

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный технический университет»

На правах рукописи

Бражникова Александра Максимовна

**Методика компьютерного моделирования динамики  
роликовых подшипников с учетом изнашивания**

1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
д.т.н., профессор  
Клебанов Яков Мордухович

Самара –2025

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ОБЛАСТИ ДИНАМИКИ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ	12
1.1. Динамические модели	12
1.1.1. Учет неравномерности напряженно-деформированного состояния в контактах	15
1.1.2. Проскальзывание	19
1.1.3. Контактная гидродинамика	22
1.1.4. Условие заедания	29
1.2. Динамика и износ подшипников качения	31
1.3. Выводы по главе 1	44
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ С УЧЕТОМ ИЗНАШИВАНИЯ	45
2.1. Условия динамики движения деталей подшипника	47
2.2. Учет гидродинамического трения и условия заедания	61
2.3. Сопоставление экспериментальных и расчетных данных по проскальзыванию в роликовом подшипнике	70
2.4. Особенности учета износа при динамическом моделировании роликовых подшипников	74
2.4.1. Прямой расчет износа при гидродинамическом контакте	76
2.4.2. Расчет износа по усредненным параметрам	77
2.5. Многоцикловая усталость сепаратора	79
2.6. Выводы по Главе 2	81
ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ	83
3.1. Цилиндрические роликовые подшипники	83
3.1.1. Цилиндрический роликовый подшипник типоразмера 2002834	84
3.1.1.1 Основные силовые и кинематические характеристики, получаемые из динамического расчета	87

3.1.1.2 Влияние параметров внутренней геометрии на силу между роликами и сепаратором -----	93
3.1.1.3 Влияние параметров внутренней геометрии на силу между торцами роликов и бортов внутреннего кольца -----	99
3.1.1.4. Влияние угловой скорости центра масс сепаратора на особенности взаимодействия сепаратора и внутреннего кольца-----	101
3.1.1.5 Износ в контакте ролика и осевой перемишки сепаратора-----	104
3.1.1.6 Износ цилиндрических поверхностей ролика и внутренней дорожки качения -----	111
3.1.1.7 Износ торцов ролика и борта внутреннего кольца-----	115
3.1.1.8 Многоцикловая усталость сепараторов-----	124
3.1.2 Динамика роликового подшипника типоразмера 1032930 на режиме запуска двигателя -----	129
3.2. Конический роликовый подшипник -----	133
3.2.1. Динамика конического роликового подшипника-----	135
3.2.2. Износ в контакте торца ролика и бортом внутреннего кольца -----	142
3.2.3. Износ в контакте ролика и дорожки качения -----	147
3.2.4. Динамическое моделирование с учетом износа-----	151
3.3. Выводы по Главе 3 -----	153
ЗАКЛЮЧЕНИЕ-----	156
ОБОЗНАЧЕНИЯ -----	159
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ -----	164
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 -----	195

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования**

Широкое распространение роликовых подшипников обусловлено их неоспоримыми преимуществами такими, как высокая грузоподъемность, компактность, возможность установки подшипников с короткими цилиндрическими роликами в высокоскоростные опоры, простота монтажа в случае их разъемной конструкции и другие. Применение роликовых подшипников отражает многолетнюю практику успешного использования их высоких технических характеристик для повышения эффективности оборудования различных производств, транспортных средств, энергетики, аэрокосмической, сельскохозяйственной, строительной и добывающей техники.

Одним из условий постоянного увеличения эксплуатационных возможностей подшипников является совершенствование применяемых для их проектирования расчетных методов. Моделирование динамики работы подшипника применительно к конкретным условиям эксплуатации позволяет наиболее полно и точно определить его внутреннюю геометрию, подобрать необходимые материалы и условия изготовления.

Моделирование динамического поведения роликовых подшипников должно быть ориентировано на решение важных прикладных задач, к которым относятся ограничение проскальзывания и исключение заедания, учет и минимизация износа, обеспечение долговечности не только колец и роликов, но и сепаратора, распространение полноценного динамического моделирования на новые типы подшипников, как, например, на многорядные конические подшипники. Решение этих задач предполагает разработку и реализацию комплексных моделей динамики и связанных с ней процессов, описывающих движение и взаимодействие деталей в роликовых подшипниках, а также процессы их изнашивания, заедания и усталости.

Проскальзывание и вызванное им заедание в роликовых подшипниках оказывает существенное влияние на их работоспособность. В этой связи

особенно актуальным является определение критической для наступления заедания величины относительного скольжения в соответствии с особенностями гидродинамического контактного взаимодействия роликов и дорожек качения.

Рассматриваемая в диссертации методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания принимает в расчет влияние вызванных износом изменений геометрии и свойств контактных поверхностей на движение и взаимодействие деталей подшипника и влияние движения и взаимодействия деталей на скорость износа. Для расчета скорости износа используются эффективные методы, основанные на известной и прошедшей верификацию математической модели износа.

Усталостная долговечность сепараторов роликовых подшипников, находящихся под действием динамических нагрузок со стороны роликов и опорного кольца, во многом зависит от наличия твердых неметаллических включений в металле сепаратора. В работе впервые прямо учитывается влияние такого включения.

Многомассовая динамическая модель двухрядного роликоподшипника со связями прерывистого действия и гидродинамическим контактным взаимодействием деталей позволяет учесть влияние несоосности колец подшипника, саморазогрев масляной пленки и оценить возможность заедания в контакте. В результате моделирования изучен ряд эффектов, которые не наблюдаются в однорядных подшипниках: периодические осевые смещения внутреннего кольца, некруглость траектории движения его центра, синхронизация угловых скоростей сепараторов.

Изложенное свидетельствует о высокой научной и прикладной актуальности разработки и реализации комплексных моделей динамики роликовых подшипников.

**Объектом исследования** являются методы и математический инструментарий задач моделирования динамики и связанных с ней процессов в роликовых подшипниках при их эксплуатации.

**Предметом исследования** являются роликовые подшипники и, в частности, радиальные цилиндрические роликовые подшипники и конические роликовые подшипники.

**Целью диссертационной работы** является обеспечение требуемой долговечности роликовых подшипников на основе комплексного моделирования динамики и связанных с ней процессов, возникающих при эксплуатации.

1. Определение нового условия возникновения заедания в роликовых подшипниках, основанного на учете термического участка кривой гидродинамического трения.

2. Создание методики компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания при гидродинамическом режиме трения, обеспечивающей контроль возможности заедания и анализ взаимного влияния кинематики элементов и износа рабочих поверхностей.

3. Разработка методики определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости, включающей учет влияния твердых неметаллических включений в материале сепараторов.

4. Приложение разработанных методик к решению актуальных практических задач обеспечения требуемой долговечности роликовых подшипников и их внедрение в производственную практику.

**Научная новизна работы** состоит в следующем:

1. Создана методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания, которая воспроизводит движение деталей в полной пространственной постановке с учетом контактной гидродинамики и впервые обеспечивает контроль возможности возникновения заедания в контактах рабочих поверхностей и оценку накопленной усталостной поврежденности сепаратора.

2. Разработана впервые в полной пространственной постановке динамическая модель двухрядного конического роликового подшипника и получены новые результаты о выявленных закономерностях кинематики и силового взаимодействия их элементов: осевых колебаниях внутреннего кольца, полигональной траектории движения его центра, синхронизации угловых скоростей сепараторов.

3. Выявлено новое условие возникновения заедания в подшипниках качения как диагностический параметр их работоспособности, учитывающее явление самопроизвольного увеличения относительного скольжения на термическом участке кривой гидродинамического трения и позволяющее обосновано ограничивать допустимый диапазон относительного скольжения между деталями.

4. Разработана методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости на базе динамического расчета взаимодействия сепаратора с телами качения и опорным кольцом; впервые учтено присутствие твердых неметаллических включений в стали сепараторов – ключевого фактора инициирования усталостных трещин.

5. Установлены закономерности взаимного влияния динамики движения деталей роликовых подшипников и износа их рабочих поверхностей при жидкостном и граничном трении, показывающие, что вызванные износом изменения их геометрии могут как способствовать более плавной работе подшипника, так и ухудшать условия его работы в зависимости от вызванных износом изменений профиля рабочих поверхностей и от их влияния на величину рабочих зазоров.

**Теоретическая значимость** состоит в формулировке и обосновании нового условия возникновения заедания в роликовых подшипниках, учитывающего явление саморазогрева масляной пленки. Введен новый термин «критическое относительное скольжение в подшипнике», позволяющий проверять опасность заедания при заданных условиях эксплуатации.

Доказано, что разработанные модели динамики цилиндрических и конических роликовых подшипников с учетом гидродинамического трения, а также методика определения усталостной долговечности сепараторов по условиям многоциклового усталости, включающая моделирование динамики, расчет полей динамических напряжений и оценку усталостной поврежденности с учетом неметаллических включений, в сочетании с изученными закономерностями взаимного влияния динамики движения деталей и износа рабочих поверхностей и особенностей динамики двухрядных конических роликовых подшипников, позволяют существенно расширить понимание особенностей динамики движения и взаимодействия деталей и связанных с ней процессов в роликовых подшипниках.

Использованные для создания комплексных динамических моделей роликоподшипников с короткими цилиндрическими роликами и двухрядных конических роликоподшипников подходы могут быть применены при создании подобных моделей других типов подшипников.

**Практическая значимость** состоит в том, что разработанная методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания при гидродинамическом режиме трения обеспечивает совершенствование их конструкции на основе детального учета ключевых условий эксплуатации. Методика включает проверку условий возникновения заедания и делает возможным получение рекомендаций для его предотвращения.

Методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости позволяет выявлять закономерности влияния на выносливость сепараторов режимов нагружения, параметров внутренней геометрии и содержания твердых неметаллических включений в материале.

Разработана конструкция роликового подшипника с выпуклыми сферическими либо тороидальными упорными торцами бортов колец и роликов, защищенная патентом РФ № 2815566; она снижает скорость

относительного скольжения и износ торцевых поверхностей при несоосности деталей.

Подготовлены и внедрены в практику проектирования конкретные рекомендации по совершенствованию роликового радиального подшипника опоры компрессора среднего давления газотурбинного двигателя НК-36СТ, направленные на резкое уменьшение износа и исключение заедания в контактах торцов роликов с бортами внутреннего кольца, снижение износа рабочих поверхностей осевых перемычек сепаратора и обеспечение требуемой долговечности подшипников.

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.** Тема и содержание диссертации соответствует следующим пунктам области исследований специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин:

14. Математическое и компьютерное моделирование кинематики и динамики механических систем, в том числе машин, приборов и их элементов при динамических, статических, тепловых и других видах воздействий.

13. Динамика систем, состоящих из абсолютно твердых и деформируемых тел, в том числе машин, приборов и конструкций.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Условие возникновения заедания в роликовых подшипниках, основанное на учете закономерностей контактного взаимодействия рабочих поверхностей деталей на термическом участке кривой гидродинамического трения.

2. Методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания, включающая учет явления контактной гидродинамики и позволяющая контролировать возможность возникновения заедания, и накопление усталостной поврежденности сепаратора.

3. Особенности динамики движения и взаимодействия деталей двухрядных конических роликовых подшипников: осевые колебания внутреннего кольца, полигональная траектория движения его центра,

синхронизация угловых скоростей сепараторов, выявленные и описанные с помощью методики компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников.

4. Методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости, предусматривающая последовательное моделирование динамики их взаимодействия с роликами и опорным кольцом, расчет полей напряжений и непосредственную оценку усталостной поврежденности сепараторов, в том числе на микроуровне в окрестности твердых неметаллических включений – основных очагов инициирования усталостных трещин.

**Достоверность результатов** подтверждается качественным и количественным соответствием модельных представлений реальному механическому поведению роликовых подшипников; корректностью использования динамического аппарата и постулатов динамики, закона износа Арчарда; сравнением результатов расчетов динамического состояния с известными экспериментальными и эксплуатационными данными.

**Основные результаты диссертации** докладывались на следующих конференциях: Международная научно-техническая конференция «Динамика и виброакустика машин» DVM, Самара, 2022, 2024; Международная научно-техническая конференция «Перспективы развития двигателестроения», Самара, 2023; Самарская областная студенческая научная конференция: Естественные и технические науки, Самара, 2023, 2024; XXVI Международная молодёжная научная конференция: «Туполевские чтения», Казань, 2023; Всероссийская научно-техническая конференция: «Перспективные материалы и технологии в авиадвигателестроении», Самара, 2023; Всероссийская научно-техническая конференция: «Высокие технологии в машиностроении», Самара, 2024.

**Публикации.** По теме диссертационной работы опубликовано 16 научных работ, в том числе 3 статьи в изданиях входящих в Перечень,

рекомендованных ВАК Минобрнауки России, 2 –в изданиях, индексируемых в базе Web of Science. Получен патент на изобретение № 2815566.

**Благодарности.** Автор выражает благодарность научному руководителю доктору технических наук Я.М. Клебанову за постановки задач и поддержку работы, а также кандидату физико-математических наук К.А. Полякову за консультацию по программному комплексу MSC.ADAMS.

**Внедрение.** Результаты диссертационной работы внедрены расчетную практику профильных отделов ПАО «Кузнецов» (г. Самара), ООО «ЗПП» (г. Самара) и в учебный процесс Самарского государственного технического университета при выполнении лабораторных работ по дисциплине «Численные методы расчета в инженерных задачах».

#### **Личный вклад автора.**

Работы [1, 2, 3, 4, 5, 6] выполнены автором самостоятельно. Постановка задачи, разработка математических моделей динамики роликовых подшипников, учет условия возникновения заедания, определение долговечности сепаратора подшипника по условиям многоциклового усталости и расчет износа методом прямого пошагового расчета и расчета по усредненным параметрам и подготовка к публикации полученных результатов в работах [7, 8, 9-11, 12, 13-15] диссертантом проводилась совместно с соавторами. Разработка комплексной динамической модели с учетом гидродинамического трения, исследование полей напряжений и деформаций после учета износа, разработка алгоритмического и программного обеспечения, численное решение всех задач, анализ полученных результатов, формулировка основных научных положений и выводов выполнены автором диссертационной работы.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 269 наименования и приложения. Общий объем диссертации составляет 197 страниц, содержит 121 рисунок и 10 таблиц.

# ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ОБЛАСТИ ДИНАМИКИ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ

## 1.1. Динамические модели

Подшипники качения широко используются в различных отраслях техники. От их надежности во многом зависит исправность оборудования и срок его службы. Основным назначением подшипников является обеспечение плавности вращения и перенос нагрузки с минимальными потерями на трение. При проектировании решение этих задач осуществляется в результате динамического анализа вращающихся систем, который в современной конкурентной промышленной среде приобретает все большее значение из-за растущих требований к точности и коэффициенту полезного действия.

До 1960-х годов исследования подшипников проводились в основном путем экспериментальных измерений. Начиная с 1960-х годов, с быстрым развитием компьютеров, теория и приложения моделирования подшипников совершили огромный рост, во многом инициированный авторами работ [16,17,18].

За последние десятилетия в области моделирования подшипников было предложен ряд подходов и получены многие результаты. Моделирование работы подшипника играет важную роль как на этапе его проектирования, сокращая затраты на тестирование, так и при его эксплуатации для оценки остаточного ресурса и продления срока службы. Обнаружение неисправностей и диагностика подшипников качения являются обязательными при мониторинге состояния машины.

Роликовые подшипники с цилиндрическими роликами широко используются в самых разных технических устройствах благодаря большей жесткости и грузоподъемности по сравнению с шариковыми подшипниками. Роликовые подшипники в основном используются в двигателях большого и среднего размера, коробках передач, шпинделях станков, газовых турбинах и других машинах с вращающимися механизмами. Из-за неточностей изготовления и монтажа подшипникового узла, неравномерного

распределения нагрузки, неоднородности температурных полей в опоре и других сложных условий эксплуатации роликовые подшипники подвержены перекосу колец. При этом ролики наклоняются относительно дорожек качения, что приводит к неравномерному распределению давления и концентрации напряжений по длине роликов. Длительная эксплуатация приводит к износу подшипника, который сокращает срок службы и влияет на динамические характеристики подшипника.

От современных машин требуется постоянное повышение коэффициента полезного действия и снижение вредного воздействия на окружающую среду. Одним из следствий этого является увеличение рабочих температур и скоростей вращения деталей. Так, от подшипников, предназначенных для установки в опоры роторов перспективных авиационных газотурбинных двигателей, требуется обеспечение долговечности в 30 000 часов при быстроходности до 3,5 млн мм об/мин, рабочей температуры до 200°C, температуры после останова двигателей до 300°C и возможность работы со значительными перекосами колец [19,20]. Из-за высокой быстроходности опор даже незначительные отклонения в эксплуатационных условиях могут привести к быстрому разрушению роликового подшипника [21].

Движение деталей подшипников в современных динамических моделях представлено дифференциальными уравнениями, описывающими шесть степеней свободы, а их взаимодействие учитывается уравнениями контактной гидродинамики [22,23]. Динамические модели способны в реальном времени воспроизводить поведение подшипников с геометрическими несовершенствами поверхностей качения и изменяющимися во времени условиями эксплуатации, описывая нестабильность движения сепаратора, перекосы и проскальзывание тел качения, шум подшипника и многие другие явления [24,25]. Достаточно точное описание взаимодействия между различными элементами подшипника качения, получаемое с помощью динамических моделей, необходимо для оценки риска изменения свойств

контактных поверхностей: усталости, заедания, износа, для определения прочности сепаратора, оценки общей потери мощности и местоположения ее источников. Все эти важные вопросы связаны между собой.

Разрушение сепараторов наблюдается в 40% всех случаев отказов подшипников [26]. Причины отказов сепараторов подшипников, используемых в авиационной технике, подробно рассмотрены в работах [27-32]. Основной исходной причиной возникновения отказа в сепараторе может быть высокая скорость, вибрации, перекос, износ или другая причина, а непосредственное воздействие на сепаратор оценивается по характеристикам приложенных к нему нагрузок. Поэтому важное значение имеет определение величин, направлений и мест приложения всех действующих на сепаратор усилий со стороны других деталей подшипника и сил инерции. Отдельные аспекты этого вопроса рассматривались, в частности, в работах [33-38].

Динамические модели применяются для расчета самых разных типов подшипников: шариковых, роликовых цилиндрических и конических, со сферическими роликами и других [22,39].

Во многих работах подробно рассматривалась динамика однорядных конических роликоподшипников. В тоже время динамике двухрядных конических роликоподшипников посвящено лишь единичное число публикаций [40,41]. В этих работах предложена многомассовая динамическая модель двухрядного роликоподшипника с гидродинамическим контактным взаимодействием деталей, что позволило оценить влияние нагрузок на подшипник, скорости вращения внутреннего кольца и осевого натяга на распределение сил между дорожками качения и роликами в зависимости от их орбитального положения, на проскальзывание роликов и на мощность тепловыделения в подшипнике. Вместе с тем, в динамической модели [40,41] ролики и внутреннее кольцо подшипника обладают только четырьмя степенями свободы: тремя поступательными и одной вращательной, наружное кольцо неподвижно. Это исключает возможность учета разворота оси ролика относительно оси подшипника, что огрубляет полученные результаты и не

позволяет рассматривать поведение подшипника в условиях перекоса осей наружного и внутреннего колец. Кроме того, принятая модель трения не учитывает явление саморазогрева масляной пленки, что делает невозможным оценку риска возникновения заедания в подшипнике.

#### 1.1.1. Учет неравномерности напряженно-деформированного состояния в контактах

Наиболее полная информация об эксплуатационных возможностях роликоподшипника, установленного в конкретной опоре, может быть получена на основе моделирования динамики его работы применительно к соответствующим условиям эксплуатации [39,42]. Имеющиеся в литературе результаты такого моделирования свидетельствуют о большом влиянии на динамические характеристики подшипника особенностей контактного взаимодействия роликов и дорожек качения [39]. Вследствие перекосов роликов и колец контактное давление между роликами и дорожками качения по длине роликов существенно неоднородно. Поскольку такая неоднородность заметно снижает долговечность подшипника, то ее стараются минимизировать за счет профилирования цилиндрической поверхности роликов [43]. Основной метод, используемый для учета профиля ролика и перекосов, состоит в разделении ролика по длине на тонкие диски, или слайсы. Благодаря быстрой сходимости он широко используется в динамическом анализе роликоподшипников [39]. В ранних версиях этого метода упругое взаимодействие между слайсами не учитывалось. В работе [44] метод усовершенствовали, введя коэффициенты влияния на деформации одного слайса нагрузки на остальные слайсы. Такой учет заметно увеличивает время счета, его реализуют главным образом при решении квазистатических и квазидинамических задач [45,46], решение которых может быть реализовано в течение нескольких минут и даже быстрее. В пошаговом решении задач динамики взаимодействие слайсов, как правило, по-прежнему не учитывают, объясняя это тем, что такое взаимодействие не велико и мало влияет на результаты счета [26,47,48].

Еще один подход к учету неоднородности контактного давления основан на использовании интеграла Буссинеску. Последний устанавливает зависимость между деформацией в произвольной точке области контакта и распределением давления в этой области, для контакта двух упругих тел в соответствии с этой зависимостью получено уравнение

$$Z'_1 + Z'_2 + \left( \frac{(1-\varepsilon_1)}{\pi E_1} + \frac{(1-\varepsilon_2)}{\pi E_2} \right) \iint_A \frac{p(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} dx' dy' = a_{12} \quad (1.1)$$

где  $Z'_1$  - расстояние от точки на поверхности тела 1 до оси абсцисс (Ox);  $Z'_2$  - расстояние от точки на поверхности тела 2 до оси абсцисс (Ox);  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  - коэффициенты Пуассона тел 1 и 2;  $E_1, E_2$  - модули упругости тел 1 и 2;  $p(x', y')$  - контактное давление в точке  $(x, y)$ ;  $x, y$  - координаты произвольной точки, лежащей в области контакта;  $a_{12}$  - сближение тел 1 и 2 под действием нагрузки;  $A$  - область контакта.

В работе [49] решение задачи Буссинеска для упругого полупространства применили в квазистатическом анализе роликовых подшипников в условиях несоосности колец. Это решение позволяет достаточно точно рассчитывать контактное давление и распределение подповерхностных напряжений. В [50] решение задачи Буссинеска использовали для моделирования роликового подшипника с естественными дефектами: «сквозного» типа, раннее усталостное растрескивание, сильное усталостное растрескивание, «непроходного» типа. Считается, что итерационный процесс при таком решении требует длительного времени вычислений по сравнению с методом слайсов, и поэтому его используют преимущественно для квазистатического анализа одиночного контакта внутри роликоподшипника [43,52-55].

Для моделирования упругого контактного взаимодействия роликовых подшипников наряду с уравнениями взаимодействия выпуклой поверхности и упругого полупространства [56] на основе решения Буссинеска [57] наиболее часто используют аналитические модели точечного контакта по теории Герца [58,59]. Теория контакта Герца может быть использована при следующих

допущениях: размеры контакта малы по сравнению с радиусами кривизны соприкасающихся тел. Поэтому такие подходы справедливы только при относительно небольших усилиях.

То, что решение задачи Буссинеска позволяет сразу на каждом шаге динамического решения получать распределение контактного давления, является в большинстве практических случаев второстепенным фактором, поскольку при сложившейся практике после динамического расчета с использованием метода слайсов контактное давление и распределение подповерхностных напряжений обычно достаточно рассчитать в одиночном контакте для моментов времени действия наибольшей или другой характерной нагрузки, используя или решение задачи Буссинеска, или метод конечных элементов [60-65].

С развитием метода конечных элементов (МКЭ) в последние несколько десятилетий сообщалось о различных расчетах этим методом подшипников качения с целью определения контактного давления и распределения подповерхностных напряжений [60-65]. Далее рассмотрены некоторые работы в этой области, выполненные в последние годы.

В работе [66] подчеркивается важность точного моделирования перехода от контакта к зазору между роликами и кольцами, анализа жесткости и исследования чувствительности сетки. Исследование направлено на повышение точности передачи усилия и распределения напряжений вблизи посадочных мест роликоподшипников с использованием программ МКЭ, таких, как Abaqus.

В статье [67] предлагается упрощенный метод моделирования конических роликовых подшипников с помощью метода конечных элементов. Он позволяет учитывать деформацию всей конструкции опоры на этапе ее проектирования. Решена проблема сетки, вызванная значительной разницей размеров зоны контакта дорожек и всей опоры. Для преодоления трудностей моделирования, вызванных различными углами контакта внешней и внутренней дорожек, предлагается двухэтапный метод анализа, который

позволяет отдельно учитывать деформацию системы, нагрузку контакта внешней дорожки, нагрузку контакта внутренней дорожки, нагрузку на фланец внутреннего кольца и деформацию подшипника. Прямое сравнение получаемых результатов с данными более точных и полных моделей отсутствует.

Динамическая модель цилиндрических роликоподшипников, сочетающая метод многомассовой динамики и метод конечных элементов, представлена в работе [68]. Эта модель учитывает отклонения размеров окон сепаратора и их влияние на динамические характеристики подшипника, позволяя получить представление о силах взаимодействия и контактной жесткости между роликами и дорожками качения.

В обзорной статье [69] анализируются различные методы конечно-элементного моделирования, используемые для оценки нелинейной радиальной жесткости подшипников качения. В ней рассматриваются методы построения сетки, которые обеспечивают баланс между эффективностью вычислений и точностью, исследуется, как различные стратегии моделирования могут влиять на результаты для различных типов подшипников.

В статье [70] программа МКЭ Abaqus использована для описания динамики конических роликоподшипников, оценки их характеристик жесткости и демпфирования. Созданная модель не учитывает возможность перекосов колец подшипников, которая характерна для многих условий эксплуатации.

В работах [71, 72] авторы исследуют характеристики конечно-элементной модели межроторного подшипника, которые влияют на точность расчетов. Выполняется сравнительная оценка напряжений, исследовано влияние перекоса колец на контактные напряжения. К параметрам, ограничивающим применение разработанной модели, относится возможный минимальный размер конечных элементов.

Расчеты подшипников качения с помощью МКЭ требуют больших вычислительных мощностей, особенно в случае роликовых подшипников. Чтобы получить точное распределение давления между роликами и дорожками качения, необходимо больше узлов и элементов, чем для шарикоподшипников. Поэтому в расчете динамики подшипников применительно к реальным эксплуатационным условиям метод конечных элементов имеет крайне ограниченное применение.

#### 1.1.2. Проскальзывание

Важным фактором, влияющим на работу подшипников качения, является проскальзывание – уменьшение скорости вращения тел качения и сепаратора по сравнению с их эпициклическими значениями. При недостаточной толщине масляного слоя в контакте тел и дорожек качения при смешанном трении следствием проскальзывания является износ дорожек и тел качения или даже заедание [73].

Экспериментальные исследования, которые позволили бы определить оптимальные меры для ограничения величины проскальзывания, требуют больших временных и материальных затрат и не считаются оправданными. Поэтому основным направлением является создание цифровых двойников – системы адекватных компьютерных моделей, учитывающих все факторы, влияющие на динамику подшипников: трение по всем контактными поверхностям и, в особенности, гидродинамическое трение в контакте тел и дорожек качения [18, 74, 75, 76], неизотермическое поведение смазки в контакте [77, 78], вязкое сопротивление двухфазной маслораздушной среды и другие факторы.

Считается, что основы теории проскальзывания были заложены в работах [79,80,81]. До конца 1970-х годов применялись аналитические модели, большинство которых были квазистатическими. Наблюдавшиеся в эксплуатации отказы подшипников при нестационарных высокоскоростных режимах работы указали на необходимость моделирования динамики подшипников [82]. В динамической модели подшипника дифференциальные

уравнения движения для каждого компонента подшипника, записанные на основе второго закона Ньютона, заменили традиционные уравнения равновесия, используемые в квазистатических моделях. Первая попытка динамического анализа работы подшипников изложена в публикации [83]. С тех пор появились многочисленные аналитические и численные модели динамического поведения подшипников, подверженных различным условиям эксплуатации.

Первые динамические модели подшипников рассматривали движение внутреннего кольца без влияния сепаратора и масляной пленки [84, 85]. Проскальзывание элементов качения не учитывалось. Скорость сепаратора в одних моделях была постоянной, в других – могла изменяться со временем. Хотя эти модели не давали никакой информации о телах качения и их динамическом взаимодействии с сепаратором, по ним можно было наблюдать вибрацию внутреннего кольца. Вибрация внутреннего кольца может быть вызвана изменяющейся во времени внешней нагрузкой такой, как сила от дисбаланса. На практике даже если подшипник работает без внешнего источника вибрации, они тем не менее возникают из-за переменности числа нагруженных элементов качения в зависимости от углового положения сепаратора. Появившаяся затем вторая группа динамических моделей подшипников качения включала в себя все детали подшипников.

Большое количество работ в рассматриваемой области было выполнено за несколько последних десятилетий. Многие авторы использовали традиционный аналитический подход [86-90,91,92,93,94,95]. Другие использовали метод конечного элемента и другие методы компьютерного моделирования [96,97,98], указывая на то, что аналитический подход не позволяет адекватно учесть связи прерывистого действия при взаимодействии деталей подшипника.

Работа подшипника в условиях небольшого проскальзывания при отсутствии заедания имеет то преимущество, что уменьшаются центробежные силы роликов, а, следовательно, снижаются и контактные напряжения в

контактах роликов с дорожкой качения наружного кольца [99]. Поэтому на практике проскальзывание стараются ограничить, хотя в вопросе о допустимом проскальзывании нет единого мнения. В одних работах допустимым считают длительное проскальзывание сепаратора в роликоподшипниках ГТД не более 5%, в других - 10% [100], а если смазка и охлаждение подшипника эффективны – допускается проскальзывание до 30% [99].

Применяемые в настоящее время методы ограничения проскальзывания в роликоподшипниках ГТД в основном направлены на увеличение момента вращения, приложенного к сепаратору с комплектом роликов, и основаны на использовании той или иной формы предварительного нагружения: 1) увеличение радиальной нагрузки [6, 101], например, за счет конструктивно введенной несоосности вала и корпуса опоры, 2) уменьшение радиального зазора в подшипнике вплоть до создания натяга по роликам [102, 103, 104, 105, 106, 107, 73], 3) применение овальных наружных колец с ориентацией большей оси овала по линии действия нагрузки [105]. Однако повышенный натяг по роликам может привести к преждевременному усталостному разрушению подшипника из-за чрезмерного контактного нагружения. Для повышения коэффициента трения в контактах роликов с дорожкой качения ведущего кольца предлагается также применять оптимальную величину шероховатости ее поверхности [108]. Но последнее приводит к снижению долговечности подшипника по условиям контактной усталостной прочности.

Снизить проскальзывание в роликоподшипнике можно и путем уменьшения момента сопротивления за счет модификации внутренней геометрии подшипника [109,110,108], снижения массы сепаратора [111] и роликов, в частности, путем применения пустотелых роликов [112] и др. В ряде публикаций рассматривалось влияние на проскальзывание регулярного микрорельефа контактных поверхностей, однако этот метод не получил практического применения при изготовлении подшипников.

В настоящий момент существует ряд методик, с помощью которых можно рассчитать вязкое сопротивление масловоздушной среды в подшипнике движению роликов и сепаратора [113,19,114,115,18,99,116]. Однако эти методики не позволяют определить момент сопротивления для каждого ролика. В представленных методиках не учитываются и возникающие при работе динамические нагрузки, которые способствуют возникновению заедания [77].

Для учета сопротивления движению сепаратора и роликов используются алгебраические зависимости, представленные в [117]; кроме того, существует подход, основанный на численном моделировании гидродинамики смазочной среды, подробно описанный в [118,119]. Масловоздушная смесь в работе [118] рассматривается как сплошная среда с эффективными значениями плотности и вязкости, определяемыми на основе свойств отдельных фаз и доли их объемного содержания по формулам:  $\rho = \rho_1 x + \rho_2(1 - x)$ ;  $\mu = \mu_1 / [(\mu_1 / \mu_2)(1 - x) + x]$ , где  $x$  – удельное объемное содержания масла в воздухе, индексы «1» и «2» соответствуют маслу и воздуху. Авторы этой работы полагают, что использование полноценной двухфазной модели среды в данной задаче может значительно увеличивать общее время расчета.

Основным направлением для определения эффективных путей ограничения величины проскальзывания, не требующих больших временных и материальных затрат, является создание адекватных расчетных моделей, учитывающих все факторы, влияющие на динамику подшипников: трение по всем контактным поверхностям и, в особенности, гидродинамическое трение в контакте тел и дорожек качения [12,120] с учетом неизотермического поведения смазки в контакте [77,121], вязкое сопротивление масловоздушной среды и другие.

### 1.1.3. Контактная гидродинамика

Динамическое поведение подшипников существенно зависит от характеристик контактного гидродинамического трения. Сначала для каждого контакта необходимо рассчитать контактные силы, скорости качения и

скольжения, а затем по соответствующим режиму смазки зависимостям определить коэффициент трения. Для конкретных условий наибольшее значение коэффициента трения зависит от вязкости масляной пленки, давления и температуры в контакте. Простейший случай, когда коэффициент трения принимают постоянным независимо от скорости скольжения, может быть использован для сравнения рассматриваемых вариантов [122,86]. Другой простой подход состоит в том, что коэффициент трения считается зависящим линейно от скорости или остается постоянным для какого-то диапазона скоростей [87-89,90].

Для получения более точных решений используют одну из имеющихся в литературе моделей, в которых коэффициент трения является функцией многих параметров. Применяют как ньютоновские модели жидкостей [123, 79, 124], так и неньютоновские [125-129]. Первоначально эти модели описывали пьезовязкое упругое, или упругогидродинамическое, контактное взаимодействие, а затем появились пьезовязкие жесткие и упругие модели [130-132]. Также были введены более сложные модели, основанные на использовании параметра масляной пленки.

Характер трения определяется в зависимости от толщины масляного слоя  $h$  в соответствии с параметром масляной пленки

$$\Lambda = \frac{h}{1,25 \sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}}, \quad (1.2)$$

где  $R_{a1}$ ,  $R_{a2}$  – средние арифметические отклонения абсолютных значений отклонений профилей контактирующих поверхностей.

В работах [133, 96, 97, 91], например, использовались зависимости вида:

$$\mu_r = \begin{cases} \mu_{bd} & \text{при } \Lambda < \Lambda_{bd}; \\ \frac{\mu_{bd} - \mu_{hd}}{(\Lambda_{bd} - \Lambda_{hd})^6} (\Lambda - \Lambda_{hd})^6 + \mu_{hd} & \text{при } \Lambda_{bd} \leq \Lambda < \Lambda_{hd}; \\ \mu_{hd} & \text{при } \Lambda_{hd} \leq \Lambda \end{cases} \quad (1.3)$$

где  $\mu_{bd}$  – коэффициент трения при граничном трении,  $\mu_{hd}$  – коэффициент трения при гидродинамическом трении,  $\Lambda_{bd}$ ,  $\Lambda_{hd}$  – константы. В работе [97] были рекомендованы следующие значения:  $\Lambda_{bd} = 0,01$ ,  $\Lambda_{hd} = 1,5$ .

В этом случае, как видим, коэффициент трения можно представить как комбинацию из нескольких коэффициентов, учитывающих как жидкостное, так и граничное трение [134,135]. Такие модели обычно вводят единую кривую как для разных уровней нагрузки, так и для разных элементов качения в подшипнике. О важности такого представления свидетельствует работа [92], где показано, что в результате изменения контактной силы коэффициент трения между роликом и дорожкой качения может значительно изменяться даже в течение одного оборота ролика.

Для того, чтобы объяснить такое характерное поведение масел при гидродинамическом контакте, предложен ряд реологических моделей, в которых предполагается, что масла ведут себя как неньютоновские вязкие жидкости, упругие или пластичные твердые тела [136, 133, 137-140]. Признано, что масла являются практически ньютоновскими жидкостям в условиях низкого давления или при высокой температуре, однако они ведут себя как упругие твердые тела при высоком давлении или низкой температуре, при низких скоростях сдвига.

Хорошо известно, что важным фактором, влияющим на контактную гидродинамику, является температура. Вместе с тем, большинство гидродинамических моделей трения не учитывает явление саморазогрева в масляном слое. В настоящее время имеется два основных подхода к учету саморазогрева контактного масляного слоя при определении реологических характеристик масла. Один из подходов основывается на построении модели контактного трения, частью которой является расчёт мощности тепловыделения в масляной пленке с последующим учётом влияния повышенной температуры на свойства масла. С этой целью учитываются теплофизические свойства и смазки, и контактирующих деталей. Такая модель предложена и экспериментально проверена, например, в работах [141,142,143]. В рамках второго подхода предлагается определять реологические характеристики масла по восстановленным изотермическим кривым трения [144]. Для этого необходимо располагать достаточным

массивом экспериментальных кривых трения, полученных при разных исходных температурах. Определенные этим способом характеристики считаются надежными только при достаточно небольшом относительном скольжении – до 8 % [145]. Такой подход усложняет решение практических задач определения условий контактного взаимодействия и саморазогрева, так как в каждом конкретном случае требует решения связанной задачи контактного трения и теплопроводности как в масляном слое, так и в прилегающих к зоне контакта областях контактирующих деталей.

Полная вязкоупругая модель масла, учитывающая все указанные выше особенности его поведения в гидродинамическом контакте, была предложена и экспериментально подтверждена в работах [134, 141, 142, 143].

Она основана на обобщенной зависимости Эйринга

$$\gamma = \frac{1}{\Gamma} \frac{d\tau}{dt} + \frac{\tau_0}{\eta_N} \sinh \frac{\tau}{\tau_0}, \quad (1.4)$$

где первый и второй члены в правой части уравнения обозначают упругую и вязкую составляющие скорости сдвига  $\gamma$  соответственно,  $\Gamma$  – модуль сдвига,  $\tau$  – касательное напряжение сдвига,  $\eta_N$  – ньютоновская вязкость,  $\tau_0$  – характеристическое напряжение, соответствующее началу неньютоновского поведения жидкости.

Ньютоновская вязкость описывается экспоненциальной зависимостью от давления  $p$  и температуры  $T$  при высоком давлении:

$$\eta_N = \eta_{N,i} \exp\{-(\beta_0 + \kappa p)T\}, \quad \eta_{N,i} = \eta_{N,0} \exp(\bar{\alpha} p), \quad (1.5)$$

где  $\beta_0$  – температурный коэффициент вязкости при атмосферном давлении,  $\kappa$  – коэффициент совместного влияния на вязкость масла температуры и давления,  $\eta_{N,0}$  – атмосферная вязкость,  $\eta_{N,i}$  – изотермическая ньютоновская вязкость,  $\bar{\alpha}$  – пьезовязкостный коэффициент.

Для практических расчетов гидродинамического коэффициента трения  $\mu_{hd}$  в [142,143] была получена следующая зависимость:

$$\mu_{hd} = \frac{\tau_0}{\bar{p}} S, \quad (1.6)$$

где  $\bar{p}$  – среднее давление Герца,  $S$  – безразмерное напряжение сдвига.

Безразмерное напряжение сдвига определяется зависимостью

$$S = \bar{\tau}/\tau_0 \quad (1.7)$$

и рассчитывается по формуле

$$S = \left\{ D_i \Phi \ln(2\sigma_i) - 2(1 + \Phi\sigma_i) + 2[(1 + \Phi\sigma_i)^2 - D_i \Phi \ln(2\sigma_i)]^{\frac{1}{2}} \right\} / (D_i \Phi^2 \sigma_i), \quad (1.8)$$

где  $\bar{\tau}$  – среднее напряжение сдвига в контакте,  $\Phi$  – безразмерное изменение температуры,  $D_i$  – изотермическое число Деборы,  $\sigma_i$  – безразмерная изотермическая скорость сдвига.

Для определения этих параметров используются следующие зависимости:

$$\sigma_i = \frac{\eta_{Ni} v}{\tau_0 h}; \quad D_i = \frac{\eta_{Ni} u}{\Gamma b}; \quad \Phi = \frac{(\beta_0 + \gamma \bar{p}) \zeta \tau_0^2 h}{\eta_{Ni}}; \quad \zeta = \frac{0,97 b^{1/2}}{(\pi K_m \rho_m c_m u)^{1/2}} + \frac{h}{12 K_f}. \quad (1.9)$$

Здесь  $\zeta$  – отношение возрастания температуры масляной пленки к вызвавшей это возрастание работе сдвига,  $h$  – толщина масляной пленки,  $b$  – половина ширины области контакта,  $\Gamma$  – модуль сдвига масла,  $u$  – скорость качения,  $K_f$  – коэффициент теплопроводности масла,  $K_m$  – коэффициент теплопроводности материала контактирующих деталей,  $C_m$  – удельная теплоемкость материала контактирующих деталей,  $\rho_m$  – плотность материала контактирующих деталей.

Кривые трения представляют собой зависимость коэффициента трения от относительного скольжения: отношения скорости скольжения в контакте к скорости качения. Определённые с помощью машины трения кривые трения обычно разделяют на три зоны [142,143,146]. Область малого относительного скольжения является линейной. Во второй, нелинейной зоне коэффициент трения растёт до достижения максимального значения. В третьей зоне коэффициент трения постепенно уменьшается, поскольку в результате саморазогрева в контакте происходит снижение вязкости смазки и изменение ее структуры [147]. Эта зона называется термической.

От толщины масляной пленки, разделяющей поверхности контактирующих деталей в подшипнике, зависит их износ. В работе [17] эта зависимость представлена в виде графика, показанного на рисунке 1.1. Он

связывает отношение времени, когда поверхности полностью разделены маслом, к полному времени контактного взаимодействия с параметром масляной пленки. Из этого рисунка видно, что возможность износа поверхностей сохраняется во всем диапазоне работы большинства технических устройств, а наиболее существенный износ в подшипниках наблюдается до  $\Lambda = 1,5$ . При  $\Lambda < 1$  масляную пленку разрывают главным образом микронеровности контактирующих поверхностей, а при больших значениях – находящиеся в масле твердые частицы.

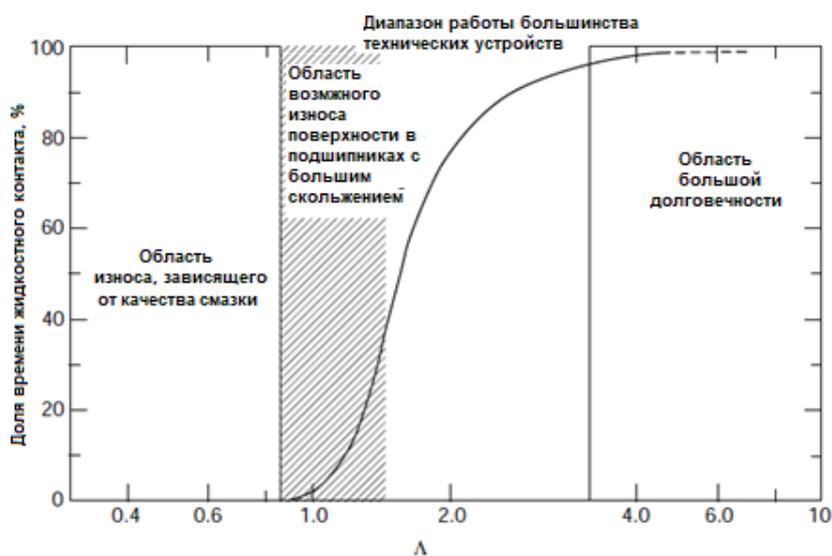


Рисунок 1.1 – Зависимость доли времени жидкостного контакта от параметра масляной пленки  $\Lambda$

Параметр  $\Lambda$  только частично отражает природу износа: он больше чувствителен к контактной нагрузке, чем к скорости скольжения – основному источнику тепла в контакте.

Режимы контактного гидродинамического трения классифицированы в зависимости от изменения под нагрузкой вязкости масла и упругой деформации поверхностей [97]:

(I) Жесткий изовязкий

В жестком изовязком режиме упругая деформация контактирующих поверхностей и изменение вязкости масла под рабочим давлением малы и ими можно пренебречь.

(II) Жесткий псевдовязкий

В жестком пьезовязком режиме давление в соединении настолько высокое, что необходимо учитывать его влияние на вязкость масла. Но при этом деформация контактирующих деталей в зоне контакта остается пренебрежимо малой. В роликовых подшипниках этот режим реализуется при высоких частотах вращения и умеренных нагрузках.

### (III) Упругий изовязкий

В упругом изовязком режиме упругая деформация поверхностей достаточно велика и есть необходимость ее учета в уравнении гидродинамики. Изменение вязкости масла под рабочим давлением мало и им можно пренебречь.

### (IV) Упругий пьезовязкий или упругогидродинамический

Учитываются и упругая деформация контактирующих твердых тел, и изменение вязкости с давлением.

Границы между этими четырьмя режимами четко не определены, но в пограничных областях зависимости для смежных режимов дают близкие результаты. Для разграничения областей разных режимов в контакте роликов и дорожек качения используют безразмерные параметры  $G_1$  и  $G_2$  [148]:

$$G_1 = \left( \frac{\bar{\alpha}^2 Q^3}{\eta_1 R'^2 l^3 u} \right)^{1/2} \quad (1.10)$$

$$G_2 = \left( \frac{Q^2}{\eta_1 R' E' l^2 u} \right)^{1/2} \quad (1.11)$$

где  $\eta_1$  – динамическая вязкость при атмосферном давлении и заданной температуре,  $u$  – скорость качения,  $\bar{\alpha}$  – пьезовязкостный коэффициент,  $Q$  – нормальная сила,  $l$  – рабочая длина ролика,  $E'$  – приведенный модуль упругости,  $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары, который рассчитывается по следующей формуле

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}, \quad (1.12)$$

где  $R_1$  – радиус ролика,  $R_2$  – радиус дорожки качения. В правой части (1.12) знак плюс соответствует контакту с внутренним кольцом, знак минус – с наружным.

Приведенный модуль упругости рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right], \quad (1.13)$$

где  $E_1, E_2$  - модули упругости контактирующих тел,  $\nu_1, \nu_2$  – коэффициенты Пуассона контактирующих тел.

Карта режимов для контакта ролика и дорожки качения показана на рисунке 1.2 пунктирными линиями [97].

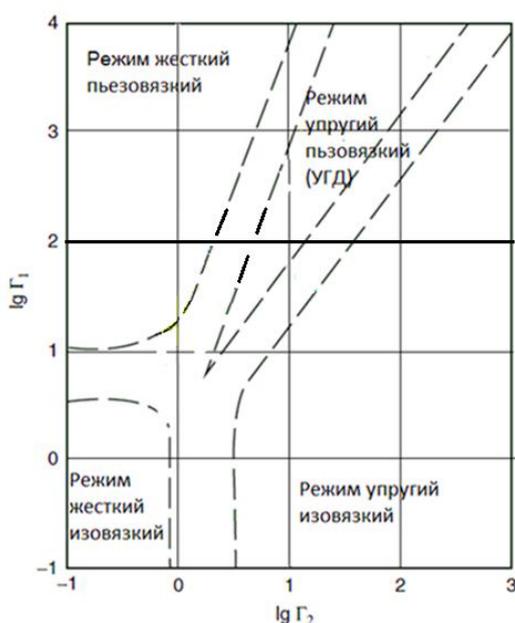


Рисунок 1.2 – Карта режимов контактного трения в роликовом подшипнике

#### 1.1.4. Условие заедания

Как уже отмечалось выше, чрезмерное проскальзывание в контактах тел и дорожек качения часто становится причиной отказов подшипников: возникает заедание с последующим прогрессирующим изнашиванием рабочих поверхностей [149].

Предложенные разными авторами условия заедания: по максимальному контактному давлению, по предельной толщине масляной пленки [150] и другие [151] были разработаны на основе ограниченных экспериментальных

данных и при применении к отличающимся условиям часто показывают нереалистичные результаты.

Явление заедания в роликоподшипнике связано с неравномерным нагружением ролика по его длине и непостоянством частоты вращения вокруг своей оси. Это влияет на скорость скольжения в контактах с кольцами, что приводит к такому движению ролика, которое является наиболее опасным с точки зрения возникновения заедания. Ряд автором считает, что механизм процесса заедания изучен недостаточно, трудности объясняются сложностью явления и экспериментального наблюдения за его возникновением и развитием.

Для ввода условия заедания в роликоподшипнике в работе [152] использована система дифференциальных уравнений, которые включены в модель движения роликов относительно своей оси. Однако представленная модель не учитывала влияние смазки и гидродинамическое сопротивление вращению. Представленный метод использовался для случая работы подшипника с эпициклической частотой вращения сепаратора. Для решения системы уравнений требовалось знание закона распределения нагрузки по телам качения. Полученное решение представляет собой график изменения частоты вращения ролика в зависимости от его углового положения при различных радиальных нагрузках и кривую распределения нагрузки, которая описывается аналитически с помощью кусочно-линейной аппроксимации. Этот метод оказался довольно громоздким, он ограничен по частоте вращения сепаратора и не нашел сколько-нибудь широкого применения на практике.

Результаты экспериментальных и теоретических исследований показывают, что при работе подшипников с вращающимся внутренним и неподвижным наружным кольцами относительное скольжение на внутреннем кольце заметно выше, чем на наружном. Оба эти обстоятельства указывают на существенно более высокую опасность заедания на внутреннем кольце, чем на наружном, что подтверждается статистикой отказов подшипников качения [150,153].

## 1.2. Динамика и износ подшипников качения

От 50 до 80 % всех отказов деталей машин приходится на отказы из-за износа, вызванного взаимным скольжением. Глубина изменения рельефа поверхности рабочих поверхностей подшипников качения вследствие износа может быть сравнима или даже намного превышать исходную шероховатость поверхности и упругую деформацию. Вызванные износом изменения размеров и формы рабочих поверхностей подшипников качения способны заметно скорректировать динамику движения их деталей и условия образования масляной пленки, а также оказать значительное влияние на структуру поверхностных слоев материала детали [154, 155, 7]. Эти процессы существенно влияют на долговечность подшипников [156,157], нарушают их функциональность, а возможная цепная реакция может привести к еще более серьезным отказам [158].

Долгое время для анализа воздействия на роликоподшипники комбинированной нагрузки разрабатывались и применялись квазистатической модели [43,46,52-54], а начиная с семидесятых годов прошлого века начали появляться динамические модели. В отличие от квазистатических усовершенствованные динамические модели учитывают такие важные факторы, как характеристики смазки, толщина масляной пленки, прерывистое действие связей, термодеоформации и другие [22,159]. В последние годы благодаря быстрому развитию вычислительной техники и программного обеспечения в расчетах подшипников качения широко используются численные методы. Метод многомассовой динамики стал основным методом расчета взаимного движения и соударения деталей подшипников, а метод конечных элементов (МКЭ) – методом анализа их контактных характеристик.

В настоящее время наиболее полный теоретический анализ работы подшипников качения может быть выполнен только с использованием компьютерных численных моделей динамики подшипников. Такой анализ позволяет достаточно точно определять все силы и инерционные нагрузки, действующие в каждый момент времени. Точный учет сил инерции, наряду с

другими нагрузками, особенно важен для подшипников с массивными сепараторами, применяемыми, например, в газотурбинных двигателях, где они работают при высоких скоростях вращения и относительно низких радиальных и осевых усилиях.

Часть представленных в литературе программ численного моделирования динамики подшипников разрабатывались как специализированные программы (ADORE, CAGEDYN) [160,24,92,161], а другие – на основе универсальных программных пакетов [162]. Появление специализированной программы ADORE (Advanced Dynamics of Rolling Elements) [160] было первым существенным шагом в этом направлении.

ADORE – компьютерная программа для моделирования динамических характеристик в реальном времени. Уравнения движения сформулированы в обобщенной системе с шестью степенями свободы, а модули взаимодействия допускают произвольную геометрию несущих элементов. Программа включает три базовых модуля для расчета нормальных усилий элемента качения/кольца, тяговых усилий и взаимодействия с сепаратором.

В программном комплексе CAGEDYN особое внимание было уделено ряду аспектов, которые играют важную роль при расчете динамического поведения роликов и сепаратора. Использована новая зависимость для описания того, как гидродинамические эффекты влияют на нагрузку ролика, учитываются гидродинамические силы качения и давления, действующие в дополнение к классическому сопротивлению. Здесь вводится новая эквивалентная контактная жесткость, использующая как жесткость конструкции в целом, так и контактную жесткость по Герцу.

Созданные с использованием пакета многомассовой динамики MSC.ADAMS трехмерные модели роликоподшипников, допускающие 6 степеней свободы движения деталей, учитывающие нелинейные контактные деформации, упруго-демпферные связи прерывистого действия и упруго-гидродинамическое контактное взаимодействие, рассматривались в работах [163, 44, 26, 97].

Для использования результатов многомассового твердотельного динамического моделирования подшипников качения в последующем прочностном расчете необходимо согласование выходных результатов моделирования в указанных выше программных средствах и условий нагружения конечно-элементной модели конструкции в применяемом программном пакете МКЭ. В обеих моделях должны быть также согласованы закономерности контактного взаимодействия деталей подшипника. Всего этого не требуется, если использовать конечно-элементную модель, включающую все детали подшипника, для моделирования его динамики с учетом возникающих деформаций и напряжений. Некоторые результаты, полученные в этом направлении, содержатся в работе [164]. Авторами была синтезирована комбинированная упругодемпферная опора (УДО), удовлетворяющая основным требованиям, предъявляемым к УДО современных двигателей летательных аппаратов и энергоустановок.

Однако до настоящего времени многие трудности, возникающие при создании и реализации таких моделей, не были преодолены. Переходные динамические процессы в общем случае должны быть смоделированы с учетом определяющих уравнений контактной гидродинамики, контактной упругости и демпфирования, с использованием адекватной трехмерной конечно-элементной аппроксимации, а численная реализация должна занимать разумное машинное время. При этом сходимость математического решения такой комплексной задачи методом конечных элементов заранее неясна.

В работе [165] авторы рассматривают существующие модели расчета износа, отмечая большое количество публикаций, посвященных данному вопросу, и то, что прогресс в этой области из-за чрезвычайной сложности проблем износа происходит достаточно медленно. Многие из опубликованных статей содержат только «словесные модели», в других были предложены различные формулы расчёта износа. Однако при детальном анализе этих моделей, включая методы их разработки, условия применимости,

использованные характеристики и проведённые экспериментальные проверки, можно сделать вывод, что ни одна из них не является достаточной для описания сложных явлений износа в целом.

Для определения глубины износа при контактной гидродинамической смазке в работе [166] используется пошаговая процедура. Автор предлагает учитывать изменение микрогеометрии поверхности вследствие износа, но не учитывает влияние износа на динамику подшипников и на распределение контактных давлений на микроуровне. Здесь микроуровень – это уровень микронеровностей, сглаживание которых при износе учитывается в представленной шаговой процедуре.

В работе [167] было обнаружено, что разными авторами в общей сложности использованы 32 различных параметра для описания модели износа. Однако, разработанные модели не позволяют достаточно хорошо объяснить широкий спектр явлений износа. В обзоре [168] в работах по износу было идентифицировано более ста независимых переменных и констант. Такая избыточность вызвана, в первую очередь, отсутствием базовой теории износа. У большинства опубликованных моделей износа, по-видимому, нет других пользователей, кроме их первоначальных авторов, и только закон износа Арчарда [169] получил широкое применение, главным образом, благодаря своей простоте, применимости в широком диапазоне условий смешанной смазки и способности описывать основные тенденции [165, 170].

В результате рассмотрения большого количества разработанных ранее моделей изнашивания в [171] сделан вывод, что наиболее распространенная форма этих моделей может быть представлена в следующем едином математическом выражении

$$\frac{dW}{dt} = k \frac{p^\alpha v^\beta}{H^\gamma}, \quad (1.14)$$

где  $W$  – величина износа,  $t$  – время,  $k$  – коэффициент износа,  $p$  – контактное давление,  $v$  – скорость скольжения,  $H$  – твердость по Мейеру,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  –

показатели степени, которые различаются от одной модели к другой. При  $\alpha = \beta = \gamma = 1$  зависимость (1.14) сводится к закону Арчарда.

В работе [172] построена модель, состоящая только из ролика и сепаратора. Авторы приходят к выводу, что если износ сепаратора соответствует уравнению Арчарда, то он пропорционален импульсу сил между роликами и сепаратором. Результаты показали, что объем износа сепаратора один и тот же при одинаковой сумме импульсов, независимо от величины и частоты контактных усилий.

Закон Арчарда получил преимущественное использование и при численном моделировании процессов износа в шариковых и роликовых подшипниках [173]. В работе [174] на основе теории Арчарда создана модель срока службы шарикоподшипников, которая связана с типом масла и нагрузкой. Сделан вывод, что общее время износа может быть определено по степени износа с учетом допустимых радиальных зазоров. Результаты сравнивались с экспериментальными данными, выявлена устойчивая зависимость между коэффициентом износа и параметром масляной пленки. А в работе [175] авторами разработан квазистатический метод оценки характеристик шарикоподшипников, которые включают распределение сил по площадке контакта между шариком и дорожкой качения. Степень допустимого износа устанавливается на основе уравнения износа Арчарда.

В работе [176] в качестве примера параметра, определяющего износ, используется произведение скорости скольжения на контактное давление, что представляет собой закон износа Арчарда в усеченном виде.

Взаимодействие ролика и дорожек качения роликоподшипника с использованием закона износа Арчарда было смоделировано в работах [177,178]. Описанная модель позволила получить качественное соответствие между результатами моделирования и представленными экспериментальными данными. Предложенная в [179] модель износа, реализованная с помощью метода конечных элементов, отражает эволюцию износа в контакте ролика и дорожки качения со смешанной и упругогидродинамической смазкой.

Толщина масляной пленки при расчете износа учитывается и в работе [180]. Представленная модель износа использует модифицированный подход Арчарда, применяемый для описания поведения контактов в испытаниях с полной нагрузкой.

В работе [157] для определения скорости износа в контакте шариков и дорожек качения используется полученная авторами эмпирическая модель. Разработанная методика позволила рассчитать долговечность подшипников с учетом износа. Результаты показали, что если не учитывать износ подшипников, то погрешность определения долговечности может достигать 20 %.

В работе [181] на основе данных экспериментальных исследований построены эмпирические зависимости интенсивности изнашивания шарикового подшипника по осевому и радиальному зазорам от эквивалентной нагрузки на подшипники, смазываемые маловязкими жидкостями.

В работе [182] авторы используют закон Арчарда и программный комплекс Ansys Fluent для предсказания увеличения глубины износа и потерю объема материала подшипника. Представленный программный продукт не учитывает изменение динамических характеристик с течением времени. Авторы используют геометрическую модель изношенного подшипника, представленную в [183].

Динамическая модель износа, предложенная в [184], представляет собой систему с одной степенью свободы, где основное внимание уделяется анализу вибрационных сигналов. Авторы приходят к выводу, что сигнал о дефекте может изменяться по мере того, как износ развивается с течением времени, при этом взаимодействие различных механизмов изнашивания затрудняет получение показателей и понимание их связи с определенным интервалом.

Созданием упрощенной динамической модели роликподшипника занимались авторы в работе [185]. С целью экономии машинного времени авторы не учитывали влияние смазки, гидродинамическое сопротивление и движение роликов в ненагруженной зоне. Полученные результаты не дают

картину распределения частот вращения роликов в подшипнике [104]. Достоверность получаемых результатов низка и в работе [186], где авторы принимают, что в подшипнике нагружен только один ролик, что позволяет снизить время счета.

Динамика движения сепаратора во многом характеризует особенности работы подшипника, плавность передачи им усилий между вращающимися и не вращающимися деталями опоры, ударный характер усилий в подшипнике. По этой тематике имеется достаточно много опубликованных исследований. С помощью динамического моделирования подшипников многими авторами изучалась прежде всего стабильность движения сепаратора. Влияние на нее радиального зазора, трения, дисбаланса и внешнего момента в роликовых подшипниках моделировалось в работах [97,90,187-189].

В опубликованной литературе практически отсутствуют комплексные экспериментальные исследования проскальзывания в роликовых подшипниках. Результаты экспериментальных исследования движения сепаратора приводятся в работах [97,190,172,170,191,192,193,90,194]. В работах [190,172,192,195] рассмотрены шариковые подшипники, а в остальных – роликовые. Экспериментальные данные, полученные в условии перекоса колец роликового подшипника, приводятся только в публикации [191].

Динамика взаимодействия сепаратора, тел качения и опорного кольца изучалась с применением специальных [26,93,42,196,197-201] и специализированных компьютерных программ, к которым относятся, в частности, BEAST [202] и CAGEDYN [92]. Использовались трехмерные многомассовые модели, допускающие 6 степеней свободы движения деталей и учитывающие их упруго-гидродинамическое контактное взаимодействие. В перечисленных выше работах изучалось влияние внутренней геометрии подшипника, условий трения деталей и частоты их контактных взаимодействий на нагрузки и особенности движения сепаратора.

Динамическое моделирование подшипников качения – это достаточно сложный вопрос, который требует детального учета упругого контактного взаимодействия, контактной гидродинамики и многомассовой динамики деталей подшипника. Дополнительная сложность связана с тем, что некоторые внутренние параметры подшипника, как, например, контактные силы и трение между телами качения и сепаратором, трудно измерить. В результате данные моделирования отдельных параметров практически невозможно экспериментально проверить [86,90,96,92,93]. Вместе с тем любые экспериментальные данные, особенно полученные при нестационарных условиях работы подшипников, важны для проверки и развития теоретических положений.

Опыт работ, посвященных математическому моделированию роликоподшипников, показал, что использование статических и квазистатических моделей равновесия сил и моментов, действующих в роликоподшипнике, не позволяют достаточно точно описать динамику роликов и, следовательно, всего подшипника в целом.

Динамический анализ подшипников качения требует высокого уровня техники расчета для численного интегрирования уравнений движения из-за того, что относительно небольшой и легкий элемент качения подвергается большой нагрузке. Более того, как указано выше, численно описать силы взаимодействия между телами качения и дорожками качения сложной формы достаточно проблематично.

Износ происходит в местах, где поверхности находятся в непосредственном контакте и взаимном скольжении. Количество удаляемого вследствие износа материала должно быть напрямую связано с жесткостью контакта. Эта связь является достаточно сложной – она может включать давление, расстояние и скорость скольжения, упругую и пластическую деформацию микрорельефа, температуру, трение, подповерхностные напряжения и некоторые другие параметры. В зависимости от степени

влияния износа на условия эксплуатации детали для его описания используются разные зависимости, включая упрощённые и эмпирические.

Метод конечных элементов свободен от многих недостатков таких методов. Он применяется в расчетах подшипников качения с целью определения напряженно-деформированного состояния деталей подшипника. Данный метод позволяет адекватно учитывать сложную геометрию детали, распределение внешних нагрузок и физические свойства материала. Однако его применение к анализу напряженного состояния в контакте торцов роликов и бортов конических роликоподшипников представлено лишь в ограниченном числе работ [203,204,205]. В них рассматривались вопросы влияния параметров геометрии всех контактирующих поверхностей роликов, дорожек качения и торцов бортов колец.

Наиболее часто метод конечных элементов используется для решения контактных задач динамического взаимодействия тел качения и колец подшипника по дорожкам качения [44,49,60,206-210], а также тел качения и сепараторов [211,49], что позволяет наиболее точно учесть особенности геометрии рассматриваемых деталей. В этих задачах рассматривается контакт одного тела качения с сопряженной деталью. Полученные решения используются для проверки и уточнения упрощенных аналитических зависимостей между контактной силой и перемещением [44,49,60], которые затем применяются в динамическом расчете, выполняемом методом многомассовой динамики. Результатом последнего являются, в частности, возникающие в подшипнике силы и ускорения. Задавая их значения в пакете конечно-элементного анализа, определяют напряженно-деформированное состояние деталей подшипника в эксплуатационных условиях.

Контактная задача с использованием МКЭ решается также с целью определения распределения внешних нагрузок между телами качения при разных зазорах в подшипнике [60,212-214]. Расчет МКЭ позволяет определить напряженно-деформированное состояние в подшипнике в зависимости от

начальных натягов и температурных полей в подшипнике и сопряженных деталях подшипникового узла [60,215].

Учет пластических деформаций при расчете МКЭ выполняют, как правило для статически нагруженных подшипников качения с целью оценки их статической грузоподъемности, прочности и жесткости [216-218, 99].

В работе [219] трение и скорость изнашивания смазываемого точечного контакта в процессе приработки были изучены с использованием экспериментальной схемы «старт-стоп», а влияние образования пограничного слоя и сглаживания поверхности на трение и износ было описано с помощью аналитических уравнений. Моделирование методом конечных элементов использовалось для прогнозирования процесса разрушения самосмазывающихся сферических подшипников скольжения в условиях износа на основе уравнения износа Арчарда [169].

Исследовались стадии как приработанного, так и стабильного изнашивания. В работе [220] разработаны конечные элементы, используемые для моделирования фреттинг-износа с помощью связанного алгоритма Matlab-Python-Abaqus. За счет учета влияния захваченных частиц износа, ошибка прогнозирования максимальной глубины износа была снижена с 80% до менее чем 10% по сравнению с экспериментами. Авторы этой публикации пришли к выводу, что эффект третьего тела носит в большей степени геометрический, а не реологический характер.

Используя принцип термодинамики, в работе [221] предложили модель износа, которая связывает коэффициент деградации, силу трения, зависящую от нагрузки, и контактную температуру. Особенностью этой модели износа является возможность учета последовательности нагружения, которая отличается от предположения о постоянной нагрузке, принятого в законе износа Арчарда. В работе [222] предлагается стохастическая модель прогнозирования эволюции профиля износа и функции плотности вероятности высоты поверхности начальных линейных контактов во время приработки в условиях смешанной смазки. Глубина износа в области контакта

оценивалась по модифицированной модели износа Арчарда с использованием контактного давления на микронеровностях. Адгезионно-усталостная модель изнашивания была предложена для фрактальных поверхностей в контактных парах плоскости цилиндра [223]. Механизмы адгезионного и усталостного изнашивания различались по критическому диаметру площади контакта между двумя неровностями. В работе [224] была предложена основанная на физических процессах модель усталостного износа для прогнозирования срока службы кумулятивного микропиттингового износа смазываемых конформных контактов шероховатых поверхностей.

Автор работы [225] разработал пространственную динамическую модель, в которой подробно проанализирован процесс взаимодействия ролика с кольцами, сепаратором и бортами колец при перекосах роликов. Результаты расчета представленной модели в контакте торца ролика и борта кольца имеют большое расхождение с практикой [226], на его реализацию требуются большие затраты машинного времени. Динамическая модель роликовых подшипников разрабатывалась и в работе [227], однако авторы не учитывали влияние смазки. В работе [228] разработана квазидинамическая модель роликоподшипника, в которой учитываются влияние масляных пленок, перекося роликов, а полученные данные согласуются с экспериментальными. Однако модель неспособна воспроизводить режимы с большим проскальзыванием сепаратора [190].

В большей части исследований с использованием различных методов моделирования рассматривались локализованные дефекты. В работе [229] смоделировали дефекты на дорожках качения в виде поверхностного выступа или вмятины в форме эллипсоида.

Для изучения влияния дефектов на вибрацию подшипников в работе [230] использовались различия между результатами моделирования и измерений динамики подшипника. Модель учитывала гироскопические и центробежные эффекты, отклонения геометрии контактных поверхностей от номинальной, проскальзывание и прерывание в контактах, а также

локализованные неисправности. Вмятины и дефекты на внутреннем кольце, внешнем кольце и шариках были смоделированы по данным изменений профиля поверхности.

Обновленная концепция эволюции износа представлена в работе [231]; она основана на трехступенчатых моделях и исследованиях износа при контакте качения. Обновленная структура описывается как пятиэтапный процесс: обкатка, установившийся режим, инициирование дефектов (уплотнения, микротрещины, включения), распространения дефектов (углубления, расширяющиеся трещины) и рост повреждений (откалывание). Преимущество такого подхода состоит в том, чтобы более эффективно объяснить стадию нестабильности. Это помогает более детально объяснить природу эволюции износа для дальнейшего моделирования и мониторинга, обеспечивая понимание стадий эволюции износа, задействованных механизмов на каждой стадии и факторов, влияющих на каждую стадию.

Большинство рассмотренных ранее исследований реализовали один и тот же подход к учету дефекта поверхности в динамических моделях: изменение размеров и форм поверхностного дефекта. Один из наиболее вероятных сценариев эволюции износа представлен в [232], он включает четыре механизма концентрации напряжений, которые участвуют в контакте при качении, эти механизмы распределяют напряжения в определенной точке или области. Трещины возникают из-за неоднородности материала и циклических напряжений, далее трещины распространяются к поверхности. Так же неровности могут быть выражены в виде шероховатости поверхности, однако наиболее значительные неровности возникают из-за вмятин и потертостей.

Износ при скольжении редко включают в модели численного моделирования динамики, используемые в инженерной практике в качестве средств прогнозирования состояния деталей. По сути, это явление остается одним из наименее изученных в области трибологии. До сих пор нет и

устоявшейся модели общего износа, которая могла бы полностью удовлетворить технические требования в различных типах приложений.

Одна из трудностей, которая возникает при численном моделировании износа конкретных деталей, заключается во взаимной зависимости характеристик износа и условий эксплуатации. Заметный износ в режиме реального времени изменяет топографию поверхности и геометрию контакта, что, в свою очередь, может существенно повлиять на характеристики контактного гидродинамического взаимодействия, жёсткость контакта и динамику движения деталей.

Значительное количество опубликованных статей посвящено влиянию на динамическое поведение подшипников самых различных дефектов тел и дорожек качения, а в качестве дефектов сепараторов почти исключительно рассматривали изменения, вызванные их износом [233,234]. Влияние на прочность сепаратора небольших трещин изучалось в работе [235]. Воздействие неметаллических включений в металле сепаратора на его усталостную прочность не изучалось.

К подшипниковым сталям колец и тел качения предъявляются жесткие требования по загрязненности неметаллическими включениями. Это связано с тем, что неметаллические включения, обладая отличными от основного металла физико-химическими и механическими свойствами, нарушают сплошность металла, вызывают местные концентрации напряжений, понижают пластичность и вязкость, ухудшают усталостную прочность и износостойкость. Для сепараторов из стали марки 40ХН2МА-Ш, которая поставляется по ГОСТ 4543-16 или ТУ 14-1-2765-79, загрязненность стали неметаллическими включениями относится к требованиям, устанавливаемым по согласованию изготовителя с заказчиком, зачастую не регламентируется и соответственно не контролируется.

Несмотря на то, что сталь марки 40ХН2МА-Ш подвергается рафинирующему электрошлаковому переплаву, который обеспечивает измельчение и повышенную чистоту по неметаллическим включениям, 15%

частиц оксидов и сульфидов могут достигать размеров 5-10 мкм [236] и служить серьезными концентраторами напряжений, облегчая образование усталостных трещин.

### 1.3. Выводы по главе 1

Из изложенного обзора и анализа теоретических и экспериментальных работ в области развития методов моделирования динамики движения и взаимодействия деталей роликовых подшипников в условиях гидродинамического контактного трения, перекосов колец подшипника, радиальных и осевых зазоров, износа рабочих поверхностей, можно сформулировать актуальные научные и прикладные задачи дальнейших исследований в данной области, решению которых посвящена данная диссертационная работа:

- Определение нового условия возникновения заедания в роликовых подшипниках, основанного на учете термического участка кривой гидродинамического трения.

- Создание методики компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания при гидродинамическом режиме трения, обеспечивающей контроль возможности заедания и анализ взаимного влияния кинематики элементов и износа рабочих поверхностей.

- Разработка методики определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости, включающей учет влияния твердых неметаллических включений в материале сепараторов.

- Приложение разработанных методик к решению актуальных практических задач обеспечения требуемой долговечности роликовых подшипников и их внедрение в производственную практику.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ С УЧЕТОМ ИЗНАШИВАНИЯ

Динамическая модель роликового подшипника с шестью степенями свободы деталей позволяет наиболее полно описать их движение, учесть влияние всех параметров внутренней геометрии, включая углы перекоса и смещения колец, роликов, сепаратора, зазоры и другие. При уменьшении числа степеней свободы какой-либо из деталей подшипника пропадает возможность учета части эффектов, которые могли бы существенно повлиять на динамику подшипника.

Созданная методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания представлена на структурно-функциональной схеме (рисунок 2.1). Голубой контур отмечает этапы, по которым в диссертации получены новые результаты: (а) включение модели упруго-гидродинамического трения с учетом саморазогрева масляной пленки, обеспечивающей корректный учет условий контактного взаимодействия и оценку возможности заедания; (б) расчет износа рабочих поверхностей; (в) оценку усталостной выносливости сепаратора. Условия эксплуатации включают внешние силы и моменты, поле температуры, частоту вращения и перекосы колец. Геометрическая модель задает размеры деталей, рабочие зазоры, формы профилей и качество поверхностей. Исходные данные варьируются в пределах допустимых диапазонов параметров; по результатам расчетов выбираются такие их сочетания, которые обеспечивают лучшие динамические характеристики подшипника: минимальные внутренние силы и моменты, более равномерные контактные давления, плавность движения, меньшую мощность тепловыделения, большую толщину пленки смазки и меньшее проскальзывание, а также обеспечивают требуемый ресурс по контактной усталости, износу и усталостной прочности сепаратора.

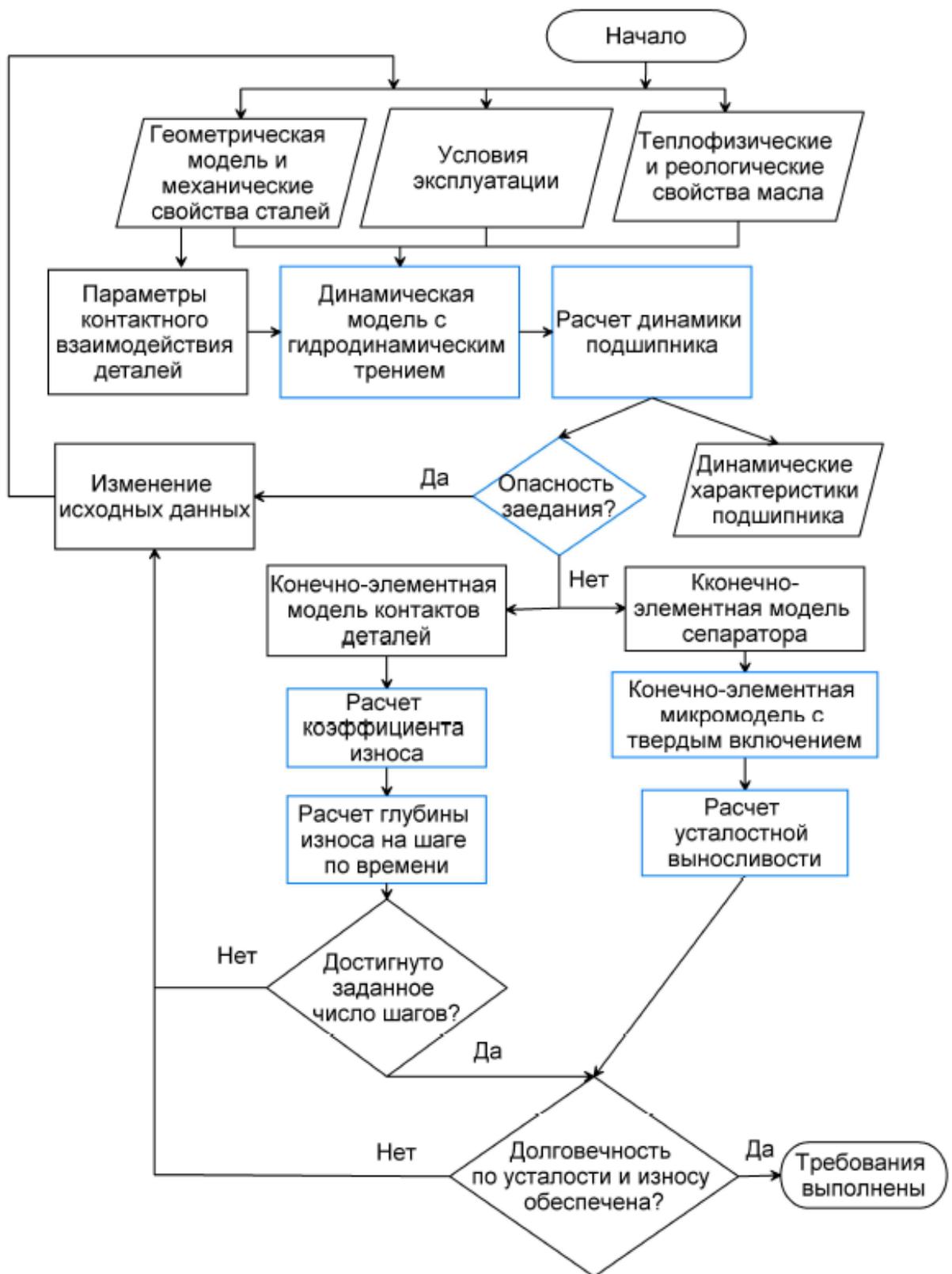


Рисунок 2.1 – Структурно-функциональная схема разработанной методики компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания

## 2.1. Условия динамики движения деталей подшипника

Динамическая модель подшипника разработана в программной системе MSC.ADAMS, специализированной для расчета роликовых подшипников путем создания соответствующих пользовательских процедур.

Пакет MSC.ADAMS представляет собой многофункциональный инструмент моделирования многомассовых систем со связями прерывистого действия. Функционально пакет MSC.ADAMS состоит из препроцессора, решателя и процессора. Препроцессор позволяет создавать геометрию элементов модели, задавать начальные условия по их положению и скорости, задавать внешние силы и силы взаимодействия элементов модели между собой. Решатель формирует матрицу дифференциальных уравнений движения и численно интегрирует ее с учетом действия внешних сил и моментов.

Уравнения многомассовой динамики твердых тел в MSC.ADAMS реализуются в самом общем виде и поэтому могут быть использованы для моделирования движения тел в любом возможном случае. Движение каждого твердого тела исследуемой системы представляется в виде комбинации движения некоторой точки тела, выбранной за полюс, и сферического движения тела вокруг полюса [237]. Дифференциальные уравнения движения полюса некоторого тела механической системы представляют собой проекции второго закона Ньютона на оси декартовой системы координат:

$$\begin{aligned} M_i \ddot{x} &= \sum_{j=1}^n F_{jx}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) + \sum_{j=1}^m F_{jx}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \\ M_i \ddot{y} &= \sum_{j=1}^n F_{jy}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) + \sum_{j=1}^m F_{jy}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \\ M_i \ddot{z} &= \sum_{j=1}^n F_{jz}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) + \sum_{j=1}^m F_{jz}^e(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $M_i$  – масса тела,  $x, y, z$  – координаты полюса,  $F_{jx}^e, F_{jy}^e, F_{jz}^e$  и  $F_{jx}^i, F_{jy}^i, F_{jz}^i$  – проекции внешних и внутренних сил рассматриваемой механической системы, действующих на данное тело,  $n$  и  $m$  – число таких сил.

Уравнения Эйлера для вращательного движения твердого тела используются в матрично-тензорной форме:

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} M_x(\varphi, \psi, \theta, \omega_x, \omega_y, \omega_z, t) \\ M_y(\varphi, \psi, \theta, \omega_x, \omega_y, \omega_z, t) \\ M_z(\varphi, \psi, \theta, \omega_x, \omega_y, \omega_z, t) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

где  $M_x, M_y, M_z$  – проекции моментов внешних сил на оси координат,  $\varphi, \psi, \theta$  – углы поворота тела вокруг осей координат  $x, y, z$  соответственно,  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости на оси координат. Записывая систему уравнений (2.1) и (2.2) для каждого тела системы и учитывая согласно третьего закона Ньютона попарное равенство внутренних сил при парном взаимодействии любых двух тел системы, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение каждого тела системы.

Силовое взаимодействие между телами подшипника можно рассматривать как действие голономных геометрических неударяющих связей. Величины сил этого взаимодействия зависят как от механических свойств контактирующих тел, так и от их геометрии.

С точки зрения исследовательского эксперимента система тел, составляющих подшипник, с жестко заданными размерами не представляет интереса, поскольку не позволяет решать задачи геометрической оптимизации. Требование практической ценности компьютерной модели влечет необходимость допускать изменение размеров деталей подшипника, что в свою очередь делает необходимым перерасчет размеров, связанных с соответствующими элементами. Построение непараметризованной модели каждый раз «с нуля» является задачей, по трудоемкости сопоставимой с задачей определения динамических характеристик подшипника. Поэтому для создания геометрии деталей подшипника использовался внутренний редактор MSC.ADAMS. Он позволяет создавать параметрические модели,

допускающие изменение геометрических размеров и условий симуляции без перестроения модели в целом. В основе создания геометрических объектов MSC.ADAMS лежит понятие локальной системы координат, или маркера.

Локальная система координат представляет собой безмассовый объект, который характеризуется только своим положением и ориентацией. Положение и ориентация маркера задаются смещениями вдоль осей и углами поворота вокруг осей глобальной системы координат. У каждого трехмерного геометрического объекта имеется базовый маркер, относительно которого вычисляются координаты точек поверхности объекта. Координаты точек поверхности объекта вычисляются с использованием характерных размеров объекта. Например, для сферы характерным размером является радиус. Для кругового цилиндра характерными размерами являются радиус основания и высота. Вместе с созданием геометрии детали ей назначается некоторый материал, на основе плотности которого вычисляются масса и моменты инерции.

Наиболее важным с точки зрения корректности результатов вычислений применительно к роликовому подшипнику является правильное описание геометрии ролика и профиля дорожки качения. Для создания геометрии кольца подшипника существует два способа:

- 1) Комбинация геометрических примитивов (цилиндры, конусы и т.д.)
- 2) Использование тела вращения с заданным профилем

В данной работе был выбран второй способ, поскольку он позволяет точно моделировать геометрию с учетом, например, износа торцов кольца. Для создания профиля дорожки качения в MSC.ADAMS разработан скрипт `geometry create curve polyline`:

```

!
geometry create curve polyline &
  polyline_name = .m_roll.in_ring.POLYLINE_1 &
  location = 0.0, (R_in_inring), 70, & ! точка 1
            0.0, (R_out_inring), (70), & ! точка 2
            0.0, (r_out_inring), (58.69-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 3
            0.0, (r_track_inring_max+(r_out_inring-r_track_inring_max)/2), (59.09-0.45+ring_ace_gap/2+0.00246), & !точка 3_iznos
            0.0, (r_track_inring_max), (59.49-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 4
            0.0, (r_track_inring_max-0.224), (-1.52+59.49-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 5
            0.0, (r_track_inring_max-0.712), (-5+59.49-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 6
            0.0, (r_track_inring_max-3.342668+0), (-5+40.85-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 7 - линия износа 10
            0.0, (r_track_inring_max-3.5500858+0), (-5+39.38-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 8 - линия износа 9
            0.0, (r_track_inring_max-3.7589138+0), (-5+37.9-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 9 - линия износа 8
            0.0, (r_track_inring_max-3.9677418+0), (-5+36.42-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 10 - линия износа 7
            0.0, (r_track_inring_max-4.0947318+0), (-5+35.52-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 11 - линия износа 6
            0.0, (r_track_inring_max-4.1046088+0), (-5+35.45-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 12 - линия износа 5
            0.0, (r_track_inring_max-4.1116638+0), (-5+35.4-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 13 - линия износа 1
            0.0, (r_track_inring_max-4.1243628+0), (-5+35.31-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 14 - линия износа 2
            0.0, (r_track_inring_max-4.1328288+0), (-5+35.25-0.45+ring_ace_gap/2), & !точка 15 - линия износа 3
            0.0, (r_track_inring_min+0.572), (4.02+9.49-0.45-ring_ace_gap/2), & !точка 16
            0.0, (r_track_inring_min+0.202), (1.52+9.49-0.45-ring_ace_gap/2), & !точка 17
            0.0, (r_track_inring_min), (9.49-0.45-ring_ace_gap/2), & !точка 18
            0.0, (89.8815), (9.245-0.45-ring_ace_gap/2), & !точка 19
            0.0, (89.8815), (0), & !точка 20
            0.0, (R_in_inring), 0 & !точка 21
close=yes
!

```

Рисунок 2.2 – Скрипт создания профиля дорожки качения

При использовании этого скрипта пользователь последовательно задает координаты точек профиля, которые затем соединяются отрезками ломаной.

Создание тела вращения осуществляется при помощи скрипта `geometry create shape revolution`, в котором пользователь задает положение и ориентацию определяющего маркера, а затем сопоставляет положение созданного ранее профиля относительно базового маркера:

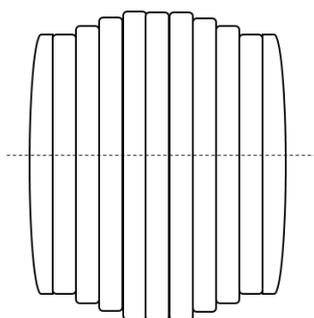
```

!
geometry create shape revolution &
  revolution_name = .m_roll.in_ring.REVOLUTION1 &
  ! revolution_name = .m_roll.in_ring.revolution1 &
  reference_marker = .m_roll.in_ring.MARKER_cyl_out &
  analytical=yes &
  profile_curve= .m_roll.in_ring.POLYLINE_1 &
  angle_extent = (360) &
  number_of_sides = 99
!

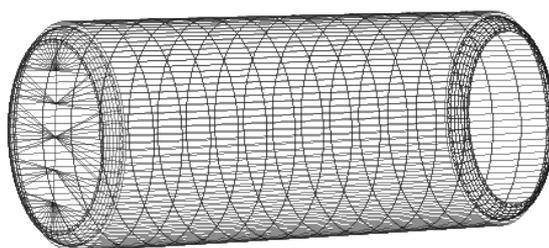
```

Рисунок 2.3 – Скрипт создания тела вращения

Ролик как геометрическое тело представляет собой комплексный объект (рисунок 2.4), состоящий из ряда усеченных конусов, совокупность которых представляет собой рабочую поверхность – слайсы 1-9 рисунка 2.4(а) и боковых цилиндров играющих роль торцов.



а)



б)

Рисунок 2.4 – Схема разделения ролика на слайсы а) цилиндрического подшипника б) двухрядного конического роликового подшипника

Таким образом можно разделить контактное взаимодействие торцов ролика с бортами направляющего кольца и рабочей поверхности ролика с дорожкой качения того же кольца. Использование набора усеченных конусов разной длины позволяет с необходимой точностью моделировать геометрию как бомбинированного, так и изношенного профиля. Геометрические объекты – слайсы, из которых состоит ролик, создаются индивидуальными скриптами, что позволяет подстраивать геометрию ролика под изменяющиеся параметры подшипника. Исключение составляет сферическая поверхность на торце ролика. Она соединяется с боковым цилиндром при помощи операций логического вычитания, пересечения и слияния.

При исследовании динамики подшипник можно представить в виде набора твердых тел, взаимодействие между которыми происходит по заранее заданным законам.

Ролики и сепаратор в модели имеют шесть степеней свободы. Для двухрядного конического подшипника наружное кольцо неподвижно, а внутренние кольца фиксировались друг относительно друга распорной

штукой и могли совершать плоскопараллельное движение в плоскости вращения и поступательное движение вдоль оси вращения. При этом задавался закон вращения внутренних колец относительно оси. Остальные перемещения внутренних колец были свободными. Ввиду того, что область контакта между роликом и кольцами является эллиптической, скорость скольжения в разных зонах контакта будет различной. Контактное взаимодействие вычисляется для каждого слайса в отдельности (рисунок 2.4 (б)).

Для описания упругого контактного взаимодействия слайсов стальных роликов и колец могут быть использованы зависимости между величиной контактной силы и величиной контактной деформации тел согласно соотношениям [54]

$$\delta_1 = 3,17 \left( \frac{d_m}{2} \right)^{0,08} \left( \frac{Q(1-\nu^2)}{EL_s} \right)^{0,92} \quad (2.3)$$

$$\delta_0 = 2,66 \left( \frac{t_b}{D/d_m} \right)^{0,08} \left( \frac{Q(1-\nu^2)}{EL_s} \right)^{0,91} \quad (2.4)$$

где  $Q$  – нормальная сила в контакте (Н),  $\delta_i$ ,  $\delta_o$  – контактные сближения ролика с внутренним и наружным кольцами соответственно (мм),  $d_m$  – средний диаметр подшипника (мм),  $D$  – наружный диаметр подшипника (мм),  $t_b$  – расстояние от дорожки качения до внешней поверхности обоймы подшипника (мм),  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $E$  – модуль Юнга (МПа),  $L_s$  – длина слайса (мм).

Можно также использовать результаты конечно-элементного моделирования соответствующей контактной задачи.

Для учета контактного демпфирования и предотвращения нефизических осцилляций, вызванных дискретностью машинного счета, вводилась демпфирующая добавка. Она представляет собой вязкую силу с переменным коэффициентом вязкости, которая вычисляется по формуле

$$F_{vio} = C(\delta)\delta, \quad (2.5)$$

где  $C(\delta)$  представляет собой кусочно-гладкую степенную функцию контактного сближения  $\delta$  следующего вида

$$C(\delta) = \begin{cases} 0, \delta = 0 \\ C_{\max} \left( \frac{\delta}{\delta_*} \right)^2 \cdot \left[ 3 - 2 \left( \frac{\delta}{\delta_{\max}} \right) \right], 0 < \delta < \delta_* \\ C_{\max}, \delta > \delta_* \end{cases}, \quad (2.6)$$

где  $\delta_*$  – критическое значение контактного сближения.

Расчет остальных контактных взаимодействий: между рабочими поверхностями роликов и сепаратором, между торцами роликов и бортами внутреннего кольца, между торцами роликов и сепаратором, между сепаратором и внутренним кольцом проводился по общей методике, которая включает в себя вычисление нормальной и касательной сил взаимодействия соответствующих элементов подшипника.

Вязкая составляющая нормальной контактной силы вычисляется по формуле

$$Q_n'' = -K \frac{d\delta}{dt}, \quad (2.7)$$

где  $K$  – коэффициент демпфирования, который выбирался исходя из условия минимизации нефизических осцилляций величины контактной силы [238].

Зависимость, описывающая нормальную силу контактного взаимодействия двух тел, имеет вид

$$Q_n = Q_n' + Q_n'', \quad (2.8)$$

где  $Q_n'$  – нелинейно упругая составляющая контактной силы,  $Q_n''$  – вязкая составляющая контактной силы.

Величина упругой составляющей нормальной контактной силы  $Q'$  для контактного взаимодействия между слайсами и дорожками качения задается обобщенной формулой, приведенной в работе [210]

$$Q' = \frac{L_s}{c^\alpha} \delta^\alpha \quad (2.9)$$

где  $c$  – податливость материала колец,  $\alpha$  – показатель степени упруго-нелинейного взаимодействия. В случае взаимодействия роликов и дорожек качения (2.9) может быть получена из (2.3) и (2.4).

Касательная составляющая контактной силы между слайсами вычислялась исходя из предположения об упругогидродинамическом режиме трения с использованием модели Мураки [142].

Для контактов между сепаратором и внутренним кольцом, а также между слайсами роликов и сепаратором, принимается гипотеза о том, что масляная пленка при движении частей подшипника сохраняется. Это обоснованно тем, что слайсы роликов и наружная поверхность сепаратора постоянно соприкасаются с воздушно-масляной средой и величина поверхности контакта существенно меньше остальной поверхности контактирующего тела [117]. Коэффициент трения в случае гидродинамического контакта рассчитывается по приведенной выше модели трения и обычно имеет значение от 0,00075 до 0,02. Для контакта между торцами роликов и другими частями подшипника данная гипотеза не всегда применима, так как граница пятна контакта часто достигает границы области проекции друг на друга контактирующих торцевых поверхностей и возникновение между ними режима жидкостного трения становится невозможным. Исходя из этого считается, что в контакте на торцах роликов реализуется режим граничного трения, коэффициент трения составляет 0,065 и является постоянным [117]. Значения вязких сопротивлений масловоздушной среды движению роликов и сепаратора брались из готовых результатов моделирования гидродинамики движения смазочной среды, методика и некоторые результаты которого приводятся в работах [118].

Коэффициенты податливости для подшипника типоразмера 2002834 между торцами роликов и бортами внутреннего кольца, а также между роликами и сепаратором вычислялись по результатам конечно-элементного анализа. Из диаграммы на рисунке 2.5 следует, что только при строго соосном положении ролика и внутреннего кольца диаграмма контактного сближения является линейной, но уже при небольшом развороте ролика контактная податливость существенно возрастает и становится нелинейной. Рассмотрены следующие варианты:

Вариант расчёта № 1. Контакт ролика и борта внутреннего кольца подшипника по ребру борта. Угол рысканья равен нулю. Угол тангажа: А) 1 мрад; В) 2 мрад.

Вариант расчёта № 2. Контакт ролика и борта внутреннего кольца подшипника по ребру ролика. Угол рысканья равен нулю. Угол тангажа: А) 1 мрад; В) 2 мрад.

Вариант расчёта № 3. Контакт ролика и борта внутреннего кольца подшипника. Угол тангажа равен нулю. Угол рысканья: А) 1 мрад; В) 2 мрад.

Вариант расчёта № 4. Контакт ролика и борта внутреннего кольца подшипника. Номинальное положение ролика: углы рысканья и тангажа равны нулю.

Вязкая составляющая контактной силы подбирается таким образом, чтобы исключить нефизические осцилляции контактных сил.

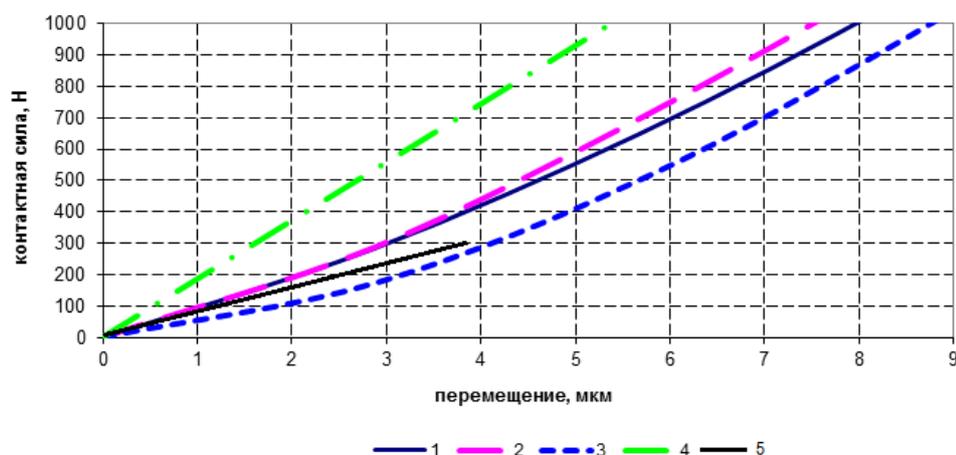


Рисунок 2.5 – Зависимости перемещения центра ролика от контактной силы для вариантов расчёта: 1) №1, В; 2) №2, В; 3) №3, А; 4) №4; 5) аппроксимация

При проведении динамических расчетов была принята следующая индексация приведенных ниже величин: дорожка качения внутреннего кольца считается телом 1, наружное кольцо – телом 2, слайсы роликов – телом 3, сепаратор – телом 4, торцы роликов – телом 5, борты внутреннего кольца – телом 6.

При вычислении касательных составляющих контактных сил используется двухуровневая модель вязкого сопротивления,

характеризующееся двумя ключевыми коэффициентами сопротивления: «статическим»  $\mu_s$ , характеризующим максимальное сопротивление, возникающее при некоторой малой скорости скольжения, и «динамическим» коэффициентом  $\mu_d$ , определяющим касательное контактное сопротивление при достижении второго ключевого значения скорости скольжения. В контактах ролика и дорожек качения  $\mu_d = \mu_r$ , где  $\mu_r$  определяется в соответствии с (1.3). Общий вид зависимости коэффициента касательной составляющей силы контактного сопротивления от скорости скольжения контактирующих тел представлен на рисунке 2.6.

В расчетах нормальные и касательные контактные силы  $F_n$  и  $F_\tau$  вычисляются согласно следующим соотношениям:

- между слайсами роликов и сепаратором

$$F_{n34} = K_{p34} \delta_{34}^{n34} + STEP(\delta_{34}, 0, C_{h34}, 0, d_{34}) \cdot \dot{\delta}_{34}, \quad F_{\tau34} = \mu_{34}(v_{\tau34}) F_{n34},$$

где коэффициент  $\mu_{34}$  вычисляется по следующим правилам:

$$\mu_{34}(-v_{s34}) = \mu_{s34}, \quad \mu_{34}(v_{s34}) = -\mu_{s34}, \quad \mu_{34}(0) = 0.$$

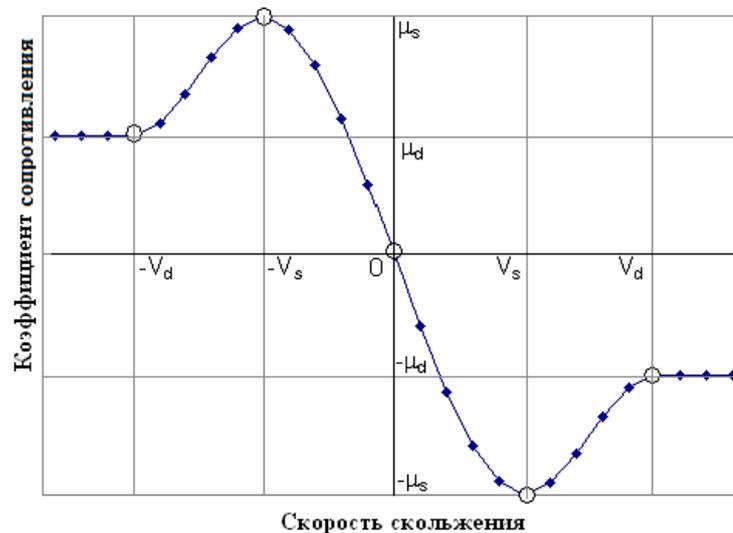


Рисунок 2.6 – Схема зависимости коэффициента сопротивления в контакте от скорости скольжения

$$\mu_{34}(v_{d34}) = -\mu_{d34}, \quad \mu_{34}(v_{\tau34}) = -STEP(|v_{\tau34}|, v_{s34}, v_{d34}, \mu_{s34}, \mu_{d34}) \text{ при}$$

$$v_{s34} < |v_{\tau34}| < v_{d34}, \quad \mu_{34}(v_{\tau34}) = STEP(|v_{\tau34}|, -v_{s34}, -v_{d34}, \mu_{s34}, \mu_{d34}) \text{ при}$$

$$-v_{d34} < |v_{\tau34}| < -v_{s34}, \quad \mu_{34}(v_{\tau34}) = -sign(v_{\tau34}) \mu_{d34} \text{ при } |v_{\tau34}| > v_{d34}.$$

где  $v_{\tau 34}$  –текущее значение скорости скольжения,  $\delta_{34}$  –текущая величина контактной деформации в контактном взаимодействии между слайсами роликов и сепаратором.

- между сепаратором и внутренним кольцом

$$F_{n14} = K_{p14} \delta_{14}^{n14} + STEP(\delta_{14}, 0, C_{h14}, 0, d_{14}) \cdot \dot{\delta}_{14}, \quad F_{\tau 14} = \mu_{14}(v_{\tau 14}) F_{n14},$$

где коэффициент  $\mu_{14}$  вычисляется по следующим правилам:

$$\mu_{14}(-v_{s14}) = \mu_{s14}, \quad \mu_{14}(v_{s14}) = -\mu_{s14}, \quad \mu_{14}(0) = 0, \quad \mu_{14}(v_{d14}) = -\mu_{d14},$$

$$\mu_{14}(v_{\tau 14}) = -STEP(|v_{\tau 14}|, v_{s14}, v_{d14}, \mu_{s14}, \mu_{d14}) \quad \text{при } v_{s14} < |v_{\tau 14}| < v_{d14},$$

$$\mu_{14}(v_{\tau 14}) = STEP(|v_{\tau 14}|, -v_{s14}, -v_{d14}, \mu_{s14}, \mu_{d14}) \quad \text{при } -v_{d14} < |v_{\tau 14}| < -v_{s14},$$

$$\mu_{34}(v_{\tau 34}) = -sign(v_{\tau 34}) \mu_{d34} \quad \text{при } |v_{\tau 14}| > v_{d14}.$$

где  $v_{\tau 14}$  –текущее значение скорости скольжения,  $\delta_{14}$  –текущая величина

контактной деформации в контактном взаимодействии между сепаратором и внутренним кольцом.

- между торцами роликов и бортом внутреннего кольца

$$F_{n56} = K_{p56} \delta_{56}^{n56} + STEP(\delta_{56}, 0, C_{h56}, 0, d_{56}) \cdot \dot{\delta}_{56}$$

$$F_{\tau 56} = \mu_{56}(v_{s56}),$$

где коэффициент  $\mu_{56}$  вычисляется по следующим правилам:

$$\mu_{56}(-v_{s56}) = \mu_{s56}; \quad \mu_{56}(v_{s56}) = -\mu_{s56}; \quad \mu_{56}(0) = 0; \quad \mu_{56}(-v_{d56}) = \mu_{d56};$$

$$\mu_{56}(v_{d56}) = -\mu_{d56}; \quad \mu_{56}(v_{\tau 56}) = -STEP(|v_{\tau 56}|, v_{s56}, v_{d56}, \mu_{s56}, \mu_{d56}) \quad \text{при}$$

$$v_{s56} < |v_{\tau 56}| < v_{d56}; \quad \mu_{56}(v_{\tau 56}) = STEP(|v_{\tau 56}|, -v_{s56}, -v_{d56}, \mu_{s56}, \mu_{d56}) \quad \text{при}$$

$$-v_{d56} < |v_{\tau 56}| < -v_{s56}; \quad \mu_{56}(v_{\tau 56}) = -sign(v_{\tau 56}) \mu_{d56} \quad \text{при } |v_{\tau 56}| > v_{d56},$$

где  $v_{\tau 56}$  –текущее значение скорости скольжения,  $\delta_{56}$  –текущая величина

контактной деформации в контактном взаимодействии между торцом ролика и бортом внутреннего кольца.

- между торцами роликов и сепаратором

$$F_{n54} = K_{p54} \delta_{54}^n + STEP(\delta_{54}, 0, C_{h54}, 0, d_{54}) \cdot \dot{\delta}_{54}$$

$$F_{\tau 54} = \mu_{54}(v_{s54}),$$

где коэффициент  $\mu_{54}$  вычисляется по следующим правилам:

$$\begin{aligned} \mu_{54}(-v_{s54}) &= \mu_{s54}; \mu_{54}(v_{s54}) = -\mu_{s54}; \mu_{54}(0) = 0; \mu_{54}(-v_{d54}) = \mu_{d54}; \\ \mu_{54}(v_{d54}) &= -\mu_{d54}; \mu_{54}(v_{\tau54}) = -STEP(|v_{\tau54}|, v_{s54}, v_{d54}, \mu_{s54}, \mu_{d54}) \text{ при} \\ v_{s54} < |v_{\tau54}| < v_{d54}; \mu_{54}(v_{\tau54}) &= STEP(|v_{\tau54}|, -v_{s54}, -v_{d54}, \mu_{s54}, \mu_{d54}) \text{ при} \\ -v_{d54} < |v_{\tau54}| < -v_{s54}; \mu_{54}(v_{\tau54}) &= -sign(v_{\tau54})\mu_{d54} \text{ при } |v_{\tau54}| > v_{d54}, \end{aligned}$$

где  $v_{\tau54}$  – текущее значение скорости скольжения,  $\delta_{54}$  – текущая величина контактной деформации в контактном взаимодействии между торцом ролика и бортом внутреннего кольца.

Перечень параметров, используемых для моделирования контактов с использованием двухуровневой модели трения, приведен в таблице 2.1.

Влияние воздушно-масляной среды на динамику сепаратора учитывалось при помощи действующего на сепаратор момента вязких сил, пропорционального угловой скорости сепаратора. При помощи гидродинамического анализа [118, 239] для однорядного цилиндрического подшипника типоразмера 2002834, например, была получена следующая аппроксимирующая формула для момента вязких сил, действующих на сепаратор при концентрации масла в масловоздушной смеси 0,05:

$$M = -662 \cdot \omega_{\text{сеп}},$$

где  $M$  – момент в Н·мм;  $\omega_{\text{сеп}}$  – угловая скорость сепаратора в рад/мс.

Вязкая сила и момент, действующие на ролик, незначительны по сравнению с остальными действующими на них нагрузками. В расчетах динамики деталей подшипника они не учитывались.

В динамическую модель подшипника был адаптирован пользовательский алгоритм расчета гидродинамического трения, описанный в п. 2.2. Он реализован на языке программирования C++ в виде динамически подгружаемой библиотеки DLL с использованием общедоступного пакета Visual Studio.

Таблица 2.1 – Параметры контактного взаимодействия в динамической модели подшипника

Обозначение	Описание
$K_{p34}$	Коэффициент при упругой составляющей силы контактного взаимодействия слайсы ролика – сепаратор.
$C_{h34}$	Максимальное значение коэффициента вязкой составляющей силы контактного взаимодействия слайсы ролика – сепаратор.
$n_{34}$	Показатель нелинейной упругости упругой составляющей силы контактного взаимодействия слайсы ролика – сепаратор.
$\delta_{34}$	Величина контактно деформации в контакте ролик – сепаратор, на котором достигается максимальное значение коэффициента вязкости.
$\mu_{s34}$	Значение динамического коэффициента трения в контакте слайсы ролика – сепаратор.
$\mu_{d34}$	Значение статического коэффициента трения в контакте слайсы ролика – сепаратор.
$v_{s34}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор, вплоть до которой трение определяется только статическим коэффициентом.
$v_{d34}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор свыше которой трение определяется только динамическим коэффициентом.
$K_{p14}$	Коэффициент при упругой составляющей силы контактного взаимодействия внутреннее кольцо – сепаратор.
$C_{h14}$	Максимальное значение коэффициента вязкой составляющей силы контактного взаимодействия внутреннее кольцо – сепаратор.
$n_{14}$	Показатель нелинейной упругости упругой составляющей силы контактного взаимодействия внутреннее кольцо – сепаратор.
$\delta_{14}$	Величина контактной деформации в контакте внутреннее кольцо – сепаратор, на котором достигается максимальное значение коэффициента вязкости.
$\mu_{s14}$	Значение статического коэффициента трения в контакте внутреннее кольцо – сепаратор.
$\mu_{d14}$	Значение динамического коэффициента трения в контакте внутреннее кольцо – сепаратор.
$v_{s14}$	Величина скорости скольжения в контакте внутреннее кольцо – сепаратор, вплоть до которой трение определяется только статическим коэффициентом.

$v_{d14}$	Величина скорости скольжения в контакте внутреннее кольцо – сепаратор, свыше которой трение определяется только динамическим коэффициентом.
$K_{p54}$	Коэффициент при упругой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – сепаратор.
$C_{h54}$	Максимальное значение коэффициента вязкой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – сепаратор.
$n_{54}$	Показатель нелинейной упругости упругой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – сепаратор.
$\delta_{54}$	Величина контактной деформации в контакте ролик – сепаратор, на котором достигается максимальное значение коэффициента вязкости.
$\mu_{s54}$	Значение динамического коэффициента трения в контакте торец ролика – сепаратор.
$\mu_{d54}$	Значение статического коэффициента трения в контакте торец ролика – сепаратор.
$v_{s54}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор, вплоть до которой трение определяется только статическим коэффициентом.
$v_{d54}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор, свыше которой трение определяется только динамическим коэффициентом.
$K_{p56}$	Коэффициент при упругой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – борты внутреннего кольца.
$C_{h56}$	Максимальное значение коэффициента вязкой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – борты внутреннего кольца.
$n_{56}$	Показатель нелинейной упругости упругой составляющей силы контактного взаимодействия торец ролика – борты внутреннего кольца.
$\delta_{56}$	Величина контактной деформации в контакте ролик – сепаратор, на котором достигается максимальное значение коэффициента вязкости.
$\mu_{s56}$	Значение динамического коэффициента трения в контакте торец ролика борты внутреннего кольца.
$\mu_{d56}$	Значение статического коэффициента трения в контакте торец ролика – борты внутреннего кольца.
$v_{s56}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор, вплоть до которой трение определяется только статическим коэффициентом.

$v_{d56}$	Величина скорости скольжения в контакте слайсы ролика – сепаратор выше которой, трение определяется только динамическим коэффициентом.
-----------	--

## 2.2. Учет гидродинамического трения и условия заедания

При эксплуатации условия работы подшипника могут изменяться в широком диапазоне скоростей, нагрузок и температур. Поэтому для описания трения в подшипнике и, прежде всего, между роликами и дорожками качения требуется достаточно универсальная модель. В данной работе для моделирования процесса гидродинамического трения между рабочими поверхностями роликов и дорожками качения колец используется модель (1.4), предложенная в работе Мураки [142].

На рисунке 2.7 приводится взятая из [240] диаграмма Штрибека, качественно показывающая зависимость между коэффициентом трения  $\mu$  и параметром масляной пленки. В зависимости от величины этого параметра реализуются разные виды трения: граничное, смешанное и жидкостное.

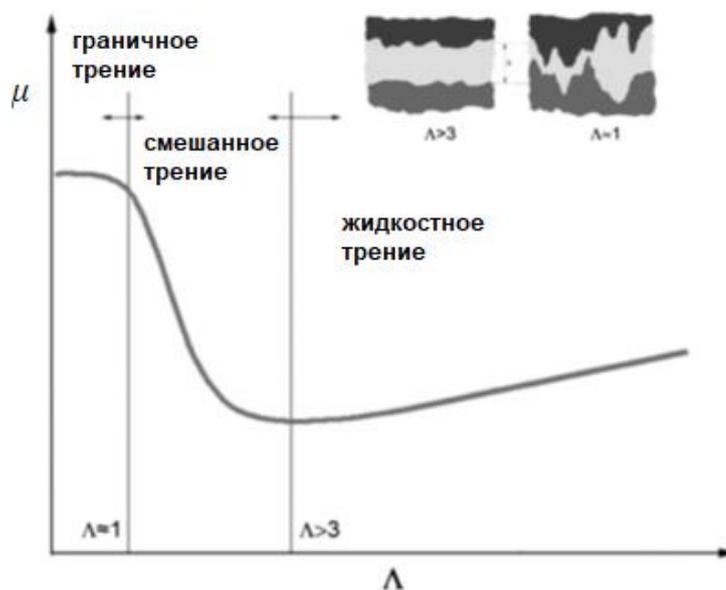


Рисунок 2.7 – Диаграмма Штрибека

Для описания граничного трения в (1.3) используется формула Крагельского [135]

$$\mu_{bd} = (-0,1 + 22,28s)\exp(-181,46s) + 0,1 \quad (2.10)$$

Здесь  $s$  – коэффициент скольжения, представляющий собой отношение скорости скольжения  $v$  к скорости качения  $u$ :

$$s = v/u \quad (2.11)$$

Рассмотрим в качестве примера реализацию принятой модели для полиальфаолефинового масла (ПАО) группы вязкости ISO VG 320, экспериментальные кривые трения которого приводятся в работе [145] с обозначением масла как ПАО1. Они получены при качении шарика диаметром 19 мм по диску диаметром 100 мм, материал шарика и диска – сталь AISI 52100. На основании приведенных в работе [145] результатов приняты следующие температурные зависимости: кинематической вязкости  $\nu = 2367473 \cdot T^{-2,4151}$  (мм<sup>2</sup>/с); пьезовязкостного коэффициента  $\bar{\alpha} = 15,666 - 0,0666 \cdot T$  (ГПа<sup>-1</sup>); модуля сдвига масла  $G = 7,444 + 0,0163 \cdot T - 0,002083 \cdot T^2 + 0,0000121 \cdot T^3$  (ГПа); характеристического напряжения  $\tau_0 = 8,46 - 0,054 \cdot T$  (МПа), где  $T$  – температура в градусах Цельсия.

Остальные реологические параметры масла:  $K_f = 0,1304$  Вт/(м К);  $\kappa = 1,2 \cdot 10^{-10}$  (К Па)<sup>-1</sup>;  $\beta_0 = 0,023$  К<sup>-1</sup>.

Для контактирующих стальных деталей  $K_m = 45,4$  Вт/(м К);  $\rho_m = 830$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_m = 520$  Дж/(кг К).

Сравнение экспериментальных [145] и расчётных кривых трения масла ПАО1 в диапазоне температур 40...100°С при максимальном контактном давлении 1 ГПа и скорости качения 2,5 м/с приводится на рисунке 2.8. Параметры контактного взаимодействия рассчитываются по формулам Герца для точечного контакта [17].

Безразмерная скорость качения

$$U = \frac{\eta_{N0} e^{-\beta \xi u}}{E' R'}, \quad (2.12)$$

где  $E'$  – приведенный модуль упругости,  $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары,  $u$  – скорость качения,  $\xi$  и  $\beta$  – показатели степени,  $\eta_{N,0}$  – атмосферная вязкость,

коэффициент

$$a = 1,89 U \bar{G} \left(4,9 \frac{U}{W_{LC}}\right)^{-1,5}, \quad (2.13)$$

где  $\bar{G}$  – безразмерный параметр упругости,  $W_{LC}$  – безразмерная контактная нагрузка,

$$\bar{G} = \bar{\alpha} E', \quad (2.14)$$

где  $E'$  – приведенный модуль упругости,  $\bar{\alpha}$  – пьезовязкоэластичный коэффициент.

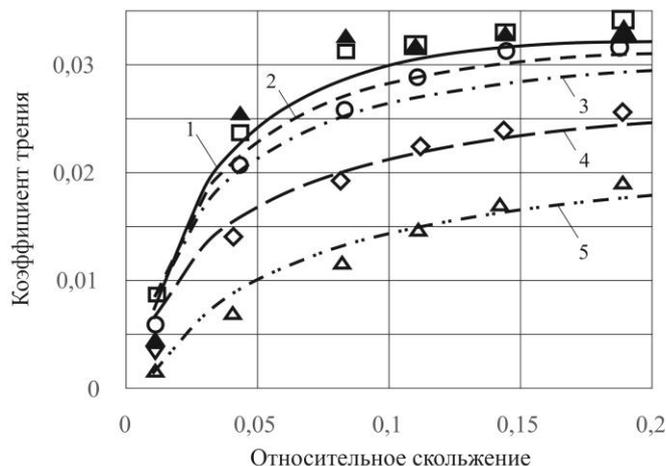


Рисунок 2.8 – Сравнение экспериментальных и расчётных кривых трения масла ПАО1 при разных температурах, максимальном контактном давлении 1 ГПа и скорости качения 2,5 м/с. Точками показаны экспериментальные значения [241], линиями – расчетные:

1, ▲ –40 °C; 2, □ –50 °C; 3, ○ –60 °C; 4, ◇ –80 °C; 5, △ –100 °C

Влияние контактного давления на кривые трения этого же масла иллюстрируется на рисунке 2.9 на примере контакта внутреннего кольца и ролика цилиндрического роликоподшипника при постоянной скорости вращения кольца. Диаметр дорожки качения 180 мм, диаметр ролика 21 мм.

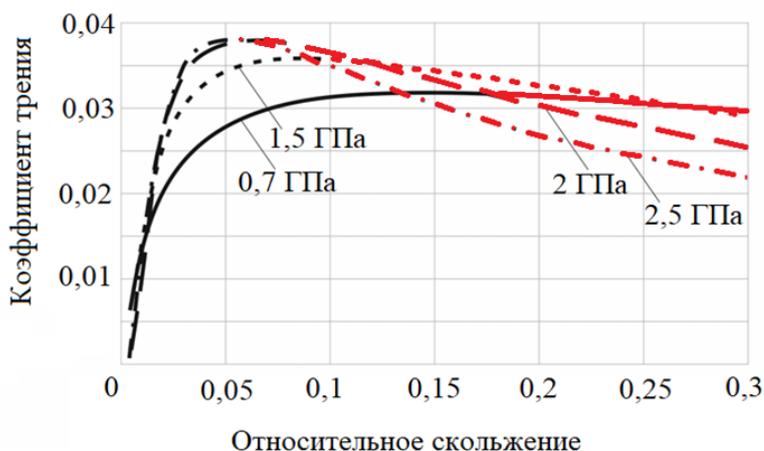


Рисунок 2.9 – Расчётные кривые трения масла ПАО1 в контакте внутреннего кольца и ролика цилиндрического роликового подшипника при частоте вращения кольца 530 об/мин, температуре 50 °C и значениях максимального контактного давления

Расчет среднего контактного напряжения и ширины контакта выполняется по формулам [210]

$$\bar{p} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi Q E'}{2l R'}}, \quad (2.15)$$

$$b = 2 \sqrt{\frac{2QR'}{\pi l E'}}, \quad (2.16)$$

где  $E'$  – приведенный модуль упругости,  $l$  – рабочая длина ролика,  $Q$  – нормальная сила в контакте,  $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары.

В условиях жесткого пьезовязкого гидродинамического контакта для расчета толщины масляного слоя используем зависимости [130]

$$h = 4,9 \left( \frac{A}{1 - e^{-A}} \right)^{2/3} \frac{U}{W_{LC}} R', \quad (2.17)$$

где  $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары,  $A$  – область контакта,  $U$  – безразмерная скорость качения,  $W_{LC}$  – безразмерная контактная нагрузка.

Здесь безразмерная контактная нагрузка

$$W_{LC} = \frac{Q}{E' R' l}, \quad (2.18)$$

где  $E'$  – приведенный модуль упругости,  $l$  – рабочая длина ролика,  $Q$  – нормальная сила в контакте,  $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары.

В случае пьезовязкого упругого гидродинамического контакта толщина масляного слоя определяется по формуле [242]

$$h_{PVE} = 3,42 R_x \left( \frac{U}{W} \right)^2 q_V^{0,49} q_E^{0,17} (1 - e^{-0,68k}), \quad (2.19)$$

где  $q_V$  – безразмерный параметр вязкости,  $q_E$  – безразмерный параметр эластичности.

Пьезовязкий упругий контакт возникает при [152]

$$\lg(g_V) < 1,78 + 0,95 \lg(g_E), \quad (2.20)$$

Уменьшение коэффициента трения с ростом относительного скольжения в термической зоне на экспериментальных кривых трения

вызвано ростом мощности тепловыделения. Эта мощность рассчитывается по формуле

$$N = \mu_{hd} Q v \quad (2.21)$$

где  $Q$  – нормальная сила;  $v$  – скорость скольжения, равная разности скоростей контактирующих поверхностей:  $v = v_1 - v_2$ ,  $v_1 > v_2$ .

Экспериментальные кривые трения обычно строятся для постоянной величины скорости качения, которая определяется по формуле  $u = (v_1 + v_2)/2$ . Вместо (2.21) запишем

$$N = \mu_{hd} Q u s \quad (2.22)$$

где  $s$  – относительное скольжение.

Поскольку снижение коэффициента трения с увеличением относительного скольжения в термической зоне экспериментальных кривых происходит медленно, то значение произведения  $\mu_{hd} s$  увеличивается, и мощность тепловыделения возрастает.

Условие возрастания мощности тепловыделения

$$\frac{dN}{ds} = Q u s \mu_{hd} \left( \frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds} + \frac{1}{s} \right) > 0 \quad (2.23)$$

в термической зоне можно представить в виде

$$\left| \frac{d\mu_{hd}}{ds} \right| < \frac{\mu_{hd}}{s}. \quad (2.24)$$

В условиях жидкостного трения в термической зоне для известных экспериментальных кривых трения левая часть неравенства (2.24) – монотонно растущая функция от  $s$ , а правая – монотонно убывающая. С учетом этого неравенство (2.24) при  $s < 1$  можно заменить на более строгое

$$\frac{1}{\mu_{hd}} \left| \frac{d\mu_{hd}}{ds} \right| < 1 \quad (2.25)$$

Рассмотрим далее случаи, когда постоянной поддерживается одна из скоростей контактирующих тел. Для случая  $v_2 = \text{const}$  можно записать

$$v = \frac{2sv_2}{(2-s)}; \frac{dN}{ds} = Q v_2 \mu_{hd} \left( \frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds} + \frac{4}{(2-s)^2} \right) \quad (2.26)$$

Очевидно, что всегда

$$\frac{4}{(2-s)^2} \geq \quad (2.27)$$

Для случая  $v_l = \text{const}$

$$v = \frac{2sv_1}{(2+s)}; \frac{dN}{ds} = Qv_1\mu_{hd} \left( \frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds} + \frac{4}{(2+s)^2} \right). \quad (2.28)$$

Здесь

$$\frac{4}{(2+s)^2} < \quad (2.29)$$

Слагаемое  $\frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds}$  в записанных выше формулах отражает как условия, в которых определяется изменение мощности тепловыделения, так и реологические свойства масла. Вторые слагаемые зависят только от рассматриваемых кинематических условий. Неравенства (2.24) и (2.25) показывают, что случай  $v_2 = \text{const}$  в большей степени способствует росту мощности тепловыделения с увеличением относительного скольжения, чем случай  $v_l = \text{const}$ .

Относительное скольжение между телами и дорожками качения в подшипниках рассматривается при «остановленном сепараторе» [243]. В большинстве практических случаев скорости вращения колец подшипника при его работе являются заданными. Скорость сепаратора зависит от проскальзывания тел качения и при «остановленном сепараторе» их скорости также зависят от проскальзывания.

Рассмотрим в качестве примера роликовый подшипник с цилиндрическими роликами с вращающимся внутренним кольцом и неподвижным наружным. Нетрудно получить зависимость для описания изменения мощности тепловыделения в контакте между внутренним кольцом и роликом:

$$\frac{dN_i}{ds_i} = Q\mu_{hd} \frac{2s_i[\omega_i R_i(1-\varphi) + \varphi v_o]}{2+s_i(1-2\varphi)} \left\{ \frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds_i} + \frac{2}{s_i[2+s_i(1-2\varphi)]} \right\}, \quad (2.30)$$

где  $v_o$  – скорость скольжения в контакте ролика и наружного кольца,  $s_i$  – относительное скольжение в контакте ролика и внутреннего кольца,  $\omega_i$  – угловая скорость внутреннего кольца, параметр  $\varphi = R_i/(2R_m)$ ,  $R_i$  – радиус дорожки качения внутреннего кольца,  $R_m$  – радиус окружности центров роликов.

Для рассмотренного цилиндрического роликового подшипника с диаметром дорожки качения 180 мм, диаметром ролика 21 мм, условие

$$\frac{2}{s_i[2+s_i(1-2\varphi)]} \geq 1 \quad (2.31)$$

выполняется при  $s_i < 0,94$ .

Изменение мощности тепловыделения в контакте между наружным кольцом и роликом описывается зависимостью

$$\frac{dN_o}{ds_o} = Q\mu_{hd} \frac{2s_o(1-\varphi)[\omega_i R_i - v_i]}{2+s_o(1-2\varphi)} \left\{ \frac{1}{\mu_{hd}} \frac{d\mu_{hd}}{ds_o} + \frac{2}{s_o[2+s_o(1-2\varphi)]} \right\}, \quad (2.32)$$

где  $v_i$  – скорость скольжения в контакте ролика и внутреннего кольца,  $s_o$  – относительное скольжение в контакте ролика и наружного кольца.

Нетрудно убедиться, что при одинаковых значениях нормальной силы, относительного скольжения и коэффициента трения в контактах ролика с внутренним и наружным кольцами  $dN_i/ds_i > dN_o/ds_o$ . Таким образом, условия контакта между роликами и внутренним кольцом в большей степени способствуют росту мощности тепловыделения, чем условия контакта между роликами и наружным кольцом. Кроме того, результаты экспериментальных и теоретических исследований показывают, что при работе подшипников с вращающимся внутренним и неподвижным наружным кольцами относительное скольжение на внутреннем кольце заметно выше, чем на наружном. Оба эти обстоятельства указывают на существенно более высокую опасность заедания на внутреннем кольце, чем на наружном, что подтверждается статистикой отказов подшипников качения [150, 153, 244].

Работа подшипника в термической зоне является недопустимой: уменьшение коэффициента трения с ростом скольжения при работе подшипника в свою очередь приводит к ещё большему относительному скольжению и увеличению тепловыделения. Процесс с такой положительной обратной связью сопровождается уменьшением толщины масляного слоя и, если его не прервать, неизбежно приводит к граничному трению и заеданию. Для исключения возможности работы подшипника в термической зоне необходимо, чтобы относительное скольжение в подшипнике при работе было

бы меньше критической величины  $s_{cr}$ , которая на кривой трения соответствует максимальному значению коэффициента трения и началу термической зоны. Таким образом, условием возникновения заедания является неравенство  $s < s_{cr}$ . При этом желательно, чтобы имелся определённый запас по относительному скольжению:  $s_{cr}/s > 1$ .

Сравнение экспериментальных [242] и расчётных температурных зависимостей критического относительного скольжения для масла ПАО1 приводится на рисунке 2.10. На рисунке 2.11 на примере рассмотренного контакта внутреннего кольца и ролика роликового подшипника видно, что значение критического относительного скольжения уменьшается с ростом максимального контактного давления при разных температурах.

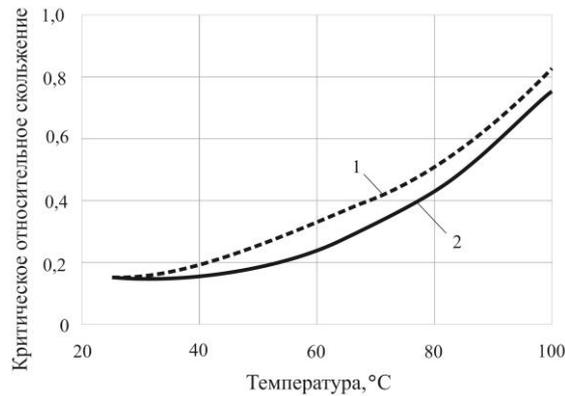


Рисунок 2.10 – Температурная зависимость критического относительного скольжения масла ПАО1 при максимальном контактном давлении 1 ГПа и скорости качения 2,5 м/с: 1 – экспериментальная кривая, 2 – модель трения

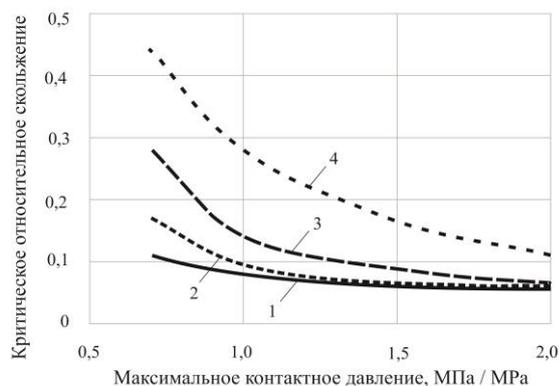


Рисунок 2.11 – Расчётные зависимости критического относительного скольжения от величины максимального контактного давления в контакте внутреннего кольца и ролика цилиндрического роликового подшипника при частоте вращения кольца 530 об/минуту и разных температурах масла ПАО1: 1 – 40 °C; 2 – 60 °C; 3 – 80 °C; 4 – 100 °C

Аналогичные свойства демонстрируют и другие масла. Расчетные зависимости для масла МН-7,5у показаны на рисунке 2.12 для случая контакта ролика и внутреннего кольца роликового подшипника, у которого диаметры внутренней дорожки качения и ролика соответственно равны 165 мм и 15 мм. Для расчетов использовались гидродинамические параметры масла, приведенные в работе [245].

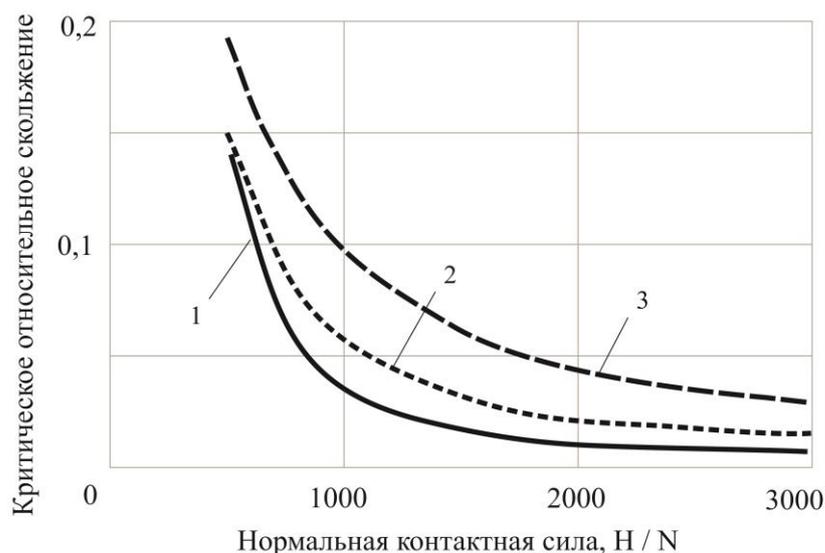


Рисунок 2.12 – Расчётные зависимости критического относительного скольжения для масла МН-7,5у от величины нормальной контактной силы в контакте внутреннего кольца и ролика цилиндрического роликового подшипника при частоте вращения кольца 8000 об/мин и разной температуре масла: 1 – 60 °C; 2 – 100 °C; 3 – 140 °C

Модель трения [141, 142] может быть использована для восстановления изотермических кривых трения. После того, как параметры модели определены по экспериментальным кривым, достаточно исключить из модели учёт явления саморазогрева. Сравнение восстановленных разными методами кривых трения масла ПАО1 при 40 °C приводится на рисунке 2.13. Из него видно, что влияние саморазогрева на кривые трения проявляется, главным образом, в термической зоне. Расчетное значение критического относительного скольжения 0,16, экспериментальное – 0,19.

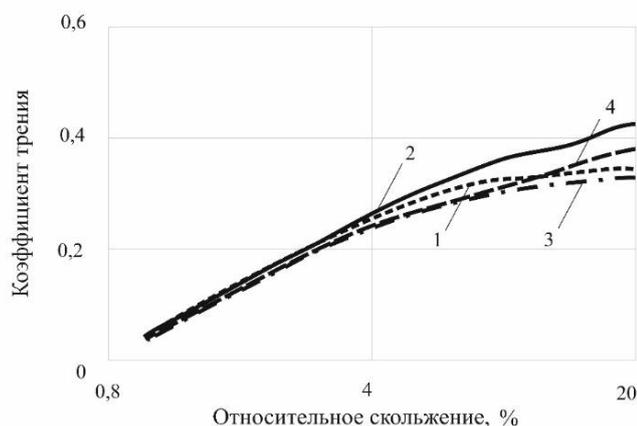


Рисунок 2.13 – Кривые трения масла ПАО1 при 40 °С, максимальном контактом давлении 1 ГПа и скорости качения 2,5 м/с. 1 – экспериментальные значения [242], 2 – восстановленная изотермическая кривая [242], 3 – расчет по модели [141,142], 4 – расчет по модели [141,142] без учета саморазогрева

В связи с тем, что работа подшипника в термической зоне является нежелательной, а влияние саморазогрева на кривые трения проявляется, главным образом, в термической зоне, вопрос о точности восстановления изотермических кривых трения с использованием разных методов для расчета подшипников качения не является актуальным.

### 2.3. Сопоставление экспериментальных и расчетных данных по проскальзыванию в роликовом подшипнике

В работе [191] приведены результаты систематических испытаний роликового подшипника при различных скоростях, радиальных силах и перекосах колец. Геометрические параметры испытанного подшипника приводятся в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Основные геометрические размеры подшипника, [191]

Наименование	Значение
Наружный радиус дорожки качения, м	0,0475
Внутренний радиус дорожки качения, м	0,0325
Радиус ролика, м	0,0075
Количество роликов	13
Длина ролика, м	0,015
Радиальный зазор, мм	0,01

Полученные в статье значения проскальзывания сепаратора для рассмотренных ниже условий приводятся на рисунке 2.14.

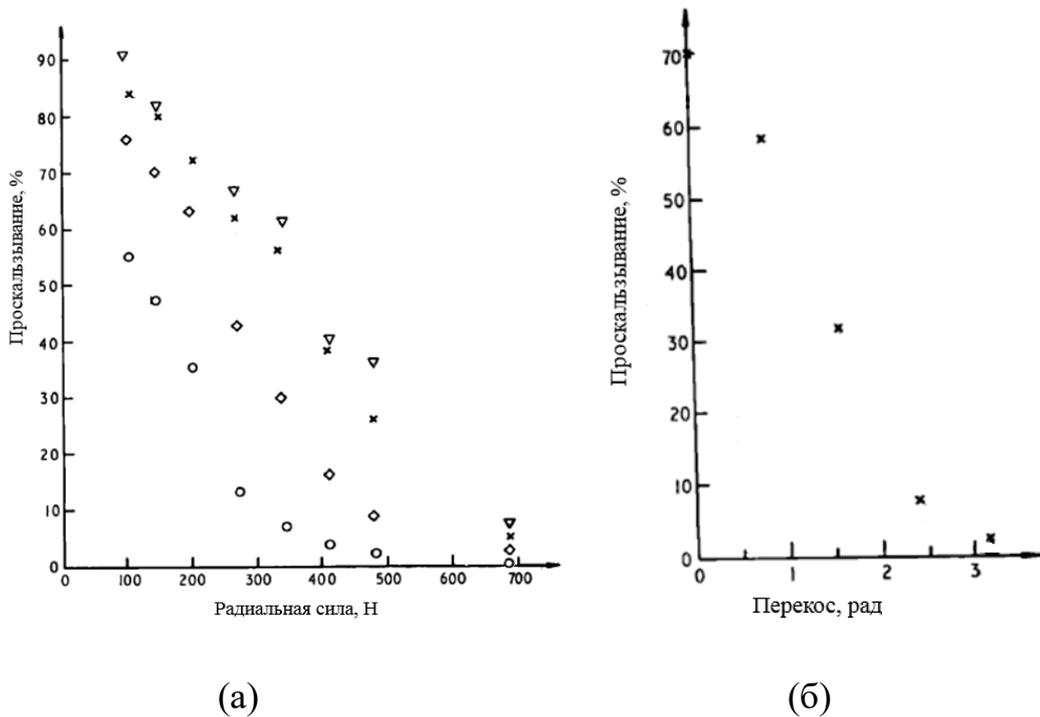


Рисунок 2.14 – Экспериментальные данные зависимости проскальзывания сепаратора от радиальной силы на подшипник для различных частот вращения внутреннего кольца (а) и от перекоса колец подшипника при различных частотах вращения (об/мин) и радиальной силе 201 Н (б), [191], где  $\nabla$  - 4500 об/мин,  $\times$  - 4000 об/мин,  $\diamond$  - 2500 об/мин,  $\circ$  – 1500 об/мин

На опору прикладывалась радиальная сила в диапазоне от 104 Н до 687 Н. Частота вращения внутреннего кольца составляла 1500...4500 об/мин.

В работе [191] рассматриваются данные, полученные при различных скоростях подачи масла. Установлено, что при скорости подачи масла 300 см<sup>3</sup>/мин и выше дальнейшее увеличение расхода не оказывает влияния на получаемые результаты, что свидетельствует о достижении полноценной смазки при данной скорости. Свойства использованного минерального масла средней вязкости марки NVI 65, приведённые в [191], представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Свойства масла [191]

Температура, °С	19	29,5	40,2	50,3	59,8
Динамическая вязкость, Па·с	-	0,0457	0,0280	0,0189	0,0137

Пьезовязкостный коэффициент, МПа <sup>-1</sup>	0,0229	-	-	0,0189	-
--	--------	---	---	--------	---

На основании приведенных в таблице 2.3 данных приняты следующие температурные зависимости: пьезовязкостного коэффициента  $\bar{\alpha} = 0,0259 - 0,0001 \cdot \theta$  (Па<sup>-1</sup>); динамической вязкости  $\nu = 0,1432 \cdot e^{-0,04 \cdot \theta}$  (Па с) и, соответственно,  $\beta_0 = 0,04$  К<sup>-1</sup>.

В [191] отсутствуют данные о качестве контактных поверхностей. В наших расчетах было принято для дорожек качения  $Ra_1 = 0,32$  мкм и для роликов  $Ra_2 = 0,16$  мкм, что соответствует технологическим стандартам и исследованиям, опубликованным в технической литературе в годы, предшествующие выходу статьи. Основные данные об этом содержатся в технических справочниках производителей подшипников (SKF, NSK, NTN), а также в исторических обзорах материалов и обработки подшипников, таких как NASA Technical Memoranda и специализированные публикации по трибологии, например, [246].

В работе [191] отсутствуют экспериментальные данные о температурах масла в контактах при различных частотах вращения. Поэтому значения температур были оценены косвенным методом при построении диаграммы Штрибека (зависимости коэффициента трения от параметра масляного слоя). Коэффициент трения и толщина масляного слоя были определены с помощью динамического моделирования и в соответствии с данными рисунка 2.14. Согласование всех этих данных позволило подобрать температуры масла для каждой скорости вращения, обеспечив формирование единой кривой Штрибека (рисунок 2.15). На диаграмме отображены максимальные значения параметра масляной пленки. Полученные значения температур для скоростей 1500, 2500, 4000 и 4500 об/мин приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Восстановленные значения температур

Частота вращения, об/мин	1500	2500	4000	4500
Температура, °С	44	49,5	54,5	59

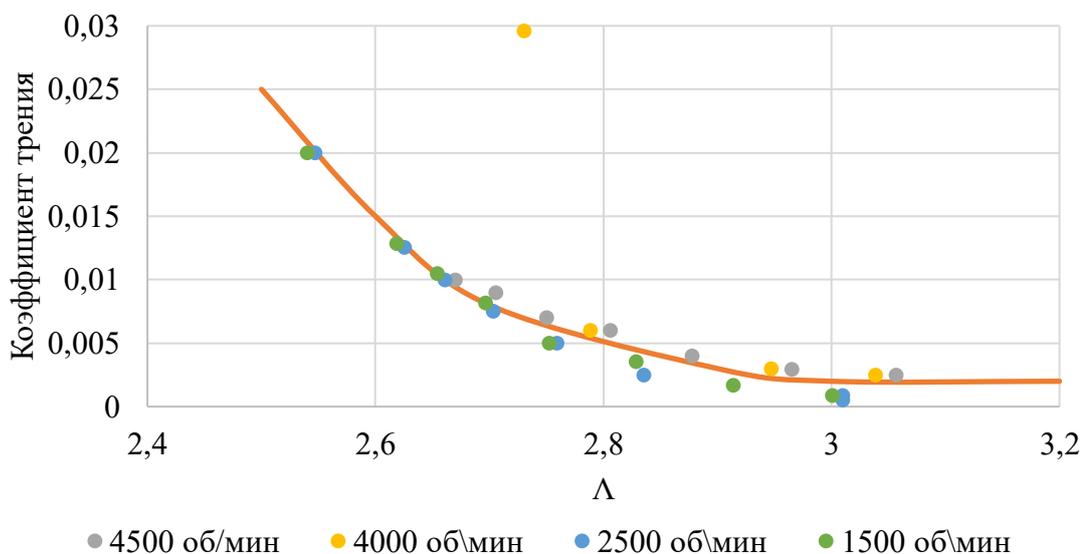
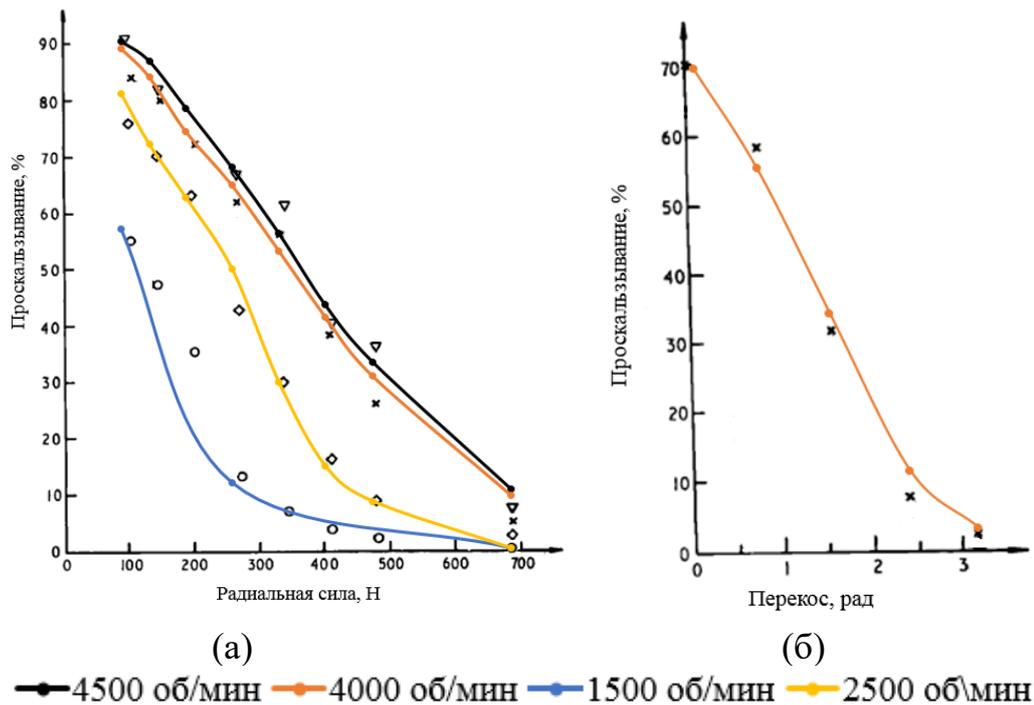


Рисунок 2.15 – Диаграмма Штрибека для масла марки NVI 65

Из рисунка 2.15 видно, что в условиях чисто гидродинамического трения коэффициент трения не превышает 0,003...0,004. Для минеральных масел средней вязкости это соответствует начальному линейному участку кривых трения [51], который описывается первым слагаемым обобщенной зависимости Эйринга (1.4). Наклон линейного участка определяется величиной модуля сдвига масла. Экспериментальные данные [247] показывают, что модуль упругого сдвига минеральных масел средней вязкости при высоких давлениях составляет от 2,5 до 3,2 ГПа. В дальнейших расчетах принято  $\Gamma = 3$  ГПа, а второе слагаемое в (1.4) – нелинейный участок кривой трения – не учитывается.

В соответствии с полученной кривой Штрибека для уравнений (1.3) принято  $A_{bd} = 1,35$ ;  $A_{hd} = 3,05$ .

Используя полученные параметры, выполнили расчеты динамики движения для указанных выше частот вращения. Сравнение расчетных и экспериментальных данных показано на рисунке 2.16. Относительная среднеквадратическая ошибка по всем экспериментальным значениям составила 3,6 %.



▽ - 4500 об/мин, × - 4000 об/мин, ◇ - 2500 об/мин, ○ - 1500 об/мин

Рисунок 2.16 – Экспериментальные (точки) [191] и расчетные данные (линии) о скольжении сепаратора от радиальной силы на подшипник для различных скоростей (а) и от перекоса колец подшипника при радиальной силе 201 Н (б)

#### 2.4. Особенности учета износа при динамическом моделировании роликовых подшипников

Коэффициент износа зависит от свойств материала и условий эксплуатации, к которым применяется соответствующий закон износа. При гидродинамическом трении коэффициент износа существенно зависит от параметра масляной пленки. В литературе не представлены какие-либо исследования, устанавливающие прямую количественную связь между коэффициентом износа рабочих поверхностей стальных деталей подшипников и параметром гидродинамической масляной пленки. Вместе с тем, хорошо известно влияние толщины пленки на ресурс подшипника. Такая зависимость получена в работе [248] в результате осреднения данных работ [249] и [250]. Соответствующий график представлен на рисунке 2.17. Полагая, что долговечность обратно пропорциональна коэффициенту износа [174] и используя приведенные выше результаты работы [180], нетрудно определить зависимость коэффициента износа подшипниковых сталей от параметра

масляной пленки. Она представлена на рисунке 2.18. Как видно, эта зависимость соответствует известным экспериментальным данным [180, 251], что диапазон изменения коэффициента износа при гидродинамическом трении составляет примерно от  $1 \cdot 10^{-11}$  до  $5 \cdot 10^{-10}$ . В представляющем наибольший практический интерес диапазоне  $\Lambda = 0,4 \dots 2,4$  можно принять

$$k \sim \Lambda^{-2}. \quad (2.33)$$

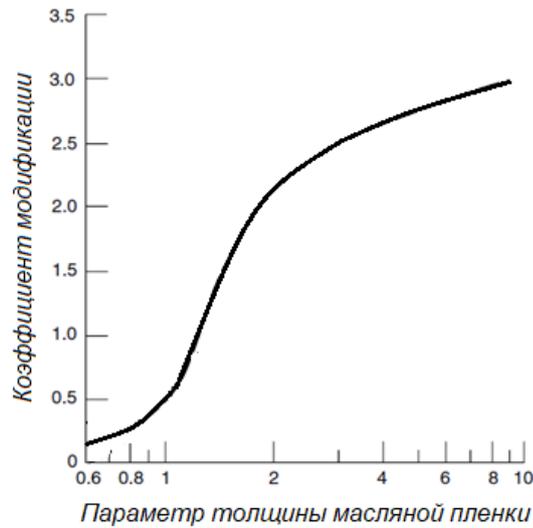


Рисунок 2.17 – Зависимость коэффициента модификации ресурса подшипников качения от параметра масляной пленки

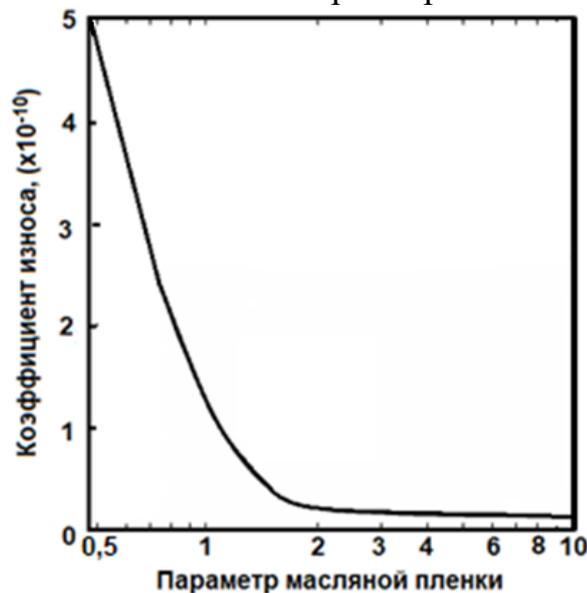


Рисунок 2.18 – Зависимость коэффициента износа подшипниковых сталеи от параметра гидродинамической масляной пленки

Процессы износа подшипников качения рассмотрены, в частности, в работах [91,134]. В этих и во многих других работах для описания износа

подшипниковых стале́й использовался закон Арчарда [133]. Принимая также этот закон, запишем его в виде [134]

$$\frac{dh_{и}}{dt} = k \frac{pv}{H}, \quad (2.34)$$

где  $h_{и}$  – глубина износа,  $H$  – твердость по Мейеру,  $k$  – коэффициент износа,  $p$  – контактное давление,  $v$  – скорость скольжения.

Таким образом, использованная модель справедлива в условиях гидродинамического трения.

#### 2.4.1. Прямой расчет износа при гидродинамическом контакте

Используя приведенные выше зависимости, можно выполнить прямой численный расчёт скорости износа контактных поверхностей подшипника. Для этого необходимо разделить на шаги по времени продолжительность одного установившегося оборота сепаратора или вращающегося кольца и сделать следующие вычисления:

1. Определить пошаговое изменение нормальной силы, скорости скольжения и толщины масляной плёнки в контакте за один оборот сепаратора. Наиболее точно эти данные можно получить в динамическом расчёте подшипника с использованием модели многомассовой динамики подшипника, включающей в себя модель контактного гидродинамического трения.
2. Используя график рисунка 2.18, посчитать на каждом шаге по времени коэффициент износа.
3. Для каждого шага определить распределение контактного давления и в соответствии с ним рассчитать среднее значение этого давления вдоль рассматриваемой контактной линии в пределах пятна контакта. Здесь наиболее точные данные получаются при применении метода конечных элементов.
4. Рассчитать пошаговые значения скорости износа по формуле (2.34) и затем её среднее значение за один оборот сепаратора или вращающегося кольца.
5. Рассчитать глубину износа за один оборот сепаратора или вращающегося кольца.

6. Рассчитать глубину износа за определенный период времени эксплуатации и внести соответствующие изменения в размеры и форму контактирующих поверхностей, вызванные износом.

7. Повторять пункты 1-6 для последующих периодов эксплуатации до тех пор, пока не будет достигнут заданный ресурс подшипника или его эксплуатация станет невозможной вследствие износа в зависимости от того, что наступит раньше.

Расчёты нагрузки и скорости скольжения в контакте выполнялись с использованием рассмотренной выше модели многомассовой динамики подшипника.

#### 2.4.2. Расчет износа по усредненным параметрам

Прямой расчет скорости износа требует проведения большого объема вычислений в связи с переменным характером контактных сил и скоростей скольжения. В каждый момент времени для действующей нормальной силы необходимо решить контактную задачу, определить среднее контактное давление на линии износа, проходящей через точку максимума давления, выполнить серию расчетов для определения толщины масляного слоя и только после этого определить коэффициент износа и его скорость. И хотя современные вычислительные средства позволяют достаточно быстро реализовывать такие вычисления, эта процедура делает непрозрачным влияние на скорость износа отдельных факторов. В этой связи рассматривается также изложенный ниже метод оценки скорости износа с использованием усредненных параметров. В соответствии с ним скорость износа рассчитывается по формуле

$$\frac{dh_{\text{и}}}{dt} = \bar{k} \frac{\bar{p}\bar{u}}{H}, \quad (2.35)$$

где  $\bar{k}$ ,  $\bar{p}$  и  $\bar{u}$  – усредненные значения коэффициента износа, контактного давления и скорости скольжения за весь рассматриваемый промежуток времени. В качестве такого промежутка выбирается сумма временных интервалов, на которых контактная сила отличается от нуля, за время одного оборота сепаратора.

Усреднённое контактное давление  $\bar{p}$  – это давление, возникающее при приложении эквивалентной нормальной силы  $Q_e$ , которая для случая точечного контакта в соответствии с теорией Герца может быть рассчитана по формуле

$$Q_e = \left( \frac{\sum(Q_i^{1/3} \tau_i)}{\sum \tau_i} \right)^3 \quad (2.36)$$

Здесь  $Q_i$  — значение нормальной контактной силы на  $i$ -том промежутке времени,  $\tau_i$  — длительность этого промежутка,  $\sum \tau_i$  — сумма временных интервалов, на которых контактная сила больше нуля.

Формулу (2.36), в которой принимается, что контактное давление пропорционально нормальной контактной силе в степени 1/3, используется для контакта ролика торца ролика с бортом кольца, а также ролика с дорожкой качения и с осевой перемычкой сепаратора в связи с выпуклым профилем цилиндрической поверхности ролика [252].

Расчет поля контактных давлений и определение соответствующих размеров пятна контакта и величин усреднённых контактных давлений для расчёта по формуле (2.35) выполняется только для значения эквивалентной нагрузки (2.36), что резко сокращает объем вычислений и позволяет легко сравнивать разные варианты.

Для определения усредненного значения коэффициента износа сначала рассчитывается параметр масляной пленки при контактом давлении, возникающем под действием эквивалентной нагрузки (2.36).

Усредненная скорость скольжения рассчитывается по формуле

$$\bar{v} = \frac{\sum v_{i\tau} \tau_i}{\sum \tau_i}, \quad (2.37)$$

где  $v_{i\tau}$  - значение скорости скольжения на  $i$ -том промежутке времени  $\tau_i$ .

Получаем следующую последовательность расчетов:

1. Определить в динамическом расчете с использованием многомассовой модели динамики подшипника пошаговое изменение нормальной силы и скорости скольжения за один оборот сепаратора или вращающегося кольца.

2. Рассчитать эквивалентную силу (2.36).

3. Для полученного значения эквивалентной силы определить размеры пятна контакта и на выбранных линиях износа величины усредненного контактного давления, параметра масляного слоя и рассчитать коэффициента износа.

4. Рассчитать по формуле (2.35) значение скорости износа на каждой рассматриваемой линии износа за один оборот сепаратора.

5. Рассчитать глубину износа за один оборот сепаратора.

6. Рассчитать глубину износа за определенный период времени эксплуатации и внести вызванные износом изменения в размеры и форму контактирующих поверхностей.

7. Повторять пункты 1-6 для последующих периодов эксплуатации до тех пор, пока не будет достигнут заданный ресурс подшипника или его эксплуатация станет невозможной вследствие износа в зависимости от того, что наступит раньше.

Сравнение результатов расчета износа по усредненным параметрам с результатами прямого расчета и определение области применимости расчета по усредненным параметрам рассмотрено в п. 3.1.5.

## 2.5. Многоцикловая усталость сепаратора

В результате нестабильности движения элементов конструкции подшипника, работающего в условиях высоких скоростей, больших комбинированных осевых, радиальных и моментных нагрузок, высоких температур и других экстремальных внешних воздействий, его внезапное разрушение может произойти задолго до исчерпания предполагаемой долговечности. Важную роль здесь играет прочность сепаратора, которая выступает как один из основных факторов, влияющих на эксплуатационные характеристики высокоскоростных подшипников качения. Сепаратор является самой критичной, с точки зрения работоспособности, деталью подшипников качения опор большинства машин.

Моделирование динамики движения и взаимодействия деталей подшипников открывает возможность корректного расчета усталостной прочности сепараторов. Оценка усталостной прочности выполняется для всех узлов или элементов конечно-элементной сетки сепаратора в следующей последовательности: 1) моделирование динамики движения деталей подшипников с целью определения действующих на сепаратор сил и ускорений; 2) передача результатов многомассового динамического анализа – сил и ускорений, действующих на сепаратор в течение одного установившегося оборота сепаратора, в пакет конечно-элементного моделирования напряженно-деформированного состояния; 3) конечно-элементное моделирование квазистатического напряженно-деформированного состояния сепаратора; 4) передача истории изменения напряжений за один оборот сепаратора в модуль усталостного анализа; 5) оценка прочности сепаратора. С этой целью методом «падающего дождя» [253] ведётся подсчёт эквивалентных циклов, каждый из которых имеет собственные значения амплитудных и средних напряжений; 6) на основе сопоставления полученных данных с кривыми усталости рассчитывается и суммируется поврежденность [254,255].

При таком подходе на этапе 3 появляется, в частности, возможность учета влияния на многоцикловую усталость сепаратора наличия в стали твердых неметаллических включений, как основного источника возникновения усталостных трещин [254]. На рисунке 2.18 в качестве иллюстрации представлена фотография твердого неметаллического включения в сепараторной стали 40ХН2МВ-Ш. Такие включения выступают как концентраторы микронапряжений. Вокруг них при циклическом нагружении сепаратора развиваются микропластические деформации и происходит образование пустот (зазоров). Непосредственно от этих пустот развиваются усталостные трещины.

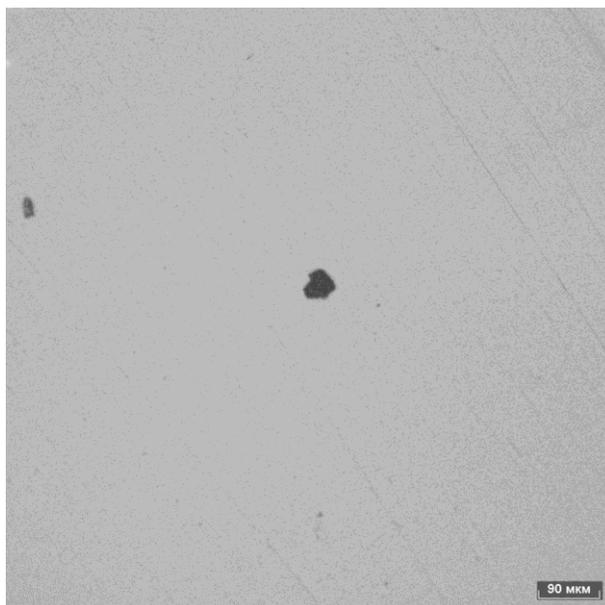


Рисунок 2.18 – Включение оксида алюминия  $Al_2O_3$  в сепараторной стали.

Фотография микроструктуры получена на кафедре «Металловедение, порошковая металлургия, наноматериалы» СамГТУ

Примеры расчетов долговечности сепараторов, в том числе, с учетом твердых неметаллических включений, приводятся в п. 3.1.1.8.

## 2.6. Выводы по Главе 2

1. Разработана методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания, которая воспроизводит движение деталей в полной пространственной постановке с учетом контактной гидродинамики. Реализация методики включает создание многомассовых динамических моделей с шестью степенями свободы движения деталей и связями прерывистого действия.

2. Сформулировано новое условие возникновения заедания, основанное на анализе термического участка кривой гидродинамического трения и введении нового понятия «критическое относительное скольжение»; оно позволяет определять границу безопасной работы подшипника и предотвращать возникновение заедания.

3. Проведена верификация разработанной динамической модели: сопоставление расчётных данных по проскальзыванию с экспериментальными показало их качественное и количественное согласие, подтверждающее достоверность принятых зависимостей трения и контактной гидродинамики.

4. Рассмотрены два подхода к расчету скорости износа деталей подшипника при гидродинамическом контакте, основанные на использовании закона износа Арчарда: прямой пошаговый и по усреднённым параметрам, обеспечивающие оценку изменения геометрии контактных поверхностей в ходе работы.

5. Создана методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости, учитывающая действующие на него силы со стороны роликов и колец, а также влияние твёрдых неметаллических включений в материале сепаратора как очагов инициирования усталостных трещин.

Таким образом, во второй главе сформирована теоретическая и вычислительная основа прикладных расчётов, рассматриваемых в следующей главе диссертации.

## ГЛАВА 3. РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Данная глава посвящена применению разработанного в разделе 2 подхода для решения практически важных задач совершенствования и эксплуатации двух типов роликовых подшипников: цилиндрических роликовых подшипников с короткими роликами, устанавливаемых в опоры газотурбинных двигателей, и двухрядного конического роликового подшипника.

### 3.1. Цилиндрические роликовые подшипники

Важность обеспечения надежного режима работы роликоподшипников с короткими цилиндрическими роликами и актуальность в этой связи корректного учета гидродинамических сил трения рассматривалась многими авторами [130, 81, 111, 226, 188, 256].

Большинство исследователей рассматривает контактную гидродинамику в роликовых подшипниках для двух противоположных случаев: 1) абсолютно жесткие элементы подшипников смазываются жидкостью, имеющей постоянную вязкость (традиционная теория динамики жидкости) и 2) упругие детали подшипников смазываются жидкостью, вязкость которой зависит от давления (упруго-гидродинамическая теория). Вместе с тем, на практике большинство подшипников рассматриваемого типа эксплуатируется при высоких скоростях и низких нагрузках. Для описания гидродинамических сил трения в контакте между роликами и дорожками качения в этом случае используют уравнения, в которых поверхности элементов подшипников остаются недеформируемыми, но свойства смазки зависят от давления. Такой режим гидродинамического трения в литературе получил название жесткого пьезовязкого, подробно описанного в п. 2.1. Возникновение этого режима подтверждается, в частности, серией экспериментов с подшипниками ГТД, выполненных в работах [257, 258, 194, 259].

### 3.1.1. Цилиндрический роликовый подшипник типоразмера 2002834

В данном подразделе рассматривается анализ эксплуатационных характеристик цилиндрического подшипника типоразмера 2002834 при его установке в подшипниковую опору газотурбинного двигателя и выполняется разработка мероприятий, направленных на совершенствование конструкции подшипника. Для этого рассматриваются взаимосвязанные вопросы моделирования динамики подшипникового узла, износа рабочих поверхностей и долговечности сепаратора.

Основные геометрические параметры подшипника типоразмера 2002832: наружный радиус дорожки качения 0,09 м, внутренний радиус дорожки качения 0,075 м, радиус ролика 0,0125 м, количество роликов 18, длина ролика 0,025 м, провис 0,0075 мм, длина цилиндрического участка 0,004 м.

Для анализа влияния на работу подшипника типоразмера 2002834 различных сочетаний геометрических размеров его конструкции значения параметров брались как в пределах допуска, так и с учетом возможного износа. Подшипник 5-2002834P5 включает 18 роликов; рассматривались также варианты с 24 и 28 роликами.

Задавались следующие значения геометрических размеров:

- 1) рабочий радиальный зазор -0,006 мм, 0,009 мм, 0,026 мм, 0,044 мм;
- 2) осевой зазор между роликом и бортами внутреннего кольца 0,03 мм, 0,0505 мм, 0,071 мм;
- 3) свес/длина цилиндрического участка профиля роликам 0,009/3 мм, 0,011/5 мм;
- 4) зазор плавания сепаратора 0,5 мм, 0,77 мм;
- 5) осевой размер окна сепаратора 11,25 мм, 11,4 мм;
- 6) окружной размер окна сепаратора 11,25 мм, 11,4 мм; 11,534 мм; 11,79 мм;
- 7) перекося колец подшипника 0', 4', 8', 12'.
- 8) температура масляной пленки 100 °С, 50 °С.

По техническим условиям на подшипник длина цилиндрического участка профиля ролика составляет 4...6 мм. В процессе эксплуатации вследствие износа эта длина сокращается. Также по причине износа происходит увеличение окружного размера окна сепаратора, который по техническим условиям составляет 11,25...11,4 мм.

Температура 100 °С является рабочей, а температура 50 °С возникает на начальном этапе работы двигателя после запуска. В вариантах расчета с температурой масла 50 °С вязкость масла, а, следовательно, и момент сопротивления вязких сил на сепараторе, увеличиваются примерно в 3 раза.

В рассматриваемом роликовом подшипнике содержится 18 роликов диаметром 15 мм, диаметр внутренней дорожки качения составляет 165 мм. В качестве иллюстрации на рисунке 3.1 приводятся графики зависимости гидродинамического коэффициента трения от относительного скольжения – отношения скорости скольжения к скорости качения – в контакте ролика и внутреннего кольца роликового подшипника при частоте вращения внутреннего кольца 6371 об/мин и двух значениях нормальной контактной силы: 300 Н и 518 Н. Во всех выполненных расчетах наружное кольцо считалось неподвижным, а скорость вращения внутреннего кольца и угол перекоса колец принимались постоянными.

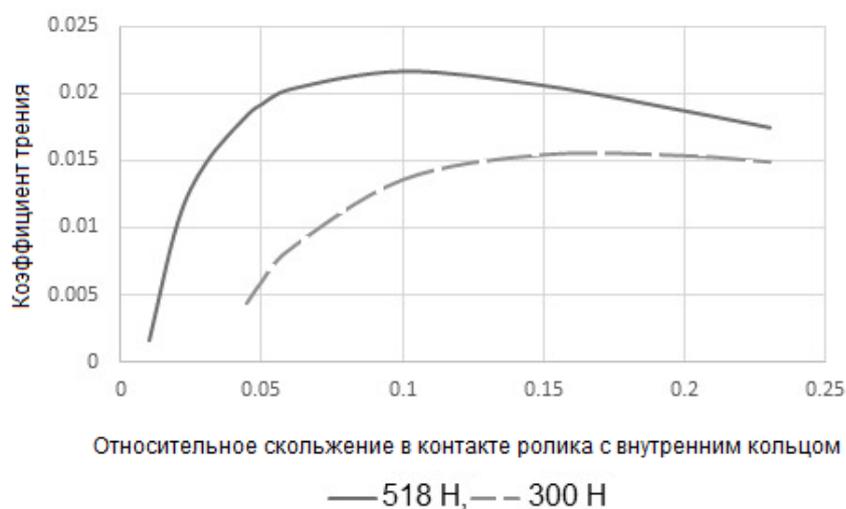


Рисунок 3.1 – Зависимость коэффициента трения скольжения от относительного скольжения в контакте ролика с внутренним кольцом при значениях нормальной контактной силы 518 Н и 300 Н

В изложенных ниже примерах расчета сепаратора роликового подшипника в качестве смазки принято масло ВНИИ НП 50-1-4у, для которого по данным работ [34, 35, 224] можно получить все необходимые реологические параметры.

Всего анализировалось 75 расчетных вариантов, основные из которых приводятся в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Варианты динамических расчетов

№	Количество роликов	Рабочий радиальный зазор, мм	Осевой зазор между роликом и бортом, мм	Свес профиля ролика, мм	Длина цилиндрического участка профиля ролика, мм	Зазор плавления, мм	Окружной размер окна сепаратора, мм	Осевой размер окна сепаратора, мм	Перекося, мин	Температура масла, °С
6	18	0,005	0,0505	0,011	5	0,77	11,25	11,25	0	100
11	18	0	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	4	100
12	18	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	4	100
14	18	0,005	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
15	18	0,005	0,0505	0,011	5	0,5	11,535	11,25	8	100
19	18	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
21	18	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
32	18	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,535	11,25	8	100
35	18	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,535	11,25	8	50
36	18	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	12	100
37	18	0	0,0505	0,0075	5	0,5	11,25	11,25	12	50
41	24	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
48	24	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	4	100
53	24	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
54	24	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,4	8	100
55	28	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,535	11,25	8	100
56	28	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	50
65	28	0,009	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	4	100
66	28	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	4	100
68	28	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,25	11,25	8	100
75	28	0,044	0,0505	0,011	5	0,5	11,4	11,25	8	100

### 3.1.1.1 Основные силовые и кинематические характеристики, получаемые из динамического расчета

В качестве примера на рисунках 3.2-3.12 приводятся диаграммы изменения силовых и кинематических характеристик, полученных в расчете варианта 11. Аналогичные диаграммы были получены и проанализированы для всех выполненных расчетов. Результаты их обработки сведены в таблицу 3.2. Приведенные в этой таблице значения сил – максимальные за установившийся оборот сепаратора.



Рисунок 3.2 – Сила между рабочей поверхностью ролика и сепаратором, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11

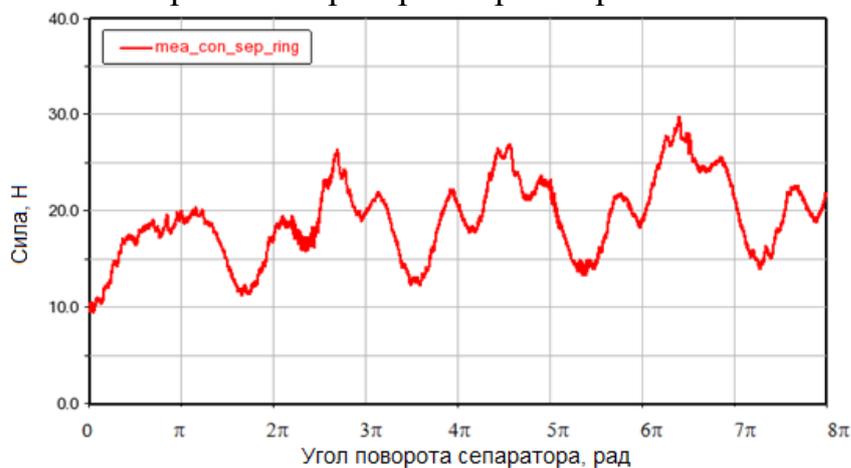


Рисунок 3.3 – Сила между сепаратором и внутренним кольцом, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11

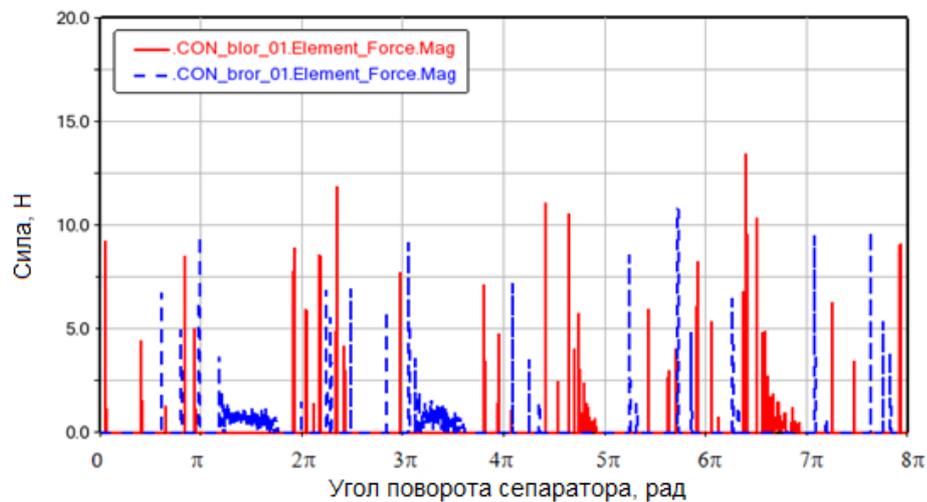


Рисунок 3.4 – Силы между торцами 1-го ролика и борта внутреннего кольца, 3-6 обороты сепаратора. Цветами выделены разные торцы. Вариант расчета 11

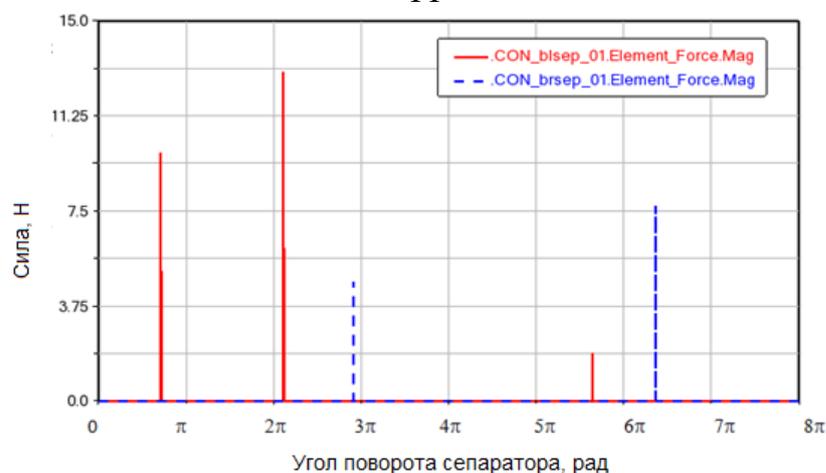


Рисунок 3.5 – Силы между торцами 1-го ролика и сепаратором, 3-6 обороты сепаратора. Цветами выделены разные торцы. Вариант расчета 11

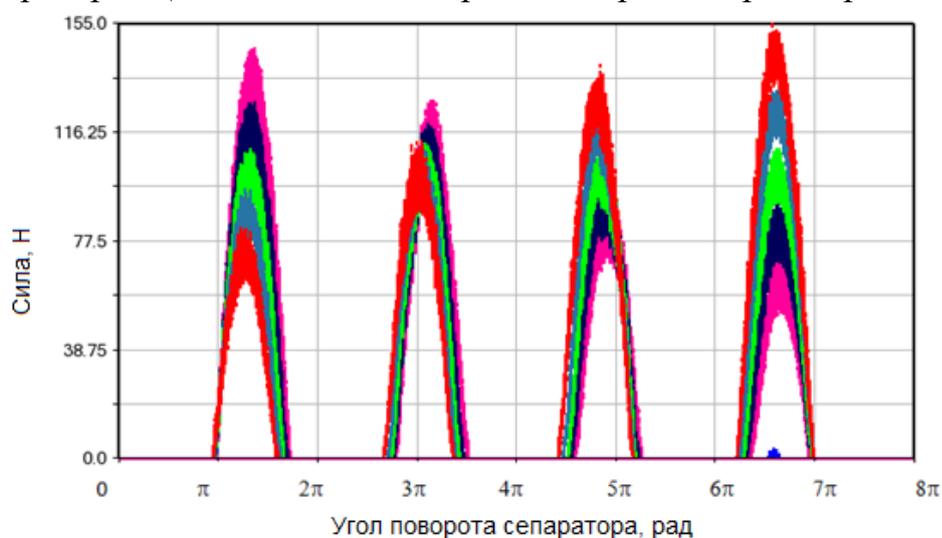


Рисунок 3.6 – Силы между слайсами 1-го ролика и внутренним кольцом, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11

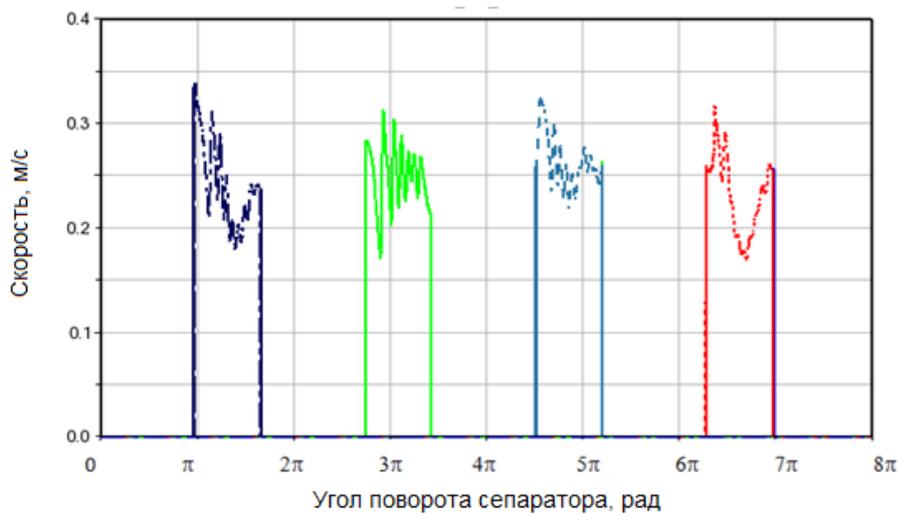


Рисунок 3.7 – Скорость скольжения между 1-м роликом и внутренним кольцом, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11



Рисунок 3.8 – Угловая скорость сепаратора, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11



Рисунок 3.9 – Угловая скорость 1-го ролика, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11



Рисунок 3.10 – Угол рысканья 1-го ролика, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11



Рисунок 3.11 – Траектория центра масс сепаратора, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11

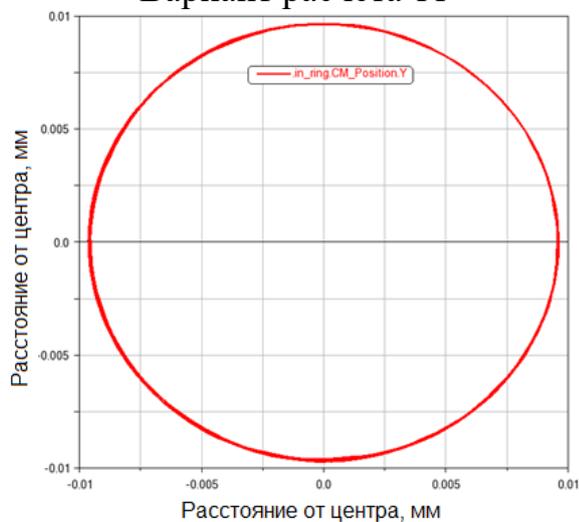


Рисунок 3.12 – Траектория центра масс внутреннего кольца, 3-6 обороты сепаратора. Вариант расчета 11

Одной из задач обеспечения долговечности подшипника является ограничение износа его рабочих поверхностей. Это относится к взаимодействию роликов с дорожками качения, сепаратором и бортами внутреннего кольца, сепаратора и внутреннего кольца.

Как следует из таблиц 3.1 и 3.2, принятый бомбинированный профиль ролика позволил скомпенсировать влияние перекоса колец подшипника на максимальную силу между роликом и дорожкой качения. Резкое возрастание этой силы отмечается только в одном варианте расчета – 36, в котором большой угол перекоса в 12 минут сочетается большим рабочим радиальным зазором в 0,044 мм.

Таблица 3.2 – Основные результаты динамических расчетов

№	Сила между сепаратором и кольцом, Н (максимальная)	Сила между роликом и сепаратором, Н (максимальная)	Сила между торцом ролика и бортом кольца, Н	Сила между торцом ролика и сепаратором, Н	Сила от ролика на внутреннем кольце, Н	Скорость скольжения на внутреннем кольце, м/с	Относительное скольжение	Отношение угловой скорости сепаратора к угловой скорости центра сепаратора
6	25	20	9,7	24,0	524	0,30	0,0075	1,00
11	30	10	13	13,0	509	0,24	0,0059	0,75
12	200	20	16	36,0	740	0,02	0,0005	0,43
14	35	12	14	18,0	502	0,14	0,0035	1,10
15	39	19	10	25,0	507	0,01	0,0003	1,10
19	200	21	9,5	30,0	764	0,06	0,0015	0,47
21	223	20	15,8	32,0	555	0,01	0,0002	0,53
32	219	20	15	61,0	557	0,07	0,0017	0,43
35	32	14,8	18	0,0	468	0,01	0,0002	0,97
36	40	20	135	15,0	1435	0,01	0,0002	1,01
37	24	15	125	26,0	443	0,02	0,0004	1,02
41	43,6	16	14	11,0	583	0,01	0,0003	0,71
48	44	13	8	0,0	587	0,25	0,0063	0,67
53	34	15	19	29,0	412	0,01	0,0003	0,8
54	37	18	11	19,0	412	0,03	0,0008	0,6

55	42	23	12	38,0	343	0,18	0,0045	0,62
56	60	19,6	12,5	14,0	367	0,01	0,0003	0,70
65	80	21	9	30,0	391	0,02	0,0006	0,46
66	159	20	17	35,0	532	0,08	0,0020	0,44
68	232	11,5	17,7	40,0	460	0,23	0,0058	0,45
75	219	23,5	23	53,0	539	0,07	0,0018	0,45

Из диаграмм на рисунках 3.2 и 3.6 видно, что силовое взаимодействие между осевой перемычкой сепаратора и роликом возникает во время прохождения роликом рабочей зоны – области, в которой он воспринимает действующую на опору вращающуюся нагрузку. В эти же промежутки времени происходит скольжение ролика по дорожкам качения (рисунок 3.7) и возникает непрерывное силовое взаимодействие между торцами роликов и бортов внутреннего кольца (рисунок 3.4). В остальное время их взаимодействие происходит в виде ударов.

Изменение угла рысканья роликов носит периодический и знакопеременный характер (рисунок 3.10). Это приводит к тому, что контакт ролика с осевой перемычкой сепаратора происходит попеременно с одной и другой сторон по длине ролика, а на контактной поверхности перемычки образуется область износа, имеющая форму кости.

Скорости скольжения роликов на внутренней дорожке качения примерно на два порядка меньше по сравнению со скоростью качения (рисунок 3.7). Скорость скольжения роликов на наружной дорожке качения в пять-семь раз меньше скорости скольжения на внутренней дорожке и в дальнейшем ее влияние не анализируется.

Отношение скорости скольжения к скорости качения в контакте – относительное скольжение – на обеих дорожках качения существенно меньше критического относительного скольжения даже при увеличении числа роликов, когда величины контактных сил между роликами и дорожками качения уменьшаются и скорость скольжения в зоне максимальной нагрузки увеличивается (таблица 3.2). Критическое скольжение ни в одном из вариантов не было меньше 0,025.

Таким образом, опасность возникновения заедания отсутствует. Такая благоприятная ситуация объясняется, как указывалось выше, базированием сепаратора по вращающемуся внутреннему кольцу, трение сепаратора с которым снижает проскальзывание в подшипнике.

Угловые скорости сепаратора и роликов также изменяются периодически, незначительно отклоняясь от своих средних значений (рисунки 3.8 и 3.9).

Траектории движения центров масс внутреннего кольца и сепаратора имеют вид окружностей (рисунки 3.11 и 3.12), что свидетельствует о стабильной работе подшипника, при которой в нем не возникает заметных ударных нагрузок.

#### 3.1.1.2 Влияние параметров внутренней геометрии на силу между роликами и сепаратором

Сепаратор подшипника обычно изготавливается из менее твердого материала, чем тела качения, и поэтому подвержен большему износу. Износ перемычек сепаратора роликового подшипника при его взаимодействии с роликами увеличивает зазоры в окнах сепаратора, что способствует возрастанию несоосности между осями роликов и колец и большему износу их рабочих поверхностей, особенно в условиях перекоса колец подшипника. Такая ситуация может возникнуть, например, на режимах работы двигателя с неустановившимся полем относительно низких температур, что характеризуется большими перекосами колец подшипника и повышенным вязким сопротивлением движению роликов и сепаратора со стороны масловоздушной смеси.

В этой связи был проведен анализ влияния различных параметров внутренней геометрии подшипника на величину максимальной нормальной контактной силы между роликами и сепаратором. Как видно из таблицы 3.2, к числу таких параметров относятся угол перекоса колец подшипников, количество роликов, рабочий радиальный зазор, размеры окна сепаратора, зазор плавания сепаратора и параметры профиля ролика.

Распределение значений максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от угла перекося колец показано на рисунках 3.13-3.15. Из рисунка 3.13 видно, что при 18 роликах варианты с максимальной нормальной силой между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора, большей 18 Н, появляются, в основном, при перекося колец. Большая сила возникает при угле перекося 12 минут (вариант 36). Причиной возрастания силы явились также относительно большой радиальный зазор 0,044 мм (варианты 12, 19 и 28), увеличенный зазор плавания (вариант 6), увеличенные силы трения между роликом и сепаратором и вязкого сопротивления при температуре 50 °С (вариант 17), а также увеличенный окружной размер окна сепаратора (варианты 15, 18 и 32). В варианте 30 сочетаются относительно большой радиальный зазор 0,044 мм и большой окружной размер окна сепаратора 11,79 мм. Варианты 6 и 38 отличаются увеличенным зазором плавания.

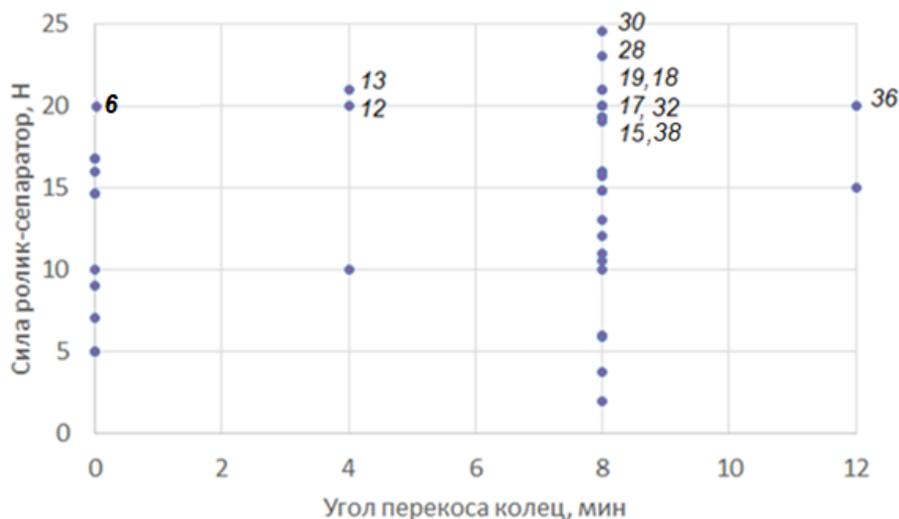


Рисунок 3.13 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от угла перекося колец в подшипнике типоразмера 2002834 с 18 роликами

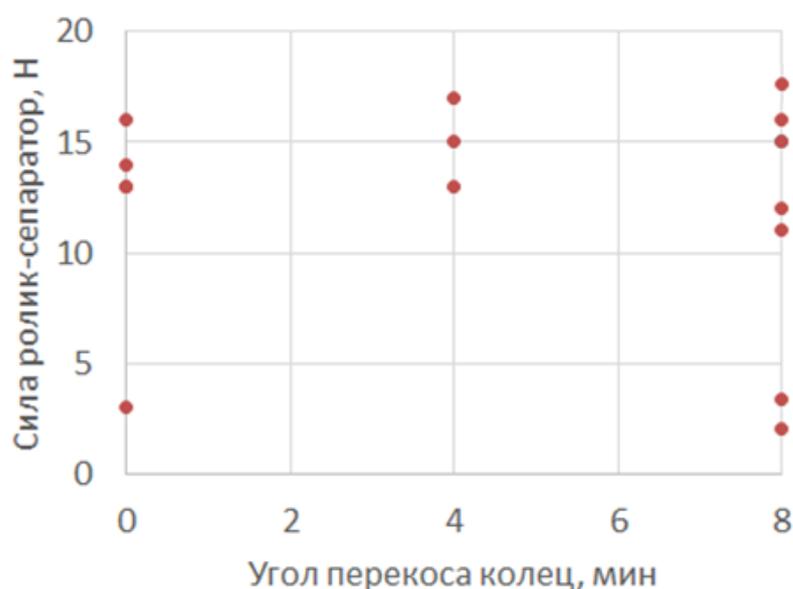


Рисунок 3.14 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от угла перекоса колец в подшипнике типоразмера 2002834 с 24 роликами



Рисунок 3.15 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от угла перекоса колец в подшипнике типоразмера 2002834 с 28 роликами

При 24 роликах вариантов, в которых рассматриваемая сила больше 18 Н, нет (рисунок 3.14).

При 28 роликах причины возрастания силы между роликом и сепаратором те же, что и при 18 роликах. Как показано на рисунке 3.15, в вариантах с максимальной нормальной силой между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора, большей 18 Н, причиной возрастания рассматриваемого усилия явились относительно

большой радиальный зазор 0,044 мм (варианты 66 и 75), увеличенные силы трения между внутренним кольцом и сепаратором при температуре 50 °С (вариант 65) и увеличенный окружной размер окна сепаратора (вариант 55). В варианте 56 одновременно имеют место увеличенные силы трения между роликом и сепаратором и вязкого сопротивления при температуре 50 °С и увеличенный окружной размер окна сепаратора 11,535 мм.

Влияние рабочего радиального зазора на силу между сепаратором и роликом иллюстрируется на рисунках 3.16-3.21. Из представленных на этих рисунках распределений видно, что увеличение зазора от -0,006 мм до 0,009 мм способствует увеличению силы между роликом и сепаратором при 18 и при 28 роликах, а при 24 роликах влияние величины зазора незначительно. При величинах зазора 0,018 мм и 0,026 мм число вариантов расчетов относительно мало и судить по ним о влиянии зазора не представляется возможным. При рабочем радиальном зазоре 0,044 мм из выполненных расчетов следует, что диапазон разброса максимальных сил между роликом и сепаратором примерно такой же, как и при 0,009 мм. Учитывая эти результаты, а также монотонный характер изменения распределения контактных сил между роликами и дорожками качения по мере увеличения рабочего радиального зазора, можно сделать вывод, что увеличение зазора, начиная с величины 0,009 мм, мало сказывается на величине контактной силы между роликом и сепаратором. Для увеличения долговечности подшипника по контактной усталости и уменьшения возможной максимальной силы между роликами и осевыми перемычками сепаратора рекомендуемый диапазон значений рабочего радиального зазора составляет -0,01...0,01 мм, что обеспечивается назначением соответствующей величины монтажного зазора.

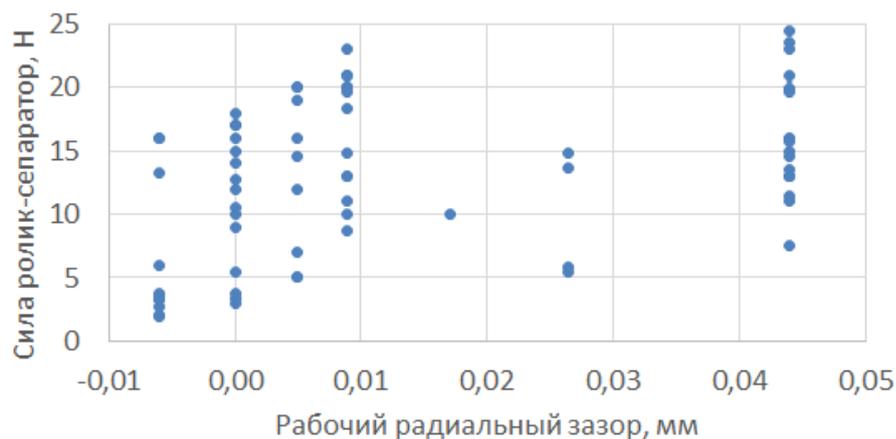


Рисунок 3.16 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 2002834 с 18 роликами для всех расчетных случаев

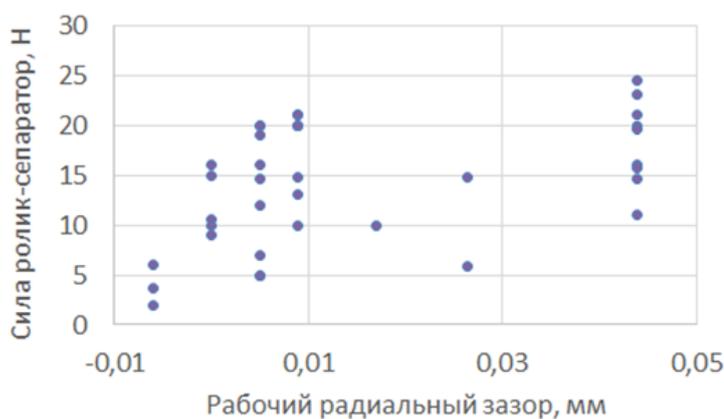


Рисунок 3.17 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 2002834 с 18 роликами

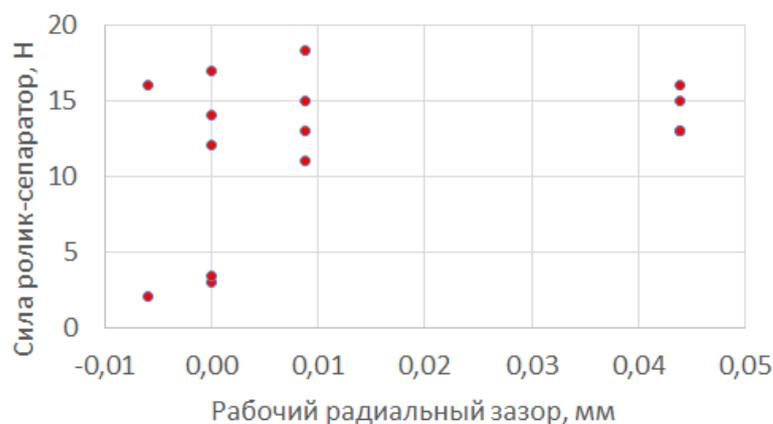


Рисунок 3.18 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в

зависимости от рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 2002834 с 24 роликами

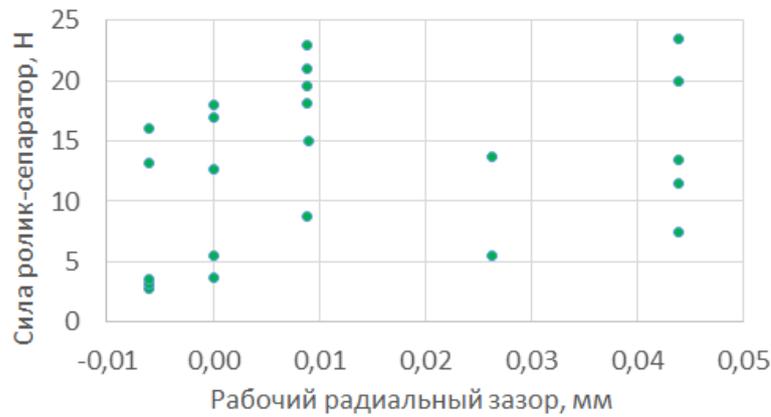


Рисунок 3.19 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 2002834 с 28 роликами

Согласно рисунку 3.20 в пределах рассмотренных на нем значений окружного размера окна сепаратора его влияние на максимальную силу между сепаратором и роликом практически отсутствует.

Распределение значений максимальных сил, представленное на рисунке 3.21, ясно свидетельствует, что увеличение длины цилиндрического участка профиля ролика с одновременным увеличением свеса профиля увеличивает полученную наибольшую силу между роликом и сепаратором. Это связано с тем, что такое изменение профиля при перекосах колец подшипника затрудняет самоустановку ролика по отношению к дорожкам качения.

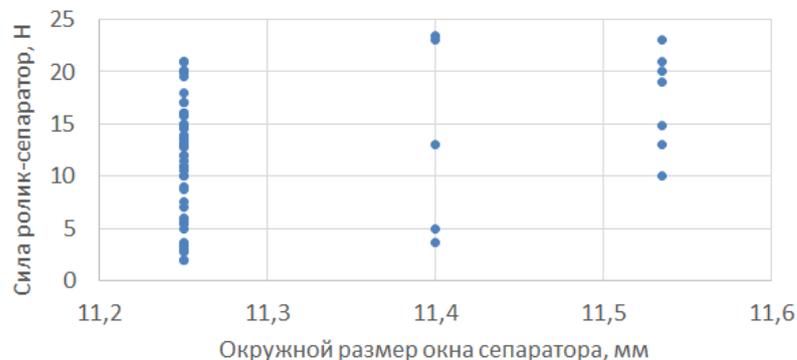


Рисунок 3.20 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от окружного размера окна сепаратора в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

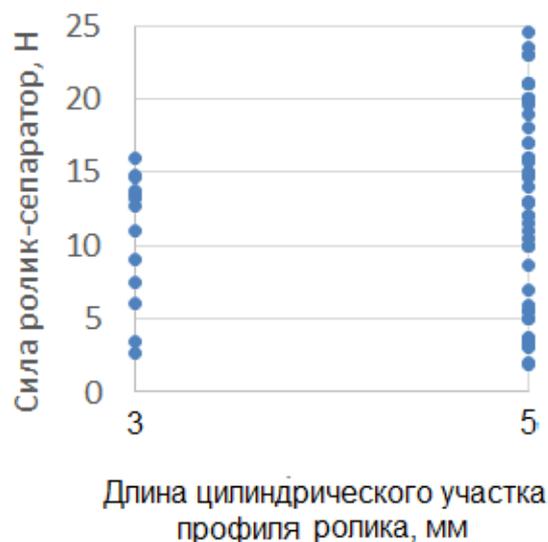


Рисунок 3.21 – Распределение максимальной нормальной силы между цилиндрической поверхностью ролика и осевой перемычкой сепаратора в зависимости от длины цилиндрического участка профиля ролика в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

### 3.1.1.3 Влияние параметров внутренней геометрии на силу между торцами роликов и бортов внутреннего кольца

Из рисунков 3.23-3.25 видно, что существенное возрастание сил между торцами роликов и бортами внутреннего кольца оказал большой угол перекоса колец – 12 минут (варианты расчета 36 и 37). Влияние меньших углов перекоса и других параметров внутренней геометрии: рабочего радиального зазора (рисунок 3.22), окружного размера окна сепаратора (рисунок 3.24) и свеса профиля ролика (рисунок 3.25) не так велико. Однако можно отметить, что уменьшение размера окна может способствовать увеличению рассматриваемой силы (рисунок 3.24). Этому же способствует уменьшение длины цилиндрического участка профиля (рисунок 3.25), а также возрастание угла перекоса колец до 8 минут (рисунок 3.22).

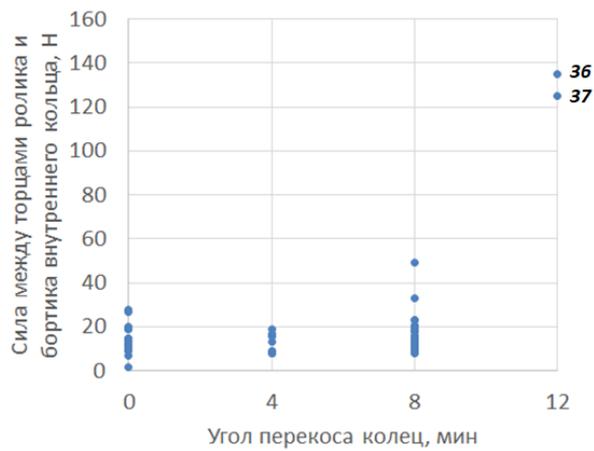


Рисунок 3.22 – Распределение максимальной нормальной силы между торцами ролика и борта внутреннего кольца в зависимости угла перекося колец в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

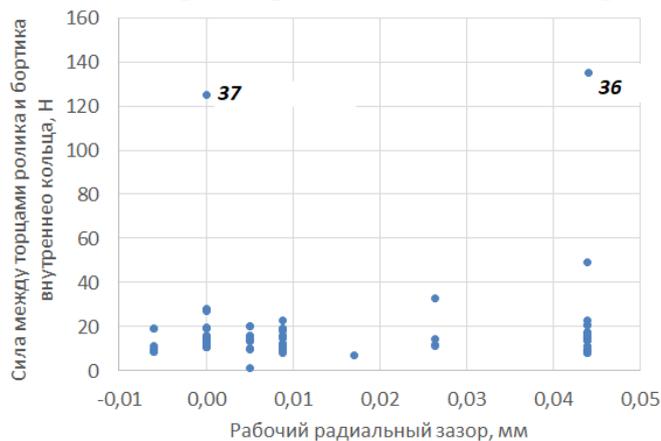


Рисунок 3.23 – Распределение максимальной нормальной силы между торцами ролика и борта внутреннего кольца в зависимости от рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

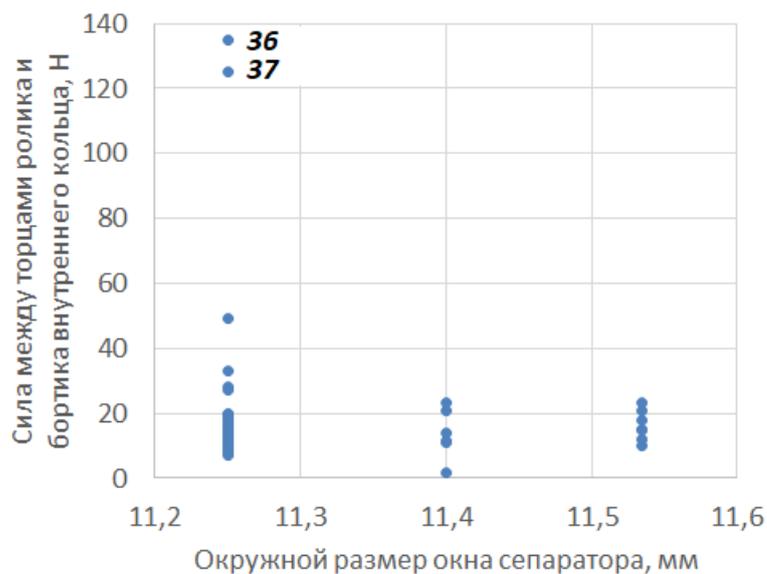


Рисунок 3.24 – Распределение максимальной нормальной силы между торцами ролика и борта внутреннего кольца в зависимости от окружного

размера окна сепаратора в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

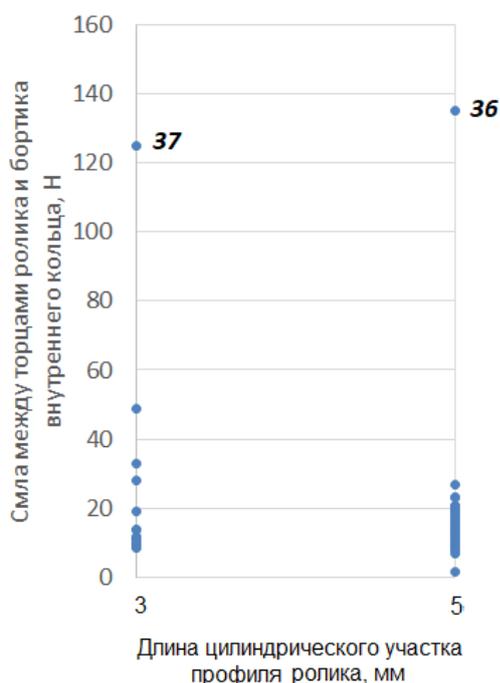


Рисунок 3.25 – Распределение максимальной нормальной силы между торцами ролика и борта внутреннего кольца в зависимости от длины цилиндрического участка профиля ролика в подшипнике типоразмера 2002834 для всех расчетных случаев

#### 3.1.1.4. Влияние угловой скорости центра масс сепаратора на особенности взаимодействия сепаратора и внутреннего кольца

Во многих из рассмотренных вариантов динамического расчета угловая скорость движения центра масс сепаратора вокруг оси подшипника близка к угловой скорости внутреннего кольца и, соответственно, к угловой скорости изменения направления радиальной силы. Это означает, что область контакта сепаратора и внутреннего кольца медленно смещается по опорной поверхности бортов внутреннего кольца (рисунки 3.26 и 3.27). В части таких случаев сила между сепаратором и внутренним кольцом оказывается больше 150 Н (рисунок 3.30). На этом рисунке красная линия соответствует прецессионному движению сепаратора, желтая – равенству угловых скоростей центра масс сепаратора и внутреннего кольца. При таких условиях, учитывая также большую скорость скольжения между сепаратором и внутренним кольцом, возможен локальный перегрев внутреннего кольца и ухудшение

условий работы подшипника вследствие вызванной термодформациями полигональности внутренней дорожки качения. Указанные условия создаются, главным образом, при большом радиальном зазоре, равном в нашем случае 0,044 мм (рисунок 3.28). Они тем больше, чем больше перекося между кольцами подшипника за исключением вариантов с перекося 12 минут (рисунок 3.29). В вариантах расчета 21 и 32 большие силы между сепаратором и внутренним кольцом возникают при рабочем радиальном зазоре 0,009 мм и перекося колец 8 минут (таблица 3.2, рисунки 3.28 и 3.29). Среди вариантов с большой рассматриваемой силой нет ни одного варианта с 24 роликами.

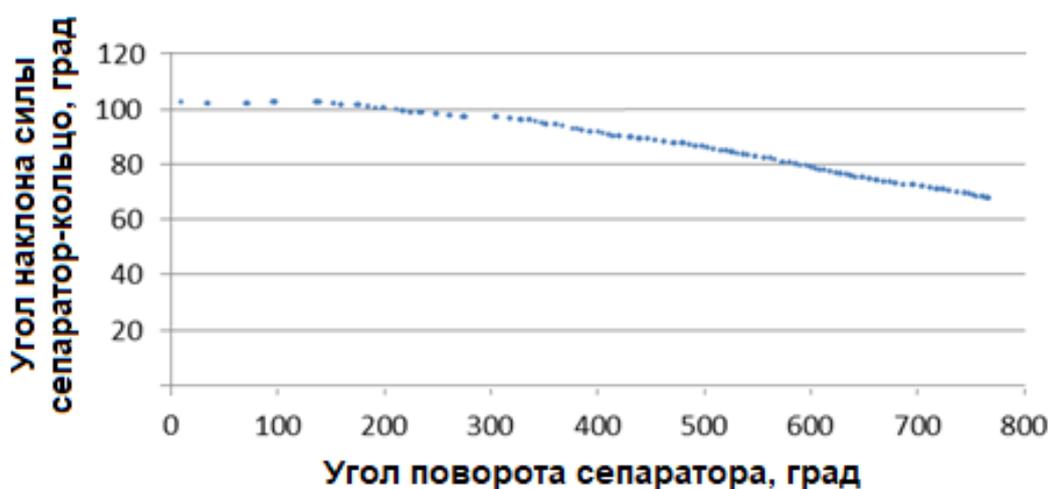
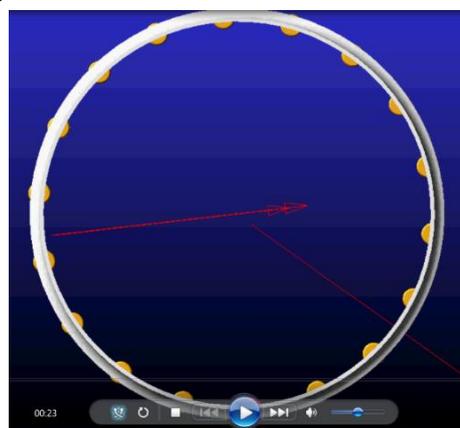
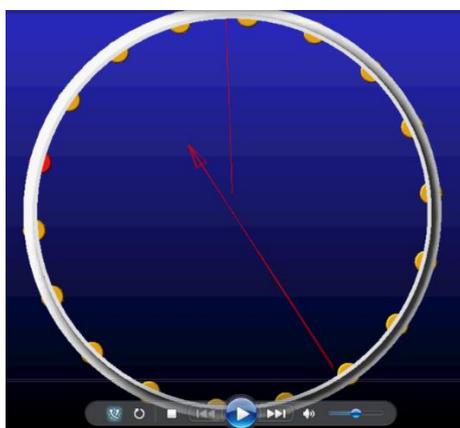


Рисунок 3.26 – Зависимость угла наклона вектора силы между сепаратором и внутренним кольцом к связанной с внутренним кольцом радиальной осью от угла поворота сепаратора при «остановленном» внутреннем кольце. Вариант расчета 19



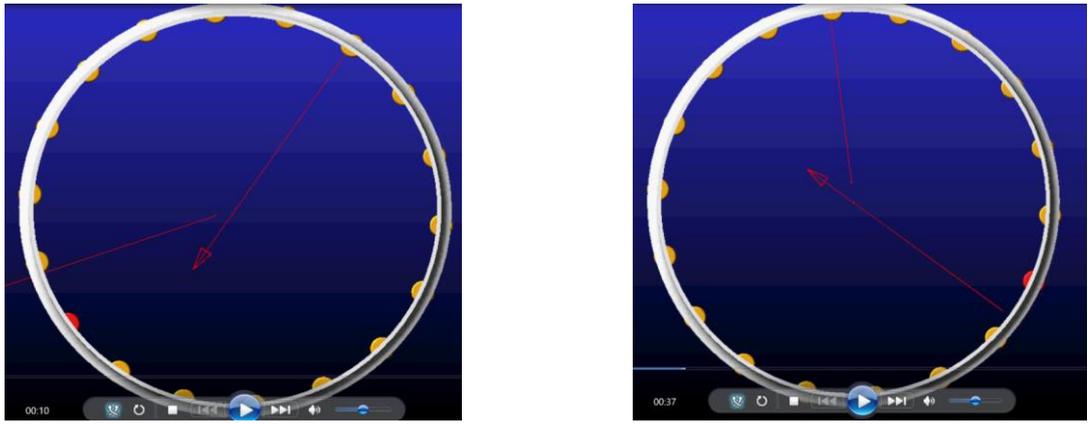


Рисунок 3.27 – Последовательные положения сепаратора (вращение происходит против часовой стрелки) с указанием направления действующей на подшипник вращающейся радиальной силы (красная линия) и силы (сил) между сепаратором и направляющими поясками бортов внутреннего кольца (красные стрелки). Вариант расчета 19

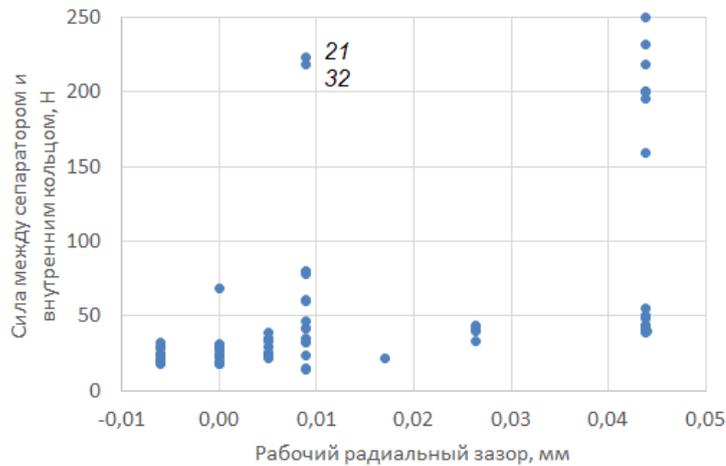


Рисунок 3.28 – Распределение силы между сепаратором и внутренним кольцом в зависимости от рабочего радиального зазора подшипника для всех вариантов расчета

На рисунке 3.30 красная линия соответствует прецессионному движению сепаратора, желтая – равенству угловых скоростей центра масс сепаратора и внутреннего кольца. Из этого рисунка и таблицы 3.2 следует, что при значительном перекосе колец, величиной 12 угловых минут (варианты расчета 36 и 37) и при увеличенном зазоре плавания (вариант расчета 6) угловая скорость кругового движения центра масс сепаратора и угловая скорость вращения сепаратора оказываются одинаковыми, то есть возникает его прецессионное движение. Это ситуация опасна тем, что контакт сепаратора и внутреннего кольца локализуется в одном и том же месте на сепараторе и тогда даже при частичном масляном голодании возникает

существенный перегрев, быстрый износ и разрушение сепаратора. Подробное описание происходящих при этом процессов содержится в публикации [42].

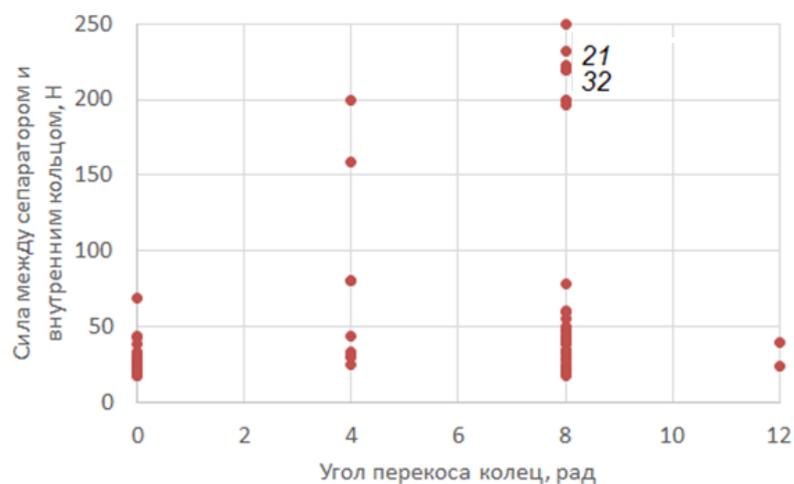


Рисунок 3.29 – Распределение силы между сепаратором и внутренним кольцом в зависимости от угла перекоса колец подшипника для всех вариантов расчета

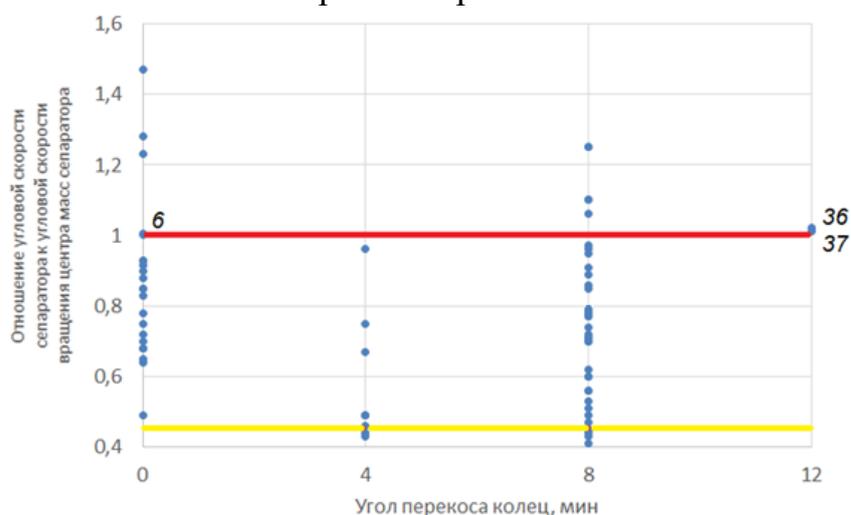


Рисунок 3.30 – Распределение величины отношения угловой скорости сепаратора к угловой скорости движения центра масс сепаратора вокруг оси подшипника в зависимости от угла перекоса колец для всех вариантов расчета

### 3.1.1.5 Износ в контакте ролика и осевой перемычки сепаратора

Максимальная твердость сепаратора по чертежу  $HB=269$ . Это соответствует  $HV=283$ . Твердость по Мейеру согласно формуле  $H=1,0787 \cdot HV$  равна  $H = 305$  МПа. Твердость поверхности ролика составляет 61...65 HRC, или по Майеру 777...895 МПа.

Расчёт контактных давлений выполнялся методом конечных элементов в программе CAE ANSYS. Эти расчёты выполняли для значений контактной

силы с шагом 3 Н. По их результатам определяли необходимые для дальнейших расчётов скоростей износа параметры; алгоритм расчета описан в п. 2.4. В пошаговых расчётах выполнялась интерполяция полученных значений. Геометрическая и конечно-элементная модель представлены на рисунках 3.31-3.33. Они включают в себя сектор сепаратора и половину ролика. Линия контакта на осевой перемычке сепаратора располагается на диаметре 192,5 мм.

Конечно-элементная модель контактного взаимодействия сектора сепаратора и половины ролика сгенерирована с использованием элемента Solid186. Для моделирования контактных свойств сепаратора использовался трехмерный элемент типа target170, а ролика – двухмерный восьми узловой контактный элемент типа «поверхность с поверхностью» contact174. Средний размер элемента в области контакта 0.07 мм, в остальной части модели 1 мм; общее число элементов SOLID186 – 254841. Дальнейшее измельчение сетки в зоне контакта не приводило к сколько-нибудь заметному уточнению поля контактного давления.

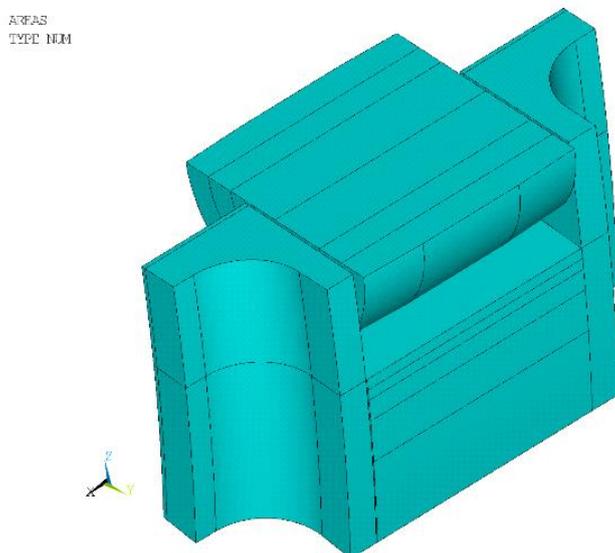


Рисунок 3.31 – Геометрическая модель контактного взаимодействия ролика и сепаратора

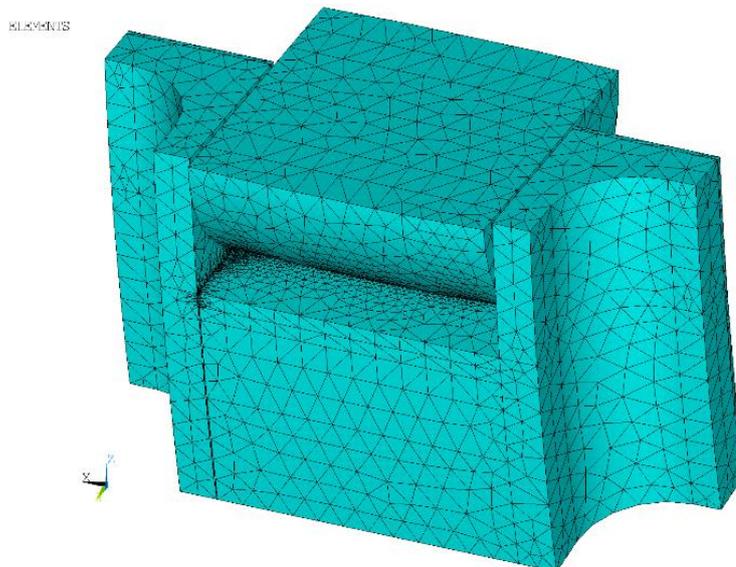


Рисунок 3.32 – Общий вид конечно-элементной модели контактного взаимодействия ролика и сепаратора

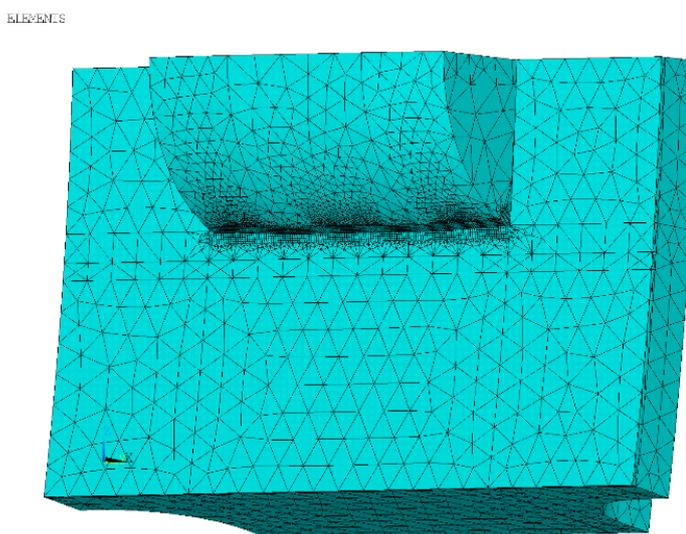


Рисунок 3.33 – Конечно-элементная сетка в месте контакта ролика и сепаратора

Расчет толщины масляного слоя, как и в контакте ролика и дорожки качения, выполнен для случая пьезовязкого жесткого режима трения, описанном в п. 2.1, так как контактные силы малы и упругие деформации в контакте незначительны. Скорость качения в контакте ролик-сепаратор составляет 40 м/с и скорость скольжения 80 м/с. При температуре 100 °С толщина масляной пленки по формуле (1.2) составляет 2,4 мкм.

Средние арифметические отклонения абсолютных значений отклонений профилей контактирующей поверхности сепаратора  $R_{a1} = 2,5$  мкм и ролика  $R_{a2} = 0,16$  мкм. При этом параметр масляной пленки (1.2)  $\Lambda = 0,762$ , а коэффициент износа по графику на рисунке 3.2 равен  $2,3 \cdot 10^{-10}$ .

Расчет скорости износа в контакте ролика и перемишки сепаратора выполнен для вариантов расчета 14, 15, 53, 54, 55 и 70 с разными значениями числа роликов, величины окружного размера окна сепаратора и охватывающих основной диапазон различных значений максимальных сил между этими деталями.

Глубина износа за один оборот сепаратора определяется по формуле:

$$h = \left(\frac{b}{\rho}\right) \frac{dh}{dt} \Delta t, \quad (3.1)$$

где  $b$  – половина ширины области контакта,  $\Delta t$  – время одного оборота сепаратора,  $\rho$  – зазор плавания сепаратора в расчете износа перемишки и длина окружности цилиндрической поверхности ролика в расчете износа ролика.

Рассмотрим подробнее расчет износа осевой перемишки сепаратора на примере варианта расчета 14. В динамическом расчете с шагом по времени 0,002 мс получен график изменения контактной силы между роликом и сепаратором, показанный на рисунке 3.33.

Для расчета по средним параметрам значение эквивалентной контактной силы составило 0,99 Н. Поле контактного давления и рассмотренные линии износа представлены на рисунке 3.34. Распределение контактного давления по линии износа 2, проходящей через максимум контактного давления, показано на рисунке 3.35.

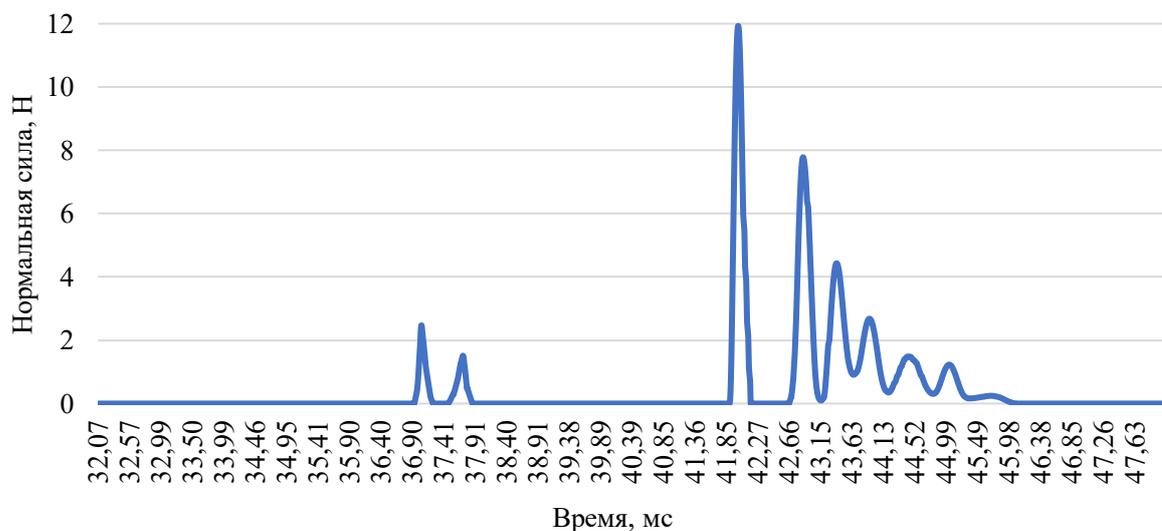


Рисунок 3.34 – Изменение нормальной силы в контакте ролика и перемишки сепаратора для расчетного случая 14

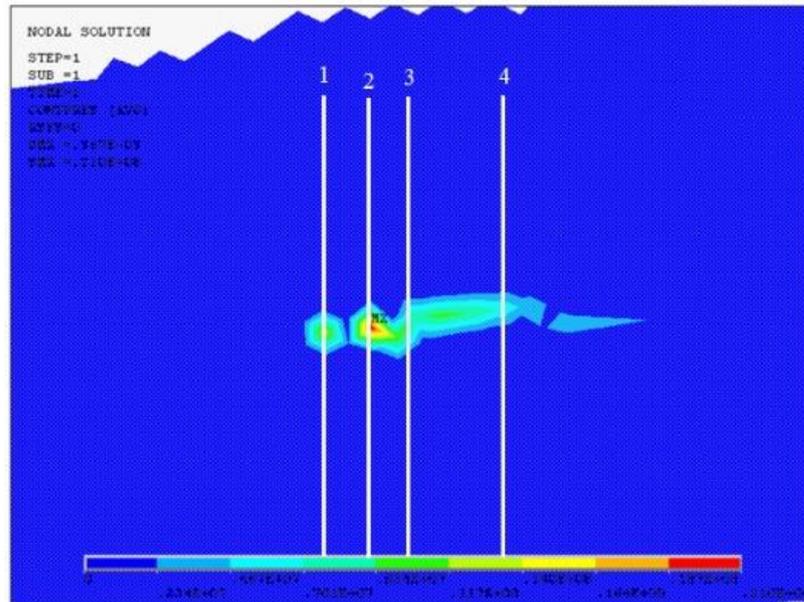


Рисунок 3.35 – Поле контактного давления (Па) в контакте ролика и перемиčky сепаратора при нормальной силе 0,99 Н (расчетный случай 14).

Цифрами обозначены номера линий износа

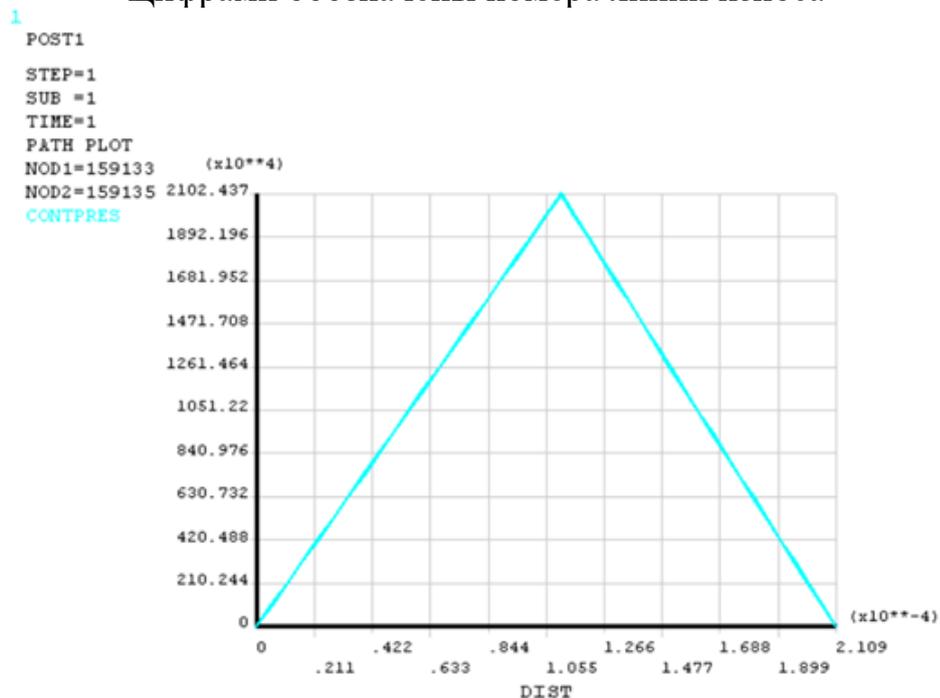


Рисунок 3.36 – Распределение контактного давления по длине линии износа 2 в пределах пятна контакта в расчетном случае 14

Для метода прямого расчета определялось изменение шагами по времени среднего давления на каждой из линий износа в пределах пятна контакта, которое в качестве примера показано на рисунке 3.36 для линии износа 2. И также шагами по времени выполнялся расчет скорости износа, результат представлен на рисунке 3.37.

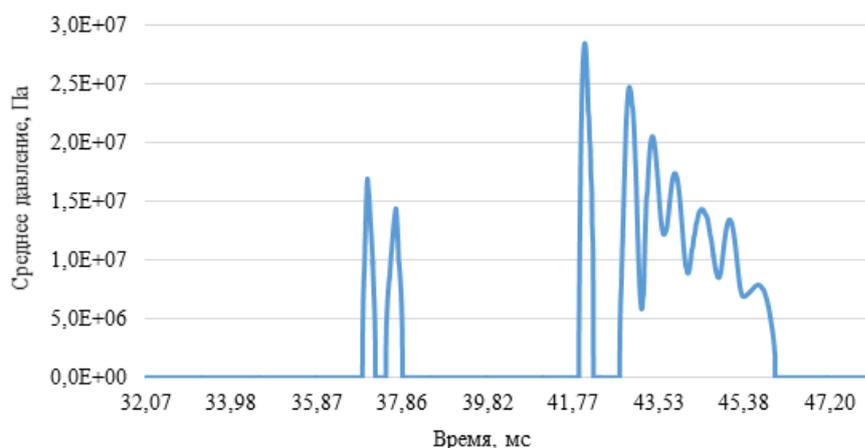


Рисунок 3.37 – Изменение среднего давления на линии износа 2 в расчетном случае 14

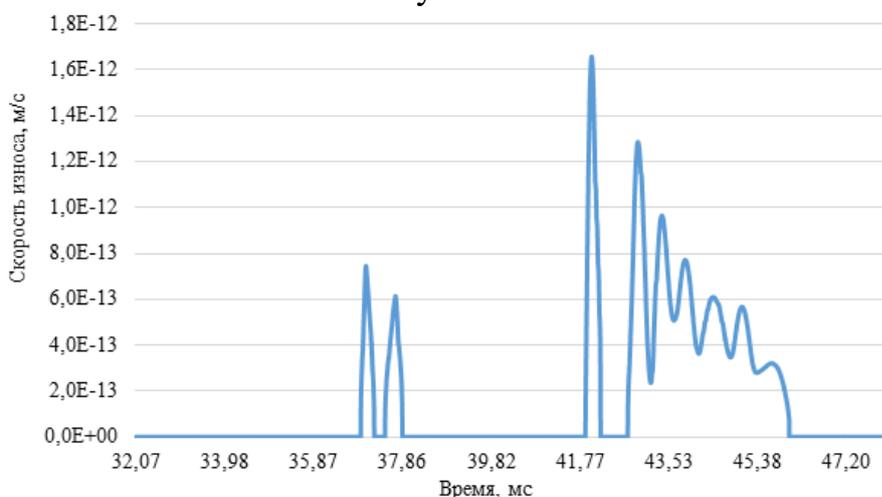


Рисунок 3.38 – Изменение скорости износа по линии 2 в контакте ролика и осевой перемычки сепаратора в расчётном случае 14

Сравнение результатов расчетов обоими методами, показанное на рисунке 3.39, подтверждает вполне приемлемую точность расчета по усредненным параметрам. Дальнейшие расчеты выполнялись этим методом. Параметры расчета износа на линии 2 для рассмотренных вариантов представлены в таблице 4.3. Ширина пятна контакта для всех случаев составляла 0,211 мм.

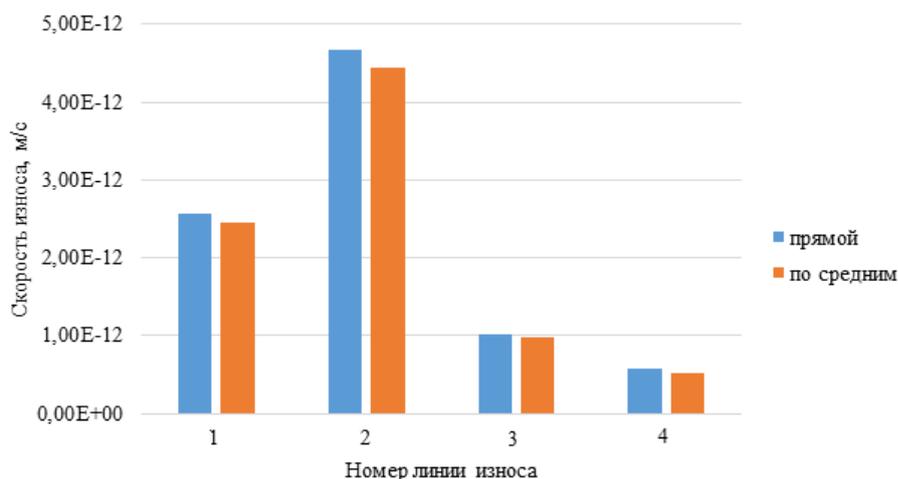


Рисунок 3.39 – Скорость износа сепаратора для подшипника с 18 роликами и окружным размером окна сепаратора 11,25 мм (расчетный случай 14)

Таблица 3.3 – Параметры расчета износа осевой перемычки сепаратора в месте расположения максимального контактного давления

Вариант расчета	Окружной размер окна сепаратора, мм	Число роликов	Эквивалентная сила, Н	Среднее давление, Па
14	11,25	18	1,03	9,47E+06
53	11,25	24	1,42	1,13E+07
70	11,25	28	0,90	8,98E+06
15	11,535	18	0,99	9,45E+06
54	11,4	24	2,25	1,41E+07
55	11,535	28	0,66	7,34E+06

Глубина износа осевой перемычки сепаратора за один его оборот для рассмотренных вариантов приводится на графике рисунка 3.40.

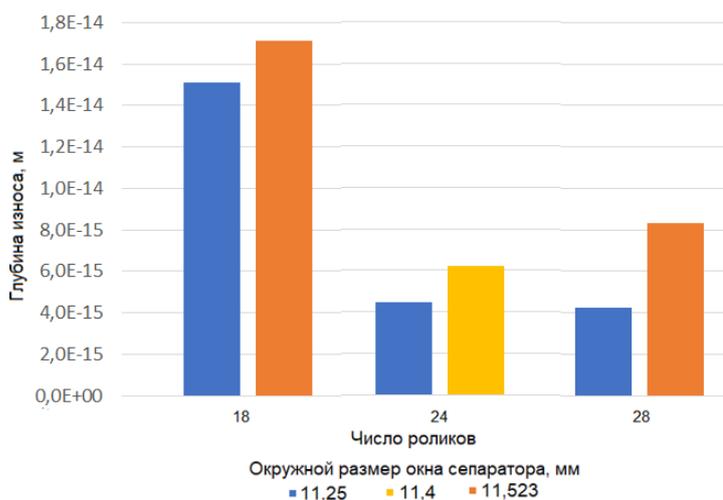


Рисунок 3.40 – Глубина износа перемычки сепаратора за один его оборот при разных значениях чисел роликов и величин окружного размера окна сепаратора

Из полученных результатов видно, что за один оборот сепаратора диапазон глубины износа перемычки можно оценить, как  $0,44 \cdot 10^{-8}$  мкм –

$1,7 \cdot 10^{-8}$  мкм. При угловой скорости сепаратора 391,8 рад/с за 25000 часов эксплуатации глубина износа перемычки сепаратора составит от 25 мкм до 96 мкм. Износ поверхности роликов в контакте с осевой перемычкой сепаратора в 176 раз меньше износа перемычки.

Увеличение окружного размера окна сепаратора вследствие износа способствует большему перекосу роликов и увеличению скорости износа в контакте с внутренним кольцом по дорожке качения и по торцам бортов.

Основным путем уменьшения скорости износа перемычки сепаратора является повышение качества обработки ее рабочей поверхности. Так, если обеспечить параметр шероховатости  $R_{a1} = 0,8$  мкм вместо  $R_{a1} = 2,5$  мкм, то износ уменьшится примерно в 11 раз. Уменьшение износа сепаратора возможно и в результате повышения его твердости. Из приведенных выше результатов также видно, что уменьшению износа сепаратора способствует увеличение числа роликов.

#### 3.1.1.6 Износ цилиндрических поверхностей ролика и внутренней дорожки качения

Контактные силы между цилиндрическими поверхностями роликов и дорожек качения значительно больше всех других контактных сил в подшипнике. В рассматриваемой подшипниковой опоре между этими поверхностями возникает лишь небольшая скорость скольжения.

Разработанная конечно-элементная модель включает в себя сектор внутреннего кольца и четверть ролика (рисунок 3.41). На соответствующих поверхностях сечений задавались условия симметрии. Использовались те же типы конечных элементов, что и в контакте ролика и осевой перемычки сепаратора. Средний размер элемента в области контакта 0.03 мм, в остальной части модели 1 мм (рисунок 3.42); общее число элементов SOLID186 – 365453. Уменьшение размеров элементов в зоне контакта не приводило к сколько-нибудь заметному уточнению поля контактного давления.

ELEMENTS



Рисунок 3.41 – Общий вид конечно-элементной модели контактного взаимодействия ролика и внутренней дорожки качения

ELEMENTS

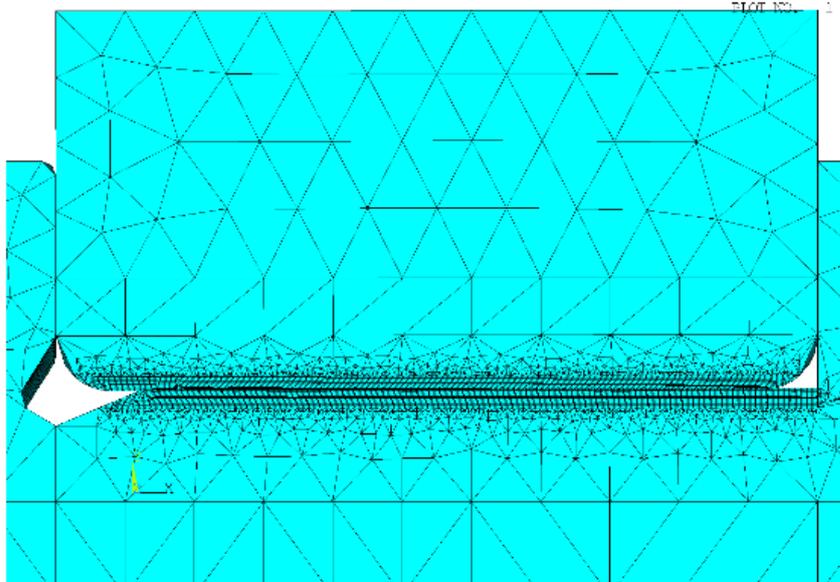


Рисунок 3.42 – Конечно-элементная сетка в месте контакта ролика и дорожки качения

На рисунке 3.43 в качестве примера приводится поле контактного давления для варианта расчета 36 при нормальной контактной силе 563,19 Н. Это – значение эквивалентной силы для расчета износа по усредненным параметрам. На этом же рисунке показаны линии, по которым рассчитывался износ.

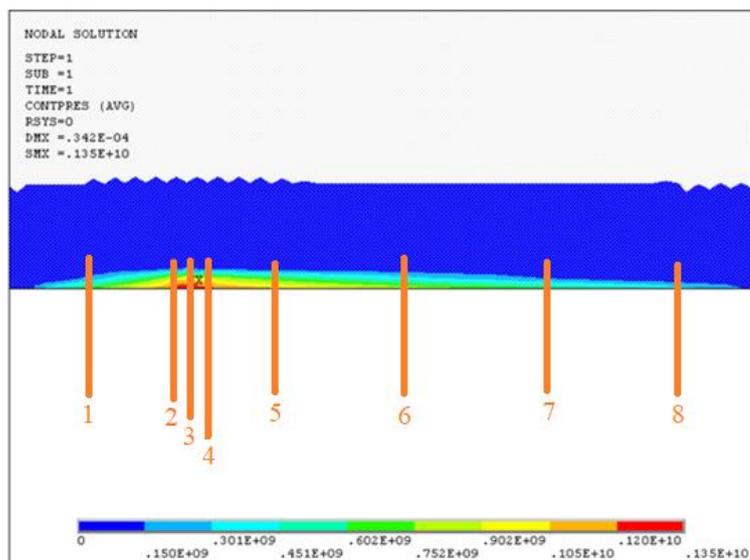


Рисунок 3.43 – Поле контактного давления (Па) в контакте ролика и дорожки качения внутреннего кольца при нормальной силе 563,19 Н (расчетный случай 36). Цифрами обозначены номера линий износа

Указанные на рисунке 3.43 линии износа проходят по окружностям на поверхностях ролика и дорожки качения. В расчетах скоростей износа ролика и дорожки качения учитывались отношения ширины пятна контакта на соответствующей линии износа к длинам этих окружностей. Скорость качения в контакте ролик-дорожка качения составляет 36,7 м/с и скорость скольжения, возникающего во время действия во время действия контактных сил, 0,02 м/с. Параметр масляной пленки  $\Lambda=0,62$ . На графике рисунка 2.17 этому параметру соответствует коэффициент износа  $3,57 \cdot 10^{-10}$ .

Расчет скорости износа в контакте ролика и дорожки качения внутреннего кольца выполнен для следующих вариантов расчета: 12, 19, 36, 48, 41, 66 и 68, включающих разное число роликов и разные углы перекоса колец подшипника. Во всех этих вариантах рабочий радиальный зазор 0,044 мм, размеры окон сепаратора 11,25 мм и температуре масла 100 °С.

Результаты расчета показаны на рисунке 3.44. Видно, что наибольшая скорость износа имеет место в варианте 36, которому соответствует угол перекоса колец 12 минут.

Поскольку большой перекос может возникнуть только на короткое время, то для оценки глубины износа за срок службы подшипника в 25000 часов используем варианты 12 (18 роликов), 48 (24 ролика) и 66 (28

роликов), в которых перекося колец составляет 4 минуты. Наибольшая по длине контактной области глубина износа роликов за 25000 часов в рассмотренных вариантах укладывается в диапазон 0,9...1,8 мкм. Для дорожки качения внутреннего кольца такой диапазон составляет 1,3...2,2 мкм. К этим величинам надо добавить износ при кратковременных больших перекосах.

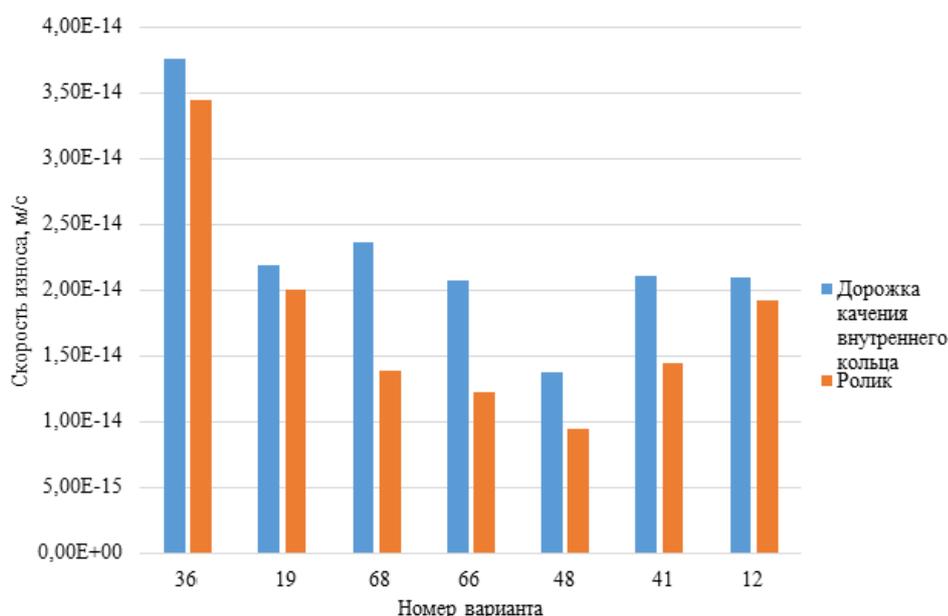


Рисунок 3.44 – Скорости износа ролика и дорожки качения для линии износа 3, проходящей через максимум контактного давления

Приведенным выше наибольшим значениям износа соответствует увеличение рабочего радиального износа на 11,6 мкм. Распределение глубины износа по дорожке качения в варианте расчета 68 за 25000 часов иллюстрируется на рисунке 3.45. Наиболее глубокий износ в этом и других вариантах расчета наблюдается в месте, где заканчивается цилиндрический участок профиля ролика. Максимальный износ ролика также наблюдается в месте этого перехода.

Износ дорожки качения выше, потому что она соприкасается с 24 роликами, а это больше, чем отношение параметра дорожки качения к диаметру роликов. Кроме того, поскольку основная часть радиальной силы вращается вместе с кольцом, то износ дорожки качения неоднороден по её окружности.

Поскольку изменение диаметра ролика равно удвоенной величине глубины износа, то при эксплуатации происходит заметное уменьшение

длины цилиндрического участка, на краях которого по техническим условиям на изготовление разность диаметров не должна превышать 1 мкм. Поэтому желательно сократить номинальный диапазон значений длины этого участка с 4...6 мм до 5...6 мм.



Рисунок 3.45 – Распределение глубины износа внутренней дорожки качения в варианте расчета 68 за 25000 час эксплуатации

### 3.1.1.7 Износ торцов ролика и борта внутреннего кольца

Конечно-элементная модель включает в себя сектор внутреннего кольца и четверть ролика (рисунок 3.46). На соответствующих поверхностях сечений задавались условия симметрии. Средний размер элемента в области контакта составлял 0.05 мм (рисунок 3.47), в остальной части модели – 1 мм; общее число элементов SOLID186 –847656. Уменьшение размеров элементов в зоне контакта не приводило к сколько-нибудь заметному уточнению поля контактного давления.

В динамическом расчете с шагом по времени 0,002 мс получены зависимости контактной силы между торцами ролика и борта от времени в пределах одного оборота сепаратора. В качестве примера график такой зависимости для варианта расчета 36 показан на рисунке 3.48.

Для расчета скорости износа по средним параметрам значение эквивалентной контактной силы в варианте расчета 36 составило 3,33 Н. Поля контактного давления для вариантов расчета 48, 68 и 36 показаны на рисунках 3.48-3.50.

ELEMENTS

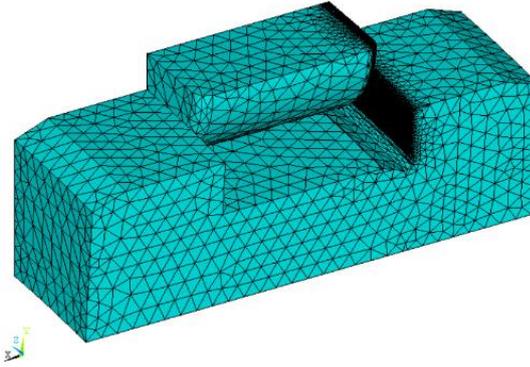


Рисунок 3.46 – Общий вид конечно-элементной модели контактного взаимодействия торца ролика и борта внутреннего кольца

ELEMENTS

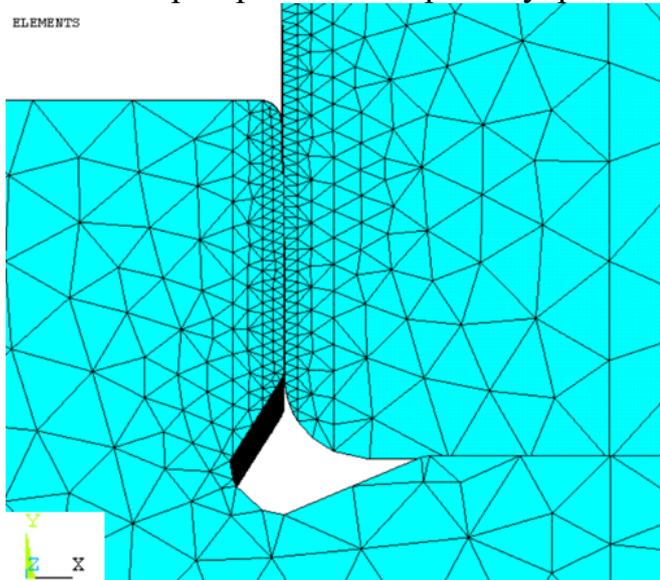


Рисунок 3.47 – Конечно-элементная сетка в месте контакта торца ролика и борта внутреннего кольца

NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
CONTRES (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .565E-05  
SMX = .966E+08

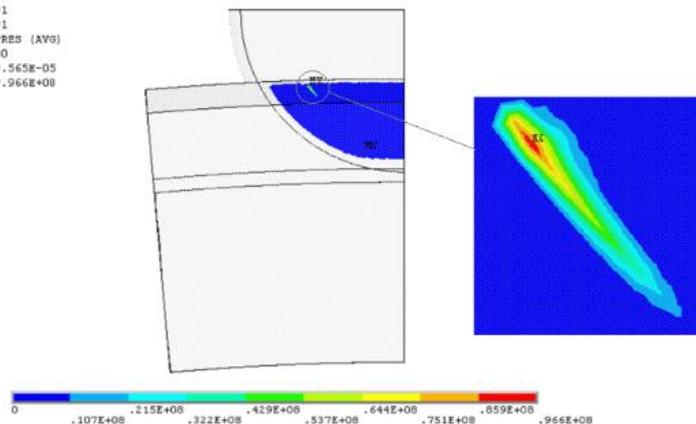


Рисунок 3.48 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 2 минуты. Вариант расчета 48

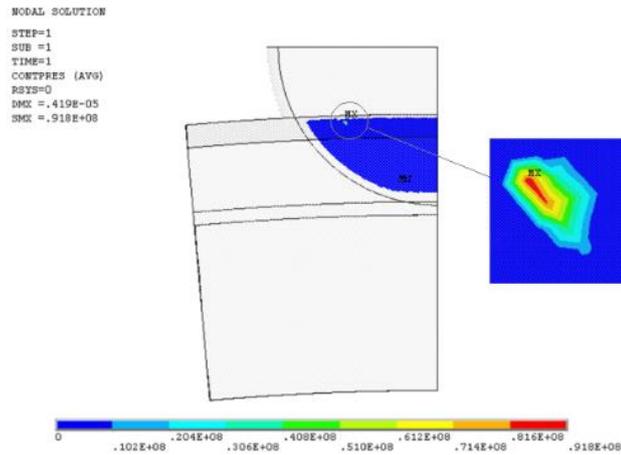


Рисунок 3.49 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 4 минуты. Вариант расчета 68

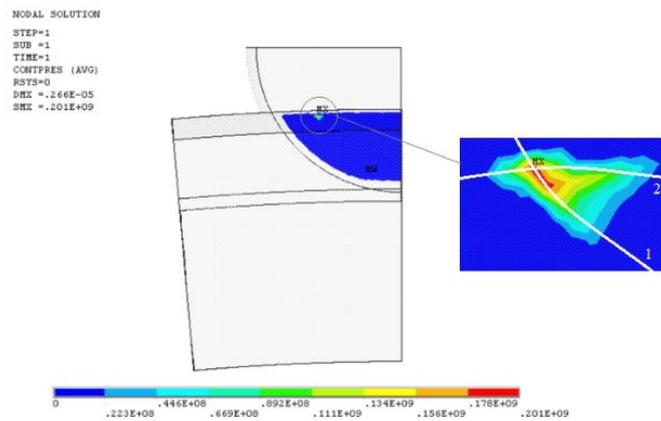


Рисунок 3.50 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 6 минут. Вариант расчета 36. Цифрами обозначены номера линий износа: 1-ролик, 2-внутреннее кольцо

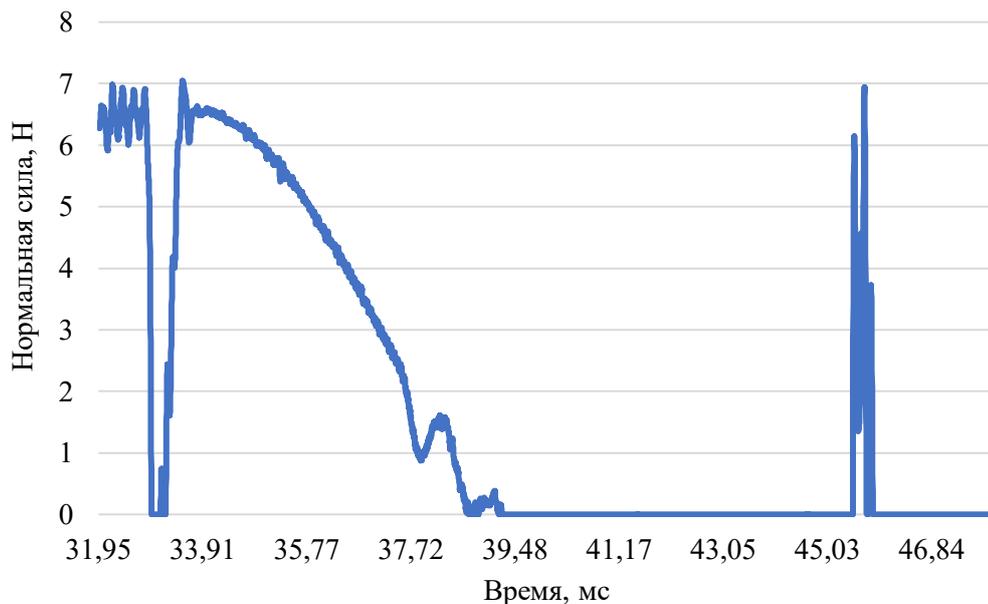


Рисунок 3.51 – Изменение нормальной силы в контакте торца ролика и борта внутреннего кольца для варианта расчета 36

Из рисунков 3.48-3.50 видно, что пятно контакта даже при небольшом угле тангажа выходит на область притупления по наружному диаметру борта. Это исключает возможность образования масляной пленки и реализуется режим граничного трения. Коэффициент износа для граничного трения закаленных подшипниковых сталей по данным [180] и п. 2.4 находится в диапазоне  $1 \cdot 10^{-10} - 5 \cdot 10^{-9}$ . Поскольку более точные рекомендации отсутствуют, то в дальнейшем используем среднее геометрическое значение из указанного диапазона  $7,1 \cdot 10^{-10}$ .

При угле тангажа ролика 2 минуты по данным, приведенным на рисунке 3.53, глубина износа торца ролика за половину срока службы 12500 часов составляет от 70 мкм до 171 мкм, а торца борта внутреннего кольца – от 37 мкм до 112 мкм. При угле тангажа 6 минут скорость износа более чем на порядок превышает скорость износа при меньших углах. Такой большой перекосяк может возникать только кратковременно.

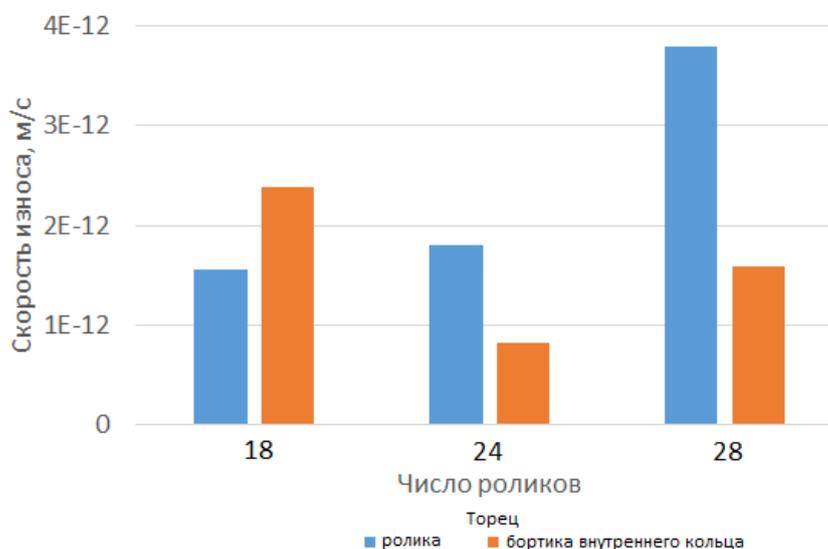


Рисунок 3.52 – Скорость износа торцов ролика и борта внутреннего кольца при угле перекосяка колец подшипника 4 минуты при разном числе роликов, варианты расчета 12, 48 и 66

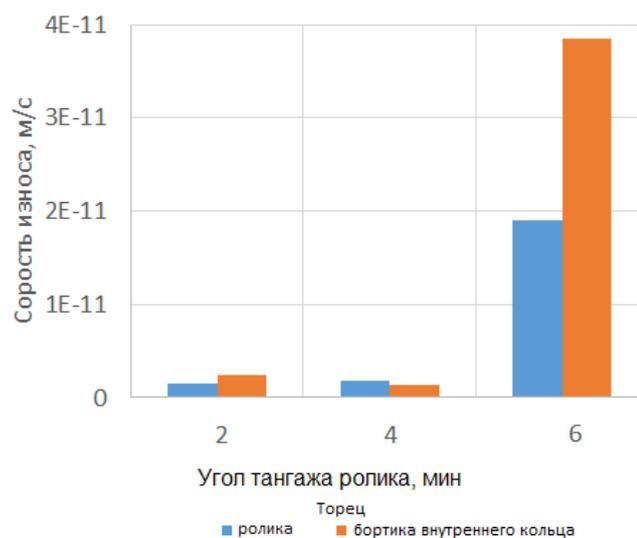


Рисунок 3.53 – Скорость износа торцов ролика и борта внутреннего кольца в зависимости от угла тангажа роликов подшипника с 18 роликами, варианты расчета 12, 19 и 36

Если большой перекося возникает на начальном этапе работы двигателя при повышенном сопротивлении вязких сил, то усилия между частично изношенными торцами роликов и бортом внутреннего кольца существенно возрастают. На рисунках 3.54-3.57 приводятся результаты динамического моделирования, соответствующие условиям варианта расчета 35, но с изношенными поверхностями торцов и цилиндрической части роликов. Глубина износа указана в подписях к этим рисункам. Из них видно, что при рассчитанном по формуле (2.22) коэффициенте граничного трения 0,1, мощность трения при повторных соударениях торцов может достигать до 400 Вт (рисунки 3.53 и 3.54) и 150 Вт (рисунки 3.55 и 3.56). Поскольку эта мощность выделяется на площадках контакта, не превышающих десятых долей квадратного миллиметра, то возникает опасность резкого локального повышения температуры и заедания с последующим быстро прогрессирующим износом рабочих поверхностей и потерей функциональности опоры, описанным в п. 2.1.



Рисунок 3.54 – Сила между изношенными рабочими торцевыми поверхностями ролика и борта внутреннего кольца. Максимальная глубина износа ролика 0,5 мм, борта 0,3 мм. Вариант расчёта 35

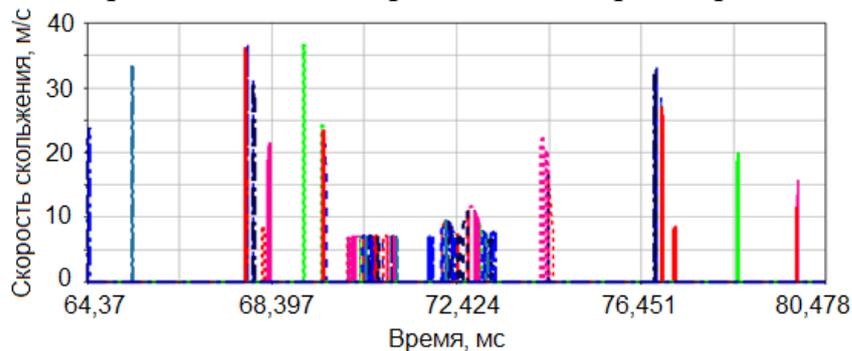


Рисунок 3.55 – Скорость скольжения между изношенными рабочими торцевыми поверхностями ролика и борта внутреннего кольца. Максимальная глубина износа ролика 0,5 мм, борта 0,3 мм. Вариант расчёта 35



Рисунок 3.56 – Сила между изношенными рабочими торцевыми поверхностями ролика и борта внутреннего кольца. Максимальная глубина износа ролика 0,1 мм, борта 0,08 мм, длина цилиндрического пояса 0,344 мм. Вариант расчёта 35

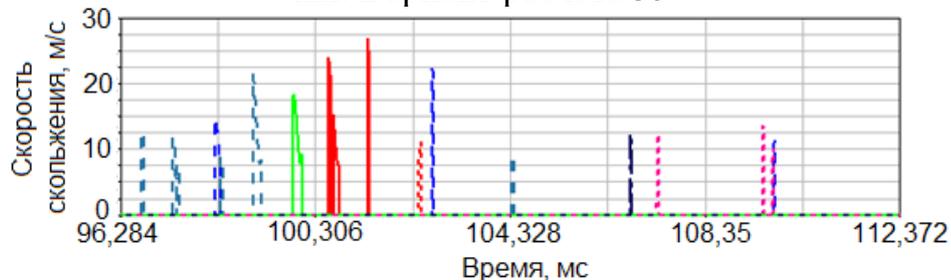


Рисунок 3.57 – Скорость скольжения между изношенными рабочими торцевыми поверхностями ролика и борта внутреннего кольца. Максимальная глубина износа ролика 0,1 мм, борта 0,08 мм, длина цилиндрического пояса 0,344 мм. Вариант расчёта 35

Для исправления этой ситуации предлагается выполнять торцевые поверхности бортов внутреннего кольца выпуклой формы. Это позволит создать в контакте с роликом режим жидкостного трения и тем самым уменьшить и трение, и износ. Пример исполнения такого выпуклого торца приводится на рисунке 3.58. Возникающие при таком торце для разных углов тангажа ролика поля контактного давления приводятся на рисунках 3.59-3.61. Пятна контакта располагаются на значительном удалении от края борта. Это уменьшает скорость скольжения и делает возможным образование жидкостного режима трения. Параметр масляной пленки в контакте, рассчитанный по формулам для точечного контакта, составляет 2,5, при этом коэффициент износа равен  $4,55 \cdot 10^{-11}$ .

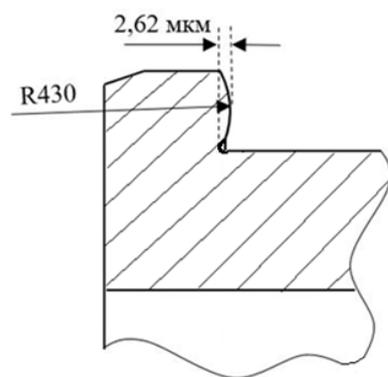


Рисунок 3.58 – Эскиз фрагмента внутреннего кольца подшипника с выпуклым торцом

Результаты расчета скорости износа при выпуклых торцах бортов в соответствии с рисунком 3.58 приводятся на рисунках 3.61 и 3.62.

Рассмотрен также профиль торца борта с радиусом 37,5 мм. В этом случае выпуклость торца составляет примерно 0,03 мм. Соответствующее поле контактного давления для расчетного варианта 48 в качестве примера приводится на рисунке 3.59. Скорость износа торцов ролика и борта (рисунок 3.60) оказалась до двух раз больше, чем при радиусе профиля торца 430 мм. Уменьшение скорости износа за счет выпуклости торца для рассмотренных радиусов профиля по сравнению с плоским торцом укладывается в диапазон от десяти до ста раз.

Окончательный радиус профиля торца можно выбрать с учетом технологических условий изготовления. Наиболее выступающая часть выпуклости, показанная на рисунке 3.58 на середине высоты борта, может быть смещена ближе к поверхности дорожки качения, чтобы еще уменьшить скорость скольжения между поверхностями. Для упрощения технологического процесса изготовления внутреннего кольца с выпуклыми торцами оно может быть выполнено сборным, данное конструктивное решение защищено патентом RU 2 815 566 [262].

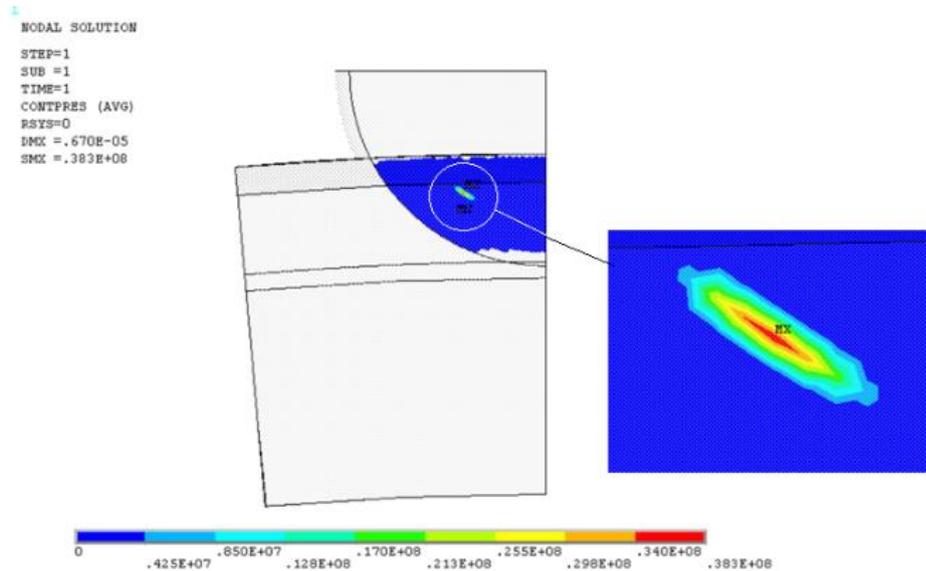


Рисунок 3.59 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 2 минуты. Радиус торца профиля торца 430 мм. Вариант расчета 48

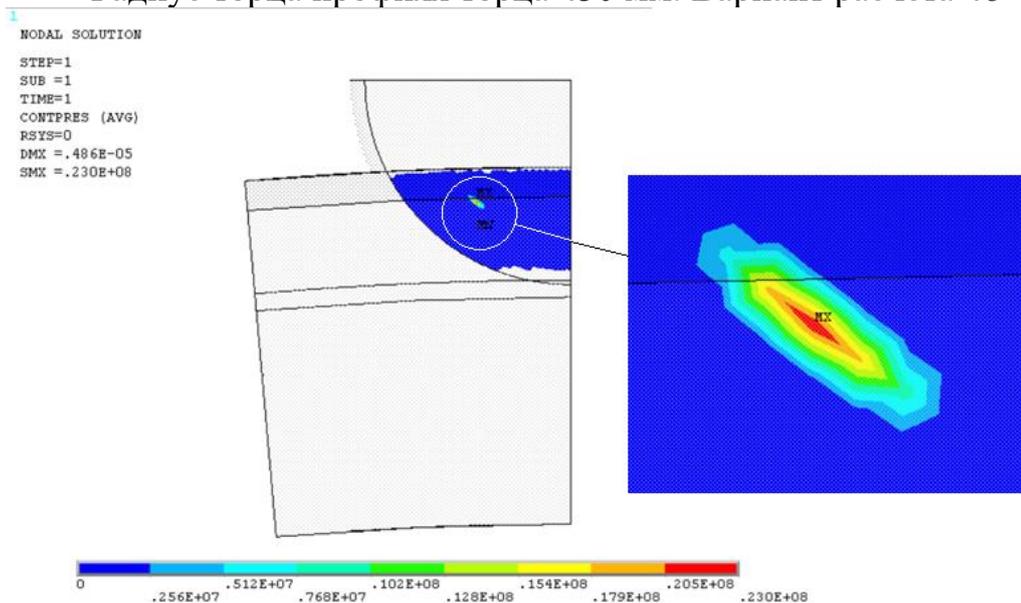


Рисунок 3.60 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 4 минуты. Радиус торца профиля торца 430 мм. Вариант расчета 68

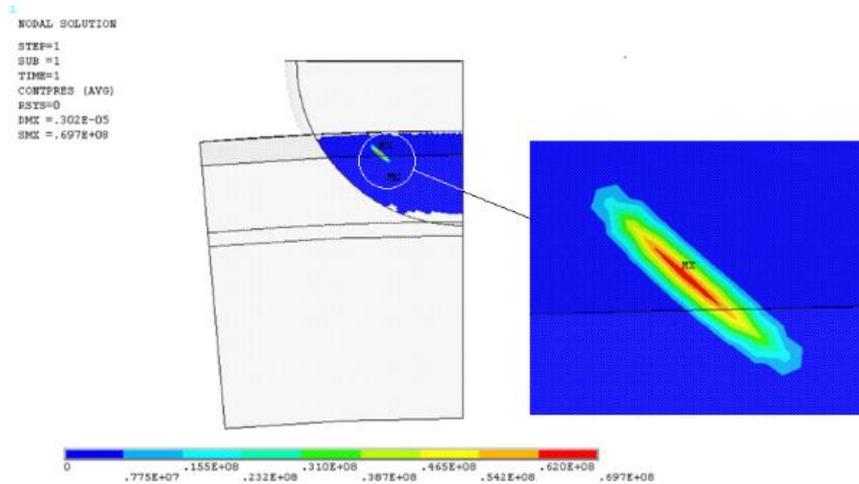


Рисунок 3.61 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 6 минут. Радиус торца профиля торца 430 мм. Вариант расчета 36

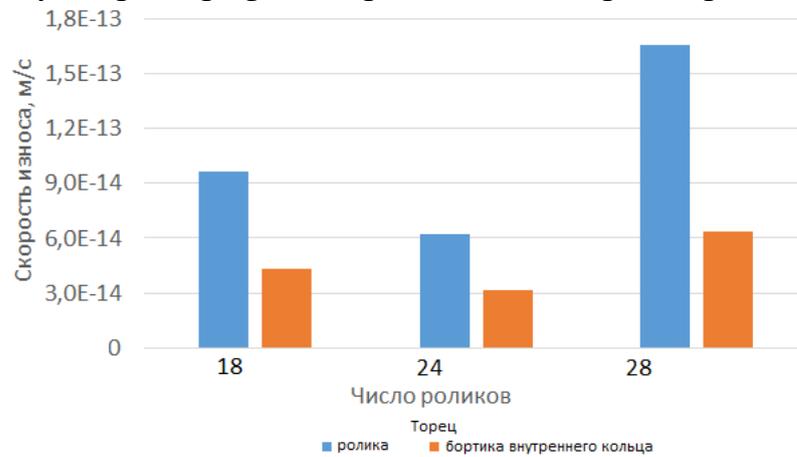


Рисунок 3.62 – Скорость износа торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца при угле перекоса колец подшипника 4 минуты при разном числе роликов, варианты расчета 12, 48 и 66. Радиус торца профиля торца 430 мм

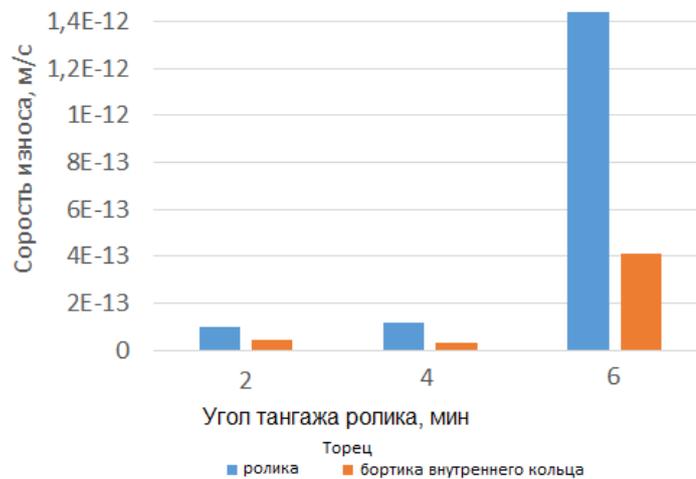


Рисунок 3.63 – Скорость износа торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца в зависимости от угла тангажа роликов подшипника с 18 роликами, варианты расчета 12, 19 и 36. Радиус торца профиля торца 430 мм

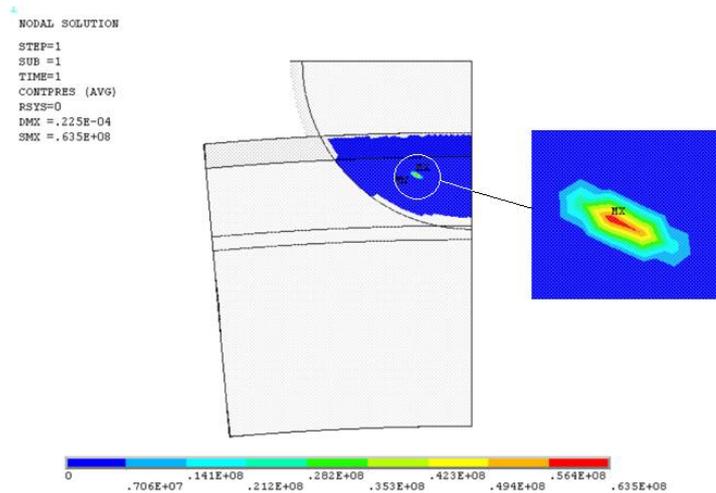


Рисунок 3.64 – Контактное давление (Па) в контакте торцов ролика и выпуклого борта внутреннего кольца при угле тангажа ролика 2 минуты. Радиус торца профиля торца 37,5 мм. Вариант расчета 48

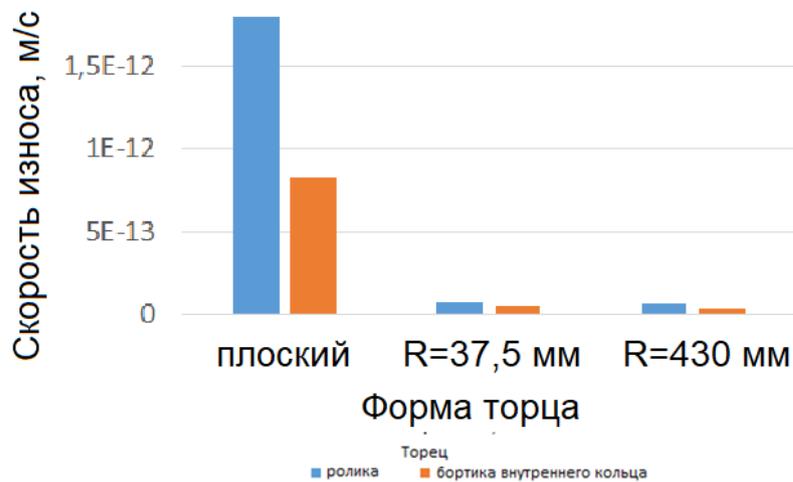


Рисунок 3.65 – Скорость износа торцов ролика и борта внутреннего кольца для разных вариантов профиля торца борта, вариант расчета 48  
 3.1.1.8 Многоцикловая усталость сепараторов

Представленная в п. 2.5 методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости включает в себя моделирование динамики движения деталей подшипников, расчет истории изменения полей динамических напряжений и после этого непосредственную оценку усталостной прочности сепаратора.

В данной главе анализируется, в частности, влияние на многоцикловую усталость сепаратора твердого неметаллического включения типа оксида, как основного источника возникновения усталостных трещин [263].

Материал сепараторов – сталь 40ХН2МА-Ш. При 100 °С ее модуль упругости составляет 211 ГПа, коэффициент Пуассона 0,3, предел текучести

не менее 800 МПа, а усталостная долговечность при симметричном нагружении в  $1 \cdot 10^6$  циклов достигается при 480 МПа. Кривая Веллера для стали AISI 4340 – прямого аналога рассматриваемой стали – с такими свойствами содержится в библиотеке материалов пакета ANSYS NCODE DESIGNLIFE.

Программа динамического расчета формирует 180 систем сил, действующих на сепаратор в течение одного установившегося оборота сепаратора с шагом в 2 градуса, которые затем для определения напряженно-деформированного состояния сепаратора экспортируются в CAE ANSYS. Системы сил включают силы со стороны тел качения и опорного кольца, а также силы инерции. Разные цвета диаграмм соответствуют разным роликам. Системы сил передаются в программу ANSYS, где для каждой из них выполняется расчет напряженно-деформированного состояния. Пример полученных методом конечных элементов полей интенсивности напряжений приводится на рисунке 3.66.

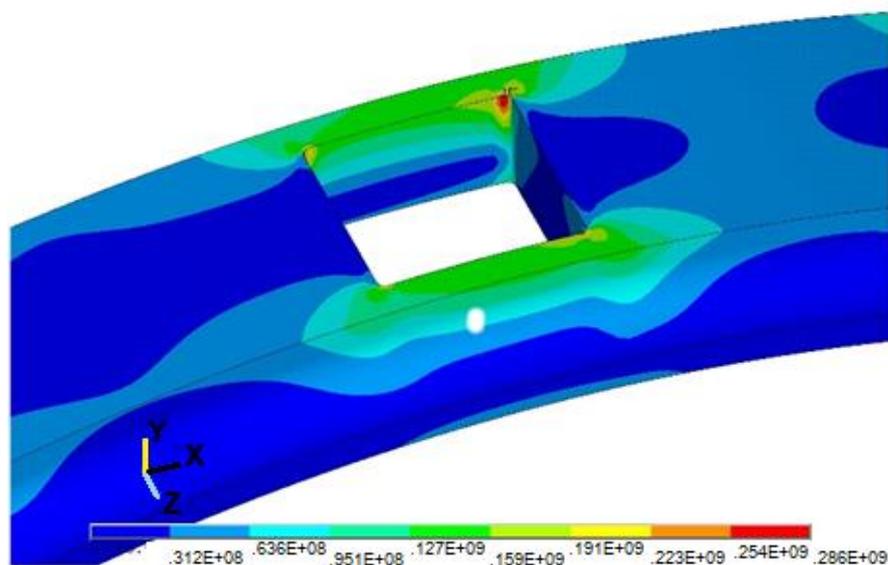


Рисунок 3.66 – Поле интенсивности напряжений в сепараторе роликового подшипников на одном из шагов нагружения, Па

Из рисунка 3.66 следует, что наиболее опасным местом сепаратора роликового подшипника является галтель между окружной и осевой перемычками сепаратора на его наружной поверхности. Максимальная концентрация напряжений наблюдается со стороны окон сепараторов. Это

является следствием перекоса колец подшипника и вызванного им перекоса сепараторов по отношению к опорному кольцу. Сепаратор взаимодействует с ним по одной стороне, создавая концентрацию напряжений в месте пересечения внутренней поверхности сепаратора и поверхности окна. Расчеты усталостной поврежденности и практические случаи разрушения сепараторов показывают, что от расположенных в этих местах фасок начинают развиваться трещины и происходит разрыв сепаратора.

Учитывая, что расчёты выполняются в области большой долговечности, запас прочности обычно берется по напряжениям, что учитывается при задании кривой усталости. Тем самым учитывается разброс экспериментальных данных числа циклов до разрушения при усталости. Нормативные значения коэффициентов запаса, при которых усталостная прочность деталей считается обеспеченной; как правило, берутся не ниже 1,5...2,5 [264].

Массивные сепараторы подшипников аэрокосмического назначения для уменьшения коэффициента трения, как правило, подвергают серебрению. Гальванические покрытия снижают усталостную прочность детали, что вызвано наводороживанием основного металла и физико-механическими свойствами самого покрытия [265]. Величина снижения усталостной прочности зависит от состава электролита, его температуры и толщины покрытия. В этой связи далее в расчетах использовалась кривая Веллера, в билогарифмических координатах сдвинутая вниз на  $\lg 1,5$ .

Непосредственное существенное воздействие на долговечность сепаратора оказывают максимальные значения силы, действующей на него со стороны опорного кольца. Эта зависимость иллюстрируется на рисунке 3.68. Точки на графике соответствуют разным сочетаниям параметров внутренней геометрии подшипника: развалам дорожек качения, зазорам плавания сепаратора, радиального зазора в подшипнике и зазоров в окне сепаратора. Имеет место очень высокая корреляция логарифма долговечности и максимальных сил между сепаратором и опорным наружным кольцом:

коэффициент корреляции равен  $-0,94$ . Соответствующая линия тренда может быть использована для предварительной оценки долговечности сепаратора непосредственно по результатам динамического расчета. Можно также отметить, что в среднем долговечность сепаратора снижается с ростом максимальных сил между роликами и сепаратором и с уменьшением максимальных нормальных контактных сил между роликами и дорожками качения. Коэффициенты корреляции между логарифмом долговечности и этими нагрузками среднесильные:  $-0,46$  и  $-0,32$ .

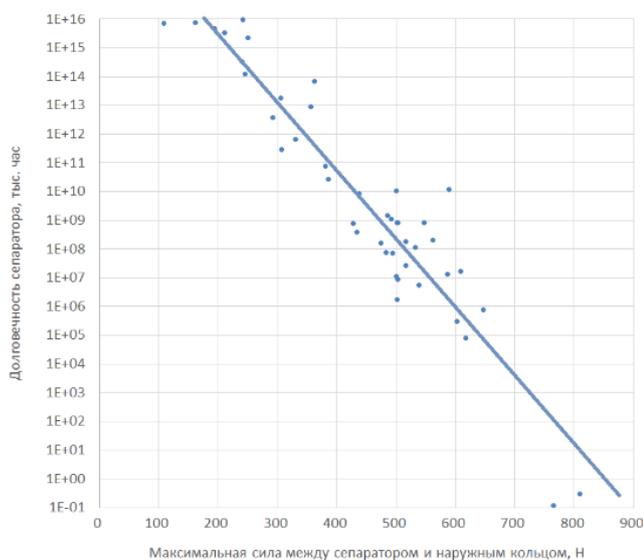


Рисунок 3.67 – Распределение долговечности сепаратора подшипника в зависимости от максимальной силы в контакте сепаратора и наружного кольца при перекосе колец 11 минут. Сплошная линия – линия тренда

Поскольку именно перекося колец подшипника является причиной значительного увеличения концентрации напряжений в сепараторе, то для определения допустимой в данной опоре величины перекося при проектировании важно располагать зависимостью между углом перекося и долговечностью сепаратора. Такая зависимость для средних значений параметров внутренней геометрии рассматриваемого подшипника приводится на рисунке 3.68. Из этого рисунка и других результатов выполненных расчетов следует, что уменьшение перекося на одну минуту может увеличить усталостную долговечность сепаратора на несколько порядков особенно в диапазоне больших значений несоосности колец.

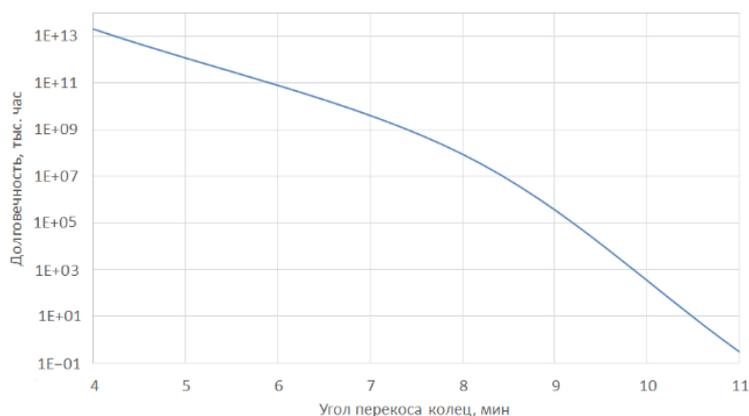


Рисунок 3.68 – Зависимость долговечности сепаратора шарикового подшипника от угла перекоса колец

Долговечность сепаратора роликового подшипника при запасе по напряжениям 1,5 удовлетворяет предъявляемым требованиям. Однако наличие неметаллического включения в наиболее опасном сечении может увеличить концентрацию напряжений и существенно снизить долговечность сепаратора. Для оценки такого воздействия в конечно-элементную модель сепаратора добавили включение из оксида алюминия, центр которого расположен в месте максимальной интенсивности напряжений (рисунок 3.67) на глубине 50 мкм как от наружной поверхности сепаратора, так и от внутренней поверхности его окружной перемычки. Форма включения – эллипсоид с полуосями 2 мкм, 3.5 мкм и 5 мкм вдоль осей X, Y и Z соответственно. Материал включения – оксид с модулем упругости 375 ГПа и коэффициентом Пуассона 0,25 [261, 266].

На рисунке 3.69 в качестве примера показано поле контактных давлений на поверхности между включением и матрицей на одном из шагов нагружения, а на рисунке 3.70 приводится проходящее через центр включения сечение металлической матрицы плоскостью, параллельной осям X и Y с полем поврежденности сепаратора, накопленной за один его оборот. Полагая, что усталостному разрушению соответствует поврежденность равная единице, по приведенным на рисунке 3.70 данным долговечность сепаратора может быть оценена как 27457 оборотов.

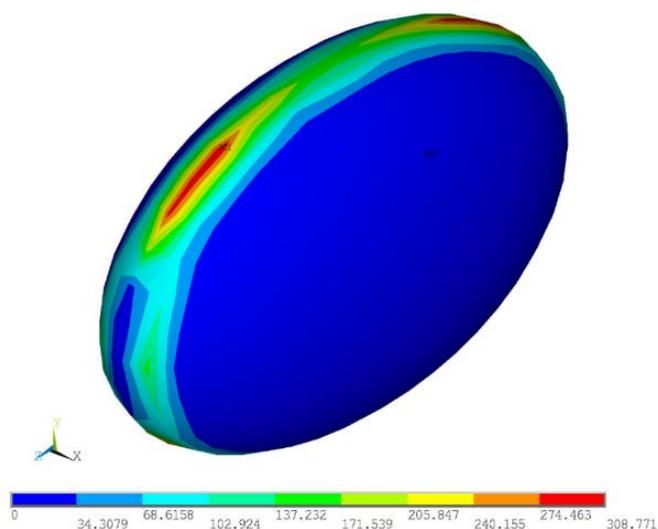


Рисунок 3.69 – Поле контактных давлений на поверхности между включением и матрицей на одном из шагов нагружения, Мпа

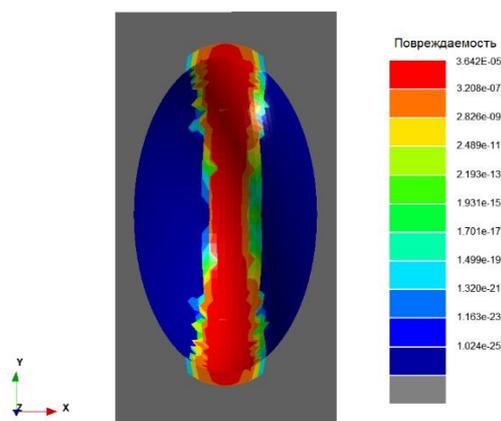


Рисунок 3.70 – Поле поврежденности матрицы на поверхности между включением и матрицей

### 3.1.2 Динамика роликового подшипника типоразмера 1032930 на режиме запуска двигателя

Выполнялся расчет динамики подшипника типоразмера 1032930 в опоре компрессора высокого давления газотурбинного двигателя в процессе разгона вала с момента запуска двигателя и до достижения стационарной частоты вращения 9175 об/мин, что заняло 270,5 секунды. Результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными, полученными на предприятии-изготовителе двигателя.

Основные геометрический размеры подшипника типоразмера 1032930: наружный радиус дорожки качения 0,0825 м, внутренний радиус дорожки качения 0,075 м, радиус ролика 0,075 м, количество роликов 28, длина ролика

0,075 м, провис его профиля 0,0075 мм, длина цилиндрического участка в середине профиля 0,003 м.

Предварительные оценки показали, что при ступенчатом изменении вращающего момента переходный динамический процесс в подшипнике не превышает двух с половиной секунд. Это позволяет рассчитывать динамику подшипника для отдельных моментов времени на этапе разгона вала, задаваясь текущими значениями нагрузок, температур и скоростей вращения вала как постоянными, без учета их изменения. Моменты времени, для которых выполнялись расчеты динамики подшипника, приводятся в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Расчетные моменты времени

Точка	Время, с
1	0
2	82,0988
3	85,2988
4	101,8988
5	109,4988
6	144,2988
7	160,2988
8	184,2988
9	270,4988

В рассматриваемой роликоподшипниковой опоре применяется смазка маслом ВНИИ НП50-1-4у. Используя паспортные физико-химические характеристики масла и рекомендации работ [134,141,142], приняли следующие параметры:  $\rho_m = 830 \text{ кг/м}^3$ ;  $K_m = 45,4 \text{ Вт/(м К)}$ ;  $\beta_0 = 0,025 \text{ К}^{-1}$ ;  $\gamma = 1 \cdot 10^{-11} \text{ (К Па)}^{-1}$ ;  $\Gamma = 5 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $\bar{\alpha} = 0,3 \cdot T^{-4,167} \text{ (МПа)}^{-1}$ ;  $\tau_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $A_{bd} = 0,2$ ;  $A_{hd} = 1,5$ .

На режиме раскрутки ротора стартером задавались следующие силы на подшипник: вращающаяся сила от дисбаланса вала 3162,5 г·мм; вес ротора, приходящий на роликоподшипник 578,8 Н; радиальная нагрузка, действующая на роликоподшипник со стороны коробки приводов до отключения стартера составляет 3708,8 Н. После отключения стартера эта

нагрузка составляет 406,5 Н. Отключение стартера происходит на частоте вращения вала 6300 об/мин – расчетная точка 2.

Предварительно по данным об изменении за все время разгона поля температуры в опоре был рассчитано изменение рабочего радиального зазора в подшипнике (рисунок 3.71). Из этого рисунка видно, что по мере выхода на установившийся режим в подшипнике в радиальном направлении возникает небольшой натяг, что выравнивает нагрузку между роликами и повышает точность центрирования вала.

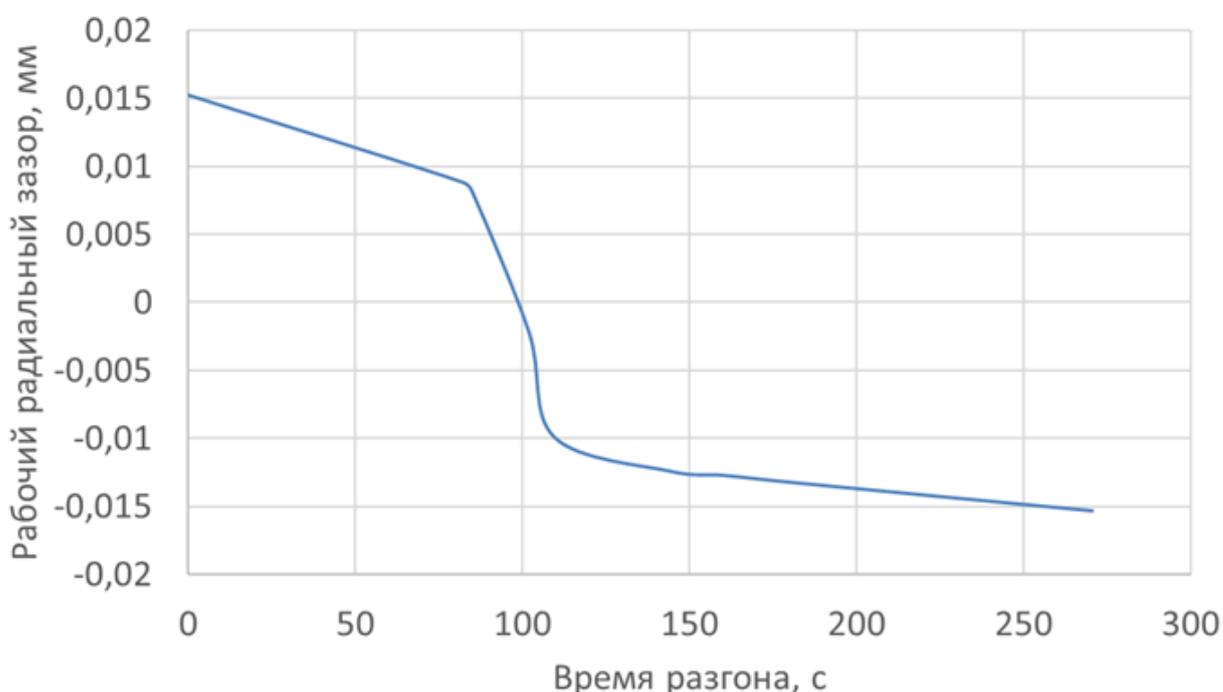


Рисунок 3.71 – Изменение рабочего радиального зазора в подшипнике типоразмера 1032930 во время разгона

График полученной при динамическом моделировании зависимости проскальзывания сепаратора от времени показан на рисунке 3.72. Динамическая модель позволила достаточно точно описать проскальзывание в подшипнике: наибольшее отклонение от экспериментальных данных составило 13 %. Для ограничения проскальзывания рекомендовано обеспечить плавное уменьшение радиальной нагрузки на ротор при отключении стартера.

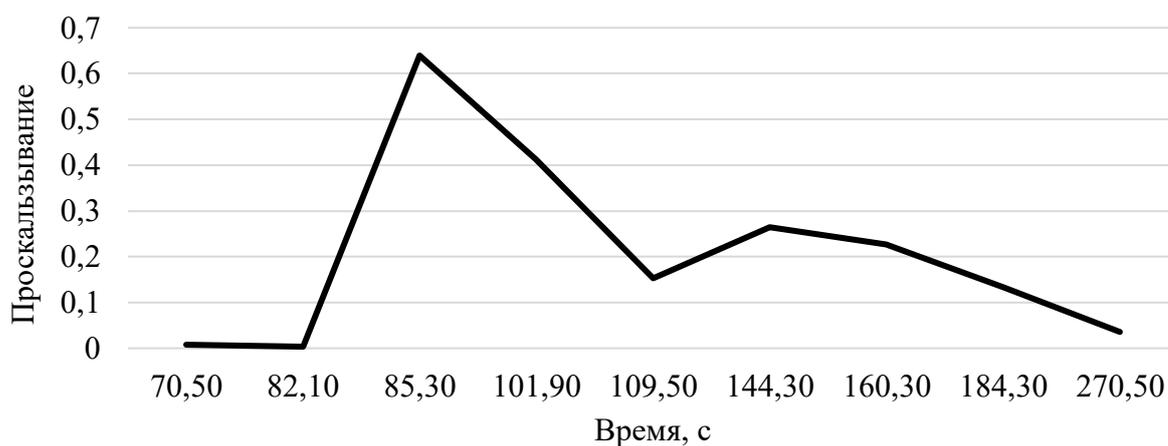


Рисунок 3.72 – График полученной расчетом зависимости проскальзывания сепаратора от времени в процессе разгона

Полученные динамические характеристики применены для расчета скоростей износа цилиндрической поверхности ролика и дорожки качения внутреннего кольца. Результаты расчета толщины масляного слоя использованы для определения значений коэффициента износа при шероховатости поверхности дорожки качения  $R_{a1} = 0,2$  мкм, роликов  $R_{a2} = 0,16$  мкм. Необходимые для расчета износа по усредненным параметрам величины за весь период разгона показаны в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Значения величин, используемых для расчета скорости износа цилиндрической поверхности ролика и внутреннего кольца

Время, с	Усредненное контактное давление, Па		Коэффициент трения	Скорость скольжения, м/с	Температура, °С	Параметр масляной пленки
	Ролик	Внутреннее кольцо				
82,1	1,004E+08	6,663E+07	0,004	1,12	49	3
85,3	1,450E+08	6,618E+07	0,042	29,6	50	2,9
101,9	1,663E+08	8,299E+07	0,0016	25,7	54	2,9
109,5	2,192E+08	1,198E+08	0,001	11,56	55	3
144,3	2,525E+08	1,377E+08	0,00075	11,38	61	2,9
160,3	2,598E+08	1,188E+08	0,00058	18,14	63	2,8

184,3	2,915E+08	1,459E+08	0,00068	9,7	67	2,5
270,5	1,195E+08	1,246E+08	0,00064	2,85	80	2,1

Полученные зависимости скорости износа от времени при разгоне вала приведены на рисунке 3.73 Их сравнение с данными таблицы 3.5 показывает, что на начальном этапе разгона происходит резкое увеличение скорости износа, вызванное быстрым увеличением скорости скольжения после отключения стартера. Затем несмотря на снижение скорости скольжения скорость износа продолжает медленно возрастать. Последнее обусловлено постепенным увеличением рабочего радиального натяга в подшипнике (рисунок 3.72) и соответствующим ростом усредненного контактного давления (таблица 3.5). Существенное уменьшение скорости скольжения в контакте при выходе на установившийся режим работы является основной причиной заметного снижения скорости износа на этом этапе.

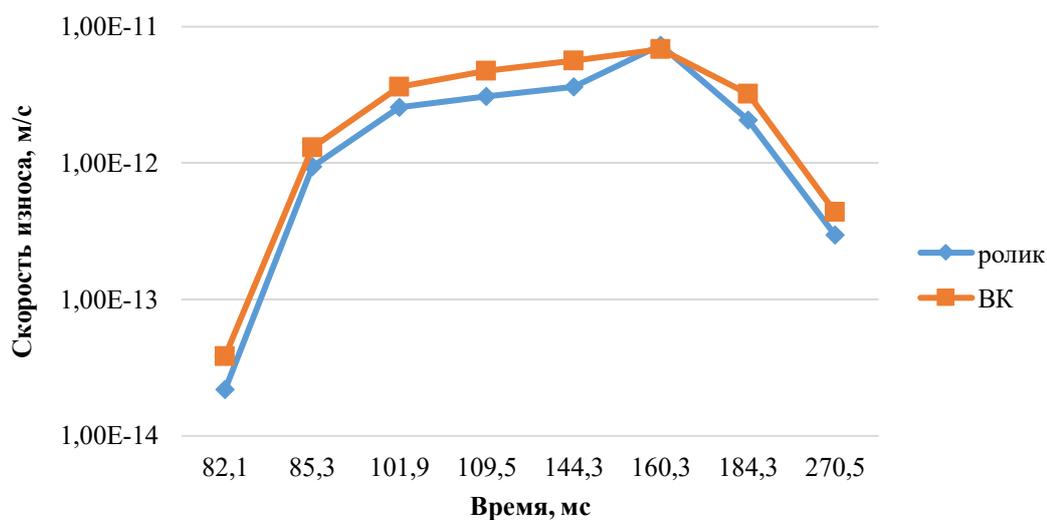


Рисунок 3.73 – Скорость износа ролика и внутреннего кольца для линии износа, проходящей через максимум контактного давления

### 3.2. Конический роликовый подшипник

Разработана динамическая модель двухрядного конического роликоподшипника, свободная от указанных в главе 1 недостатков, присущих известным из литературы моделям: рассматривается поведение подшипника в условиях перекоса осей наружного и внутреннего колец, учитывается явление саморазогрева масляной пленки и имеется возможность оценки риска

возникновения заедания. Все детали подшипника имеют по 6 степеней свободы. В выполненных расчетах задавались неизменное положение наружного кольца, скорость вращения внутреннего кольца и угол перекоса колец. Ролики разбиваются на одинаковые по толщине короткие цилиндры (слайсы) и контактное взаимодействие с дорожками качения вычисляется для каждого слайса в отдельности. Это позволяет учитывать влияние профиля роликов и возникающих при работе подшипника углов перекоса между роликами и кольцами на распределение давления и условий трения по длине роликов.

Нормальная сила контактного взаимодействия двух тел в модели представлена в виде (2.8). Упругий контакт каждого слайса и дорожки качения рассчитывается по методике, предложенной в работе [44]. Вязкая составляющая нормальной контактной силы вычисляется по формуле (2.7).

Еще один значительный силовой контакт возникает между торцами роликов и бортов внутреннего кольца. Коэффициенты податливости в контакте между торцами роликов и бортами внутреннего кольца, а также между роликами и сепаратором определялись по результатам конечно-элементного анализа.

В качестве примера был рассмотрен расчет двухрядного конического роликового подшипника кассетного типа. Внутренний диаметр подшипника 150 мм, наружный диаметр 250 мм, угол конусности ролика 53', средний диаметр 21,4 мм, число роликов в одном ряду – 23, осевой зазор в подшипнике после установки 0,34 мм, длина роликов 49,87 мм. Сепаратор – полиамидный, его базирование происходит по телам качения. Эскиз подшипника приводится на рисунке 3.73.

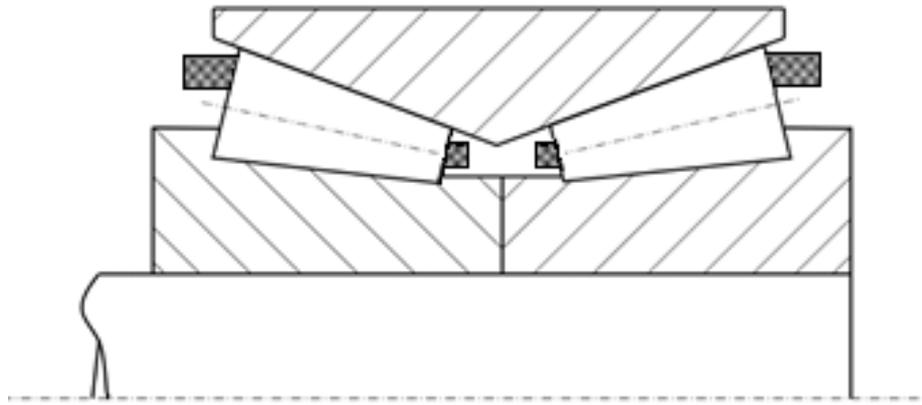


Рисунок 3.73 – Двухрядный конический роликовый подшипник  
3.2.1. Динамика конического роликового подшипника

Гидродинамический контакт реализуется во всех взаимодействиях между роликами и кольцами. В контакте роликов с пластмассовым сепаратором задается постоянный коэффициент трения 0,06 [145, 1].

В выполненных расчетах принималась пластичная смазка подшипника с минеральным базовым маслом класса VG 220, кривые трения которого приводятся в работе [145]. Кинематическая вязкость этого масла  $220 \text{ мм}^2/\text{с}$  при  $40^\circ\text{C}$  и  $19 \text{ мм}^2/\text{с}$  при  $100^\circ\text{C}$ . Сравнение расчётных и экспериментальных кривых трения при температуре  $60^\circ\text{C}$  приводится на рисунке 3.74. Их соответствие вполне удовлетворительное.

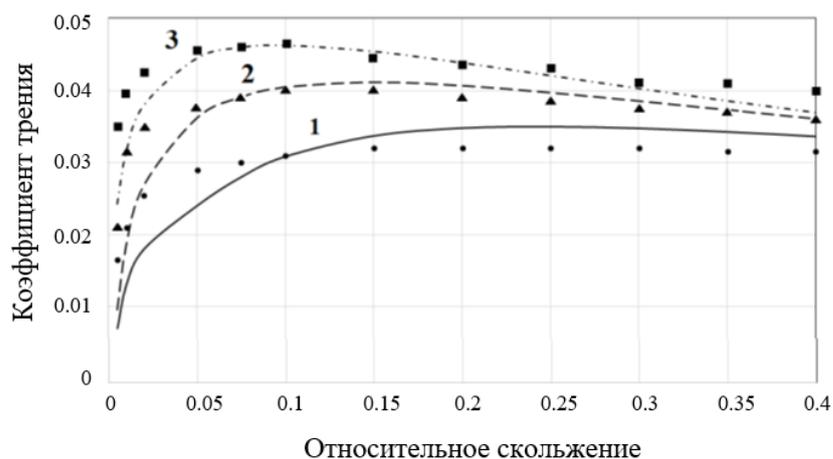


Рисунок 3.74 – Экспериментальные [145] (точки) и расчётные (линии) кривые трения минерального базового масла при температуре  $60^\circ\text{C}$ , скорости качения  $3 \text{ м/с}$  и разных значениях максимального контактного давления: 1 – 1 ГПа, 2 – 1,25 ГПа и 3 – 1,5 ГПа

При работе двухрядных конических роликоподшипников возникает ряд эффектов, которые не наблюдаются в однорядных подшипниках. Для их изучения были рассмотрены следующие характерные расчетные случаи динамического нагружения подшипника [267]:

1) К подшипнику по центру внутреннего кольца приложена радиальная нагрузка 118862 Н.

2) К подшипнику по центру внутреннего кольца приложена радиальная нагрузка 32568 Н, а по его торцу осевая нагрузка 31192 Н.

3) К подшипнику по центру внутреннего кольца приложена радиальная нагрузка 118862 Н, при этом имеется перекося колец, составляющий 4 угловые минуты в плоскости расположения оси подшипника и радиальной силы. Наличие перекося означает, что на подшипник действует продольный момент.

Во всех случаях угловая скорость вращения внутреннего кольца составляла 663 об/мин.

При работе подшипника на внутреннее кольцо со стороны рядов роликов в каждый момент времени действуют разные по величине суммарные осевые силы и оно вынуждено периодически смещаться в осевом направлении (рисунок 3.75). Эти смещения являются комбинацией колебаний, главным образом, с двумя роторными частотами. Основной частотой является частота перекачивания роликов по наружному кольцу, которая равна 117,6 Гц. Вторая частота – частота перекачивания роликов по внутреннему кольцу 136,5 Гц. Размах смещений складывается из рабочего осевого зазора и контактных деформаций роликов и колец.

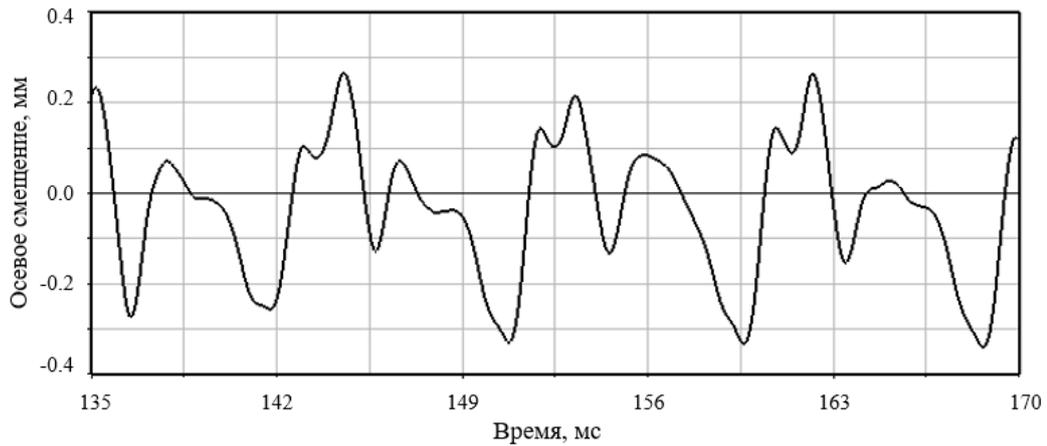


Рисунок 3.75 – Осевое смещение центра внутреннего кольца, расчетный случай 1

Одним из результатов осевых колебаний внутреннего кольца является нестабильность движения его центра. При стабильном движении траектория центра кольца имеет форму близкую к круговой. В рассматриваемом подшипнике эта траектория имеет изломы, что свидетельствует о периодических ударах в подшипнике. В качестве примера на рисунке 3.76 приводится траектория центра внутреннего кольца при одновременном действии на подшипник радиальной и осевой сил 32568 Н и 31192 Н соответственно. Частота, с которой центр кольца совершает движение по этой траектории равна частоте перекатывания роликов по наружному кольцу. Изломы на траектории возникают при переходе максимальной нагрузки между соседними роликами более нагруженного ряда.

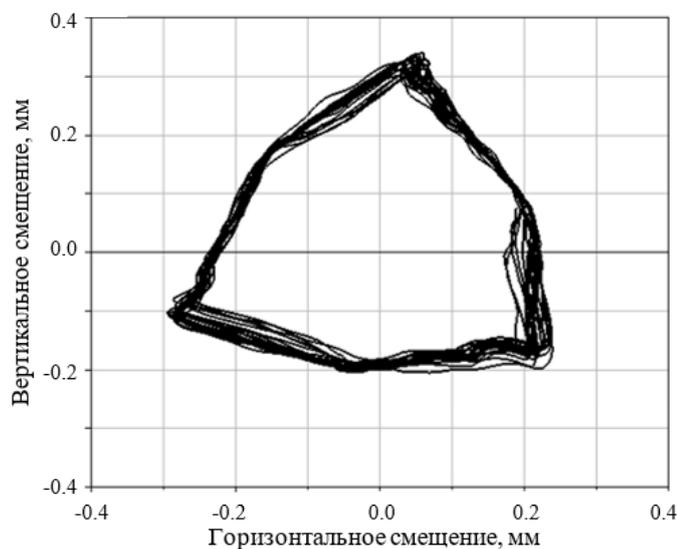


Рисунок 3.76 – Траектория центра вала. Расчетный случай 2

Ударный характер взаимодействия деталей в подшипнике иллюстрируется на рисунке 3.77, где показано изменение контактных сил между торцами роликов и бортов внутреннего кольца в случае одновременного действия осевой и радиальной сил. Большие значения контактных сил на торцах возникают одновременно с большими силами между роликами и дорожками качения.

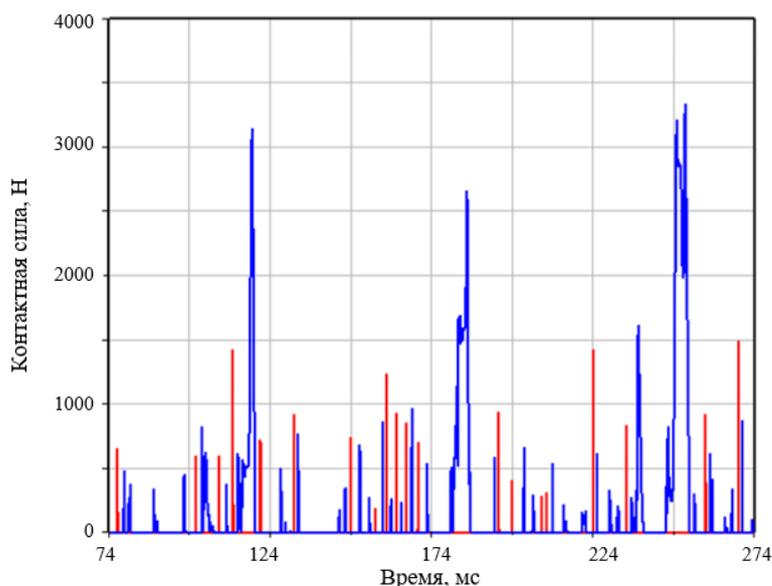


Рисунок 3.77 – Силы на торцах ролика нагруженного ряда. Расчетный случай 2. Красные линии – контактная сила на малом торце ролика, синие линии – контактная сила на большом торце ролика

Наибольшая нагрузка в каждом ряду в текущий момент времени воспринимается одним или двумя роликами. При этом единственным асимптотически устойчивым состоянием внутреннего кольца является такое, при котором наибольшая нагрузка в одном ряду воспринимается одним роликом, а в другом – двумя роликами. Этим объясняется то, что при установившемся вращении средние скорости обоих сепараторов после периода неустановившегося движения становятся одинаковыми (рисунок 3.78), а угловое отставание одного из сепараторов – примерно равным половине центрального угла между окнами. На рисунке 3.79 показано изменение углов поворота центров окон сепараторов при радиальной нагрузке на подшипник 118862 Н и перекосе колец 4 угловые минуты. В начальный момент времени окна сепараторов располагались напротив друг друга, а затем

установилось состояние, при котором они сдвинуты на угол, немного меньший половины центрального угла между окнами. Такое же положение имеет место и в других расчетных случаях. Рассмотренная особенность взаимодействия деталей двухрядных роликоподшипников обеспечивает плавность передачи нагрузки в опоре.

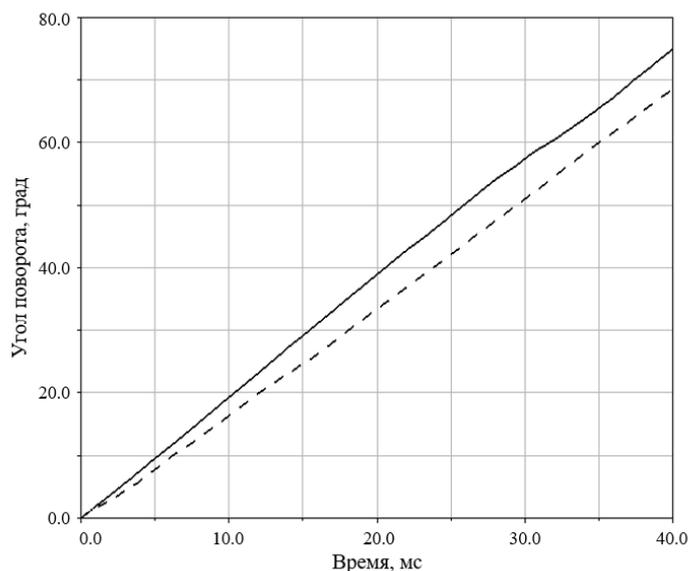


Рисунок 3.78 – Углы поворота сепараторов. Сплошная линия нагруженный ряд, прерывистая ненагруженный ряд. Расчетный случай 3

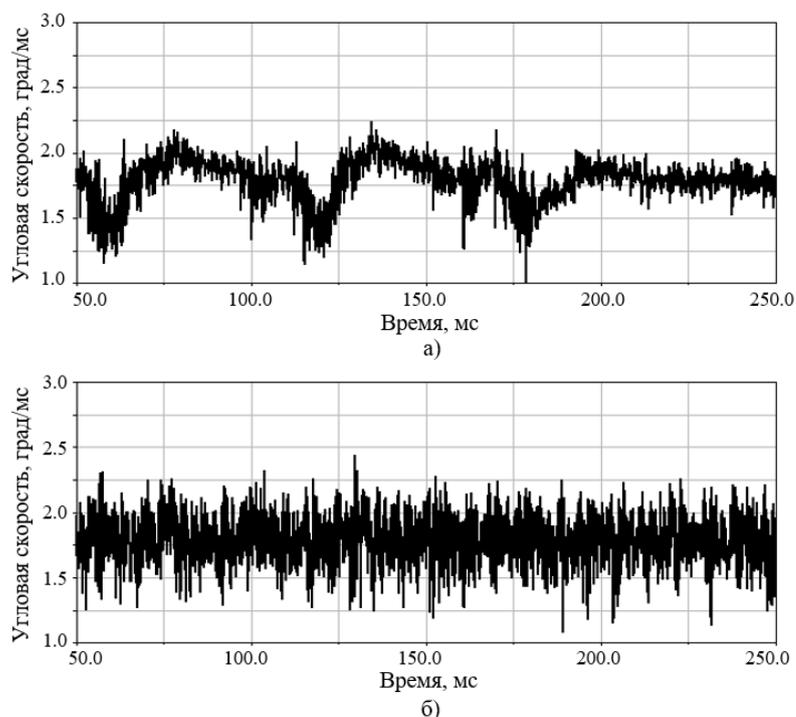


Рисунок 3.79 – Угловые скорости сепараторов: а) менее нагруженный ряд; б) более нагруженный ряд. Расчетный случай 2

Между роликами и дорожками качения в условиях гидродинамического трения неизбежно возникает проскальзывание. При этом скорость скольжения между роликами и наружным кольцом во всех рассмотренных случаях почти на порядок меньше скорости скольжения между роликами и внутренним кольцом. Относительное скольжение в контакте роликов и дорожек качения в рассмотренных случаях не превысило 0,29, а его критическое значение по условиям возникновения заедания [8] было не ниже 0,45. Таким образом, опасность заедания на дорожках качения отсутствует.

Подводя итог изложенному, можно отметить, что предложенная многомассовая динамическая модель двухрядного роликоподшипника со связями прерывистого действия и гидродинамическим контактным взаимодействием деталей позволяет учесть влияние несоосности колец подшипника, саморазогрев масляной пленки и оценить возможность заедания в контакте. В результате моделирования изучен ряд эффектов, которые не наблюдаются в однорядных подшипниках: периодические осевые смещения внутреннего кольца в пределах осевого зазора и осевых контактных деформаций (рисунок 3.83), полигональность траектории движения его центра (рисунок 3.80, 3.82), синхронизация угловых скоростей сепараторов (рисунок 3.81).

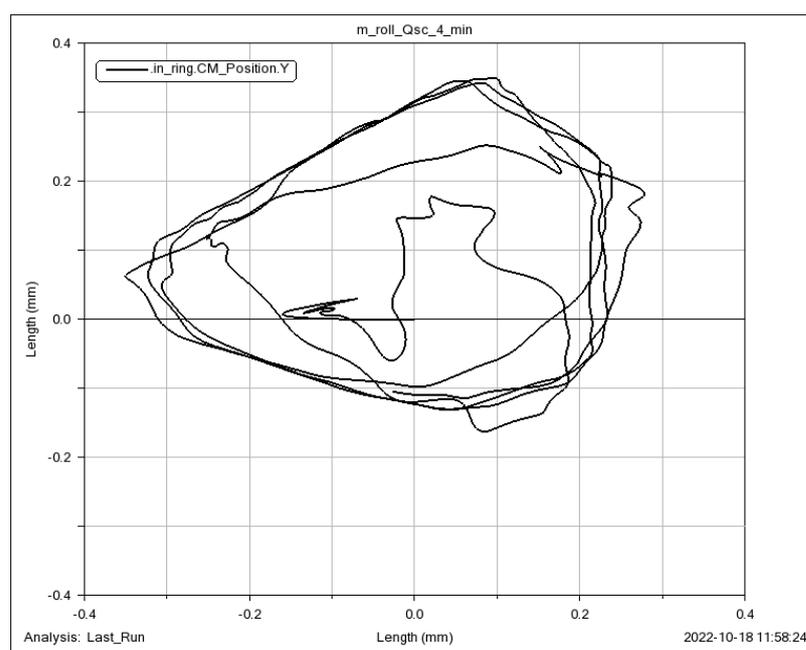


Рисунок 3.80 – Траектория центра внутреннего кольца

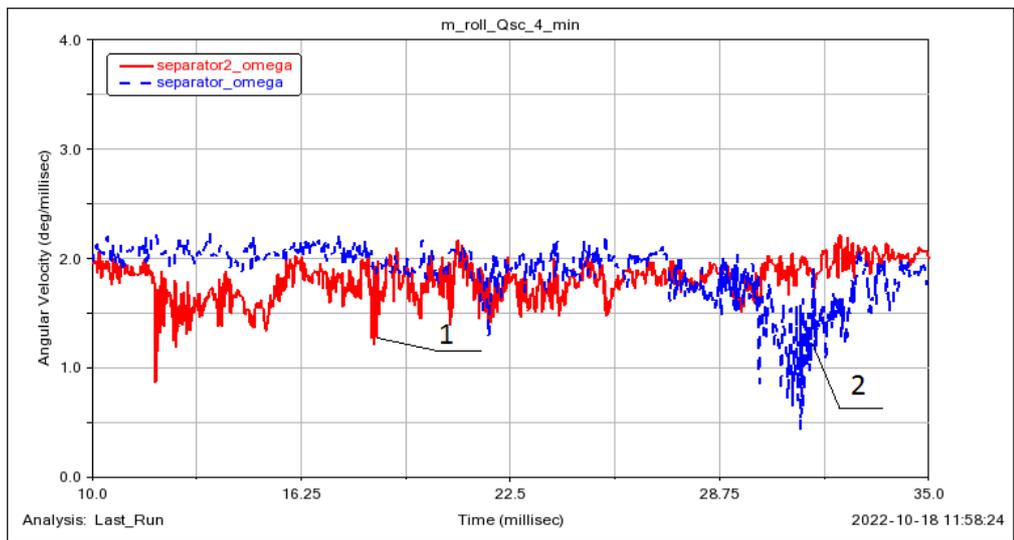


Рисунок 3.81 – Угловые скорости сепаратора 1 – нагруженный ряд, 2 – ненагруженный ряд



Рисунок 3.82 – Траектория центра вала

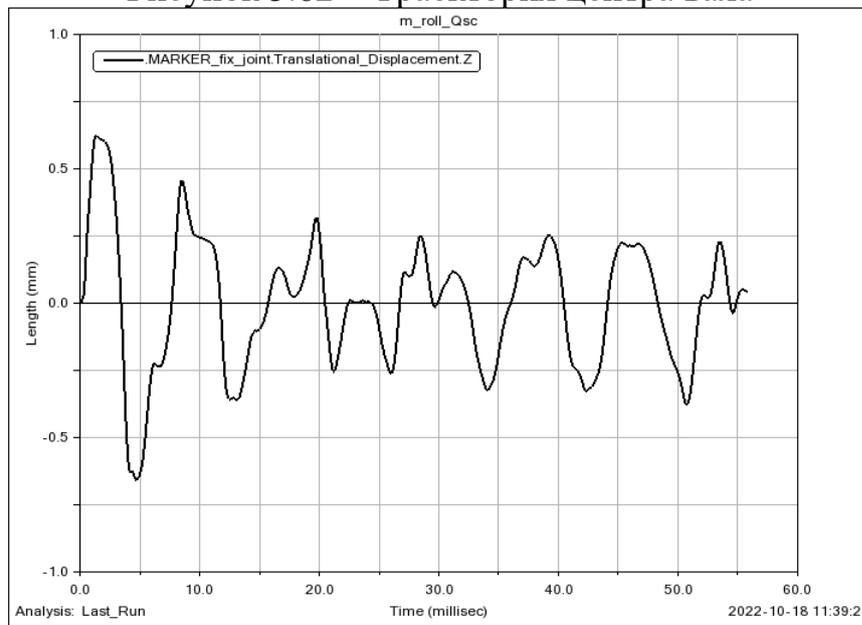


Рисунок 3.83 – Осевое смещение центра внутреннего кольца

### 3.2.2. Износ в контакте торца ролика и бортом внутреннего кольца

В модели трения толщина масляной пленки между роликами и кольцами вычислялась в соответствии с реализуемым в контактах жестким пьезовязким режимом трения, описанным в главе 2.

Рассматривались восемь расчетных случаев, отличавшихся по форме торца борта: 1) коническая поверхность торца, 2-7) торообразная вогнутая с радиусами 800 мм, 900 мм, 1000 мм, 1100 мм, 1200 мм, 1300 мм и 8) торообразная выпуклая с радиусом 1100 мм. Торцевая поверхность ролика – сферическая с радиусом сферы 640 мм. Расположение торца борта в каждом расчетном случае выбиралось таким образом, чтобы точка первоначального касания с роликом располагалась на середине высоты борта.

Принималось, что при перегрузках подшипника нормальная сила в контакте торцов ролика и борта внутреннего кольца может достигать 16000 Н. На рисунке 3.84 в качестве примера для расчетного случая 7 и контактной силы 2500 Н показано распределение контактных напряжений по пятну контакта, которое охватывает только часть области проекции друг на друга контактирующих торцевых поверхностей. В этих условиях при правильной системе смазки в контакте между поверхностями возможно образование масляной пленки [268]. По мере возрастания контактной силы пятно контакта увеличивает свои размеры и при определенном значении охватывает всю область проекции (рисунок 3.85). Когда граница пятна контакта достигает границы области проекции друг на друга контактирующих торцевых поверхностей, возникновение между ними режима жидкостного трения становится невозможным.

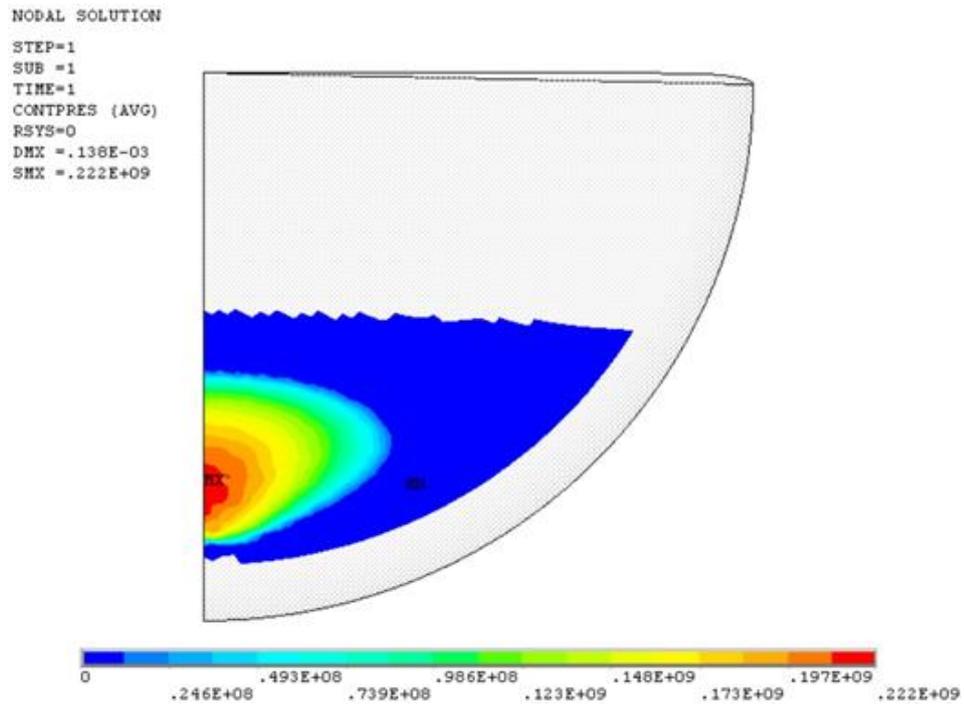


Рисунок 3.84 – Поле контактного давления (Па) для приведенной кривизны  $1,5625 \text{ м}^{-1}$  и силы 2500 Н

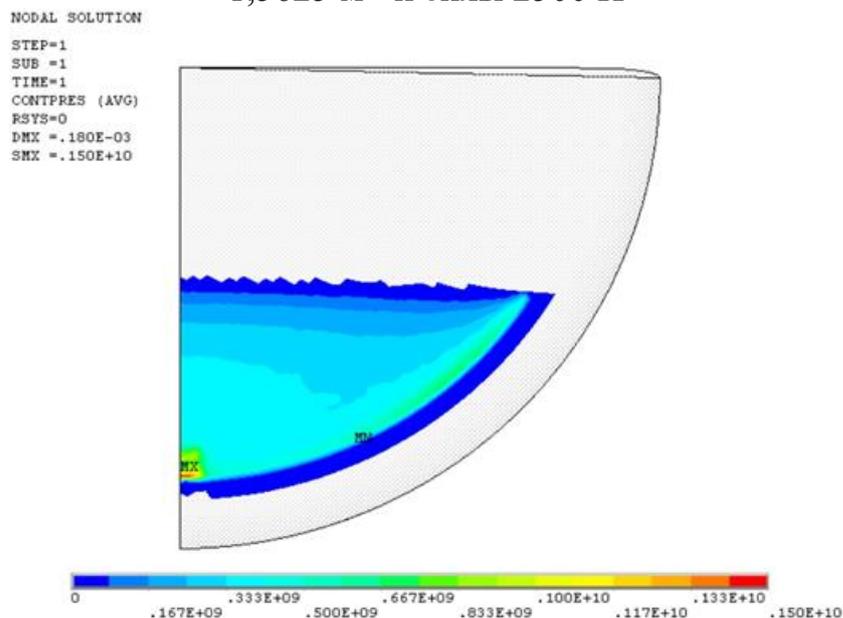


Рисунок 3.85 – Поле контактного давления (Па) для приведенной кривизны  $1,5625 \text{ м}^{-1}$  и силы 16000 Н

Значение нормальной контактной силы, при котором граница пятна контакта достигает границы области проекции друг на друга контактирующих торцевых поверхностей, принималось в качестве предельного. Эти предельные значения зависят от приведенной кривизны. На рисунках 3.86 и 3.87 показано распределение контактных напряжений при одной и той же контактной силе 5000 Н, но для разных расчетных случаев. Видно, что при приведенной кривизне  $1,5625 \text{ м}^{-1}$  эта контактная сила ниже предельного

значения и сохраняются правильные условия контакта, а при приведенной кривизне  $0,3125 \text{ м}^{-1}$  – контактная сила превышает предельное значение и условия контакта становятся неприемлемыми.

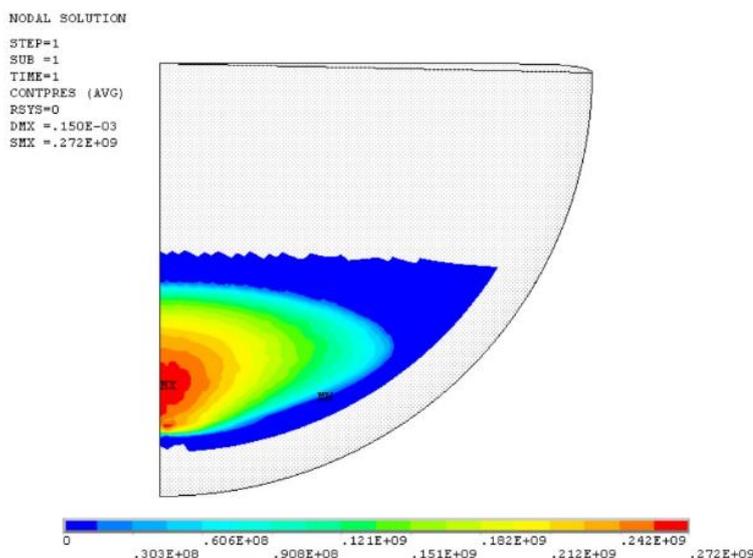


Рисунок 3.86 – Поле контактного давления (Па) для приведенной кривизны  $1,5625 \text{ м}^{-1}$  и силы 5000 Н

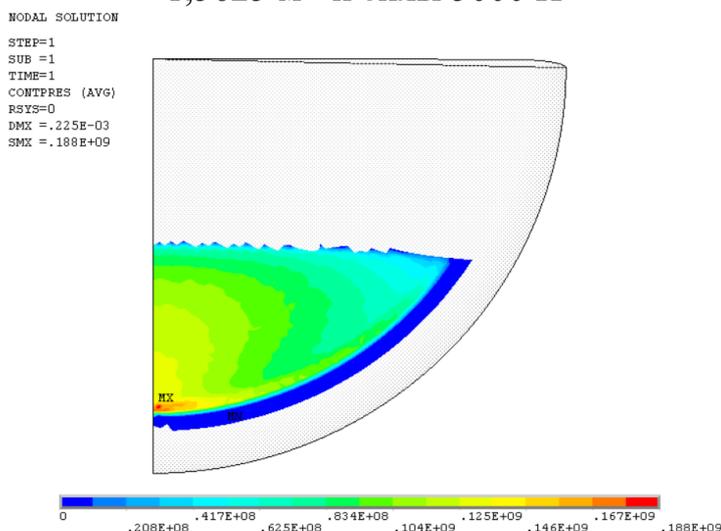


Рисунок 3.87 – Поле контактного давления (Па) для приведенной кривизны  $0,3125 \text{ м}^{-1}$  и силы 5000 Н

Зависимость предельной контактной силы, при которой условия контакта становятся неприемлемыми, от приведенной кривизны контактирующих поверхностей показана на рисунке 3.88. Она получена по результатам расчетов для всех рассмотренных случаев.

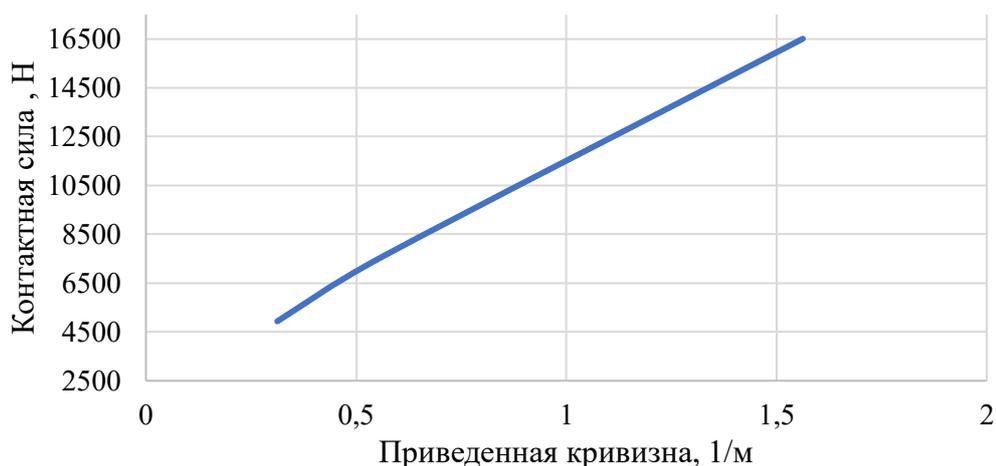


Рисунок 3.88 – График зависимости предельной контактной силы от приведенной кривизны контактирующих поверхностей

В результате проведенных численных исследований получена зависимость предельного значения контактной силы между торцами роликов и бортом внутреннего кольца от приведенной кривизны контакта для рассмотренного типоразмера конического роликового подшипника. Предельное значение контактной силы характеризуется тем, что границы пятна контакта достигают границы области проекции друг на друга контактирующих торцевых поверхностей, что делает невозможным возникновение между ними режима жидкостного трения. Изложенный подход может быть использован при оценке работоспособности конических роликоподшипников, воспринимающих большие динамические нагрузки. При проектировании необходимо наряду с другими требованиями к условиям контакта указанных торцевых поверхностей обеспечить при перегрузках запас по величине контактной силы по отношению к ее предельному значению.

При расчете износа методом усредненных параметров наблюдается разница на один порядок в сравнении с прямым методом расчета. На рисунках 3.89 и 3.90, показывающих распределение контактного давления наблюдаются кромочные эффекты в контакте торца ролика и борта ВК. Эти факторы позволяют сделать вывод, что расчет износа по усредненным параметрам применим только в случае герцовского контакта.

Таблица 3.6 – Данные для расчета износа по усредненным параметрам

	Без износа		С износом	
Скорость скольжения, м/с	0,0022		0,0102	
$\lambda_{min}$	0,75		0,75	
$\mu$	0,003		0,003	
$L_g (\lambda_{min})$	-0,124938737		-0,124938737	
$k$	2,52342E-10		2,52342E-10	
Эквивалентная сила, Н	293,01		263,92	
Среднее давление, Па	Ролик	ВК	Ролик	ВК
	7,64E+08	6,27E+08	7,00E+08	6,73E+08
Ширина контакта, мм	2,630	8,010	1,592	8,444

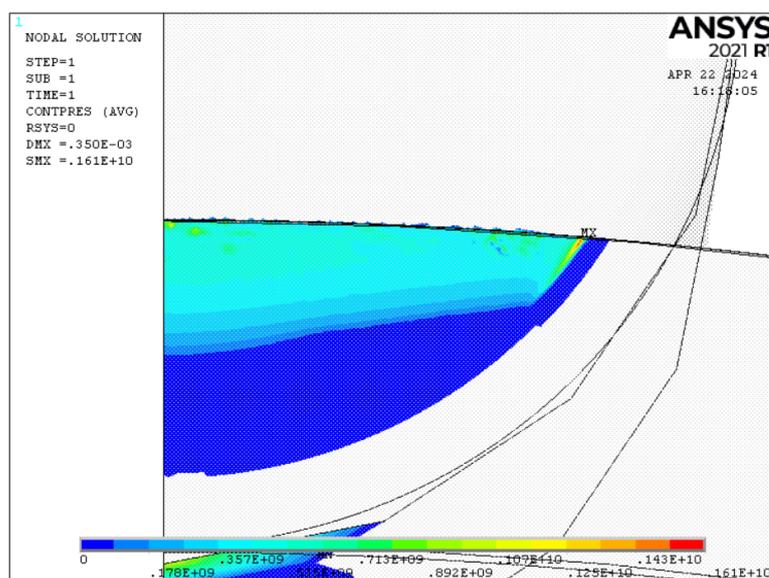


Рисунок 3.89 – Поле контактного давления (Па) в контакте торца ролика и борта ВК для случая без износа

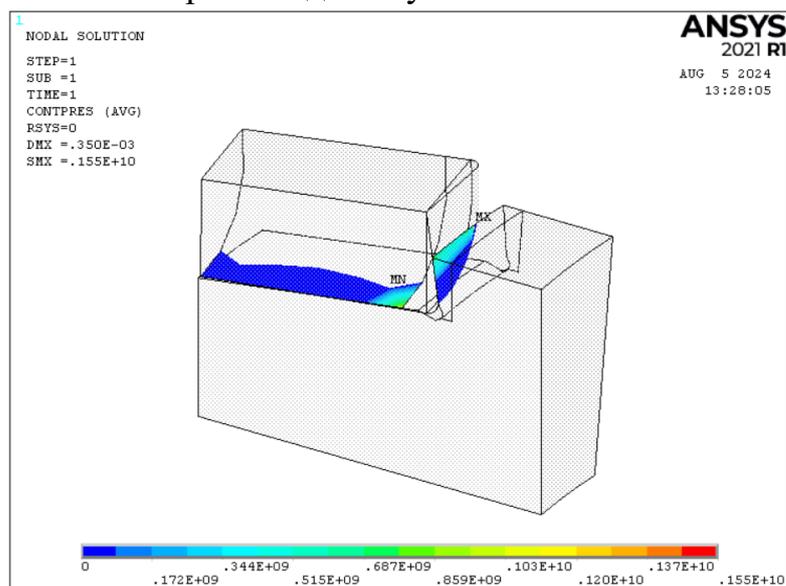


Рисунок 3.90 – Поле контактного давления (Па) для случая с износом

Таблица 3.7 – Результаты расчета износа методом прямого расчета и по усредненным параметрам

	Без учета износа	С учетом износом
Прямой расчет		
Скорость износа торца ролика, м/с	3,02E-13	1,64E-13
Скорость износа внутреннего кольца, м/с	2,61E-13	1,42E-13
По средним		
Скорость износа торца ролика, м/с	2,65E-16	3,98E-16
Скорость износа внутреннего кольца, м/с	3,06E-15	9,37E-15

При эксплуатации подшипника в течении 1000 часов глубина износа, рассчитанная по формуле (3.1), при первом расчете составляет 1,08629 мкм для ролика и 0,9396 мкм для внутреннего кольца. При втором перерасчете глубина износа составляет 0,59217 мкм для ролика и 0,51191 мкм для внутреннего кольца. Наблюдается устойчивое уменьшение износа как для ролика, так и для внутреннего кольца.

### 3.2.3. Износ в контакте ролика и дорожки качения

Скорость скольжения между роликами и наружным кольцом примерно на порядок меньше скорости скольжения между роликами и внутренним кольцом. Поэтому износом в контакте роликов и дорожек качения наружного кольца можно пренебречь.

Расчеты динамики подшипника выполнялись при частоте вращения внутреннего кольца 387 об/мин.

Расчет контактных давлений между роликом и дорожкой качения внутреннего кольца выполнялся методом конечных элементов в программе CAE ANSYS для следующих значений нормальных контактных сил: 895 Н, 986 Н, 1328 Н, 2083 Н. В пошаговых расчетах выполнялась интерполяция полученных значений. Разработанная конечно-элементная модель контакта ролика и внутреннего кольца подшипника (рисунок 3.91) включает в себя выделенную плоскостями циклической симметрии 1/46 часть сектора внутреннего кольца. Из ролика, профиль которого представлен на рисунке

3.92, взята 1/4 часть. Исходный профиль дорожки качения внутреннего кольца прямолинейный. Размер конечных элементов, непосредственно примыкающих к области контакта, составил 0,1 мм. По мере отдаления от места контакта размер элементов плавно увеличивался до 5 мм.

Для расчета скорости износа между роликом и дорожкой качения по пятну контакта было проведено 9 линий – окружностей на поверхности ролика и дорожки качения внутреннего кольца. Их расположение иллюстрируется на рисунках 3.91-3.94. Изменение профиля роликов и дорожек качения между этими линиями определялось линейной интерполяцией.

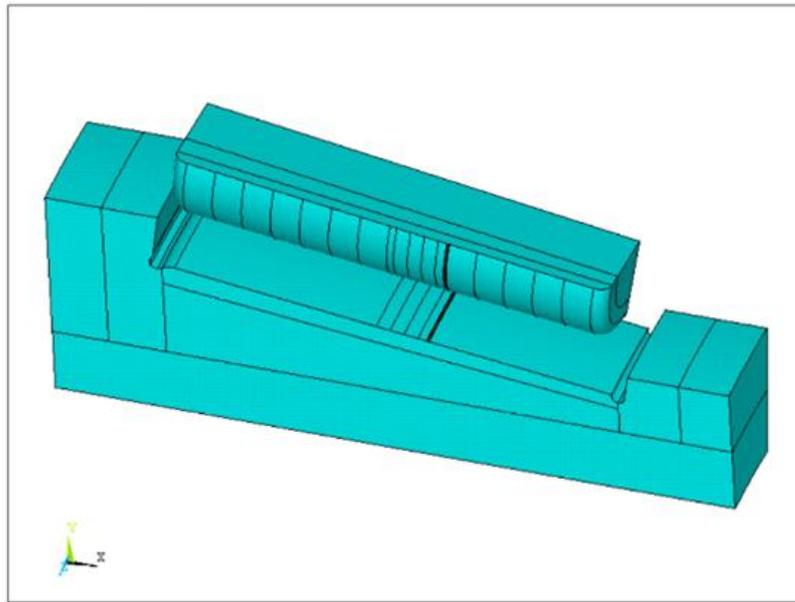


Рисунок 3.91 – Трехмерная геометрическая модель фрагментов ролика и внутреннего кольца подшипника в CAE ANSYS

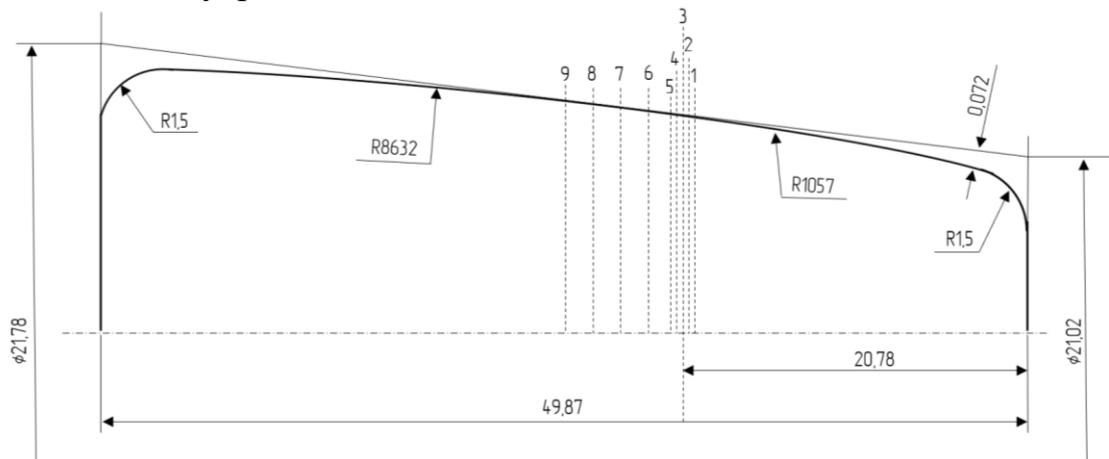


Рисунок 3.92 – Эскиз профиля ролика

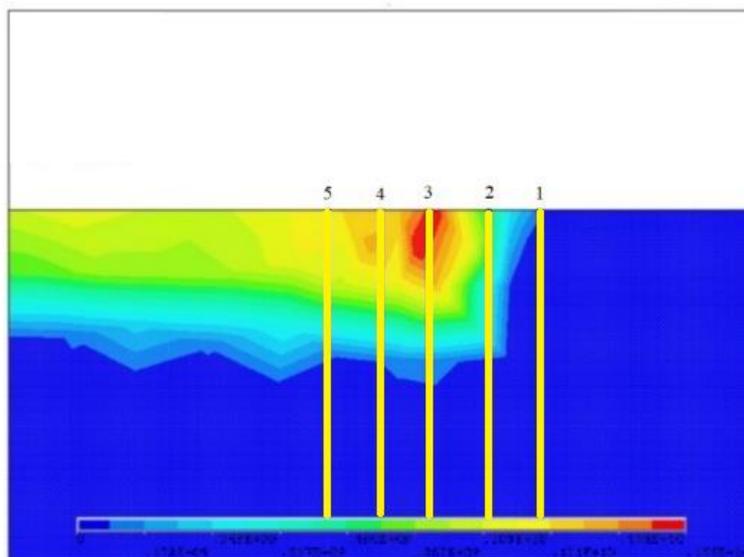


Рисунок 3.93 – Распределение давления в области большой концентрации контактных давлений для нормальной контактной силы 986 Н и неизношенных профилей, Па. Цифрами обозначены номера линий износа

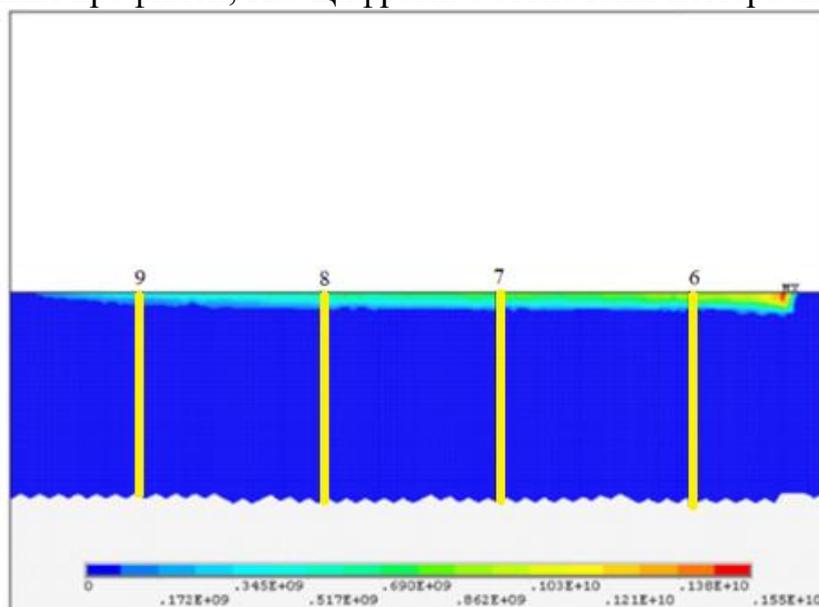


Рисунок 3.94 – Распределение давления в контакте ролика и внутреннего кольца для нормальной контактной силы 986 Н и неизношенных профилей, Па. Цифрами обозначены номера линий износа

В контакте роликов и дорожек качения реализуется пьезовязкий жесткий режим трения. Следуя [269], для учета характерного для консистентной смазки частичного масляного голодания полученную толщину масляной пленки надо уменьшить на 30 %. При этом коэффициент износа согласно рисунку 2.17 увеличивается примерно в 2 раза.

На рисунке 3.95 начальные скорости износа дорожки качения внутреннего кольца, полученные методом прямого расчета, сравниваются со скоростями износа, полученными методом расчета по усредненным

параметрам. Расчеты выполнены для линии износа 3, где реализуется максимальное контактное давление. Результаты сравнения подтверждают вполне приемлемую точность расчета по усредненным параметрам, поэтому дальнейшие расчеты выполняются этим методом.

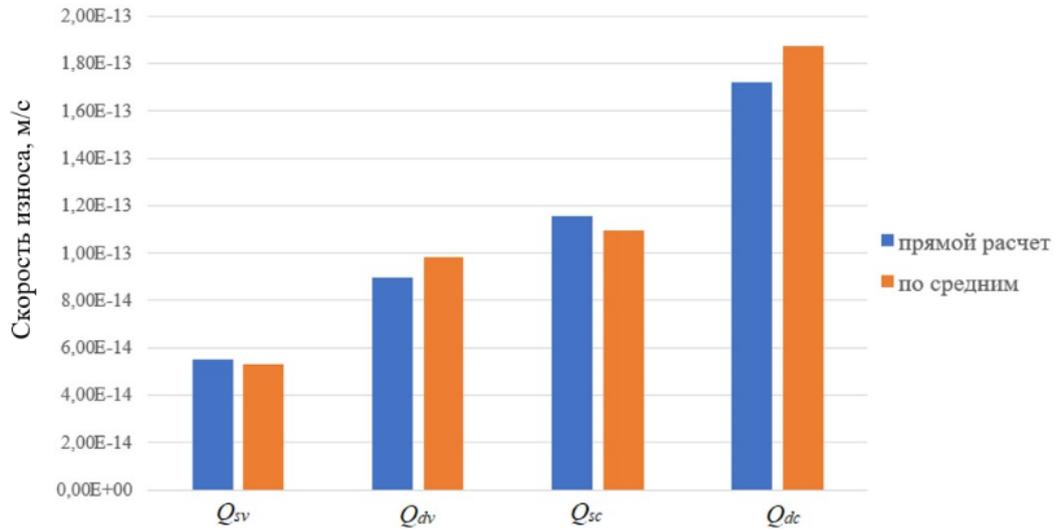


Рисунок 3.95 – Начальная скорость износа дорожки качения внутреннего кольца на линии износа 3 для постоянных нормальных контактных сил

Определённую для первоначальных профилей ролика и дорожки качения внутреннего кольца скорость износа в соответствии с изложенным выше необходимо пересчитывать после определенного периода. В качестве пробного был выполнен расчет с периодом равным 3810 часов. Результаты для всех линий износа ролика представлены на рисунке 3.96. Они демонстрируют неустойчивость процесса расчета скорости износа, вызванную большим периодом пробега.

Результаты расчета с периодом 1905 часов представлены на рисунках 3.97 и 3.98. Они показывают устойчивое изменение скорости износа как для ролика, так и для дорожки качения внутреннего кольца. Дальнейшее уменьшение периода пересчета условий взаимодействия роликов и колец не приводит к сколько-нибудь заметному уточнению накопленной величины износа.

Из полученных результатов также следует, что износ дорожки качения внутреннего кольца происходит примерно в 1,5 раза быстрее, чем износ роликов.

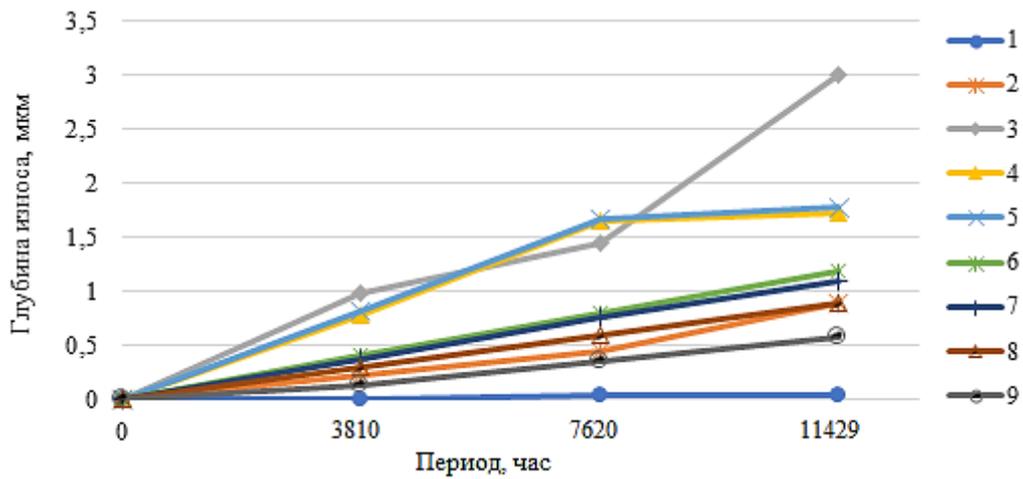


Рисунок 3.96 – Износ ролика, расчет с периодом 3810 часов

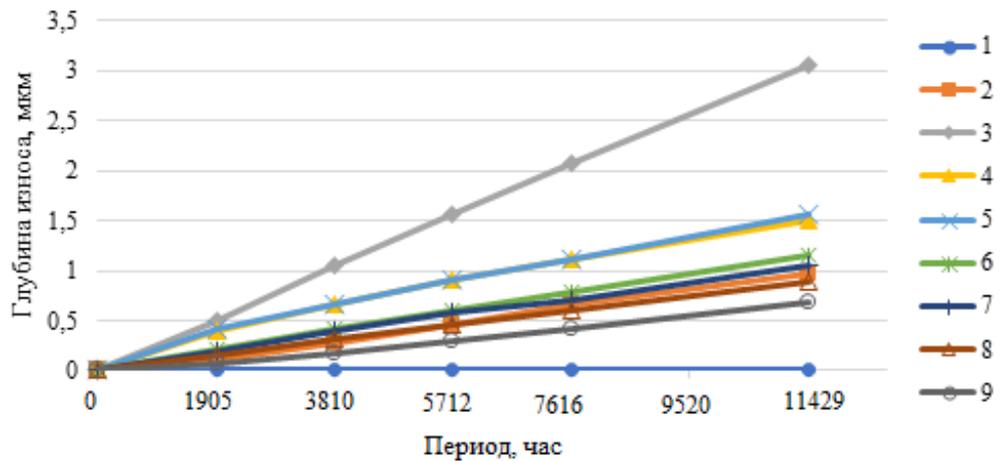


Рисунок 3.97 – Износ ролика, расчет с периодом 1905 часов

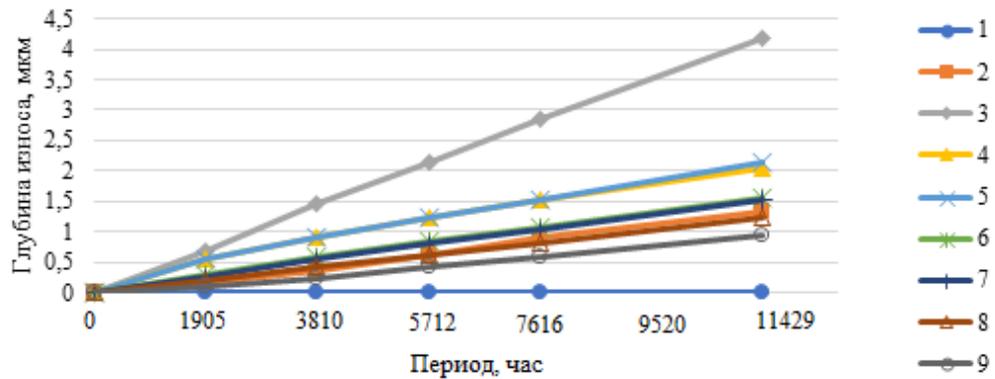


Рисунок 3.98 – Износ дорожки качения внутреннего кольца, расчет с периодом 1905 часов

#### 3.2.4. Динамическое моделирование с учетом износа

Результаты расчетов динамических характеристик с износом и без износа с учетом перекоса колец 4 минуты представлены на рисунках 3.99-3.101.

По результатам расчетов угол рысканья  $0,57^\circ$ , а угол тангажа  $0,0475^\circ$ .  
 Наблюдается устойчивое уменьшение силы в контакте торца ролика и борта внутреннего кольца с учетом износа.

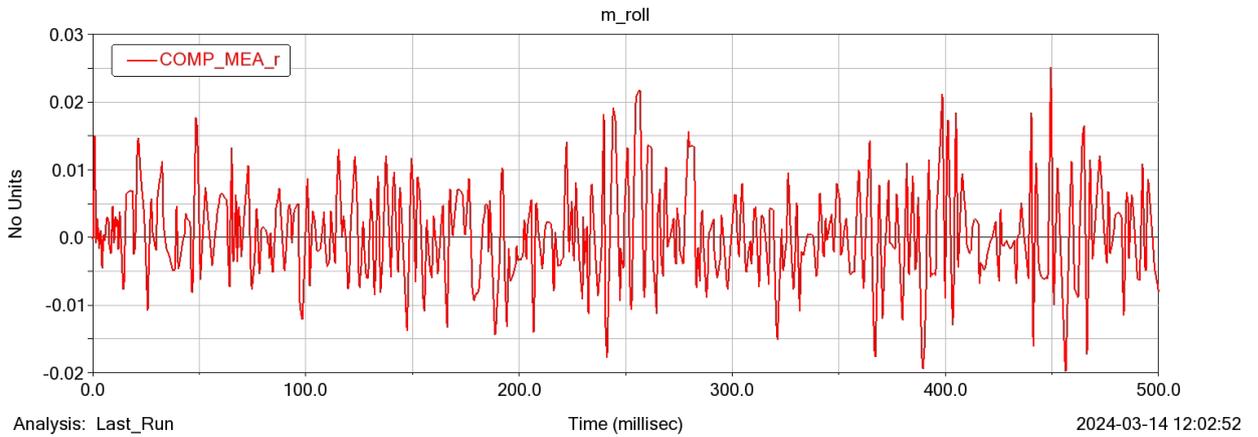


Рисунок 3.99 – Угол рысканья ролика для случая расчета без износа (радианы)

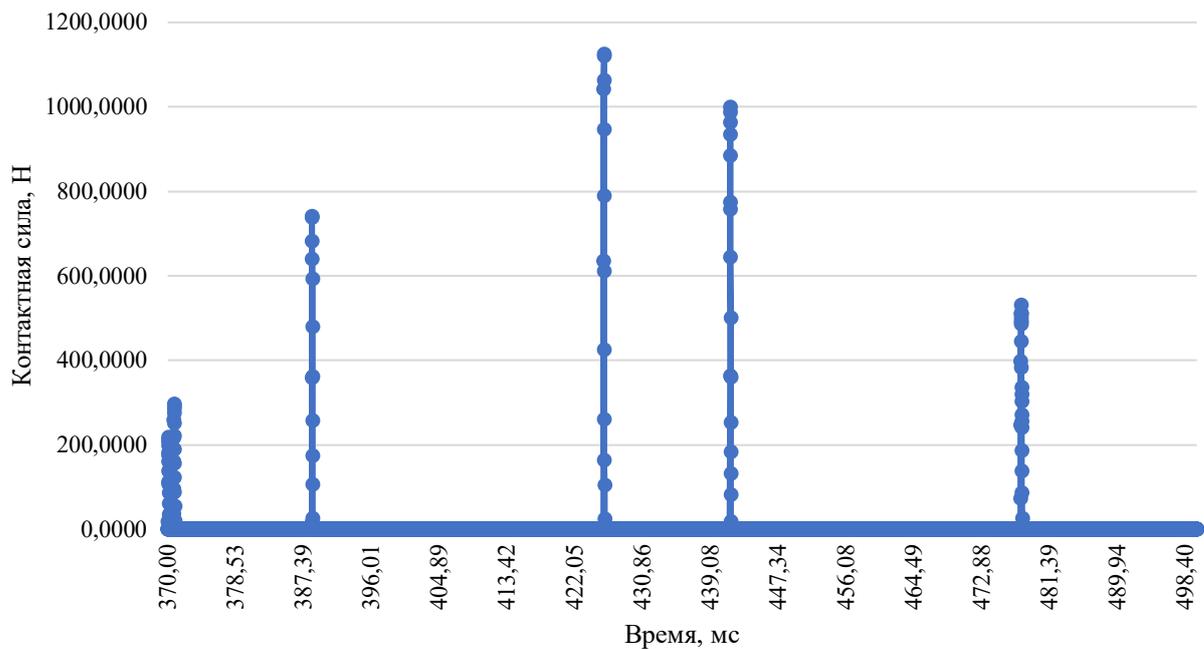


Рисунок 3.100 – Сила в контакте торца ролика и борта внутреннего кольца конического роликового подшипника с учетом износа в течение 11429 часов

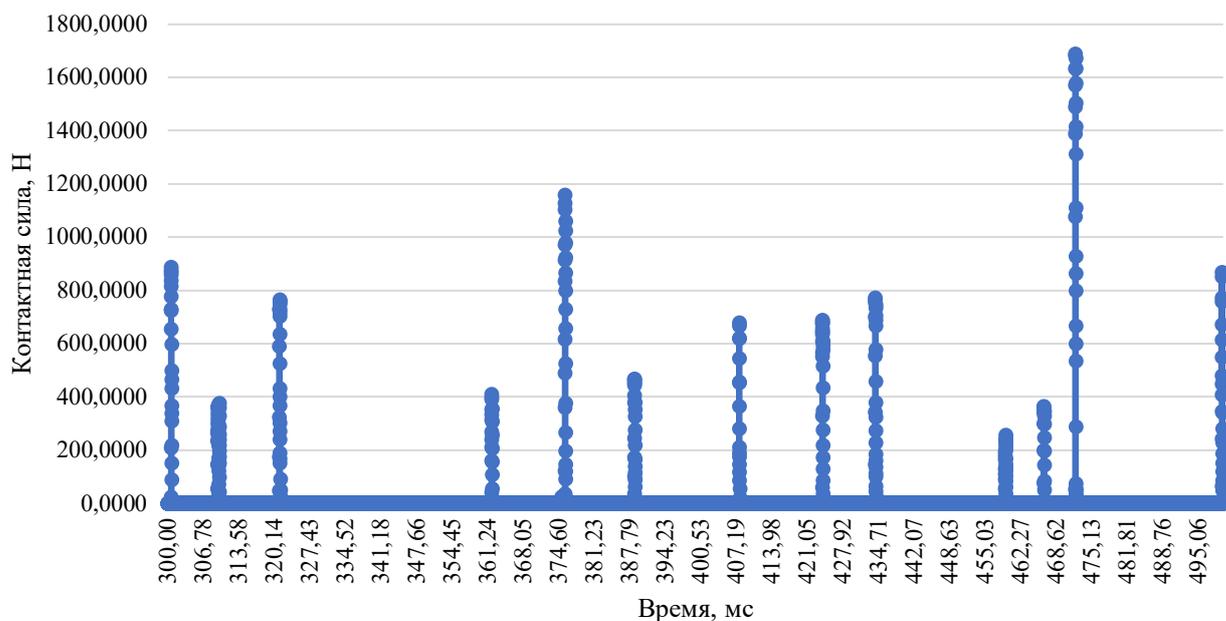


Рисунок 3.101 – Сила в контакте торца ролика и борта внутреннего кольца конического роликового подшипника без износа

### 3.3. Выводы по Главе 3

Третья глава диссертации носит прикладной характер и направлена на проверку и практическое применение разработанных в главе 2 методик моделирования динамики, износа и долговечности роликовых подшипников.

1. Методики из главы 2 подтверждены на реальных узлах. Для цилиндрического подшипника типоразмера 2002834 (опора КНД НК-36СТ) просчитано 75 сочетаний параметров внутренней геометрии; получены корректные динамические и трибологические оценки и даны практические рекомендации, внедрённые в ПАО «ОДК-Кузнецов» (акт от 14.09.2024). Они обеспечивают снижение износа перемычек сепаратора в 11 раз и рост долговечности подшипника примерно в 6 раз.

2. Возможность заедания в указанном подшипнике для исследованных режимов работы отсутствует: относительное скольжение не превосходит критические значения; траектории центров масс кольца и сепаратора близки к окружностям, что свидетельствует о плавности хода. При увеличении перекоса и радиального зазора возможно возникновение режима прецессии сепаратора, что объясняет наблюдаемые в эксплуатации локальные перегревы и ускоренный износ.

3. Глубина износа перемычки сепаратора подшипника типоразмера 2002834 за 25000 часов составляет 25–96 мкм, при этом износ роликов примерно в 176 раз меньше; неравномерный износ дорожек и роликов с максимальной глубиной более 2 мкм увеличивает рабочий радиальный зазор и снижает усталостную долговечность. Для предотвращения граничного трения в контакте торец ролика - борт кольца предложены выпуклые торцы роликов и бортов (патент РФ № 2815566), переводящие контакт в жидкостный режим.

4. Реализована двухуровневая конечно-элементная процедура оценки ресурса сепаратора (макро-/микромодель с неметаллическим включением). Показано, что увеличение перекаса колец с 8' до 11' уменьшает выносливость на четыре порядка. Сделаны выводы о важности контроля соосности колец подшипника при монтаже и металлургической чистоты сепараторной стали 40ХН2МА-Ш.

5. Для подшипника 1032930 в режиме пуска динамическая модель воспроизводит характерное увеличение проскальзывания при снижении радиальной нагрузки; расхождение с экспериментом по величине проскальзывания сепаратора не превышает 13 %, что позволяет использовать модель для оценки скорости износа и для настройки режимов, рекомендовано, в частности, плавное разгружение при отключении стартера.

6. Впервые в полной трехмерной постановке исследована динамика двухрядного конического подшипника: выявлены периодические осевые смещения внутреннего кольца, полигональная траектория его центра, самосинхронизация частоты вращения сепараторов; установлена предельная контактная сила в торцевом контакте как критерий нарушения жидкостного режима.

7. Комплекс мер по подшипнику типоразмера 2002834: увеличение числа роликов с 18 до 24, снижение  $R_a$  перемычек до  $\sim 0,8$  мкм и увеличение их твердости, оптимизация профилей торцов и величин зазоров, исключение

зазора посадки наружного кольца в корпус – рекомендован для внедрения в производство.

Материал данной главы демонстрирует достоверность и прикладную эффективность разработанных методик: они позволяют прогнозировать заедание, износ и выносливость, выбирать параметры внутренней геометрии подшипника, материалы его деталей, режимы работы, обеспечивающие требуемую долговечность подшипников, и подтверждены как расчётно-экспериментально, так и внедрением на предприятиях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена актуальная научно-техническая задача в области динамики роликовых подшипников, направленная на обеспечение требуемой долговечности роликовых подшипников за счет комплексного моделирования динамики и связанных с ней процессов, возникающих при эксплуатации. Полученные результаты обладают как теоретической значимостью, так и практической ценностью.

1. Установлено, что при работе роликового подшипника в термической области кривой трения возникает самопроизвольный рост относительного скольжения, приводящий к возникновению заедания. На этой основе предложено новое условие предотвращения заедания: относительное скольжение не должно превышать критическое значение. Понятие критического относительного скольжения введено в работе как такое значение относительного скольжения, при котором коэффициент трения на кривой трения достигает максимума и которое является границей термической зоны на этой кривой; исследована зависимость этого параметра от контактного давления и температуры.

2. Разработана методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания при контактном гидродинамическом трении, впервые обеспечивающая контроль заедания и усталостного повреждения сепаратора; учитываются перекосы колец, неравномерность распределения давления вдоль оси роликов, их тангаж и рысканье, рабочие зазоры и профили поверхностей. Целесообразность практического использования разработанной методики при проектировании подшипников аэрокосмического назначения подтверждается актом о внедрении от 22.09.2025 г.

3. С помощью представленной методики создана динамическая модель двухрядного конического роликового подшипника и впервые в полной пространственной постановке исследована динамика движения и взаимодействия его элементов. Выявлены эффекты, не проявляющиеся в

однорядных конструкциях: периодические осевые смещения внутреннего кольца в пределах осевого зазора и осевых контактных деформаций, полигональная траектория движения его центра, синхронизация угловых скоростей сепараторов.

4. Изучено взаимное влияние динамики и износа в роликовых подшипниках при жидкостном и граничном трении. Износ рабочих поверхностей изменяет динамические характеристики подшипника: вызванные износом изменения их геометрии могут как способствовать уменьшению динамических нагрузок в подшипнике, так и ухудшать условия его работы в зависимости от вызванных износом изменений профиля рабочих поверхностей и от его влияния величину рабочих зазоров. Определена область применимости методики расчета износа на основе усредненных параметров – она справедлива только при локальном герцевском контакте.

5. Разработана методика определения долговечности сепараторов подшипников по условиям многоциклового усталости, использующая результаты расчета динамики взаимодействия сепаратора с роликами и опорным кольцом и впервые учитывающая наличие твердых неметаллических включений в стали сепаратора. Показано, что уменьшение перекоса колец на одну угловую минуту способно увеличить долговечность сепаратора больше, чем на порядок, особенно при больших исходных перекосах. Выявлено существенное влияние условий нагружения, внутренних геометрических параметров и загрязненности сепараторной стали включениями на ресурс сепаратора; обоснована необходимость контроля уровня неметаллических включений в заготовках сепараторов из стали марки 40ХН2МА-Ш.

6. Для цилиндрического роликового подшипника с короткими роликами типоразмера 2002834 разработан комплекс конструктивных мероприятий, направленных на обеспечение требуемого ресурса опоры компрессора среднего давления двигателя НК-36СТ. Они касаются числа роликов, качества рабочих поверхностей, параметров внутренней геометрии, условий монтажа, режима работы подшипника и позволяют уменьшить износ перемычек

сепаратора в 11 раз и увеличить примерно в 6 раз долговечность подшипника. Указанные рекомендации используются в производственной деятельности на ПАО «ОДК-Кузнецов» при совершенствовании конструкции опоры, что подтверждается актом внедрения от 14.09.2024 г. ООО «ЗПП».

Полученные результаты обеспечивают корректный учет рассмотренных ключевых факторов, определяющих долговечность роликовых подшипников, что позволяет достигать требуемых эксплуатационных показателей. Актуальные перспективы дальнейшей разработки темы включают следующие направления: 1) распространение разработанных методик на комбинированные модели других роликовых, а также шариковых подшипников; 2) адаптацию для керамических и гибридных подшипников с идентификацией параметров трения и коэффициентов износа; 3) построение вероятностной модели ресурса сепараторов с учетом распределения неметаллических включений (размер, форма, расположение, остаточные напряжения), верификацию влияния загрязненности на долговечность и формирование требований к металлургической чистоте; 4) разработку пользовательского модуля (автономный пакет/API-плагины к MSC.ADAMS, ANSYS) с проверкой риска заедания, оценкой износа и ресурса сепаратора и отчетными шаблонами для конструкторской документации и НИОКР.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A$  – область контакта,

$a_{12}$  – сближение тел 1 и 2 под действием нагрузки,

$b$  – половина ширины области контакта,

$C$  – кусочно-гладкая степенная функция,

$C$  – податливость материала колец,

$C_m$  – удельная теплоемкость материала контактирующих деталей,

$D$  – наружный диаметр подшипника (мм),

$D_i$  – изотермическое число Деборы,

$d_m$  – средний диаметр подшипника (мм),

$E$  – модуль Юнга (МПа),

$E'$  – приведенный модуль упругости,

$E_1, E_2$  – модули упругости контактирующих тел,

$F_n$  – нормальные контактные силы,

$F_\tau$  – касательные контактные силы,

$F_{jx}^e, F_{jy}^e, F_{jz}^e$  и  $F_{jx}^i, F_{jy}^i, F_{jz}^i$  – проекции внешних и внутренних сил рассматриваемой механической системы, действующих на данное тело,

$\bar{G}$  – безразмерный параметр упругости,

$G_1, G_2$  – безразмерные параметры гидродинамического трения,

$g$  – ускорение силы тяжести,

$H$  – твердость по Мейеру,

$h_{PVE}$  – толщина масляного слоя,

$h_{и}$  – глубина износа,

$j$  – расстояние между подшипниками колесной пары,

$k$  – коэффициент износа,

$\bar{k}$  – усредненное значение коэффициента износа,

$K$  – коэффициент демпфирования,

$K_f$  – коэффициент теплопроводности масла,

$K_m$  – коэффициент теплопроводности материала контактирующих деталей,

$l$  – рабочая длина ролика,  
 $L_s$  – длина слайса (мм),  
 $M_i$  – масса тела,  
 $M$  – момент в Н·мм;  
 $M_x, M_y, M_z$  – проекции моментов внешних сил на оси координат,  
 $n$  и  $m$  – число проекции внешних и внутренних сил рассматриваемой механической системы, действующих на данное тело,  
 $p$  – контактное давление,  
 $\bar{p}$  – среднее давление Герца,  
 $P(\bar{\alpha}_L)$  – доверительная вероятность,  
 $p(x', y')$  – контактное давление в точке  $(x, y)$ ,  
 $Q$  – нормальная сила в контакте (Н),  
 $Q_e$  – эквивалентная нормальная сила,  
 $Q_i$  – значение нормальной контактной силы на  $i$ -том промежутке времени,  
 $Q_n'$  – нелинейно упругая составляющая контактной силы,  
 $Q_n''$  – вязкая составляющая контактной силы,  
 $q_v$  – безразмерный параметр вязкости,  
 $q_e$  – безразмерный параметр эластичности,  
 $R'$  – приведенный радиус кривизны для контактной пары,  
 $R_1$  – радиус ролика,  
 $R_2$  – радиус дорожки качения,  
 $R_{a1}, R_{a2}$  – средние арифметические отклонения абсолютных значений отклонений профилей контактирующих поверхностей,  
 $R_i$  – радиус дорожки качения внутреннего кольца,  
 $R_m$  – радиус окружности центров роликов,  
 $S$  – безразмерное напряжение сдвига,  
 $s_k$  – коэффициент скольжения,  
 $s$  – относительное скольжение,  
 $s_i$  – относительное скольжение в контакте ролика и внутреннего кольца,

$s_o$  – относительное скольжение в контакте ролика и наружного кольца,  
 $t$  – время,  
 $T$  – температура в градусах Цельсия,  
 $t_b$  – расстояние от дорожки качения до внешней поверхности обоймы подшипника (мм),  
 $U$  – безразмерная скорость качения,  
 $u$  – скорость качения,  
 $V$  – скорость движения, м/с.  
 $v$  – скорость скольжения,  
 $v_i$  – скорость скольжения в контакте ролика и внутреннего кольца,  
 $v_o$  – скорость скольжения в контакте ролика и наружного кольца,  
 $v_{it}$  – значение скорости скольжения на  $i$ -том промежутке времени  $t_i$ .  
 $W$  – величина износа,  
 $W_{LC}$  – безразмерная контактная нагрузка,  
 $x, y$  – координаты произвольной точки, лежащей в области контакта,  
 $x, y, z$  – координаты полюса,  
 $\chi$  – удельное объемное содержания масла в воздухе,  
 $Z'_1$  – расстояние от точки на поверхности тела 1 до оси абсцисс ( $Ox$ ),  
 $Z'_2$  – расстояние от точки на поверхности тела 2 до оси абсцисс ( $Ox$ ),  
 $\alpha$  – показатель степени упруго-нелинейного взаимодействия,  
 $\bar{\alpha}_L$  – среднее значение коэффициента горизонтальной динамики,  
 $\bar{\alpha}$  – пьезовязкостный коэффициент,  
 $\alpha_h$  – коэффициент горизонтального ускорения,  
 $\alpha, \beta, \gamma, \xi$  – показатели степени,  
 $\beta_0$  – температурный коэффициент вязкости при атмосферном давлении,  
 $\Gamma$  – модуля сдвига масла,  
 $\Delta t$  – время одного оборота сепаратора,  
 $\delta_i, \delta_o$  – контактные сближения ролика с внутренним и наружным кольцами соответственно (мм),

$\mathcal{E}_*$  – критическое значение контактного сближения,  
 $\delta$  – величина контактной деформации (контактного сближения),  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – коэффициенты Пуассона тел 1 и 2,  
 $\zeta$  – отношение возрастания температуры масляной пленки к вызвавшей это возрастание работе сдвига,  
 $\eta_{N,0}$  – атмосферная вязкость,  
 $\eta_{N,i}$  – изотермическая ньютоновская вязкость,  
 $\eta_1$  – динамическая вязкость при атмосферном давлении и заданной температуре,  
 $\eta_N$  – ньютоновская вязкость,  
 $L$  – параметр масляной пленки,  
 $L_{bd}, L_{hd}$  – константы,  
 $\mu_{bd}$  – коэффициент трения при граничном трении,  
 $\mu_{hd}$  – коэффициент трения при гидродинамическом трении,  
 $\mu_r$  – коэффициент гидродинамического трения,  
 $\nu$  – коэффициент Пуассона,  
 $\nu_1, \nu_2$  – коэффициенты Пуассона контактирующих тел,  
 $\rho$  – зазор плавания сепаратора в расчете износа перемычки и длина окружности цилиндрической поверхности ролика в расчете износа ролика,  
 $\rho_m$  – плотность материала контактирующих деталей,  
 $\sigma_i$  – безразмерная изотермическая скорость сдвига,  
 $\bar{\tau}$  – среднее напряжение сдвига в контакте,  
 $\tau_0$  – характеристическое напряжение,  
 $\tau$  – касательное напряжение сдвига,  
 $\tau_i$  — длительность промежутка,  
 $\Sigma\tau_i$  — сумма временных интервалов, на которых контактная сила больше нуля,  
 $\Phi$  – безразмерное изменение температуры,  
 $\varphi, \psi, \theta$  – углы поворота тела вокруг осей координат  $x, y, z$  соответственно,

$\kappa$  – коэффициент совместного влияния на вязкость масла температуры и давления,

$\omega_i$  – угловая скорость внутреннего кольца,

$\omega_{\text{сеп}}$  – угловая скорость сепаратора в рад/мс,

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости на оси координат,

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бражникова, А.М. Моделирование напряженно-деформируемого состояния контактирующих поверхностей торца ролика и борта кольца конического роликоподшипника / А.М. Бражникова // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2022. – Т. 130. – № 10. – С. 1-10. DOI: 10.18698/2308-6033-2022-10-2215
2. Бражникова, А.М. Взаимодействие торцов роликов и борта кольца при гидродинамическом контакте конического роликоподшипника / А.М. Бражникова // Машины, агрегаты и процессы. Проектирование, создание и модернизация: Материалы международной научно-практической конференции. – Санкт-Петербург: НИЦ МС. – 2023. – № 6. – с. 6-9.
3. Клебанов, Я.М. Пошаговое моделирование износа рабочих поверхностей роликовых подшипников при гидродинамическом трении / Я.М. Клебанов, А.М. Бражникова // Перспективы развития двигателестроения: материалы докладов международной научно-технической конференции. – 2023. – 440 с.
4. Бражникова, А.М. Динамика роликового подшипника с частично изношенными рабочими поверхностями / А.М. Бражникова // XXVI Туполевские чтения (школа молодых ученых): Международная молодёжная научная конференция. – 2023. – ISBN 978-5-6050749-0-8.
5. Бражникова, А.М. Взаимодействие торцов роликов и борта кольца конического роликоподшипника при гидродинамическом контакте / А.М. Бражникова // XLIX Самарская областная студенческая научная конференция: Естественные и технические науки. – 2023. – Т. 1.
6. Бражникова, А.М. Моделирование связанной задачи динамики движения деталей роликовых подшипников и износа их рабочих поверхностей / А.М. Бражникова // L Самарская областная студенческая научная конференция: тезисы докладов. Естественные и технические науки : в 2-х т. Самара. Санкт-Петербург : ЭкоВектор Ай-Пи. – 2024. – Т. 1. – 408 с.

7. Jiang, S. Experiment research and dynamic behavior analysis of multi-link mechanism with wearing clearance joint / S. Jiang, T. Wang, L. Xiao // *Nonlinear Dynamics*. – 2022. – V. 109. – No. 3. – P. 1325-1340.
8. Клебанов, Я.М. Критическое скольжение в подшипниках качения при гидродинамическом трении / Я.М. Клебанов, А.Д. Москалик, А.М. Бражникова // *Трение и износ*. – 2022. – Т. 43. – № 4. – С. 387-396.
9. Клебанов, Я.М. Взаимодействие торцов роликов и борта кольца конического роликоподшипника при гидродинамическом контакте / Я.М. Клебанов, А.М. Бражникова, К.А. Поляков // *Трение и износ*. – 2022. – Т. 43. № 6. – С. 594–602.
10. Клебанов, Я.М. Условия возникновения заедания при гидродинамическом трении в подшипниках качения / Я.М. Клебанов, А.Д. Москалик, А.М. Бражникова // Тезисы докладов шестой международной научно-технической конференции Динамика и виброакустика машин DVM-2022. – 2022. – С. 37-39.
11. Клебанов, Я.М. Динамика двухрядных конических роликовых подшипников с частично изношенными рабочими поверхностями / Я.М. Клебанов, К.А. Поляков, А.М. Бражникова // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2024. – №2.
12. Клебанов, Я.М. Динамические нагрузки и долговечность массивных сепараторов подшипников качения / Я.М. Клебанов, А.В. Урлапкин, И.Е. Адеянов, Т.М. Пугачева, К.А. Поляков, А.М. Бражникова // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2024. – № 11. – С. 1-15.
13. Клебанов, Я.М. Динамические нагрузки и долговечность массивных сепараторов подшипников качения / Я.М. Клебанов, А.В. Урлапкин, И.Е. Адеянов, Т.В. Пугачева, К.А. Поляков, А.М. Бражникова // *Динамика и виброакустика машин: сборник докладов седьмой междунар. научн.-техн. конф. 04–06 сентября 2024 г.* – Самара: Издательство Самарского университета. – 2024. – 373 с.

14. Клебанов, Я. М. Моделирование динамики движения и взаимодействия деталей роликового подшипника с короткими цилиндрическими роликами / Я. М. Клебанов, К. А. Поляков, А. М. Бражникова // Перспективные материалы и технологии в авиадвигателестроении: Материалы Всероссийской научно-технической конференции, Самара, 04–06 октября 2023 года. – Самара: Самарский государственный технический университет. – 2023. – С. 419-425.

15. Клебанов, Я.М. Динамика двухрядных конических роликовых подшипников / Я.М. Клебанов, К.А. Поляков, А.М. Бражникова // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2024. – № 2. – С. 3–9.

16. Bamberger, E. Life Adjustment Factors for Ball and Roller Bearings / E. Bamberger, T. Harris, W. Kacmarsky, C. Moyer, R. Parker, J. Sherlock, E. Zaretsky // ASME Engineering Design Guide. – 1971.

17. Harris, T.A. Essential Concepts of Bearing Technology. / T.A. Harris, M.N. Kotzalas // Rolling bearing analysis – Fifth ed. – Boca Raton, FL: CRC Taylor & Francis. – 2006. – 376 p.

18. Народецкий, М.З. Современные методы расчета подшипников качения / М.З. Народецкий, В.Ф. Старостин // Труды ВНИИП. – 1981. – № 2/108.

19. Демидович, В.М. Исследование теплового режима подшипников ГТД / В.М. Демидович. – Москва: Машиностроение. – 1978. – 172 с.

20. Иноземцев, А.А. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Учебник / А.А. Иноземцев, М.А. Нихамкин, В.Л. Сандрацкий – Москва: Машиностроение. – 2008. – 207 с.

21. Кузнецов, Н.Д. Вопросы работоспособности подшипников качения, зубчатых передач и других узлов трения и роль контактно–гидродинамической теории смазки / Н.Д. Кузнецов // Контактно–гидродинамическая теория смазки и ее практическое применение в технике: Труды 1 Всероссийской конференции. – 1974. – № 2. – С. 3–14.

22. Kumbhar, S.G. An overview of dynamic modeling of rolling-element bearings / S.G. Kumbhar, P.E. Sudhagar, R.G. Desavale // *Noise & Vibration Worldwide*. – 2021. – V. 52. – N. 1-2. – P. 3-18. DOI: <https://doi.org/10.1177/0957456520948279>
23. Klebanov, I.M. Slip in roller bearings under hydrodynamic contact friction / I.M. Klebanov, K.A. Polyakov, V.R. Petrov, N.A. Pankratova, // *Journal of Friction and Wear*. – 2022. – V. 43. – No. 1. – P. 74-79. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068366622010068>
24. Pradeep, K.G. *Advanced Dynamics Of Rolling Elements*. ADORE, 2014. – 181 p.
25. Чечуевский, В.П. Характерные эксплуатационные дефекты, повреждения и разрушения авиационных подшипников / В.П. Чечуевский, Д.В. Ратенко, Э.Л. Симкин // *Научный вестник ГосНИИ ГА*. – 2017. – №16. – С. 72-81.
26. Trachman, E. G. Rheological effects on friction in elastohydrodynamic lubrication / E. G. Trachman, H. S. Cheng // *NASA*. – 1973. – 214 p.
27. Звонарев, С.Л. О возможных причинах отказов подшипников качения / С.Л. Звонарев, А.И. Зубко // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета)*. – 2012. – Т. 34. – № 3-3. – С. 16-22.
28. Силаев, Б.М. Силовое взаимодействие сепаратора с элементами высокоскоростного подшипника качения и подшипникового узла / Б.М. Силаев, А.В. Безбородников, М.В. Баляба, М. А. Ермилов // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. – 2009. – Т. 19. – №3. – С. 215-220.
29. Zhou, Y. The causes of fatigue fracture of cage in high speed ball bearing / Y. Zhou, Z. Lu, X. Shen // *Machinery Design & Manufacture*. – 2001. – No. 01.

30. Wang, C. Improvement on structure and technology of cage for aviation engine main shaft bearing / C. Wang, Q. Shu, L. Xiu, Q. Wang // Coal Mine Machinery. – 2006. – No. 03.
31. Жильников, Е.П. Новая методика расчета авиационных подшипников качения при повышенных требованиях к надежности / Е.П. Жильников // Известия вузов. Авиационная техника. – 1998. – №2. – С. 91-94.
32. Aherwar, A. Investigation to failure analysis of rolling element bearing with various defects / A. Aherwar, R. Bajpai, S. Khalid // International Journal of Mechanical Engineering and Technology. – 2012. – V. 3. – No. 2. – P. 138-149.
33. Harris, T.A. Tribological performance prediction of aircraft turbine main shaft ball bearing / T.A. Harris, R. Barnsby // Tribology Transactions. – 1998. – V. 41. – No. 1. – P. 60-68.
34. Балякин, В.Б. Влияние материалов на запас прочности сепаратора при различных способах базирования в роликовом подшипнике / В.Б. Балякин, В.В. Макарчук, А.В. Урлапкин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2013. – Т. 15. – № 4. – С. 207-212.
35. Силаев, Б.М. Системный подход к проблеме расчета массивного сепаратора высокоскоростного подшипника качения ДЛА и алгоритм выбора его рациональных параметров / Б.М. Силаев, П.А. Даниленко // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16. – №6. – С 199-203.
36. Гайдамака, А.В. Коэффициент нагрузки в расчёте сепаратора роликоподшипников на прочность / А.В. Гайдамака // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – Т. 68. – № 2/7. – С. 4-7.
37. Жильников, Е.П. Оценка уровня нагруженности стандартных подшипников качения / Е.П. Жильников, В.В. Мурашкин // Известия вузов. Авиационная техника. – 1994. – № 3. – С. 53-56.
38. Фалалеев, С.В. Применение гидрогазодинамического демпфера осевых колебаний для снижения вибрации ГТД / С.В. Фалалеев, В.Б. Балякин // Известия вузов. Авиационная техника. – 2014. – № 3. – С. 72-75.

39. Hong, S. W. Rolling-element bearing modeling: A review. / S. W. Hong, V. C. Tong // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2016. – V. 17. – No. 12. – P. 1729-1749. DOI: 10.1007/s12541-016-0200-z
40. Bercea, I. Analysis of double-row tapered roller bearings / I. Bercea, S. Cretu, D. Nelias // Part I-model. Tribology Transactions. – 2003. – V. 46. – No. 2. – P. 228–239. DOI: 10.1080/10402000308982622
41. Nelias, D. Analysis of double-row tapered roller bearings, Part II—results: prediction of fatigue life and heat dissipation / D. Nelias, I. Bercea, N. Mitu // Tribology transactions. – 2003. – V. 46. – No. 2. – P. 240-247. DOI: 10.1080/10402000308982623
42. Клебанов, Я. М. Влияние условий эксплуатации на работоспособность роликоподшипников ГТД / Я. М. Клебанов, В. В. Мурашкин, Н. И. Петров, А. И. Данильченко, В. А. Бруяка, К. А. Поляков // Вестник машиностроения. – 2019. – №. 11. – С. 36-41.
43. Клебанов, Я.М. Численное исследование влияния профиля ролика и перекоса колец на нормальное давление в области контакта ролика с дорожками качения цилиндрического роликового подшипника / Я.М. Клебанов, В.Р. Петров, И.Е. Адеянов // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2019. – №. 10 (94). – С. 2.
44. Teutsch, R. An alternative slicing technique to consider pressure concentrations in non-Hertzian line contacts / R. Teutsch, B. Sauer // ASME Journal of Tribology. – 2004. – V. 126. – No. 3. – P. 436-442.
45. Shafiee, A. Analytical Investigation of Roller Skew and Tilt in a Spherical Roller Bearing / A. Shafiee, T. Russell, F. Sadeghi, M. G. Wilmer // Journal of Tribology. – 2022. – V. 144. – No. 7. – P. 071-201.
46. Qiu, L. Lubrication and loading characteristics of cylindrical roller bearings with misalignment and roller modifications / L. Qiu, S. Liu, X. Chen, Z. Wang // Tribology International. – 2022. – V. 165. – P. 107-291.

47. Zhao, Y. Effect of internal excitation induced by non-uniform contact of roller bearings on nonlinear vibration and stability of rotor system under combined loads / Y. Zhao, H. Wang, J. Lin, Q. Han, Y. Liu // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2023. – C. 107-381.
48. Dai, P. Investigation on stability and slip characteristic of the cage in cylindrical roller bearing with localized failure on raceways / P. Dai, X. Liang, X. Lin, F. Wang, J. Wang // *Mechanical Systems and Signal Processing*. – 2023. – V. 199. – P. 110-469.
49. Kalbus, S. A new quasi-static cylindrical roller bearing model to accurately consider non-hertzian contact pressure in time domain simulations / S. Kalbus, M.R. Hansen, O. Mouritsen // *J Tribol ASME*. – 2012. – No. 134. – P. 041-401. DOI: 10.1115
50. Liu, Y. A novel method to model effects of natural defect on roller bearing / Y. Liu, Y. Zhu, K. Yan, F. Wang, J. Hong // *Tribol Int*. – 2018. – V. 122. – P. 78–169.
51. Houpert, L. A uniform analytical approach for ball and roller bearings calculations / L. Houpert // *ASME Journal of Tribology*. – 1997. – V. 119. – No.4. – P. 851–857.
52. Hartnett, M.J. The analysis of contact stresses in rolling element bearings // *J Lubr Technol ASME*. – 1979. – No. 101:105. – P. 9. DOI:10.1115/1.3453270
53. Johns, P.M. Roller bearings under radial and eccentric loads / P.M. Johns, R. Gohar // *Tribol Int*. – 1981. – No. 14:131 – P. 6. DOI:10.1016/0301-679X(81)90058-X
54. Chen, X. Profiled cylindrical roller design in consideration of grinding undercut effect / X. Chen, X. Shen, J. Ma // *J Shanghai Univ*. –1999. – No. 3:58. – P. 61. DOI: 10.1007/s11741-999-0030-7
55. Tong, V.C. Fatigue life of tapered roller bearing subject to angular misalignment / V.C. Tong, S.W. Hong // *Proc Inst Mech Eng Part C J Mech Eng Sci*. – 2016. – No. 230:147. – P. 58. DOI:10.1177/0954406215578706

56. Wirsching, S. Geometrical Optimization of the EHL Roller Face/Rib Contact for Energy Efficiency in Tapered Roller Bearings / S. Wirsching, M. Marian, M. Bartz, T. Stahl, S. Wartzack, // *Lubricants*. – 2021. – V. 9. – No. 7. – P. 67.
57. Хартнет, М. Анализ контактных напряжений в роликоподшипниках / М. Хартнет // *Проблемы трения и смазки*. – 1979. – № 1. – С. 109-114.
58. Гайдамака, А.В. Роликоподшипники букс вагонов и локомотивов: моделирование и усовершенствование / А.В. Гайдамака - Харьков. Изд-во «Курсор». – 2011. – 312 с.
59. Majdoub, F. Experimental and numerical roller skew in tapered roller bearings / F. Majdoub, L. Saunier, C. Sidoroff-Coicaud, B. Mevel // *Tribology International*. – 2020. – V. 145. – P. 106-142.
60. Demirhan, N. Stress and displacement distributions on cylindrical roller bearing rings using FEM / N. Demirhan, B. Kanber // *Mech Based Des Struct Mach*. – 2008. – No. 36:86. – P. 102. DOI: 10.1080/15397730701842537
61. Laniado-Jcome, E. A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations / E. Laniado-Jcome, J. Meneses-Alonso, V. Diaz-Lpez // *Tribol Int*. – 2010. – No. 43:2175. – P. 82. DOI: 10.1016/j.triboint
62. Weinzapfel, N. 3D finite element study of fatigue life dispersion in rolling line contacts / N. Weinzapfel, F. Sadeghi, V. Bakolas, A.A. Liebel // *J Tribol ASME*. – 2011. – No. 133:1. – P. 10. DOI: 10.1115/1.4005000
63. Li, F. A new damage-mechanics-based model for rolling contact fatigue analysis of cylindrical roller bearing / F. Li, W. Hu, Q. Meng, Z. Zhan, F. Shen // *Tribol Int*. – 2018. – No. 120:105. – P. 14. DOI: 10.1016/j.triboint.2017.12.001
64. Guo, Y. Validation of combined analytical methods to predict slip in cylindrical roller bearings / Y. Guo, J. Keller // *Tribol Int*. – 2020. – V. 148. – No. 106347. DOI: 10.1016/j.triboint.2020.106347

65. Li, S. Strength analysis of the roller bearing with a crowning and misalignment error / S. Li // *Eng Fail Anal.* – 2021. – V. 123. – No. 105311. DOI:10.1016/j.engfailanal.2021.105311
66. Rahani, R. An Investigation of Finite Element Models of Roller Bearings: Master's thesis / R. Rahani // Gothenburg. – 2021. – 81 p.
67. Gao, X. A Tapered Roller Bearing Finite Element Modeling Method and its Application / X. Gao, S. Ren, Z. Zhang // *SSRN.* – 2025. – 15 p.
68. Xin, J. Dynamic Characteristics Analysis of Cylindrical Roller Bearing with Dimensional Deviations in Cage Pocket / J. Xin, Z. Wang, X. Hao, X. Qi, Y. Wang, B. Wen // *Applied Sciences.* – 2024. – V. 14(20).
69. Gabrielli, A. A Critical Analysis of Finite-Element Modeling Procedures for Radial Bearing Stiffness Estimation / A. Gabrielli, M. Battarra, E. Mucchi // *Mathematical Problems in Engineering.* – 2021. – 18 p.
70. Liu H. Dynamic Finite Element Analysis for Tapered Roller Bearings / H. Liu, L. Zhang, Y. Shi // *AMM.* – 2014. – P. 21-26.
71. Семенова, А.С. Подбор дискретности конечно-элементной сетки для вращающихся деталей межроторного подшипника газотурбинного двигателя с учетом шероховатости / А.С. Семенова, М.В. Кузьмин // *Вестник Московского авиационного института.* – 2020. – Т. 27. – № 3. – С. 134-142.
72. Семенова, А. С. Отработка методики численного анализа напряжений смятия в роликовых подшипниках / А. С. Семенова, М. В. Кузьмин // *Вестник Московского авиационного института.* – 2022. – Т. 29. – № 3. – С. 180-190.
73. Ерзинов, А.М. Повышение надежности работы триботехнических элементов авиационного двигателя / А.М. Ерзинов, В.В. Такмовцев, А.А. Филлипов // *Точная наука.* – 2016. – № 3(3). – С. 52-61.
74. Ку, С.К. Фрикционные и тепловые свойства сосредоточенных контактов при качении со скольжением / С.К. Ку // *Проблемы трения и смазки.* – 1978. – № 1. – С. 131–139.

75. Zhao, W. Dynamic Analysis of the Tapered Roller Bearings Driven by Digital Twin / W. Zhao, C. Zhang, J. Wang, Fe. Gu, O-G. Peyrano, S. Wang, D. Lv // Mechanical Engineering eJournal. – 23 p.
76. Санюкевич, Ф.М. Особенности работы подшипников качения в узлах механических приводов / Ф.М. Санюкевич, С.В. Монтик // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2018. – № 4. – С. 22-25.
77. Дроздов, Ю.Н., Павлов, В.Г., Пучков, В.Н. Трение и износ в экстремальных условиях. Справочник. – Москва: Машиностроение. – 1986. – 223 с.
78. Розенберг, К.А. Влияние смазочных масел на долговечность и надежность деталей машин / К.А. Розенберг. – Москва: Машиностроение. – 1970. – 312 с.
79. Dowson, D. Elasto-Hydrodynamic Lubrication / D. Dowson, G.R. Higginson // London: Pergamon Press. – 1977. – P. 161–181.
80. Коднир, Д.С. Основы теории проскальзывания в высокоскоростных радиальных подшипниках газотурбинных двигателей / Д.С. Коднир, Ю.Г. Соколов // Применение контактно-гидродинамической теории смазки к исследованию деталей машин: Труды КуАЗ. Куйбышев. – 1969. – №. 40. – С. 184–199.
81. Harris, T.A. An analytical method to predict sliding in high-speed roller bearings / T.A. Harris // ASLE Transactions. – 1966. – V. 9. – No. 3. – P. 229.
82. Ghaisas, N.V. Dynamics of Cylindrical and Tapered Roller Bearings using the Discrete Element Method / N.V. Ghaisas // M. Sc. Thesis School of Mechanical Engineering Purdue University. – 2003.
83. Gupta, P.K. Advanced Dynamics of Rolling Elements / P.K. Gupta // New York: Springer. –1984. – 296 p.
84. Alfares, M.A. Effects of axial preloading of angular contact ball bearings on the dynamics of a grinding machine spindle system / M.A. Alfares, A.A.

Elsharkawy // Journal of Materials Processing Technology. – 2003. – V. 136. – No. 1. – P. 48–59.

85. Walters, C.T. The Dynamics of Ball Bearings / C.T. Walters // Journal of Lubrication Technology. – 1971. – V. 93. – No. 1. – P. 1–10.

86. Gupta, P.K. On the dynamics of a tapered roller bearing / P.K. Gupta // Journal of Tribology. – 1989. – V. 111. – No. 2. – P. 278-287.

87. Gupta, P.K. Modeling of wear in a solid lubricated ball bearing / P.K. Gupta, N.H. Forster // ASLE Transactions. – 1987. – V. 30. –No. 1. – P. 55-62.

88. Gupta, P.K. On the geometrical imperfections in ball bearings / P.K. Gupta // Journal of Tribology. –1988. – V. 110. – No. 1. – P. 19–25.

89. Gupta, P.K. On the frictional instabilities in a cylindrical roller bearing / P.K. Gupta // Tribology Transactions. – 1990. – V. 33. – No. 3. – P. 395–401.

90. Ghaisas, N. Cage instabilities in cylindrical roller bearings / N. Ghaisas, C. R. Wassgren, F. Sadeghi // Journal of Tribology. – 2004. – V. 126. – No. 4. – P. 681–689.

91. M. Nakhaeinejad, M.D. Bryant Dynamic modeling of rolling element bearings with surface contact defects using bond graphs / Nakhaeinejad, M., Bryant M.D. // Journal of Tribology. – 2011. – V. 133. – No. 1. – P. 011-102.

92. Houpert, L. CAGEDYN: a contribution to roller bearing dynamic calculations. Part I: Basic tribology concepts / L. Houpert // Tribology Transactions. – 2009. – V. 53. – No. 1. – P. 1–9.

93. Ye, Z. Effect of external loads on cage stability of high-speed ball bearings / Z. Ye, L. Wang // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part J. Journal of Engineering Tribology. – 2015. – V. 229. – No. 11. –P. 1300–1318.

94. Лаврентьев, Ю.Л. Методика выбора радиального зазора межвального подшипника для устранения дефекта типа «проскальзывание» / Ю.Л. Лаврентьев // Авиационные двигатели. – 2021. – № 2(11). – С. 31-38.

95. Назаренко, Ю.Б. Новый подход к решению проблемы устранения проскальзывания слабонагруженных межвальных подшипников / Ю.Б.

Назаренко, А.Ю. Потапов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2013. – № 9(106). – С. 216-219.

96. Sakaguchi, T. Dynamic Analysis of Cage Stress in Tapered Roller Bearings using Component–Mode–Synthesis Method / T. Sakaguchi, K. Harada // *Journal of Tribology*. – 2009. – V. 131. – No. 1. – P. 011-102.

97. Sakaguchi, T. Dynamic analysis of cage behavior in a tapered roller bearing / T. Sakaguchi, K. Harada // *Transactions of the ASME. Journal of Tribology*. – 2006. – V. 128. – P. 604-611.

98. Докшанин, С.Г. Моделирование напряженного состояния в подшипнике качения при проскальзывании ролика / С.Г. Докшанин // *Автоматизированное проектирование в машиностроении*. – 2016. – №4. – С. 39-41.

99. Форд, Р.А.Я. Влияние изменения упруго гидродинамической силы сцепления на проскальзывание обоймы в роликовых подшипниках / Р.А.Я. Форд, С.А. Фурд // *Проблемы трения и смазки*. – 1974. – № 3. – С. 73–80.

100. Поплавски, Я. В. Проскальзывание и силы, действующие на сепаратор в высокоскоростном роликоподшипнике / Я. В. Поплавски // *Проблемы трения и смазки*. – 1972. – № 2. – С. 39–50.

101. Понькин, В.Н. Влияние проскальзывания сепаратора и тел качения на установленную безотказную наработку авиационных роторных подшипников / В.Н. Понькин, Л.В. Горюнов, В.В. Такмовцев // *Вестник казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева*. – 2014. – № 1. – С. 31-34.

102. Бурлаков, Л.З. Оценка работоспособности легко нагруженных роликовых подшипников газотурбинных двигателей / Л.З. Бурлаков // *IV Всесоюзная конференция "Контактная гидродинамика". Тезисы докладов*. – 1986. – С. 84.

103. Курушин, М.М. Влияние толщин смазочных слоев на долговечность и динамичность высокоскоростного роликоподшипника / М.М. Курушин // *Контактно–гидродинамическая теория смазки и ее практическое*

применение в технике: Материалы II Всесоюзной научно-технической конференции. – 1978. – № 2. – С. 114–121.

104. Мархо, Новая установка для исследования проскальзывания роликов и сепаратора в быстроходных роликовых подшипниках / Мархо, Смит, Лейлор // Проблемы трения и смазки. – 1981. – № 1. – С. 48–57.

105. Shiey, P. Проскальзывание в подшипниках качения / P. Shiey // Jixie zhizao (Machinery). – 1992. – № 10. – P. 17–18.

106. Беломытцев, О.М. О влиянии натяга и контактных напряжений от натяга на проскальзывание в цилиндрических роликоподшипниках в опорах газотурбинных двигателей / О.М. Беломытцев, А.Б. Пищальников // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2014. – № 5(47). – С. 182-188.

107. Макарчук, В.В. Скольжение в межвальном роликовом подшипнике ГТД / В.В. Макарчук, Н.И. Петров, Е.П. Жильников // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. Авиационная и ракетно-космическая техника. – 2009. – № 3(19). – С. 171-177.

108. Соколов, Ю.Г. Некоторые конструктивные особенности радиального роликового подшипника и их влияние на относительное проскальзывание / Ю.Г. Соколов, А.З. Данильченко, Е.М. Литвинов // Контактнo-гидродинамическая теория смазки и ее практическое применение в технике: Материалы II Всесоюзной научно-технической конференции. – 1978. – № 2. – С. 107–113.

109. Иванов, Б. А. Исследование быстроходных роликоподшипников, конструктивно исключающих контакт торцев роликов с кольцами / Б. А. Иванов, П.С. Коряковцев, Б.Д. Блинов // IV Всесоюзная конференция "Контактная гидродинамика". Тезисы докладов. – КуАИ: Куйбышев. – 1986. – С. 87.

110. Коряковцев, П.С. Исследование быстроходного роликоподшипника с роликами длиной менее диаметра / П.С. Коряковцев,

Ю.А. Пыхтин // IV Всесоюзная конференция "Контактная гидродинамика". Тезисы докладов. – 1986. – С. 86.

111. Коднир, Д.С. Основы теории проскальзывания в высокоскоростных радиальных подшипниках газотурбинных двигателей / Д.С. Коднир, Ю.Г. Соколов // Применение контактно–гидродинамической теории смазки к исследованию деталей машин: Труды КуАЗ. – 1969. – № 40. – С. 184–199.

112. Шашкин, В.В. Сравнительные исследования проскальзывания в высокоскоростных подшипниках с полыми роликами / В.В. Шашкин, В.А. Пиковский, А.М. Иванцов // Контактно–гидродинамическая теория смазки и ее практическое применение в технике: Труды 1 Всероссийской конференции. КуАИ, Куйбышев. – 1974. – № 2. – С. 115–120.

113. Бейзельман, Р.Д. Подшипники качения. Справочник / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Ципкин, Л.Я. Перель. - М.: Машиностроение. – 1975. – 572 с.

114. Мрква, Ф. Вычисление моментов трения в подшипниках качения / Ф. Мрква. -М.: Машиностроение. – 1967. – 120 с.

115. Спицын, Н.А. Потери на трение в подшипниках качения / Н.А. Спицын, С. Г. Атлас -М.: Машиностроение. – 1968. – 437 с.

116. Шимкович, А. А. Исследование трения в подшипниках качения / А. А. Шимкович. - Минск: Изд-во АН БССР. – 1960. – 49 с.

117. Акифьев, В.И. Совершенствование методики расчета роликовых подшипников опор ГТД с учетом проскальзывания и заедания: дис. канд. техн. наук: 05.07.05 / Акифьев Владимир Иванович. – Самара, 1998. – 139 с.

118. Бруйка, В. А. Моделирование течения масловоздушной смеси во внутренних полостях быстроходного подшипника качения / В. А. Бруйка, А. И. Данильченко, В. В. Мурашкин, Я. М. Клебанов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2020. – № 4. – С. 120-127.

119. Chen, H. Investigation on the oil transfer behaviors and the air-oil interfacial flow patterns in a ball bearing under different capillary conditions / H. Chen, h. Liang, W. Wang, S. Zhang, // Friction. – 2022. – V. 11.

120. Ку, Фрикционные и тепловые свойства сосредоточенных контактов при качении со скольжением / Ку, Стаф, Карпер // Проблемы трения и смазки. – 1978. – № 1. – С. 131–139.

121. Розенберг, К.А. Влияние смазочных масел на долговечность и надежность деталей машин / К.А. Розенберг– Москва: Машиностроение. – 1970. – 312 с.

122. Kannel, J. W. A simplified model of cage motion in angular contact bearings operating in the EHD lubrication regime / J. W. Kannel, S. S. Bupara // Journal of Lubrication Technology. – 1978. – V. 100. – No. 3. – P. 395-403.

123. Schlichting H. Boundary Layer Theory / H. Schlichting // New York: McGraw Hill. – 1979. – 817 p.

124. Goksem, P.G. The effect of viscous shear heating on both film thickness and rolling traction in an EHL line contact. Part I: Fully flooded conditions / P.G. Goksem, R.A. Hargreaves // Journal of Lubrication Technology. – 1978. – V. 100. – No. 3. – P. 346-352.

125. McGrew, J. M. Elastohydrodynamic Lubrication. Preliminary Design Manual / J. M. McGrew, A. Gu, H. Cheng, S. Murray // DTIC Document Report No. AFAPL–TR–70–27. – 1970.

126. Kannel, J.W. Simplified Analysis for Traction between Rolling–Sliding Elastohydrodynamic Contacts / J.W. Kannel, J.A. Walowit // Journal of Lubrication Technology. – 1971. – V. 93. – No. 1. – P. 39–44.

127. Kannel, J.W. Interpretations of the thickness of lubricant films in rolling contact. 1. Examination of measurements obtained by X–Rays / J.W. Kannel, J.C. Bell // Journal of Lubrication Technology. – 1971. – V. 93. – No. 4. – P. 478–484.

128. Walowit, J. A. Traction characteristics of a MIL–L–7808 oil / J. A. Walowit, R. L. Smith // Journal of Lubrication Technology. – 1976. – V. 98. – No. 4. – P. 607-612.

129. McCool, J.I. Influence of Elastohydrodynamic Lubrication on the Life and Operation of Turbine Engine Ball Bearings / J.I. McCool, I.P. Chiu, J.Y. Liu, J.W. Rosenlieb // SKF. Report. – 1975. – No. 75-14.

130. Houpert, L. Piezoviscous–rigid rolling and sliding traction forces, application: the rolling element – cage pocket contact // *Journal of Tribology*. – 1987. – V. 109. – No. 2. – P. 363–370.

131. Gupta, P.K. Viscoelastic effects in MIL–L–7808–type lubricant. Part I. Analytical formulation / P.K. Gupta, H.S. Cheng, D. Zhu, N.H. Forster, J.B. Schrand // *Tribology Transactions*. – 1992. – V. 35. – No. 2. – P. 269–274.

132. Forster, N.H. Viscoelastic effects in MIL–L–7808–Type lubricant. Part II. Experimental data correlations / N.H. Forster, J.B. Schrand, P.K. Gupta // *Tribology Transactions*. – 1992. – V. 35. – No. 2. – P. 275–280.

133. Коднир, Д.С. Эластогидродинамический расчет деталей машин. / Д.С. Коднир, Е.П. Жильников, Ю.З. Байбородов - М.: Машиностроение, 1988. – 160 с.

134. Muraki, M. Traction characteristics of lubricating oils. 2. A simplified thermal theory of traction with a non–linear viscoelastic model / M. Muraki, Y. Kimura // *Journal of Japan Society of Lubrication Engineers*. – 1983. – V. 28. – No. 10. – P. 753–760.

135. Kragelskii, I.V. Friction and Wear: Calculation Methods / I.V. Kragelskii, M.N. Dobychin, V.S. Kombalov // Oxford: Pergamon Press. – 1982. – P. 156-207.

136. Johnson, K.L. The rheological properties of elastohydrodynamic lubricants / K.L. Johnson, J.L. Tevaarwerk // *Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1977. – V. 356. – No. 1685. – P. 215-236.

137. Crook, A.W. The lubrication of rollers / A.W. Crook // *Philosophical Transaction of Royal Society of London, Ser. A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1963. – V. 255. – No. 281. – P. 387-409.

138. Johnson, K.L., Cameron R. Fourth Paper: Shear behaviour of elastohydrodynamic oil films at high rolling contact pressures / K.L. Johnson, R. Cameron // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. – 1967. – V 182. – No. 1. – P. 306-330.

139. Lingard, S. Tractions at the spinning point contacts of a variable ratio friction drive / S. Lingard // *Tribology*. – 1974. – V. 7. – No. 5. – P. 228-234.
140. Johnson, K.L. Observations of viscoelastic behaviour of an EHD film / K.L. Johnson, A.D. Roberts // *Proceedings of Royal Society of London, Ser. A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1974. – V. 337. – P. 217-242.
141. Muraki, M. EHL traction and related rheological parameters under high temperature conditions / M. Muraki // *Journal of Synthetic Lubrication*. – 1992. – V. 9. – No. 1. – P. 29-43.
142. Muraki, M. Molecular structure of synthetic hydrocarbon oils and their rheological properties governing traction characteristics / M. Muraki // *Tribology International*. – 1987. – V. 20. – No. 6. – P. 347-354.
143. Muraki, M. EHL traction and related rheological parameters under high temperature conditions / M. Muraki // *Journal of Synthetic Lubrication*. – 1992. – V. 9. – No. 1. – P. 29-43.
144. Zhang, J. Effect of base oil structure on elastohydrodynamic friction / J. Zhang, A. Tan, H. Spikes // *Tribology Letters*. – 2017. – V. 65. – No. 1. – P. 1–24
145. Vengudusamy, B. EHD friction properties of ISO VG 320 gear oils with smooth and rough surfaces / B. Vengudusamy, C. Enekes, R. Spallek // *Friction*. – 2020. – V. 8. – No. 1. – P. 164–181.
146. LaFountain, A.R. The elastohydrodynamic traction of synthetic base oil blends / A.R. LaFountain, G.J. Johnston, H.A. Spikes // *Tribology Transactions*. – 2001. – No. 4. – P. 648–656.
147. Spikes, H. History, origins and prediction of elastohydrodynamic friction / H. Spikes, Z. Jie // *Tribology Letters*. – 2014. – No. 56. – P. 1–25.
148. Johnson, K.L. Regimes of elastohydrodynamic lubrication / K.L. Johnson // *Journal of Mechanical Engineering Science*. – 1970. – V. 12. – No. 1. – P. 9–16.
149. Ган, К.Г. Методика расчета минимально допустимой нагрузки в скоростных малонагруженных подшипниках качения / К.Г. Ган // *Вестник МГТУ, серия Машиностроение*. – 1994. – № 1. – С. 32–38.

150. Иванов, Б.А. Оценка противозадирной стойкости подшипниковых узлов качения при высоких частотах вращения / Б.А. Иванов // Динамика и прочность механических систем. – 1982. – С. 3–6.

151. Morales-Espejel, G.E. Gabelli A. Rolling bearing seizure and sliding effects on fatigue life / G.E. Morales-Espejel // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. – 2019. – V. 233. – No. 2. – P. 339–354.

152. Чашин, А.М. Исследование влияния упруго-жесткостных параметров и режима работы на явление проскальзывания в быстроходных легко нагруженных радиальных роликовых подшипниках: дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. – Пермь. – 1976. – 153 с.

153. Королев, А.А. Влияние геометрических параметров рабочих поверхностей шарикоподшипника на его работоспособность / А.А. Королев, А.В. Королев // Трение и износ. – 2015. – № 2. – С. 244-248.

154. Шец, С.П. Влияние смазочного материала на процессы, протекающие в подшипниках качения / С.П. Шец, В.И. Сакало // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2016. – Т. 50. – № 2. – С. 31-35.

155. Орлов, А.В. Влияние износа на работоспособность опор качения // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2007. – № 5. – С. 71-79.

156. Силаев, Б.М. Прогнозирование изменения радиальных и осевых зазоров в шариковых подшипниках качения, смазываемых маловязкими жидкостями / Б.М. Силаев, И.С. Барманов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. – 2022. – Т. 21. – № 2. – С. 100-108.

157. Балякин, В.Б. Методика расчёта долговечности подшипников с учётом износа тел качения / В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, К.К. Пилла // Трение и износ. – 2020. – Т. 41. – № 4. – С. 491-497.

158. Tan, D. Failure analysis of the joint bearing of the main rotor of the Robinson R44 helicopter: A case study / D. Tan, R. Li, Q. He, X. Yang, C. Zhou, J. Mo // *Wear*. – 2021. – V. 477.

159. Zhang, F. The effects analysis of contact stiffness of double-row tapered roller bearing under composite loads / F. Zhang, H. Lv, Q. Han, M. Li // *Sensors*. – 2023. – V. 23. – No. 10. – P. 49-67. DOI: <https://doi.org/10.3390/s23104967>

160. Liew, A. Transient rotordynamic modeling of rolling element bearing systems / A. Liew, N. Feng, E. Hahn // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. – 2002. – V. 124. – No. 4. – P. 984-9991.

161. Houpert L., CAGEDYN: A Contribution to Roller Bearing Dynamic Calculations Part II: Description of the Numerical Tool and Its Outputs / L. Houpert // Taylor & Francis. – 2009. – V. 53. – No. 1. – P. 10-21.

162. Denni, M. Dynamic study of a roller bearing in a planetary application considering the hydrodynamic lubrication of the roller/cage contact / M. Denni, N. Biboulet, V. Abousleiman, A.A. Lubrecht // *Tribology International*. – 2020. – V. 149.

163. Клебанов, Я.М. Динамика роликовых подшипников газотурбинных двигателей при гидродинамическом трении / Я.М. Клебанов, В.В. Мурашкин, А.И. Данильченко, К.А. Поляков, В.Р. Петров // *Известия вузов «Авиационная техника»*. – 2022. – № 4. – С. 123-128.

164. Балякин, В.Б. Перспективные конструкции упругодемпферных опор роторов двигателей летательных аппаратов / В.Б. Балякин // *Известия вузов. Авиационная техника*. – 2015. – № 1. – С. 35-38

165. Meng, Y. A review of advances in tribology in 2020-2021 / Y. Meng, J. Xu, L. Ma, Z. Jin, B. Prakash, T. Ma, W. Wang // *Friction*. – 2022. – Vol. 10. – No. 10. – P. 1443-1595.

166. Morales-Espejel, G. E. Surface Life Modelling of Tribological Components – From Surface Roughness to Bearings and Gear Life / G. E. Morales-Espejel // *Tribology Online*. – 2023. – V. 18. – P. 255-267.

167. Hsu, S.M. Wear prediction for metals / S.M. Hsu, M.C. Shen, A.W. Ruff // Tribology International. – 1997. – Vol. 30. – No. 5. – P. 377-383.
168. Meng, H.C. Wear models and predictive equations: their form and content / H.C. Meng, K.C. Ludema // Wear. – 1995. – V. 181-183, part 2. – P. 443-457.
169. Archard, J.F. Contact and rubbing of flat surfaces / J.F. Archard // Journal of Applied Physics. – 1953. – V. 24. – No. 8. – P. 981-988.
170. Suzuki, D. Study on CageWear of Railway Traction Motor Bearings Based on Analysis of Rolling Element Motion / D. Suzuki, K. Takahashi, F. Itoigawa, S. Maegawa // Machines. – 2023. – V. 11. – № 6. – 594 с.
171. Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. – 479 с.
172. Liu, Y. Nonlinear dynamic behavior of angular contact ball bearings under microgravity and gravity / Y. Liu, W. Wang, H. Liang, T. Qing, Y. Wang, S. Zhang, // International Journal of Mechanical Sciences. – 2020. – V. 183. – P. 105-782.
173. Yang, Z. Wear analysis of angular contact ball bearing in multiple-bearing spindle system subjected to uncertain initial angular misalignment / Z. Yang, Y. Zhang, K. Zhang, S. Li // Journal of Tribology. – 2021. – V. 143. – No. 9. DOI: 10.1115/1.4049258
174. Liu, C. H. High-speed wear lifetime analysis of instrument ball bearings / C. H. Liu, X.Y. Chen<sup>1</sup>, J.M. Gu, S.N. Jiang, Feng Z.L. // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. – 2009. – V. 223. – No. 3. – P. 497-510. DOI: 10.1243/13506501JET496
175. Yu, G. Wear-life analysis of deep groove ball bearings based on Archard wear theory / G. Yu, W. Xia, Z. Song, R. Wu, S. Wang, Y. Yao // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2018. – V. 32. – No. 7. – P. 3329-3336. DOI: 10.1007/s12206-018-0635-5

176. Christian, B. New bearing steel for high-speed applications / B. Christian, N. Stephan, G. Marcus, C. Leonardo, G. Feliciano, M.E. Guillermo, D.F. Lang // *MM Sci. J.* – 2021. – № 12. – P. 5334–5339.

177. Olofsson, U., Andersson S., Björklund S. Simulation of mild wear in boundary lubricated spherical roller thrust bearings / U. Olofsson, S. Andersson, S. Björklund // *Wear.* – 2000. – V. 241. – No. 2. – P. 180-185. DOI: 10.1016/S0043-1648(00)00373-2

178. Olofsson, U. Characterisation of wear in boundary lubricated spherical roller thrust bearings / U. Olofsson // *Wear.* – 1997. – V. 208. – No. 1-2. – P. 194-203. DOI: 10.1016/S0043-1648(96)07486-8

179. Winkler, A. Numerical modeling of wear in a thrust roller bearing under mixed elastohydrodynamic lubrication / A. Winkler, M. Marian, S. Tremmel, S. Wartzack // *Lubricants.* – 2020. – V. 8. – No. 5. – P. 58-79. DOI: 10.3390/lubricants8050058

180. Morales-Espejel, G.E. Micropitting modelling in rolling–sliding contacts: application to rolling bearings / G.E. Morales-Espejel, V. Brizmer // *Tribology transactions.* – 2011. – V. 54. – No. 4. – P. 625-643. DOI: 10.1080/10402004.2011.587633

181. Jiang, S. Experiment research and dynamic behavior analysis of multi-link mechanism with wearing clearance joint / S. Jiang, T. Wang, L. Xiao // *Nonlinear Dynamics.* – 2022. – V. 109. – No. 3. – P. 1325-1340. DOI: 10.1007/s11071-022-07499-z

182. Gertzog, K.P. Wear identification in rotor-bearing systems by measurements of dynamic bearing characteristics. / K.P. Gertzog, P.G. Nikolakopoulos, A.C. Chasalevris, C.A. Papadopoulos // *Computers & Structures.* – 2011. – V. 89. – No. 1-2. – P. 55-66. DOI: 10.1016/j.compstruc.2010.08.006

183. Dufrane, K. F. Wear of Steam Turbine Journal Bearings at Low Operating Speeds / K. F. Dufrane, J. W. Kannel, T. H. McCloskey, // *Journal of Lubrication Technology.* – 1983. – V. 3. – No. 3. – 313 p. DOI:10.1115/1.3254599

184. El-Thalji, I. Dynamic modelling of wear evolution in rolling bearings / I. El-Thalji, E. Jantunen, // Tribology International. – 2015. – No. 84. – P. 90-99. DOI:10.1016/j.triboint.2014.11.021
185. Носков, Г.П. Динамическая модель роликового подшипника для исследования сил взаимодействия сепаратора и тел качения / Г.П. Носков, Г.И. Чаплин // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 1985. – No 6. – С. 24-29.
186. Linfeng, W. Quasi-dynamic analysis of high-speed cylindrical roller bearings / W. Linfeng, F. Ning. // Nanjing hangkong xueyuan xue-bao - J./Nanjing aeronaut, inst. – Nanjing. – 1993. – V. 25. – No 3. – P. 330-340.
187. Gupta, P.K., Modeling of instabilities induced by cage clearances in cylindrical roller bearings / P.K. Gupta // Tribology Transactions. – 1991. – V. 1. – No. 34. – P. 1–8.
188. Ghaisas, N. Cage instabilities in cylindrical roller bearings / N. Ghaisas, C.R. Wassgren, F. Sadeghi // Journal of Tribology-transactions of The Asme. – 2004. – V. 126. – No. 4. – P. 681–689.
189. Bovet, C. An approach for predicting the internal behaviour of ball bearings under high moment load / C. Bovet, L. Zamponi // Mechanism and Machine Theory. – 2016. – V. 101. – P. 1–22.
190. Коу, Расчетные и экспериментальные данные для роликового подшипника внутренним диаметром 118 мм при  $d_n$  до  $1 \cdot 10^4$  / Коу, Шуллер // Проблемы трения и смазки. – 1981. – No 2. – С. 92-103.
191. O'Brien, K.T. Cage slip in roller bearings / K.T. O'Brien, C.M. Taylor // J Mech Eng Sci. – 1973. – P. 370–378.
192. Kingsbury, E. Motions of an unstable retainer in an instrument ball bearing. Transactions of the ASME / E. Kingsbury, R. Walker // Journal of Tribology. – 1994. – V. 116. – No 2. – P. 202–208.
193. Stacke, L. E. Dynamic behaviour of rolling bearings: simulations and experiments / L. E. Stacke, D. Fritzson // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. – 2001. – No. 215(6). – P. 499-508.

194. Selvaraj, A. Experimental analysis of factors influencing the cage slip in cylindrical roller bearing / A. Selvaraj, R. Marappan // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2011. – V. 53. – P. 635-644.
195. Selvaraj, A. Experimental analysis of factors influencing the cage slip in cylindrical roller bearing / A. Selvaraj, R. Marappan, // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. –2011. – V. 53. – P. 635-644.
196. Клебанов, Я.М. Динамическая нагруженность массивных сепараторов высокоскоростных шарикоподшипников / Я.М. Клебанов, В.В. Мурашкин, К.А. Поляков, А.И. Данильченко // *Вестник машиностроения*. – 2017. – № 11. – С. 3-9.
197. Niu, L. An investigation on the occurrence of stable cage whirl motions in ball bearings based on dynamic simulations / L. Niu, H. Cao, Z. He, Y. Li // *Tribology International*. – 2016. – V. 103. – P. 12–24.
198. Harada, K. Dynamic analysis of a high-load capacity tapered roller bearing / K. Harada, T. Sakaguchi // *NTN Technical Review*. – 2005. – No. 73. – P. 20-29.
199. Sopianen, J. Dynamic model of a deep groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 1: Theory. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers / J. Sopianen, A. Mikkola // *Journal of Multi-body Dynamics*. – 2003. – V. 217. – No. 4. – P. 201-211.
200. Sopianen, J. Dynamic model of a deep groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 2: Implementation and results. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers / J. Sopianen, A. Mikkola // *Journal of Multi-body Dynamics*. – 2003. – V. 217. – No. 4. – P. 211-221.
201. Yang, Z. Z. ADAMS dynamics simulating and analysis of vibration signal for deep-groove ball bearings / Z. Z. Yang, J. G. Wu, B. Qin, Y. Z. Li // *Applied Mechanics and Materials*. – 2013. – V. 312. – P 254-257.
202. Stacke, L.E. BEAST – a rolling bearing simulation tool. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part K / L.E. Stacke, D. Fritzson, P. Nordling // *Journal of Multi-body Dynamics*. – 1999. – V. 213. – No. 2. – P. 63–71.

203. Mason, M.A. Contact stress modeling in railway bearings for imperfect contact geometries / M.A. Mason, C.P. Cartin, P. Shahidi, Speich J. E., J. Hargraves // ASME Joint Rail Conference. – 2015. – V. 1. – No. 2. – P. 14.

204. Гришфельд, А.М. Моделирование и оптимизация внутренней конструкции кассетных подшипников для пространства колеи 1520 / А.М. Гришфельд, Э.А. Симсон // Вестник Национального технического университета «ХПИ». Серия: «Машиностроение и САПР». – 2020. – №1. – С. 10-18.

205. Zhang, H. A Method to Solve the Stiffness of Double-Row Tapered Roller Bearing / H. Zhang, W. Shi, G. Liu, Z. Chen // Mathematical Problems in Engineering. – 2019. – P. 1-13.

206. Poplawski, J.V. Effect of roller profile on cylindrical roller bearing life prediction – Part U. Comparison of roller profiles / J.V. Poplawski, S.M. Peters, E.V. Zaretsky // Tribology Transactions. – 2001. – V. 44. – No. 3. – P. 417-427.

207. Zupan, S. Carrying angle and carrying capacity of a large single row ball bearing as a function of geometry parameters and the supporting structure stiffness / S. Zupan, I. Prebil // Mechanism and Machine Theory. – 2001. – V. 36. – No. 10. – P. 1087-1103.

208. Kang, Y. A modification of the Jones-Harris method for deep-groove ball bearings / Y. Kang, P.C. Shen, C.C. Huang, S.S. Shyr, Y.P. Cuang // Tribology International. – 2006. – V. 36. – No. 11. – P. 1413-1420.

209. Kotzalas, F. A review of rolling contact fatigue / F. Kotzalas // ASME Journal of Tribology. – 2009. – V. 131. – P. 041-403.

210. Harris, T.A. Advanced Concepts of Bearing Technology / T.A. Harris, M.N. Kotzalas // New York: Taylor and Francis Group. – 2007. – 352 p.

211. Qian, W. Dynamic Simulation of Cylindrical Roller Bearings: Dissertation Doktors der Ingenieurwissenschaften / W. Qian // Aachen. – 2013. – P.140.

212. Selvara, A. Investigation of cage and roller slip of cylindrical solid and hollow roller bearings: Thesis... Doctor of Philosophy / A. Selvara // Chennai. – 2011. – 250 p.
213. Starvin, M.S. Finite element simulation of non- linear deformation behaviour in large diameter angular contact thrust bearing / M.S. Starvin // Scientific Research and Essays. – 2013. – V. 8. – No. 3. – P.128 –138.
214. Xia, X. Load calculation and design of roller crowning of truck bearing / X. Xia, S. Dong, L. Sun, T. Chen // The Open Mechanical Engineering Journal. – 2015. – V. 9. – P. 106-110.
215. Blanusa, V. Prediction thermal elastic behavior of the cylindrical roller bearings for Railway Vehicles and calculating bearing life / V. Blanusa, M. Zelikovic, A. Zivkovic // Acta Technica Corviniensis – Bulletin of Engineering. – 2015. – V. 8. – No. 1. – P. 21-26.
216. Bourdon, A. Static rolling bearing models in C.A.D. environment for study of complex mechanisms: Part I – Rolling bearing model / A. Bourdon, J.F. Rigal, D. Play // ASME Journal of Tribology. – 1999. – V. 121. – No. 2. – P. 205-214.
217. Daidie, A. 3D Simplified finite elements analysis of load and contact angle in a slewing ball bearing / A. Daidie, Z. Chail, A. Ghosn // ASME Journal of Mechanical Design. – 2008. – V. 130. – P. 082-601.
218. Guo, Y. Stiffness matrix calculation of rolling element bearing using a finite element/contact mechanics model / Y. Guo, R.G. Parker // Mechanism and Machine Theory. – 2012. – V. 51. – P. 32-45.
219. Zhang, Y. Combined effect of boundary layer formation and surface smoothing on friction and wear rate of lubricated point contacts during normal running-in processes / Y. Zhang, A. Kovalev, Y. Meng // Friction. – 2018. – V. 6. – No. 3. – P. 274-288.
220. Arnaud, P. A dynamical FEA fretting wear modeling taking into account the evolution of debris layer / P. Arnaud, S. Fouvry // Wear. – 2018. – V. 412. – P. 92-108.

221. Lijesh, K.P. On the modeling of adhesive wear with consideration of loading sequence / K.P. Lijesh, M.M. Khonsari // Tribology Letters. – 2018. – V. 66. – No. 3. – P. 1-11.
222. Zhang, Y.Z. Numerical prediction of surface wear and roughness parameters during running-in for line contacts under mixed lubrication / Y.Z. Zhang, A. Kovalev, N. Hayashi, K. Nishiura, Y.G. Meng // Journal of Tribology. – 2018. – V. 140. – No. 6. – P. 061-501.
223. Gong, W.J. Adhesion-fatigue dual mode wear model for fractal surfaces in AISI 1045 cylinder-plane contact pairs / W.J. Gong, Y.X. Chen, M.W. Li, R. Kang // Wear. – 2019. – V. 430. – P. 327-339.
224. Jia, H. Micropitting fatigue wear simulation in conformal-contact under mixed elastohydrodynamic lubrication / H. Jia, J.Y. Li, J.X. Wang, G. Xiang, K. Xiao, Y.F. Han // Journal of Tribology. – 2019. – V. 141. – No. 6. – P. 061-501.
225. Gupta, P. K. Dynamics of Rolling-Element Bearings—Part I: Cylindrical Roller Bearing Analysis / P. K. Gupta // ASME. J. of Lubrication Tech. – 1979. – No. 101. – P. 293–302.
226. Gupta, P. K. Dynamics of Rolling-Element Bearings—Part III: Ball Bearing Analysis / P. K. Gupta // ASME. J. of Lubrication Tech. – 1979. – No. 101. – P. 312–318.
227. Пини, Б.Е. Динамика цилиндрического роликоподшипника / Б.Е. Пини, Б.З. Акбашев // Вестник ВНИИЖТ. – 1980. – No 6. – С. 30-33.
228. Клекнер, Теоретическое исследование работы цилиндрического роликового подшипника при высоких скоростях. Программа расчета GYBEAN / Клекнер, Пирвикс, Кастелли // Проблемы трения и смазки. – 1980. – No 3. – С. 126-139.
229. Tadina, M. Improved model of a ball bearing for the simulation of vibration signals due to faults during run-up / M. Tadina, M. Boltezar // Journal of Sound and Vibration. – 2011. – V.330. – No. 17. – P. 4287–4301.

230. Nakhaeinejad, M. Fault detection and model-based diagnostics in nonlinear dynamic systems / M. Nakhaeinejad // Austin: University of Texas. – 2010.
231. El-Thalji, I. Wear of rolling element bearings / I. El-Thalji, E. Jantunen // In COMADEM International Congress of Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management: Congress Proceedings Comadem International. – 2013.
232. El-Thalji, I. A descriptive model of wear evolution in rolling bearings / I. El-Thalji, E. Jantunen // Engineering Failure Analysis. – 2014. – V. 45. – P. 204-224.
233. Xu, F. A review of bearing failure Modes, mechanisms and causes / F. Xu, N. Ding, N. Li, L. Liu, N. Hou, N. Xu, W. Guo, C. M. Tian, X. Wu, X. Chen // Engineering Failure Analysis. – 2023. – V. 152. – P. 107-518.
234. Балякин, В.Б. Новая методика расчета долговечности авиационных подшипников с учетом износа / В.Б. Балякин, К.К. Пилла // Перспективы развития двигателестроения : материалы междунар. науч.-техн. конф. им. Н. Д. Кузнецова. – 2023. – Т. 2. – С. 245-247.
235. Shi, Z. Dynamic simulation of a planet roller bearing considering the cage bridge crack / Z. Shi, J. Liu, H. Li, Q. Zhang, G. Xiao, // Engineering Failure Analysis. – 2022. – V. 131. – P. 105-849.
236. Мышкина, А.В. Влияние режимов плазменной обработки на распределение неметаллических включений в стали / А.В. Мышкина, С.Н. Акулова, Е.А. Кривоносова, Ю.Д. Щицын, И.Л. Синани // ВЕСТНИК ПНИПУ. – 2017. – Т. 19. – № 4. – С. 154-171. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.4.11.
237. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг. – Москва «Высшая школа». – 2010. – 416 с.
238. Krämer, E. Dynamics of rotors and foundations / E. Krämer // Springer Science & Business Media. – 2013. – 383 p.
239. Клебанов, Я.М. Численное моделирование течения масловоздушной смеси во внутренних полостях подшипника качения / Я.М. Клебанов, В.В. Мурашкин, А.И. Данильченко, В.А. Бруйка // Международный

форум двигателестроения. Научно-технический конгресс по двигателестроению. Тезисы статей. - Москва: АССАД. – 2016. – С. 288-291.

240. Wasche, R. Stribeck curve / R. Wasche, M. Woydt // Encyclopedia of Lubricants and Lubrication. Editor: Theo Mang P. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag. – 2014. – P. 1998-2005.

241. Vengudusamy, B. EHD Friction Properties of ISO VG20 Gear Oils with Smooth and Rough Surfaces / B. Vengudusamy, C. Enekes, R. Spallek // Friction. – 2020. – V. 8. – No. 1. – P. 164-181.

242. Kumar, P. Lubrication Regimes: Point Contacts. Editors: Q. Jane Wang, Yip-Wah Chung / P. Kumar, M.M. Khonsari // Springer: New York. – 2013. – P. 2116-2121.

243. Spikes, H. Basics of EHL for practical application / H. Spikes // Lubrication science. – 2015. – No. 1. – P. 45-67.

244. Макарчук, В.В. Расчет скольжения в межвальных роликовых подшипниках ГТД / В.В. Макарчук, Е.П. Жильников // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16. – № 4. – С. 206-213.

245. Балякин, В.Б. Теория и проектирование опор роторов авиационных ГТД / В.Б. Балякин. — Самара: Изд. СГАУ им. Ак. С.П. Королёва. – 2007.

246. Hamrock, B. J. Rolling-element bearings / B. J. Hamrock, W. J. Anderson // NASA. – 1983. – 58 p.

247. Bair, S. Some observations in high pressure rheology of lubricants / S. Bair, W.O. Winer // Journal of Lubrication Technology. – 1982. – V. 104. – P. 357-364.

248. Nelias, D. Elastic-plastic contact between rough surfaces: proposal for a wear or running-in model / D. Nelias, V. Boucly, M. Brunet // Journal of Tribology. – 2006. – V. 128. – No. 2. – P. 236-244.

249. Tallian, T.E. The theory of partial elastohydrodynamic contacts / T.E. Tallian // Wear. – 1972. – V. 21. – No. 1. – P. 49-101.

250. Skurka, J. Elastohydrodynamic Lubrication of Roller Bearings / J. Skurka // Journal of Lubrication Technology. – 1970. – V. 92. – No. 2 – P. 281-288.
251. Williams, J.A. Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach / J.A. Williams // Wear. – 1999. – V. 225. – P. 1-17.
252. Pan, P. Simple formulas for performance parameters used in elastohydrodynamically lubricated line contacts / P. Pan, B.J. Hamrock // Journal of Tribology. – 1989. – V. 111. – No. 2. – P. 246–251.
253. ГОСТ 25.101-83. Расчеты и испытания на прочность. Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и конструкций и статистического представления результатов. – Москва, Изд-во стандартов, 1983. – 50 с.
254. Серенсен, С.В. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность / С.В. Серенсен. – М.: Машиностроение. – 1975. – 488 с.
255. Когаев, В.П. Расчет деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П.Гусенков. – Москва, Машиностроение. – 1985. – 224 с.
256. Smith, C. F. Some aspects of the performance of high speed lightly loaded cylindrical roller bearing / C. F. Smith // Proceedings of Institution of Mechanical Engineers. – 1962. – V. 176. – No. 227. – P. 566.
257. Houpert, L. Piezoviscous-rigid rolling and sliding traction forces, application: the rolling element-cage pocket contact / L. Houpert // ASME Journal of Tribology. – 1987. – V. 109. – No. 2. – P. 363-370.
258. Selvaraj, A. Assessment of lubrication regime in cylindrical roller bearing running with cage and rollers lip / A. Selvaraj, R. Marappan // International Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2010. – V. 5. – No. 1. – P. 1-14.
259. Hamrock, B.J. Fundamentals of fluid film lubrication / B.J. Hamrock, S.R. Schmid, B.O. Jacobson – New York, Basel: Marcel Dekker, Inc. – 2004. – 703 p.

260. Muraki, M. Traction characteristics of lubricating oils. 2. A simplified thermal theory of traction with a non-linear viscoelastic model / M. Muraki, Y. Kimura // Journal of Japan Society of Lubrication Engineers. – 1983. – V. 28. – No. 10. – P. 753-760.

261. Balyakin, V.B. Theory and design of rotor supports for aviation gas turbine engines / V.B. Balyakin, E.P. Zhilnikov, V.N. Samsonov // Publishing House of SSAU. – 2007. – 254 p.

262. Пат. 2 815 566 Российская Федерация, МПК F16C 19/26 (2006.01). Роликовый подшипник / Я.М. Клебанов, В.В. Мурашкин, А.М. Бражникова; заявитель и патентообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Самарский государственный технический университет". - № 2023123335; заявл. 08.09.2023; опубл. 18.03.2024.

263. Jirandehi, A.P. General quantification of fatigue damage with provision for microstructure: A review / A.P. Jirandehi, M.M. Khonsari // Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures. – 2021. – V. 44. – P. 1973-1999. DOI: 10.1111/ffe.1351

264. Березин, И.Я. Усталостное разрушение металлов и расчеты на прочность и долговечность при переменных напряжениях / И.Я. Березин, О.Ф. Чернявский // Челябинск, Южно-уральский государственный университет. – 2003. – 76 с.

265. Шлугера, М.А. Гальванические покрытия в машиностроении / М.А. Шлугера. Справочник. В 2-х томах, Машиностроение. – 1985. – Т. 1. – 240 с.

266. Spector, A.G. Structure and properties of bearing steels / A.G. Spector, B.M. Zelbet, S.A. Kiseleva // Metallurgy. – 1980. – 264 p.

267. Ferreira, J.L.A. An investigation of rail bearing reliability under real conditions of use / J.L.A. Ferreira, J.C. Balthazar, A.P.N. Araujo // Engineering Failure Analysis. – 2003. – V. 10. – № 6. – P. 745-758. DOI:10.1016/S1350-6307(02)00052-3

268. Colin, F. Starved Elastohydrodynamic Lubrication of the Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings: Film Thickness / F. Colin, F. Chevalier, J. Chaomleffel, G. Dalmaz, J.D. Mul // Tribology and Interface Engineering Series. – 1998. – V. 34. – P. 253–263.

269. Larsson, R. Starvation typically occurs in grease-lubricated contacts. EHL Film Thickness Behavior / R. Larsson // Encyclopedia of Tribology. New York: Springer. – 2013. – P. 817-827. DOI: 10.1007/978-0-387-92897-5\_639

# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## Акты внедрения результатов диссертационной работы

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный конструктор  
ПАО «ОДК-Кузнецов»



П.В. Чупин

«18» сентября 2024 г.

**АКТ**

### **о внедрении (использовании) результатов**

работы над диссертацией на соискание ученой степени кандидата технических наук Бражниковой Александры Максимовны

Настоящий акт составлен в том, что результаты исследования, полученные Бражниковой Александрой Максимовной при выполнении диссертационной работы на тему «Методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания», используются в производственной деятельности ПАО «ОДК-Кузнецов»:

- в качестве обоснования при формировании требований к роликовым радиальным подшипникам опоры компрессора среднего давления газотурбинного двигателя НК-36СТ, направленным на резкое уменьшение износа и исключение заедания в контактах торцов роликов и бортиков внутреннего кольца, уменьшения износа рабочих поверхностей осевых перемычек сепаратора;

- при разработке и реализации мероприятий по обеспечению надежности и потребного ресурса указанной выше опоры в условиях эксплуатации.

Исследования, выполненные Бражниковой Александрой Максимовной, результаты которых лежат в основе указанных вариантов использования в производстве:

1. Моделирование многомассовой динамики движения и взаимодействия деталей с учетом гидродинамических эффектов в контактах роликов и дорожек качения, позволившее определить силовые и кинематические условия работы опоры, проанализировать влияние на них параметров внутренней геометрии подшипника;

2. Моделирование процессов износа рабочих поверхностей подшипника и анализ их влияния на динамику взаимодействия деталей и на возможность потери функциональности опоры.

Главный конструктор

А.Г. Петрухин

Заместитель главного конструктора

А.А. Соколов

Генеральный инженер  
ООО «ЗПП»



С.П. Ефимов

«22» сентября 2025 г.



### АКТ

**о внедрении (использовании) результатов**  
работы над диссертацией на соискание ученой степени кандидата технических  
наук Бражниковой Александры Максимовны

Настоящий акт составлен в том, что научные и практические результаты исследования, полученные старшим преподавателем кафедры Механика ФГБОУ ВО «СамГТУ» Бражниковой Александрой Максимовной при выполнении диссертационной работы на тему «Методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.1.7. «Теоретическая механика, динамика машин» и посвященной повышению несущей способности и долговечности роликовых подшипников на основе комплексного моделирования динамики и связанных с ней процессов при эксплуатации, представляют практическую ценность для проектирования роликовых подшипников аэрокосмического назначения и планируются к использованию в производственной деятельности ООО «Завод Приборных Подшипников».

Главный конструктор



И.А. Семенова



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное  
бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный  
технический университет»  
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

ул. Молодогвардейская, 244,  
гл. корпус, г. Самара, 443100  
Тел.: (846) 278-43-11, факс (846) 278-44-00  
E-mail: rector@samgtu.ru  
ОКПО 02068396, ОГРН 1026301167683,  
ИНН 6315800040, КПП 631601001

09.07.2025 № 01.10.06

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

АКТ  
внедрения результатов диссертационной работы старшего преподавателя  
кафедры «Механика» СамГТУ  
Бражниковой А.М.

Материалы диссертационной работы Бражниковой А.М. «Методика компьютерного моделирования динамики роликовых подшипников с учетом изнашивания» используются в учебном процессе по направлению подготовки 15.03.01 «Машиностроение» профиля «Технология машиностроения», 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» профиля «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» Самарского государственного технического университета и при изучении дисциплин «Численные методы расчета в инженерных задачах», «Методы механических испытаний и расчетов в инженерном анализе».

Декан ФММТ  
д.т.н., профессор



К.В. Никитин

Первый проректор  
проректор по учебной работе  
д.э.н., доцент

Д.Е. Овчинников

Зав. каф. «Механика» д.т.н., профессор

Я.М. Клебанов