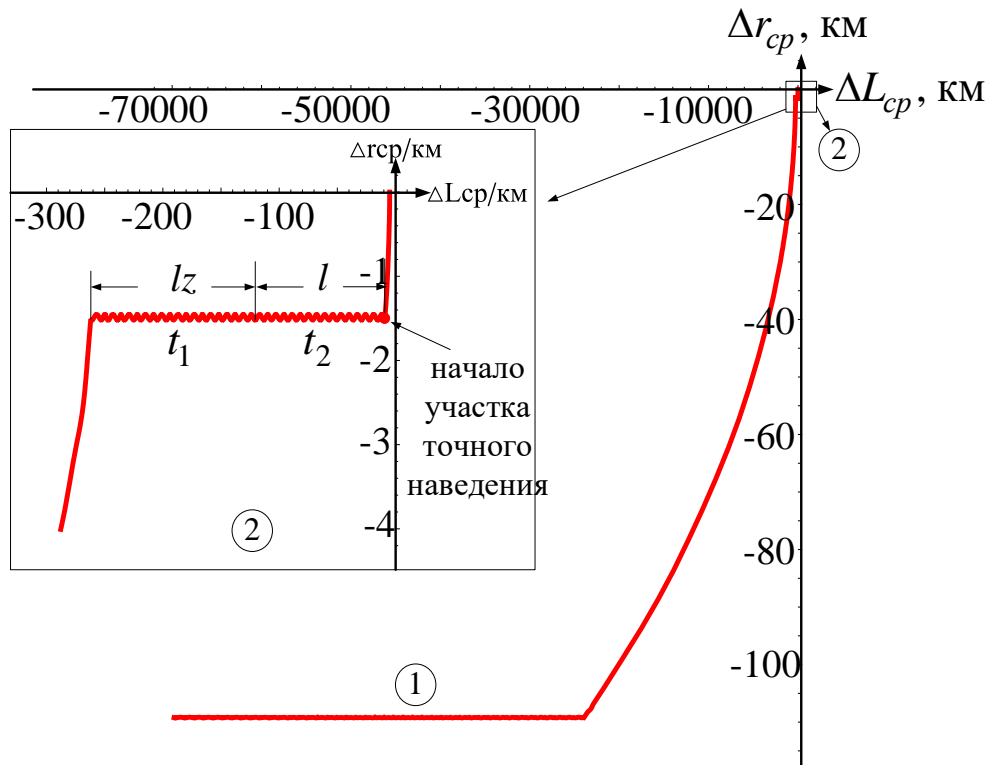


Рисунок 8 – Траектория на участке фазирования

На рисунке 9 показаны изменения l и l_z на этапе коррекции, рассчитанные на нелинейной (1) и линейной модели (2). На рис. 10 показано изменение параметров относительного движения на заключительном этапе сближения по виткам для нелинейной и линейной модели.

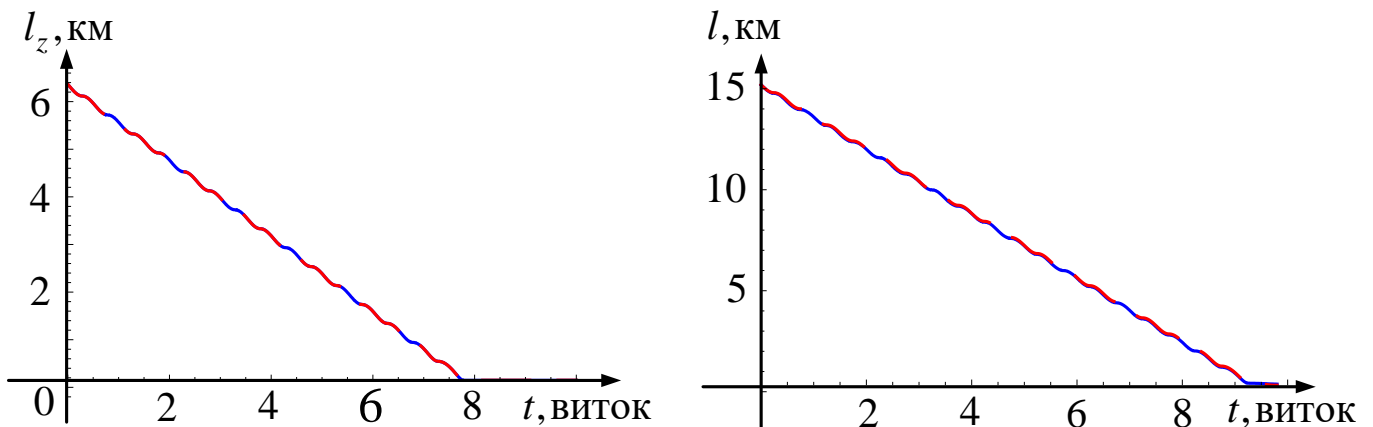


Рисунок 9 – Зависимости l и l_z по виткам на этапе коррекции

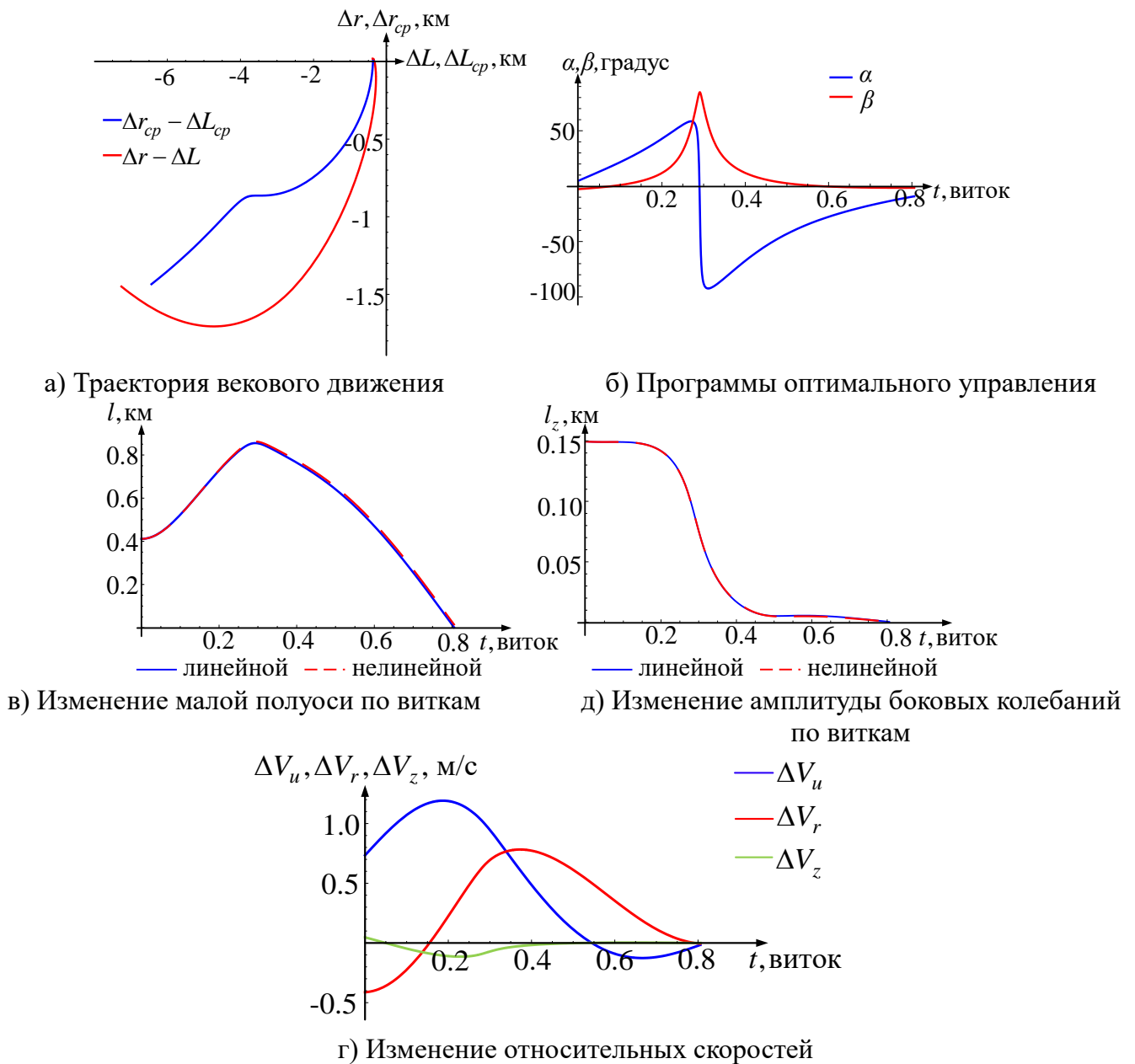


Рисунок 10 – Изменение параметров относительного движения на заключительном этапе сближения

Получена точность линейной модели при решении краевой задачи на заключительном участке. Построена допустимая область для начальных граничных условий в окрестности пассивного объекта для использования линейной модели.

Результаты проведённого моделирования показывают, что разработанная методика формирования номинального управления может быть использована для перелётов КА с малой тягой на этапах дальнего и ближнего наведения на пассивный объект.

В заключении приведены основные результаты исследования

1. Разработана безразмерная математическая модель пространственного относительного движения космического аппарата, инвариантная к параметрам опорной орбиты и величине ускорения от тяги маневрирующего космического аппарата, которая позволяет получить универсальные решения задачи построения пространственного номинального оптимального управления, зависящее только от безразмерных граничных условий сближения.

2. С использованием принципа максимума Понтрягина построены оптимальные программы управления со свободной ориентацией вектора тяги по критериям быстродействия и минимума моторного времени для трёх типовых граничных условий.

3. Применены метод Ньютона и метод гомотопии для решения краевой задачи. Результаты расчёта показали, что такие методы имеют хорошую сходимость для задачи сближения.

4. Проанализированы влияния начальных значений относительной фазы КА и значений начальных периодических переменных на продолжительность сближения КА.

5. Получены оптимальные программы управления для случая ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта. Проведен анализ характера угловой скорости оптимального управления и степени неоптимальности полученного управления в зависимости от начальных граничных условий. Сравнение результатов расчёта программ управления показало, что максимальное отличие по затрате времени при учёте ограничения на ориентацию тяги возникает при доминировании требования коррекции малой полуоси относительного движения.

6. Разработана методика формирования номинального управления КА с двигателем малой тяги, в задаче сближения с пассивным объектом, находящимся на высокой околоземной орбите с введением участка фазирования.

7. Показана необходимость введения упреждающих точек и предварительных коррекций, обеспечивающих необходимую плавную стыковку участка точного наведения и участка причаливания. Получена оценка точности линейной модели в задаче сближения КА с пассивным объектом при решении краевой задачи на заключительном участке.

Список опубликованных работ по теме диссертации в изданиях, рекомендованных ВАК России и цитируемых в базе данных Scopus:

1. **Чжоу, С.** Оптимальное управление относительным движением космического аппарата по критерию быстродействия на околокруговых орбитах / С. **Чжоу**, С. А. Ишков, Г. А. Филиппов // Вестник Московского авиационного института.- 2023. - Т. 30. № 3. - С. 2-12.
2. Ishkov, S.A. Pareto-optimal control of relative motion in the orbital maneuvering problem of spacecraft with finite thrust; [帕累托 -有限推力航天器轨道机动问题中相对运动的最优控制] / S.A. Ishkov, G.A. Filippov, X. Zhou, etc.// Xibei Gongye Daxue Xuebao/Journal of Northwestern Polytechnical University. — 2023. — Т. 41. Вып. 3. № 3. — С. 529-536.
3. **Чжоу, С.** Оптимальное управление в задаче орбитального аппарата с ограниченной малой тягой / С. **Чжоу**, С. А. Ишков, Г. А. Филиппов // Вестник Московского авиационного института. - 2024. - Т. 31. № 1. - С. 204-214.

В прочих изданиях:

1. Ишков, С.А. Выбор номинальной программы управления сближением сервисного космического аппарата с космическим мусором. / С.А. Ишков, С. **Чжоу**, Г.А. Филиппов, П.В. Фадеенков // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXVI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: Самара, 14-16 июня 2023 г. – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – С.27-33.
2. **Чжоу, С.** Применение метода коллокации и гомотопии в задаче об оптимальном управлении при сближении космических аппаратов./ С. **Чжоу** //Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXVI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов : Самара, 14-16 июня 2023 г. – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – С.83-91.