

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЁВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи

Назарова Анастасия Александровна

**Управление развёртыванием многоэлементных тросовых группировок
космических аппаратов**

**2.5.16 – Динамика, баллистика, управление движением летательных
аппаратов**

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Заболотнов Юрий Михайлович

Самара – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАБОТ В ОБЛАСТИ ТРОСОВЫХ ГРУППИРОВОК КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ10	
1.1 Аналитический обзор работ.....	10
1.1.1 Линейные ТГКА	10
1.1.2 Треугольные ТГКА	14
1.1.3 ТГКА конфигурации «ступица – спицы» (Hub-Spoke)	15
1.1.4 Пространственные ТГКА	16
1.2 Решаемые задачи и описание схемы исследований	17
1.3 Результаты и выводы по первой главе.....	21
2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТГКА	23
2.1 Модели движения для построения номинального управления развёртыванием ТГКА.....	25
2.1.1 Упрощённая модель движения ТГКА многоугольной замкнутой конфигурации	25
2.1.2 Упрощённая модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания реактивных двигателей	28
2.1.3 Упрощённая модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил	32
2.2 Модели движения ТГКА с учётом действующих возмущений	34
2.2.1 Модель движения ТГКА многоугольной конфигурации в геоцентрической неподвижной системе координат	35
2.2.2 Модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в геоцентрической неподвижной системе координат в случае использования для её развёртывания реактивных сил.....	38
2.2.3 Модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в геоцентрической неподвижной системе координат в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил.....	42
2.3 Основные результаты и выводы по второй главе.....	48

3	УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЁРТЫВАНИЕМ МНОГОУГОЛЬНОЙ ТГКА	50
3.1	Номинальное управление.....	50
3.2	Моделирование движения многоугольной ТГКА в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений.....	54
3.3	Влияние возмущений на движение квадратной ТГКА	67
3.4	Основные результаты и выводы по третьей главе	72
4	УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЁРТЫВАНИЕМ ТГКА КОНФИГУРАЦИИ «СТУПИЦА – СПИЦЫ».....	73
4.1	Номинальное управление развёртыванием ТГКА «ступица-спицы» с использованием реактивных сил	73
4.2	Номинальное управление развёртыванием ТГКА «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил	76
4.3	Моделирование процесса развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с применением реактивных двигателей в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений	79
4.4	Моделирование процесса развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений	86
4.5	Основные результаты и выводы по четвертой главе	94
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	95
	СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	97
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	99
	ПРИЛОЖЕНИЕ А	107

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматриваются управление развёртыванием многоэлементных тросовых группировок космических аппаратов различных геометрических конфигураций: кольцевых в виде правильных многоугольников и структур типа «ступица-спицы» (Hub-Spoke) с центральным базовым космическим аппаратом (КА).

Актуальность работы.

Тросовые группировки космических аппаратов (ТГКА) являются одним из наиболее перспективных направлений в области аэрокосмической деятельности. Благодаря своей большой протяжённости ТГКА имеют многочисленные возможные применения, включая многоточечные измерения гравитационных и магнитных полей Земли и её ионосферы, космическую интерферометрию, а также распределённые системы наблюдения и сканирования земной поверхности с базой в несколько километров. Кроме того, они могут быть использованы для транспортных операций в космосе и для создания искусственной гравитации во время межпланетных полётов. В связи с этим во многих странах мира в последнее время появляется большое количество проектов ТГКА различной геометрической конфигурации.

Особое внимание уделяется проектам, которые используют ТГКА с дополнительными механическими связями между КА. Эти связи позволяют поддерживать геометрическую конфигурацию группировки при определённых условиях, что способствует снижению энергетических затрат.

Группировкам КА, использующим тросовые соединения, посвящено многочисленные работы отечественных и зарубежных специалистов. В настоящее время наиболее подробно исследованы линейные ТГКА. Здесь следует отметить пионерские работы Белецкого В.В., Левина Е.М., Алпатова А.П., Драновского В.И., Иванова В.А., Сазонова В.В. и др., а также зарубежных ученых Bekey I., Misra A.K., Williams P., Colombo G., Lorenzini E.C., Zhu Z.H., Kruijff M., Iñarrea M. и др. Значительный вклад в исследование линейных ТГКА внесли специалисты Самарского университета Асланов В.С., Ишков С.А., Заболотнов Ю.М., Ледков

А.С. и многочисленные их ученики, защитившие диссертации по рассматриваемой тематике. В последнее время появилось большое количество работ, в которых рассматриваются системы более сложной структуры, причём основное внимание уделяется треугольным конфигурациям ТГКА и структурам «ступица-спицы» с центральным КА и, как правило, с тремя концевыми КА. Этому направлению посвящены работы Misra A. K., Williams P., Pizzaro-Chong A., Cai Z., Huang B., Huang P., Zhang F., Заболотнова Ю.М., Chen S., Li A., Wang C., Liu C. и др. Необходимо отметить, что имеют отдельные работы, где рассматриваются пространственные ТГКА в виде пирамиды или двойной пирамиды авторов Bekey I., Williams P., Pizarro-Chong A., Misra A.K., Alary D., Сидоренко В.В., Притыкин Д.А. и др.

Анализ существующих исследований показывает, что большинство работ сосредоточено на плоских конфигурациях ТГКА треугольных и вида «ступица-спицы», причём КА представляются как материальные точки. Однако вопросы развёртывания систем плоских многоугольных конфигураций, начиная с квадрата, остаются недостаточно исследованными. Особенностью представляемой работы является рассмотрение КА, входящих в состав ТГКА, как твердых тел конечных размеров, то есть задачи развёртывания ТГКА рассматриваемых конфигураций исследуются в более полной постановки.

Из вышесказанного следует актуальность рассматриваемого диссертационного исследования.

Проведённые исследования и публикации по теме диссертационной работы составили важную часть отчётов по гранту «Динамический анализ и управление движением тросовой группировки микро-спутников» (РФФИ, №21-51-53002 ГФЕН_а, 2021-2022 г., рук. Заболотнов Ю.М.).

Объект исследования: многоэлементная тросовая группировка космических аппаратов.

Предмет исследования: законы и программы управления движением ТГКА в процессе их развёртывания.

Цель работы: разработка законов и программ управления развёртыванием многоэлементных ТГКА, стабилизация их движения при действии возмущений.

Для достижения цели исследования необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать математические модели движения ТГКА кольцевых конфигураций в виде правильных многоугольников и структуры «ступица-спицы» для построения номинальных законов и программ управления при их развёртывании.

2. Разработать номинальные законы и программы управления движением ТГКА рассматриваемых конфигураций при их развёртывании, обеспечивающие заданные их конечные состояния.

3. Разработать математические модели движения многоугольных ТГКА и конфигурации «ступица-спицы» для проверки возможности реализации предлагаемых законов и программ управления с учётом растяжимости тросов, движения КА относительно своих центров масс и других возмущений.

4. Провести численное моделирование управляемого движения ТГКА рассматриваемых конфигураций при их развёртывании с учётом действующих возмущений, подтверждающее возможность использования разработанных законов и программ управления.

5. Разработать дополнительные способы стабилизации движения ТГКА рассматриваемых конфигураций в процессе их формирования.

Методы решения. Для решения перечисленных задач применяются классические методы математики и теоретической механики, динамики полёта, теории управления и вычислительной математики.

Область исследования по содержанию, объекту и предмету исследования соответствует п. 5 «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА»; п. 6 «Разработка алгоритмов автономного и дистанционного управления траекторией ЛА, а также однородных и разнородных группировок ЛА» направлений исследований паспорта научной специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов (технические науки).

Научная новизна результатов.

1. С использованием уравнений Лагранжа разработаны упрощённые математические модели движения ТГКА рассматриваемых конфигураций и показано, что они могут быть использованы для построения номинальных законов и программ управления, предназначенных для формирования многоугольных ТГКА и структур «ступица-спицы».

2. Для ТГКА многоугольной конфигурации впервые получен общий параметрический закон управления натяжением тросов, который обеспечивает приведение ТГКА в заданное конечное состояние. Закон апробирован при формировании кольцевых структур, начиная с квадрата и кончая правильным семиугольником.

3. Впервые предложено и обосновано использование проводящих ток тросов для управления при развёртывании ТГКА конфигурации «ступица-спицы», что позволяет снизить требования к точности стабилизации концевых спутников относительно своих центров масс.

4. Для исследования вопросов реализации предлагаемых номинальных законов и программ управления разработаны модели движения рассматриваемых конфигураций ТГКА при действии возмущений, отличительной особенностью которых является учёт движения КА вокруг своих центров масс, что позволяет оценить влияние колебаний КА относительно тросов на качество предложенного управления.

5. В качестве дополнительного способа стабилизации квадратной ТГКА предложено и обосновано использование центрального вспомогательного груза, соединённого тросами с концевыми спутниками.

Практическая ценность работы.

Разработаны программы моделирования движения ТГКА рассматриваемых конфигураций в процессе их формирования и дальнейшего движения по орбите с учётом движения КА вокруг центров масс и при действии возмущений. Для каждой приведённой конфигурации определен принципиальный состав необходимых управляющих воздействий, необходимых для их развёртывания и переводе

системы в заданное состояние. Построены законы и программы управления движением рассматриваемых ТГКА, которые реализованы с использованием достаточно простых алгоритмов управления, что важно в практическом отношении. Результаты работы могут быть использованы при проектировании перспективных многоэлементных ТГКА.

Положения, выносимые на защиту.

1. Математические модели движения многоугольной кольцевой ТГКА и структуры «ступица-спица», предназначенные для построения номинального управления при их развёртывании.

2. Номинальные законы и программы формирования рассматриваемых многоэлементных ТГКА для их перевода в заданное конечное состояние, включая общий параметрический закон управления натяжением тросов при развёртывании ТГКА в виде правильных многоугольников, применимый для многоугольников с числом вершин больше трёх.

3. Математические модели пространственного движения рассматриваемых конфигураций ТГКА с учётом растяжимости тросов и углового движения КА, предназначенные для оценки возможности применимости разработанных номинальных законов и программ развёртывания ТГКА при действующих возмущениях.

4. Результаты численного моделирования движения рассматриваемых структур ТГКА в процессе их развёртывания при действии возмущений, и сформулированные выводы на основании проведённых исследований.

5. Способ развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с использованием проводящих ток тросов, взаимодействующих с магнитным полем Земли.

6. Предлагаемый метод стабилизации движения квадратной ТГКА, основанный на использовании центрального вспомогательного груза, соединённого тросами с концевыми спутниками.

Достоверность и апробация результатов.

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих всероссийских и международных конференциях: Международная молодёжная

научная конференция, посвящённая 60-летию полёта в космос Ю.А. Гагарина «XVI Королёвские чтения» (г. Самара, 2021 г.), V Российский симпозиум по наноспутникам с международным участием «RusNanoSat-2023» (г. Самара, 2023 г.), XXVI конференция молодых учёных "Навигация и управление движением" (г. Санкт-Петербург, 2024 г.), XXVII Всероссийский семинар по управлению движением и навигации летательных аппаратов (г. Самара, 2024 г.)

Исследования, проведённые в работе, основываются на корректном применении основных положений теоретической механики, динамики полёта КА, высшей и вычислительной математики, и подтверждаются численным моделированием движения ТГКА по моделям при действии возмущений с учётом движений КА вокруг своих центров масс и растяжимости тросов. Полученные результаты не противоречат известным результатам исследования динамики ТГКА другими авторами.

Личный вклад автора.

Все результаты, выносимые на защиту, получены при непосредственном его участии автора. Автором самостоятельно разработаны законы и программы управления развёртываем рассматриваемых ТГКА, проведены численные расчёты, подтверждающие основные положения и выводы работы.

Публикации.

По теме работы опубликовано 11 работ. Из них 3 статьи опубликованы в журналах РАН (индексируемых в RSCI), переводные версии которых входят в базы SCOPUS и Web of Science.

Структура и объём работы.

Работа состоит из введения, четырёх глав, списка основных сокращений и обозначений, заключения и списка литературы из 71 наименования. Объём работы – 107 страниц, диссертация содержит 39 рисунков и 7 таблиц.

1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАБОТ В ОБЛАСТИ ТРОСОВЫХ ГРУППИРОВОК КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

1.1 Аналитический обзор работ

1.1.1 Линейные ТГКА

Впервые концепция об использовании космической тросовой системы была описана К.Э. Циолковским в монографии «Грёзы о Земле и небе» в 1895 году. Идея заключалась в создании искусственной тяжести на обитаемой станции, соединённой в противовес тросом с балластной массой за счёт вращения вокруг общего центра масс [1, 2]. В той работе Циолковским была описана и концепция космического лифта, которая позволила бы перемещать объекты между поверхностью Земли и орбитой, используя длинный трос.

В зависимости от способа стабилизации углового движения линейные ТГКА можно разделить на вертикальные и вращающиеся. Система ТГКА называется вертикальной, если она вращается вокруг центра масс синхронно с орбитальным движением. В такой системе при её ориентации вдоль местной вертикали возникает режим гравитационной стабилизации. Если же средняя угловая скорость движения КТС превосходит орбитальную, то система называется стабилизированной вращением, или просто — вращающейся [3].

В качестве примера вертикальных ТГКА можно привести теоретические работы [4, 5, 6, 7]. Так в [4] исследуется случай, когда масса одного концевой тела много больше суммарной массы второго концевой тела и троса, причём последние сравнимы по массе. А в работе [5] рассматривается управление ТГКА, состоящей из двух малых космических аппаратов с массами сравнимых по величине, с моделью, учитывающей отклонение от вертикали.

С линейными ТГКА был проведён ряд экспериментов. Так В 1966 г. на «Gemini-11, 12» были проведены эксперименты с вертикальными ТГКА, которые показали принципиальную возможность создания гравитационной стабилизации на космическом тросе [2]. В первом эксперименте связка космических объектов

вращалась вокруг общего центра масс, а во втором — в устойчивом вертикальном положении [8].

В 1993-94 гг. были выполнены два американских эксперимента «SEDS-1» (Small Expendable Deployer System) и «SEDS-2». В первом эксперименте отрабатывался безрасходный спуск груза с орбиты, а во втором — развёртывание тросовой системы в вертикальное положение [8].

В этих экспериментах были проверены модели тросов, и испытания показали, что возвращаемый аппарат может быть развернут вниз на орбиту входа в атмосферу с помощью тросов.

Ещё один эксперимент по доставке груза на Землю с помощью тросов был осуществлён в 2007 г., получивший название «Young Engineers' Satellite 2» (YES2). Спускаемая на тросе капсула («Фотино») должна была опуститься в заданный район земной поверхности (рисунок 1.1). Для этого на орбите разворачивалась КТС длиной более 30 км.

Эксперимент YES2 был проведён с российского КА «Foton-M3». Спуск капсулы на тросе был осуществлён после завершения основной миссии КА «Foton-M3», когда его почти круговая орбита имела высоту примерно 270 км. При проведении эксперимента произошёл сбой в системе связи, и система управления ошибочно пришла к выводу, что выпуск троса остановился, поэтому механизм управления перестал тормозить трос. В связи с этим трос развернулся на полную длину. Послеполётный анализ также показал, что возвращение троса к вертикали (гравитационный маятник на орбите) произошёл, как и планировалось, обрезание троса с капсулой произошло вовремя и близко к номинальной точке её сброса [3,9,10].



Рисунок 1.1 – Художественная интерпретация эксперимента YES2 (сверху - КА «Фотон-М3», снизу - капсула «Фотино»)

Во вращающихся ТГКА для задания необходимой угловой скорости системы могут быть использованы двигатели малой тяги, расположенные на КА, или применены электромагнитные силы, действующие на проводящие ток тросы.

Электродинамические тросовые системы (ЭДТС) перспективны для межорбитальных переходов. ЭДТС работают по следующему принципу: по электропроводящему изолированному тросу создаётся ток в заданном направлении, за счёт возникающей в магнитном поле Земли силы Ампера (Лоренца) в зависимости от направления тока движение системы ускоряется или замедляется [1,11]. Эта концепция позволяет экономно изменять параметры орбиты КТС без затрат топлива.

Технология использования проводящих ток тросов в космосе активно разрабатывается. Достаточно сказать, что до настоящего времени различными странами проведено более 10 реальных тросовых экспериментов на орбите [12,13]. Далее рассмотрим наиболее известные эксперименты.

В 1992г был проведён американо-итальянский эксперимент TSS-1 (Tethered Satellite System-1). В орбитальном эксперименте TSS-1 предполагалось отвести от космического челнока «Атлантис» итальянский привязной спутник на электропроводном тросе длиной 20 км, и выполнить электродинамические и радиофизические исследования. Однако развернуть систему удалось всего на 265 м, затем трос зажал в лебёдке. На этом эксперимент был прекращён, и трос со спутником втянут обратно на борт челнока. Несмотря на неудачное завершение проекта TSS-1, часть запланированных экспериментов была проведена, и была подтверждена возможность получения тока в КТС [3, 12].

31 августа 2010 года Японское агентство аэрокосмических исследований провело эксперимент с космическим тросом под названием «Tether Technologies Rocket Experiment» (T-REX). Данный эксперимент был предназначен для тестирования нового типа электродинамического троса в ионосфере и для управления ориентацией робота с помощью троса в условиях микрогравитации при выходе ракеты на суборбиту. Ракета С-520-25 достигла максимальной высоты 309 км через 283 секунды после старта, завершила все наблюдательные работы и упала в океан юго-восточнее Утиноуры [12,14].

В 2019 году был проведён эксперимент Tether Electrodynamic Propulsion CubeSat Experiment (TEPCE). Цель эксперимента заключалась в изменении высоты орбиты ЭДТС, маневрирование связкой наноспутников без топлива, изменение плоскости орбиты связанных спутников. Космический аппарат в его орбитальной конфигурации состоял из двух концевых масс CubeSat, соединённых километровым электропроводящим тросом (рисунок 1.2). TEPCE использовал пружину для разделения наноспутников. Обе части отслеживались как один объект. 17 ноября трос был развернут и это привело к быстрому возвращению в атмосферу соединённых спутников [15,16].

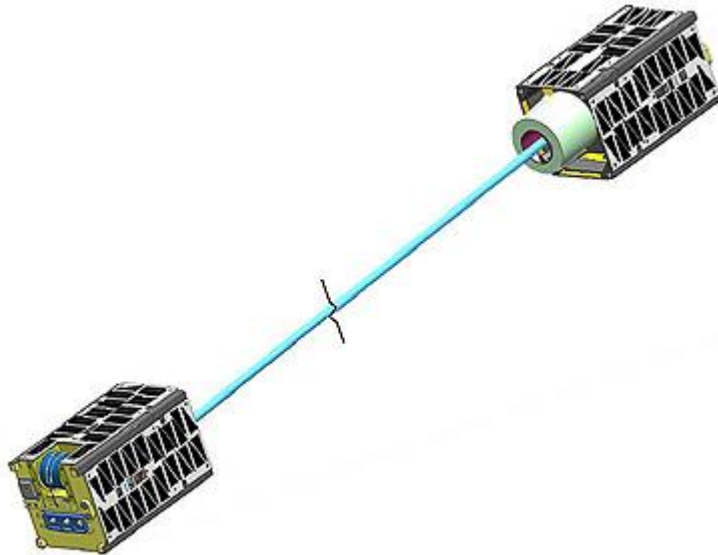


Рисунок 1.2 – ТЕРСЕ 1,2

1.1.2 Треугольные ТГКА

Треугольные ТГКА обычно расположены в плоскости орбиты или в плоскости, перпендикулярной плоскости орбиты. Такие группировки, как правило, стабилизированы вращением вокруг центра масс всей системы с некоторой заданной угловой скоростью. В настоящее время именно треугольным ТГКА уделяется наибольшее внимание в известных работах [17–26]. В работе [18] были рассмотрены задачи существования устойчивых состояний треугольной ТГКА в орбитальной плоскости и разработаны программы стабилизации [19] движения вращающейся треугольной тросовой группировки, основанные на линеаризации и принципе обратной связи. В исследованиях [20, 21, 22] рассматривались задачи управления развёртыванием вращающейся треугольной тросовой группировки космических аппаратов (ТГКА). В работе [20] учитывалась возможность как выпуска, так и втягивания тросов, тогда как в исследовании [21] было предложено робастное управление с применением режима скольжения по заданной поверхности (Sliding Mode Control, SMC). В работе [22] приведена стратегия управления с использованием интеграции несингулярного быстрого управления скользящим режимом (NFTSMC) с расширенным наблюдателем состояния (ESO), что в отличие от SMC может сократить время переходных процессов в системе управления вдвое. В работе [23] оценивается влияние атмосферных и

гравитационных возмущений на уже развёрнутую и вращающуюся треугольную ТГКА. Ещё одним примером развёртывания треугольной ТГКА с учётом возмущения является работа [24]. Известны работы [25, 26], в которых исследуется движение треугольной тросовой группировки вблизи точек либрации системы Земля–Луна на этапах развёртывания и при вращении в конечном состоянии.

Естественным развитием треугольных ТГКА является конфигурации типа «кольца» [1] и лучевые структуры или «созвездия» с центральным КА [17], которые могут быть как открытые, так и замкнутые.

1.1.3 ТГКА конфигурации «ступица – спицы» (Hub-Spoke)

В отличие от кольцевых конфигураций ТГКА, в системе «ступица - спицы» [27–32] управление в основном осуществляется с помощью главного центрального КА. Для обеспечения устойчивости движения такой системы на орбите она должна вращаться вокруг центрального тела с некоторой угловой скоростью. Устойчивость движения спутниковой группировки «ступица – спицы» в окрестности второй точки либрации системы Солнце–Земля было численно исследована в работе [27], что показало устойчивость данной структуры при движении по так называемым гало-орбитам. В работе [28] анализировалась устойчивость движения системы с использованием теории Ляпунова и неравенства Гамильтона-Якоби. В [29] были исследованы разные стратегии развёртывания конфигурации, состоящей из родительского спутника и четырёх субспутников. В результате исследований было получено, что для обеспечения стабилизации конфигурации минимальная скорость вращения родительского спутника должна быть больше, чем $\sqrt{3}\Omega$, где Ω – угловая скорость орбитального движения центра масс системы. Результаты моделирования [31] показали необходимость применения активного управления на фазах развёртывания и втягивания тросов в конфигурации «ступица – спицы» для сохранения окончательной конфигурации системы. В [32] показано, что если количество тросов со спутниками на конце равно четырём или меньше, то можно использовать открытую систему. В противном случае устойчивой является замкнутая структура, когда спутники,

находящиеся на периферии связаны между собой тросами. В работе [33] были получены условия устойчивости конфигурации «ступица – спицы» при её движении по эллиптической орбите вблизи Земли. В статьях [29–31] решалась задача развёртывания конфигурации «ступица - спицы», содержащая четыре троса, был проведён анализ динамики и различные программы развёртывания для этого типа конфигурации с учётом динамической связи между центральным телом и другими частями системы.

1.1.4 Пространственные ТГКА

Специалисты по механике космического полёта не оставляют без внимания и более сложные пространственные ТГКА, состоящие из четырёх и более спутников [17, 34, 36, 35]. Такие группировки могут быть использованы как распределённые системы дистанционного зондирования Земли, как космические интерферометры и т.д. В отличие от большого монолитного спутника, использование кластера малых спутников является более надёжным и универсальным решением [36].

В работах, посвящённых пространственным ТГКА в основном рассматриваются конфигурации в виде пирамиды (четыре спутника) [37, 38] или двойной пирамиды (пять спутников) [17]. Было установлено, что в случае, если ось вращения «двойной пирамиды» совпадает с местной вертикалью, проходящей через центр масс системы, то при движении этой группировки КА может быть устойчиво при соответствующем высоте пирамиды. В работе [37] проведён динамический анализ движения ТГКА пирамидальной конфигурации, состоящей из основного спутника, расположенного в вершине пирамиды и трёх спутников на периферии, имеющих связь только с основным на геостационарной орбите. Данная конфигурация сохраняет стабильность в заданном вертикальном положении относительно центра масс системы при использовании двигателей малой тяги. В работе [38] были продолжены исследования движения аналогичной спутниковой системы, описанной в [37]. В [38] проведено параметрическое исследование движения данной пирамидальной структуры, в результате которого показано, что

при правильном выборе параметров тросовой группировки периферийные спутники будут двигаться по кривым Лиссажу в плоскости, перпендикулярной локальной вертикали, и тросы будут находиться в натянутом состоянии.

В [39] исследовано применение нелинейного оптимального управления для определения периодических траекторий в конфигурации ТГКА двойной пирамиды. Динамика системы была описана во вращающейся орбитальной системе координат. Для стабилизации движения системы применяется управление, изменяющее длину тросов.

В монографиях [40, 41] рассматривается множество вопросов и решений, связанных с динамикой сложных тросовых и шарнирных формирований спутников. В них представлена общая постановка задачи управления движением для спутниковых образований с изменяемой структурой, распределённых в пространстве и соединённых механическими связями. Обсуждаются важные аспекты, такие как диссипация энергии, пассивное и активное демпфирование колебаний в космических тросовых системах со сложной структурой, развёртывание этих систем, а также взаимосвязь движений центра масс и относительно центра масс, резонансные и хаотические движения и другие вопросы. Однако значительно меньше внимания в известных работах уделено исследованию движения спутников относительно их центров масс в рамках тросовых группировок. Тем не менее, полное исследование движения тросовой группировки должно включать как анализ движения всей системы в целом, так и изучение динамики и управления движением отдельных спутников относительно их центров масс [1,40].

1.2 Решаемые задачи и описание схемы исследований

Аналитический обзор работ показал, что большинство исследований плоских конфигураций ТГКА сосредоточено на треугольных системах и конфигурациях «ступица-спицы», в то время как вопросы развёртывания многоугольных ТГКА, начиная с квадрата, в известных работах не рассматривались.

Для развёртывания ТГКА «ступица – спицы» в работе исследуются два подхода. Первый подход заключается в совместном применении двигателей малой тяги, установленных на концевых КА и устройств для выпуска тросов, которые обеспечивают плавное торможение на заключительном этапе формирования системы. Второй принципиально новый подход использует проводящие ток тросы, взаимодействующие с магнитным полем Земли, для создания вращающего момента относительно центра масс всей системы, обеспечивающего заданную угловую скорость ТГКА вокруг центра масс.

Следует отметить, что в отличие от известных работ вопросы развёртывания рассматриваемых многоэлементных ТГКА решаются в более полной постановке с учётом движения КА относительно своих центров масс, что позволяет осуществлять контроль за движением КА относительно направления тросов.

Цель работы: разработка законов и программ управления развёртыванием многоэлементных ТГКА, стабилизация их движения при действии возмущений.

Для достижения поставленной цели исследования необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать математические модели движения ТГКА кольцевых конфигураций в виде правильных многоугольников и структуры «ступица-спицы» для построения номинальных законов и программ управления при их развёртывании.

2. Разработать номинальные законы и программы управления движением ТГКА рассматриваемых конфигураций при их развёртывании, обеспечивающие заданные их конечные состояния.

3. Разработать математические модели движения многоугольных ТГКА и конфигурации «ступица-спицы» для проверки возможности реализации предлагаемых законов и программ управления с учётом растяжимости тросов, движения КА относительно своих центров масс и других возмущений.

4. Провести численное моделирование управляемого движения ТГКА рассматриваемых конфигураций при их развёртывании с учётом действующих

возмущений, подтверждающее возможность использования разработанных законов и программ управления.

5. Разработать дополнительные способы стабилизации движения ТГКА рассматриваемых конфигураций в процессе их формирования.

Для каждой рассматриваемой конфигурации ТГКА формулируется постановка задачи. В начальный момент структура ТГКА повторяет её геометрию в конечном состоянии и вращается в плоскости орбиты центра масс системы (в номинальном случае) как твёрдое тело с некоторой угловой скоростью, которая выбирается в процессе решения задачи. После освобождения механических связей (тросов) начинается процесс развёртывания ТГКА. Необходимо определить управления (исполнительные органы) и соответствующие управляющие воздействия на ТГКА (законы и программы управления), переводящие ТГКА в заданное конечное состояние. Для кольцевых ТГКА – это правильные многоугольники, для конфигурации «ступица-спицы» – это симметричная относительно центра масс «звёздная» структура, в которой три «спицы» составляют между собой 120 град. Все рассматриваемые конфигурации ТГКА в конечном итоге должны иметь необходимые размеры и вращаться относительно центра симметрии с заданной угловой скоростью.

В таблице 1.1 для каждой рассматриваемой структуры ТГКА приводятся выбранные способы управления их развёртыванием (управляющие воздействия). На рисунке 1.3 приводятся примеры конфигураций ТГКА, исследуемые в работе (для кольцевых ТГКА рассмотрены многоугольники с вершинами от четырёх до семи).

Для управления развёртыванием многоугольной ТГКА используются: 1) реактивные силы (рисунок 1.3а), приложенные к каждому КА (для создания необходимого вращающего момента относительно центра масс всей системы); 2) механизмы выпуска тросов, также расположенные на всех КА, и обеспечивающие программное изменение сил натяжения тросов.

Для управления развёртыванием ТГКА «ступица-спицы» применяются: 1) реактивные (рисунок 1.3б) или электромагнитные силы, приложенные к каждому

тросу как распределённые нагрузки; 2) три механизма выпуска тросов, расположенные на центральном КА.

Таблица 1.1 – Способы управления развёртыванием структур ТГКА

	Многоугольные замкнутые ТГКА	ТГКА «Ступица-спица» для развёртывания двигателями малой тяги	ТГКА «Ступица-спица» для развёртывания электромагнитными силами
Регулирование натяжение тросов	✓	✓	✓
Использование двигателей малой тяги	✓	✓	
Использование электромагнитных сил			✓

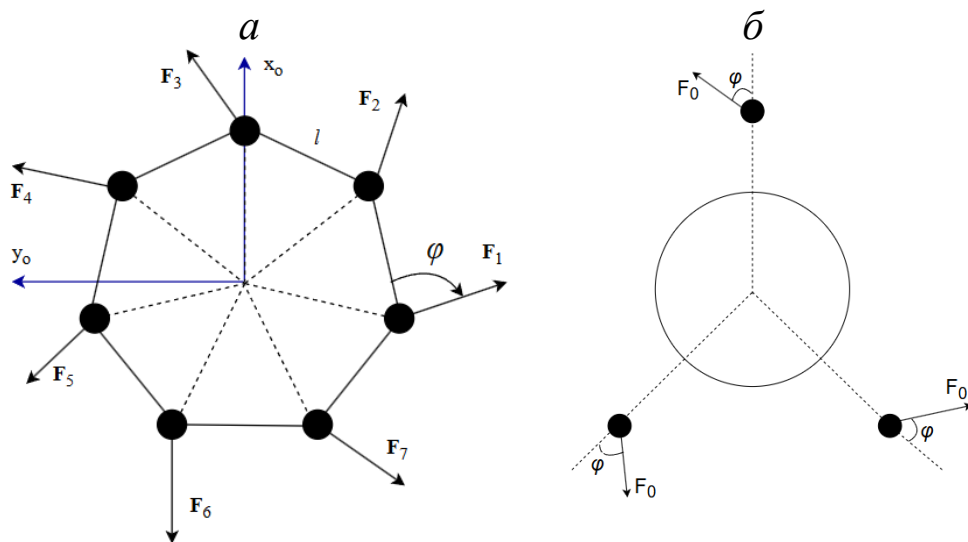


Рисунок 1.3 – Примеры геометрических структур ТГКА

Этапы разработки управления развёртыванием ТГКА представлены на рисунке 1.4

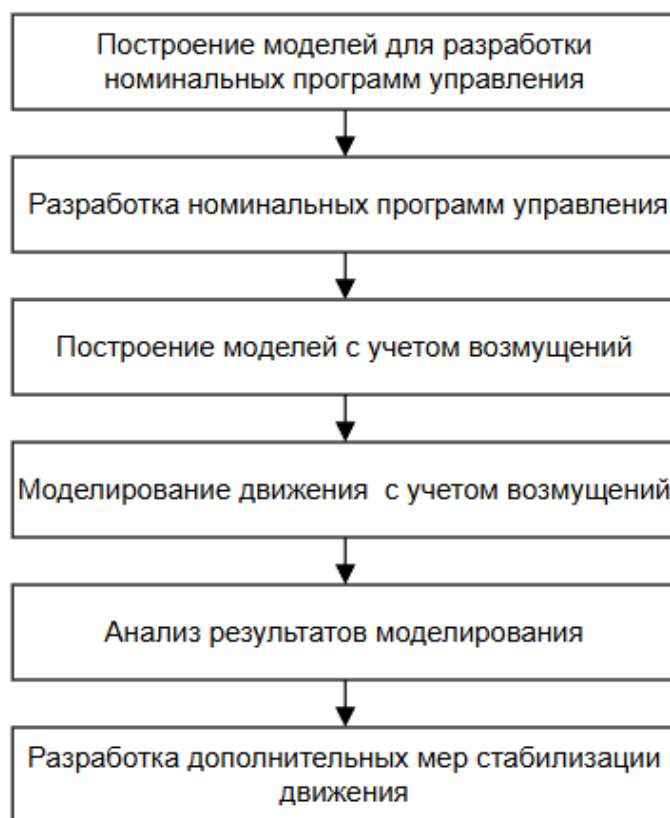


Рисунок 1.4 – Этапы разработки управления развёртыванием ТГКА

1.3 Результаты и выводы по первой главе

1. Проведён аналитический обзор известных работ по динамике и методам управления движением ТГКА различных конфигураций и описаны основные эксперименты (YES2, «Gemini-11, 12», ТЕРСЕ и другие), в том числе эксперименты с проводящими ток тросами.

2. Обзор работ для кольцевых ТГКА показал, что основное внимание уделялось методам формирования треугольных ТГКА, и большее число КА не рассматривалось.

3. Отсутствуют работы для ТГКА конфигурации «многоугольник», в которых бы при разработке методов управления учитывалось движение КА относительно своих центров масс.

4. Ранее для управления процессом развёртывания ТГКА конфигурации «ступица – спицы» проводящие ток тросы и электромагнитные силы не применялись.

5. Приводится цель работы и решаемые задачи, формулируется общая постановка задачи развёртывания многоэлементных ТГКА и приведены основные этапы разработки управления при развёртывании рассматриваемых ТГКА.

2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТГКА

В настоящее время применяется несколько подходов для построения математических моделей космических тросовых систем (КТС), и в частности, для ТГКА. Прежде всего необходимо отметить непрерывные уравнения движения КТС в частных производных [1,42-43]. Эту модель можно рассматривать как одну из наиболее полных и точных моделей движения КТС. Данная модель описывает движение КТС как системы с распределёнными параметрами, в которой трос представляется собой растяжимую и гибкую непрерывную механическую связь между КА. Модель позволяет описать довольно сложное поведение троса, его продольные и поперечные колебания и другие нелинейные эффекты, связанные с действием внешних сил и распределённых нагрузок, действующих на трос. При решении уравнений в частных производных могут быть использованы классические методы: метод конечных разностей, метод конечных элементов и другие методы, основанные на вариационных принципах. Однако данная модель в частных производных довольно редко используется на практике при описании поведения КТС. Это связано в основном в необходимости задания довольно сложных граничных и начальных условий движения тросов и распределённых нагрузок, действующих на КТС при её орбитальном движении, что вызывает определенные трудности. Кроме того, непрерывность данной модели не позволяет её использовать для описания случаев, когда тросы не натянуты, то есть провисают. Как показывают практика исследования движения КТС, в частности, в процессе их развёртывания такие случаи поведения тросов встречаются довольно часто. Если рассматривать применение уравнений в частных производных для описания движения ТГКА, то в этом случае математическая модель, естественно, ещё больше усложняется.

В связи с вышесказанным на практике для описания движения КТС как систем с распределёнными параметрами чаще всего используется дискретная модель, в которой трос представляется как множество большого количества материальных точек (узлов троса), соединённых безмассовыми пружинами [1, 44, 45]. Материальные точки в этой модели соединяются односторонними

механическими связями, то есть тросы могут как натянуты, так и нет. В последнем случае материальные точки, а также КА, которые могут быть представлены и как материальные точки, и как твёрдые тела конечных размеров, движутся независимо друг от друга согласно законам орбитальной механики. Частным случаем данной модели является, например, два и несколько КА, соединённых невесомыми упругими односторонними связями. Такой подход часто используется, если расстояние между КА сравнительно небольшое (не превышает несколько км) и масса троса много меньше масс КА. Модели, в которых трос представляется множеством материальных точек, чаще всего представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений сравнительно большой размерности (порядка сотен), причём уравнения движения записываются в геоцентрической системе координат, в неподвижной, которая принимается за инерциальную, или вращающейся вместе с Землёй.

Для упрощённого описания движения КТС и, в частности, ТГКА применяются математические модели, которые получаются с помощью уравнений Лагранжа [1,42-46]. Эти модели представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений сравнительно небольшой размерности и их решение классическими численными методами не представляет трудности. В этих моделях тросы представляют собой чаще всего нерастяжимые твёрдые механические связи, поэтому такие модели иногда называются стержневыми моделями. Естественно, при применении таких моделей имеется ограничение: тросы всегда должны быть натянуты. Модели, построенные с помощью уравнений Лагранжа, используются для получения аналитических оценок и решений, а также во многих случаях для предварительного построения программ и законов развёртывания КТС, в частности, ТГКА. Модели, построенные с помощью уравнений Лагранжа (стержневые модели), чаще всего записываются в подвижных системах координатах, например, в орбитальной системе координат, вращающейся вместе с местной вертикалью, проведённой из центра масс ТГКА в геометрический центр Земли. Понятно, что в этом случае в уравнениях движения КТС присутствуют силы инерции.

В настоящей работе стержневые модели используются для построения номинальных программ развёртывания ТГКА различных конфигураций, а проверка реализации этих программ при действии возмущений осуществляется с применением моделей, записанных в неподвижной геоцентрической системе координат. Причём отличительной особенностью таких моделей по сравнению с большинством известных работ является то, что КА, входящие в состав ТГКА, рассматриваются как твёрдые тела конечных размеров [47-49] *.

2.1 Модели движения для построения номинального управления развёртыванием ТГКА

При построении номинального управления развёртыванием ТГКА используются стержневые модели, построенные с помощью уравнений Лагранжа [50]. Движение ТГКА в номинальном случае (при номинальном управлении) – это идеальное желаемое движение системы при отсутствии каких-либо возмущений.

2.1.1 Упрощённая модель движения ТГКА многоугольной замкнутой конфигурации

На рисунке 2.1 показаны многоугольные замкнутые конфигурации ТГКА, для которых ниже строятся математические модели движения различной сложности. Замкнутые структуры ТГКА в своём конечном заданном состоянии представляют собой вращающиеся вокруг центра масс геометрические структуры в виде правильных многоугольников. Рассматривались структуры от квадрата до семиугольника.

При построении модели движения ТГКА многоугольной конфигурации с помощью уравнений Лагранжа использовались следующие допущения:

- 1) симметрия системы при её формировании сохраняется;
- 2) влияние гравитационных сил на движение системы не учитывается;
- 3) рассматривается плоское движение системы;
- 4) тросы нерастяжимы и невесомы;
- 5) КА – материальные точки.

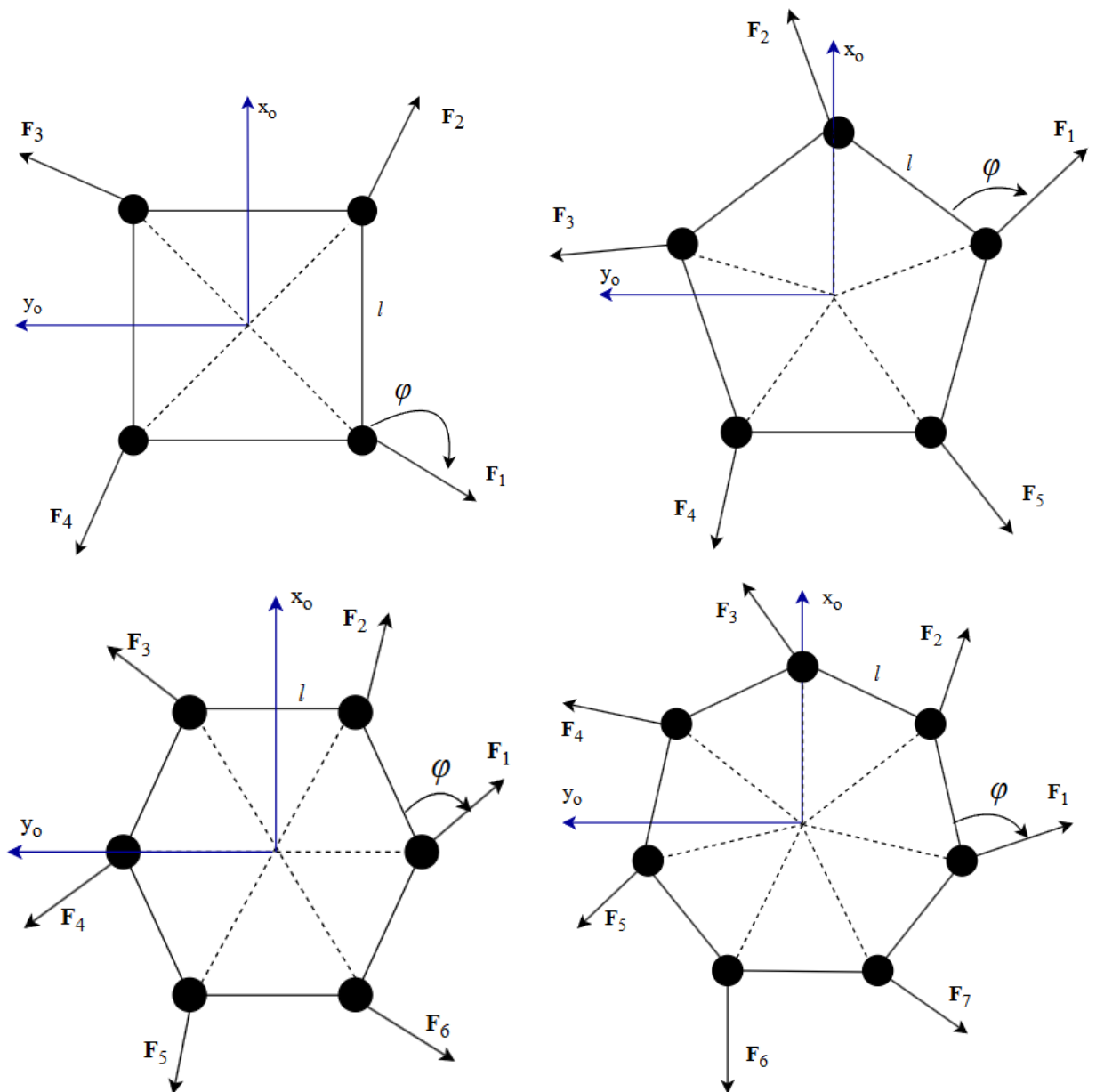


Рисунок 2.1 – Многоугольные ТГКА

Исходя из принятых допущений можно сделать вывод, что движение ТГКА рассматривается фактически как вращение правильного многоугольника вокруг его геометрического центра, который принимается за неподвижную точку.

Уравнения Лагранжа записываются в традиционной форме:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{l}} - \frac{\partial T}{\partial l} = Q_l, \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T_c}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T_c}{\partial \theta} = Q_\theta,$$

где l и θ – длина тросов и угол ориентации многоугольника относительно вертикали, T_c – кинетическая энергия.

Координаты КА как материальных точек в орбитальной системе координат, связанной с центром масс системы $cx_0y_0z_0$, где ось cx_0 направлена по радиусу-вектору центра масс, ось cy_0 – по трансверсали по направлению движения, ось cz_0 – дополняет систему координат до правой.

Координаты вершин многоугольника в системе координат $cx_0y_0z_0$ определяются из следующих выражений:

$$x_k(l, \theta) = r(l) \cos(\theta + \theta_{ok}), \quad (2.2)$$

$$y_k(l, \theta) = r(l) \sin(\theta + \theta_{ok}),$$

где $\theta_{ok} = (k - 1)\varphi_n$ ($k = 1, \dots, n$), $r(l) = \frac{l}{2} \sin(\frac{\psi_n}{2})$ – радиус описанной вокруг многоугольника окружности, $\psi_n = 2\pi/n$ – центральный угол многоугольника, соответствующий тросу длиной l .

Кинетическая энергия ТГКА определяется следующей формулой

$$T_c = \frac{1}{2} m \sum_{k=1}^n (\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2), \quad (2.3)$$

где m – масса одного КА

После подстановки выражений (2.2) в (2.3) и дифференцирования кинетическая энергия примет вид:

$$T_c = \frac{nm(l^2 + l^2 \dot{\theta}^2)}{8 \sin^2(\frac{\psi_n}{2})}. \quad (2.4)$$

Формулы для определения обобщённой силы по координате l имеют вид:

$$Q_l = Q_{l_F} + Q_{l_T}, \quad (2.5)$$

где $Q_{l_F} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial l} * \mathbf{F}_i$, $\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial l} \mathbf{F}_i = \frac{\partial x_i}{\partial l} F_{xi} + \frac{\partial y_i}{\partial l} F_{yi}$, n – количество вершин (материальных точек), $\mathbf{F}_i$ – векторы реактивных сил, $\mathbf{r}_i$ – радиусы-вектора вершин многоугольника относительно его геометрического центра.

Выражение для Q_{l_F} переписывается как

$$Q_{l_F} = n F_k \frac{\sin(\varphi - \frac{\psi_n}{2})}{2} \sin(\frac{\psi_n}{2}). \quad (2.6)$$

где φ – угол, который определяет направление действия реактивных сил (рисунок 2.1),

Для определения Q_{l_T} используется принцип возможных перемещений:

$$Q_{l_T} = \frac{\delta A_l}{\delta l} = \frac{-T\delta l}{\delta l} = -T,$$

где T – сила натяжения троса, которая равна для невесомого троса управляющей силе в механизме его выпуска.

Полная обобщённая сила Q_l будет иметь вид:

$$Q_l = Q_{l_F} - nT. \quad (2.7)$$

Аналогично вычисляется обобщённая сила по координате θ :

$$Q_{\theta_F} = nF_k \frac{\cos(\varphi - \frac{\psi_n}{2})}{2} \sin(\frac{\psi_n}{2}). \quad (2.8)$$

Дифференцируя кинетическую энергию и подставляя формулы (2.5 – 2.8) в (2.1), получим:

$$\ddot{l} - l\dot{\theta}^2 = Q_l f(n)/m, \quad (2.9)$$

$$\ddot{\theta} + \frac{2l\dot{\theta}}{l} = Q_{\theta} f(n)/m,$$

где $f(n) = 4 \sin^2(\psi_n/2)/n$.

Таким образом, дифференциальные уравнения (2.9) описывают развёртывание ТГКА симметричной многоугольной конфигурации при действии реактивных сил и сил натяжения тросов. Уравнения (2.9) являются упрощённой моделью, которая используется для построений номинального управления развёртыванием ТГКА в идеальном случае при отсутствии возмущений. Возможность реализации номинального управления формированием ТГКА проверяется по более сложной модели, учитывающей действие возмущений (раздел 3.2).

2.1.2 Упрощённая модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания реактивных двигателей

Конфигурация ТГКА «ступица – спицы» представляет собой лучевую или звёздную структуру, в центре которой находится КА сравнительно большой массы,

а на концах лучей (тросов) расположены малые КА или наноспутники (рисунок 2.2). Такая структура ТГКА устойчива на орбите, если она вращается вокруг центра масс с некоторой достаточной по величине угловой скоростью. Поэтому при развёртывании ТГКА «ступица – спицы» необходимо создать управляющий вращающий момент относительно центра масс системы. Рассматривается два варианта создания вращающего момента: 1) с помощью реактивных двигателей малой тяги, расположенных на концевых КА; 2) с помощью электромагнитных сил, действующих как распределённая нагрузка на проводящие ток тросы в магнитном поле Земли.

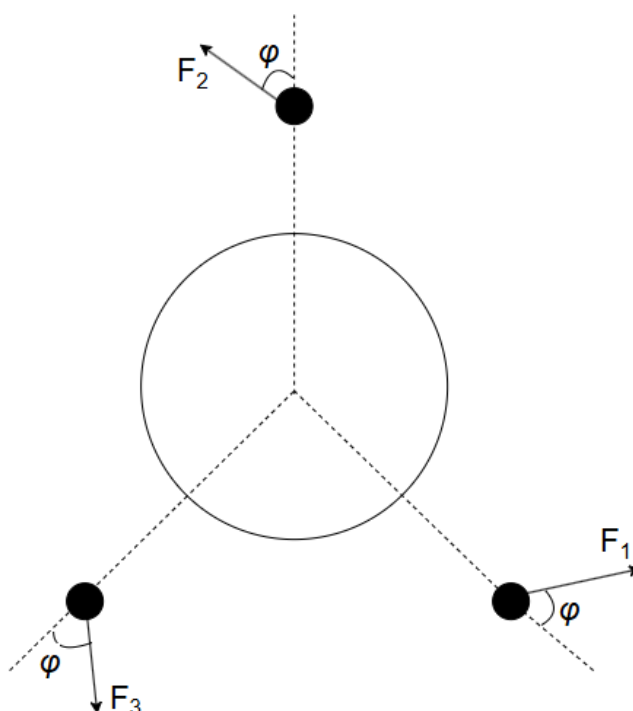


Рисунок 2.2 – ТГКА конфигурации «ступица-спица» (для формирования системы используются реактивные двигатели)

Для предварительного параметрического анализа движения системы при её формировании, для построения номинального управления при выпуске тросов и для выбора программы изменения тяг двигателей рассматривается построение модели движения ТГКА относительно центра масс с помощью уравнений Лагранжа. При построении упрощённой модели движения ТГКА конфигурации «ступица – спицы» при использовании реактивных двигателей на концевых КА использовались следующие допущения:

- 1) концевые спутники рассматриваются как материальные точки;
- 2) тросы нерастяжимы, невесомы и прямолинейны;
- 3) симметрия системы при её формировании сохраняется;
- 4) пренебрегается действием гравитационных сил;
- 5) центр масс системы совпадает с центром масс центрального КА;
- 6) рассматривается плоское движение системы.
- 7) центральный КА рассматривается как плоское твёрдое тело с заданным моментом инерции.

Уравнения Лагранжа записываются в традиционной форме (2.1).

Координаты концевых КА как материальных точек в орбитальной системе координат Ox_0y_0 (рисунок 2.4), связанной с центром масс системы, определяются из следующих выражений:

$$x_{ok}(l, \theta) = r \cos(\theta + \theta_{ok}) + l \cos(\theta_t + \theta_{ok}), \quad (2.10)$$

$$y_{ok}(l, \theta) = r \sin(\theta + \theta_{ok}) + l \sin(\theta_t + \theta_{ok}),$$

где $\theta_{ok} = \theta + \frac{2(k-1)\pi}{3}$, r — радиус центрального КА, который имеет сферическую форму, $k = \overline{1,3}$.

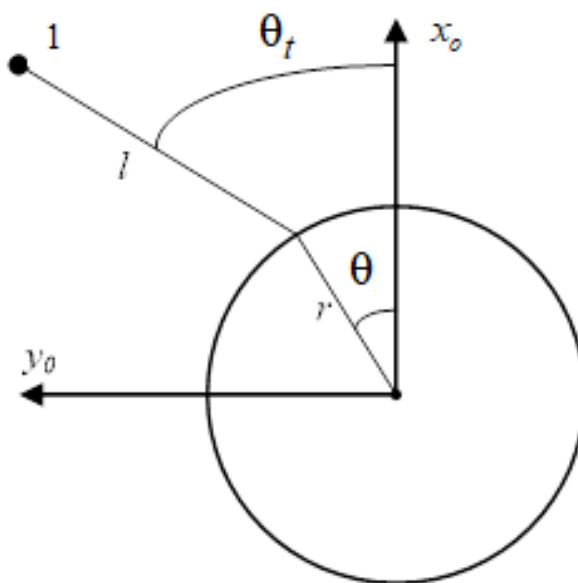


Рисунок 2.3 – Используемые обобщённые координаты (l, θ, θ_t) ТГКА конфигурации «ступица-спицы» в случае применения реактивных сил для создания необходимого вращающего момента

В этом случае кинетическая энергия системы равна:

$$T_c = \frac{1}{2} [J\dot{\theta}^2 + 3m \sum_{k=1}^3 (\dot{x}_{ok}^2 + \dot{y}_{ok}^2)], \quad (2.11)$$

где J — момент инерции центрального КА относительно своего центра масс, который в симметричном случае совпадает с центром масс всей системы; m — масса спутников.

Подставляя выражения (2.10) в (2.1) и проводя дифференцирование, получим:

$$A\ddot{q} = B, \quad (2.12)$$

где $q = (\ddot{l}, \ddot{\theta}, \ddot{\theta}_t)^T$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -r \sin(\theta - \theta_t) & 0 \\ -r \sin(\theta - \theta_t) & r^2 + J/3m & lr \cos(\theta - \theta_t) \\ 0 & lr \cos(\theta - \theta_t) & l^2 \end{pmatrix},$$

$$B = \frac{1}{3m} \begin{pmatrix} Q_l - m(3r\dot{\theta}^2 \cos(\theta - \theta_t) - 6r\dot{\theta}\dot{\theta}_t \cos(\theta - \theta_t) - 3l\dot{\theta}_t^2) \\ Q_\theta - m\dot{\theta}_t(6lr \cos(\theta - \theta_t) + 3lr\dot{\theta}_t \sin(\theta - \theta_t)) \\ Q_{\theta t} - 3lm(2l\dot{\theta}_t - r\dot{\theta}^2 \sin(\theta - \theta_t)) \end{pmatrix}$$

Силы и моменты, определяющие выражения для обобщённых сил, следующие: 1) малые тяги двигателей F_0 , составляющие угол φ с направления тросов и приложенные к каждому спутнику; 2) сила торможения троса в механизмах управления F_c ; 3) момент M_θ системы стабилизации углового движения КА. Здесь рассматривается два варианта, когда $M_\theta = 0$ и $M_\theta \neq 0$. В последнем случае осуществляется дополнительная стабилизация движения КА для согласования его угловой скорости с угловыми скоростями тросов.

Составляющие обобщённых сил, зависящие от векторов тяг $\mathbf{F}$, определяются через скалярные произведения:

$$\mathbf{Q}^{(F)} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial \mathbf{q}} \cdot \mathbf{F}_k \quad (2.13)$$

где вектор $\mathbf{r}_k$ имеет компоненты (1.2)—(1.3), $\mathbf{Q}^{(F)} = (Q_l^{(F)}, Q_\theta^{(F)}, Q_{\theta t}^{(F)})^T$.

К составляющим (2.13) добавляются слагаемые, зависящие от момента M_θ и силы F_c :

$$Q_l^{(F_c)} = -F_c, Q_\theta^{(M)} = M_\theta \quad (2.14)$$

Выражения (2.14) определяются стандартным способом через возможные элементарные перемещения. Суммируя (2.1313) и (2.14), получим:

$$Q_l = 3(F_0 \cos \varphi - F_c),$$

$$Q_\theta = 3F_0 r \sin(\varphi + \theta_t - \theta) + M_\theta, Q_{\theta t} = 3F_0 l \sin \varphi \quad (2.15)$$

Таким образом, система уравнений (2.12) совместно с выражениями (2.1515) описывает движение ТГКА с точностью до задания векторов тяги F_k , сил торможения в механизмах выпуска тросов F_c и момента M_θ системы стабилизации движения центрального КА. Кроме параметров и сил, от которых зависят правые части уравнений (2.11), необходимо задать начальные и конечные условия движения ТГКА: $l(0) = l_0, \theta(0) = \theta_t(0) = 0, \dot{l}(0) = V_r$ и $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_t(0) = \omega_0$ и $l(t_{end}) = l_{end}, \dot{l}(t_{end}) = V_{end} = 0, \dot{\theta}(t_{end}) = \dot{\theta}_t(t_{end}) = \omega_{end}$.

2.1.3 Упрощённая модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил

Случай использования реактивных сил для создания необходимого вращающего момента имеет особенность, усложняющую его практическую реализацию. Дело в том, что в этом случае надо обеспечить заданное направление действия реактивных сил относительно направления тросов (рисунок 2.3). А это можно обеспечить только в том случае, когда концевые КА имеют собственную систему стабилизации, что усложняет систему управления движением. Поэтому был предложен другой способ создания необходимого вращающего момента, основанный на применении электромагнитных сил. В этом случае используются принципы функционирования электродинамических космических тросовых систем (ЭДКТС), теоретические основы применения которых в настоящее время известны, что подтверждается многочисленными публикациями, например, [51-53]. Кроме того, известны более десятка реальных экспериментов на орбите с проводящими ток тросами [54-64], которые подтвердили их эффективность. При

применении проводящих ток тросов, движущихся вместе с КТС в магнитном поле Земли, на каждый участок троса действует сила Ампера (Лоренца), которая перпендикулярна тросу. Таким образом, возникает распределённая нагрузка, которая действует на трос и создаётся вращающий момент относительно центра масс КТС. В связи с вышесказанным отпадает необходимость в точной ориентации концевых КА, что, естественно, упрощает систему управления движением КТС.

По сравнению с предыдущим случаем, когда вращающий момент создавался с помощью реактивных сил, здесь добавляются следующие допущения:

- 1) вектор магнитной индукции магнитного поля Земли определяется в центре масс системы и постоянен;
- 2) нагрузка от сил Ампера равномерно распределена по длине каждого троса;
- 3) центральный КА – материальная точка;
- 4) в качестве модели магнитного поля Земли рассматривается прямой диполь [1].

Для получения упрощённой модели движения ТГКА используются уравнения Лагранжа (2.1). На рисунке 2.5 представлены соответствующие векторы обобщённых координат.

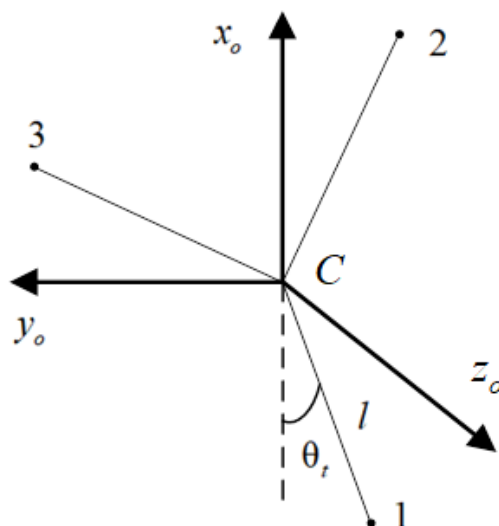


Рисунок 2.5 – Схема ТГКА конфигурации «ступица-спицы» с обобщёнными координатами (l, θ_i) в случае применения электромагнитных сил для создания необходимого вращающего момента

Координаты спутников определяются в плоском случае в орбитальной системе координат:

$$x_{ok} = l \cos(\theta_t + \theta_{ok}), y_{ok} = l \sin(\theta_t + \theta_{ok}), z_{ok} = 0 \quad (2.16)$$

где $\theta_{ok} = 2(k-1)\pi/3, k = \overline{1,3}$

Кинетическая энергия системы:

$$T_c = T_{c0} + \frac{3}{2} m \sum_{k=1}^3 (\dot{x}_{ok}^2 + \dot{y}_{ok}^2) \quad (2.17)$$

Где m – масса спутников, $T_{c0} = const$ – кинетическая энергия центрального КА.

Вычисление компонент обобщённых сил:

$$Q_{\theta_t} = 3Fl/2, Q_l = -3T \quad (2.18)$$

где $F = B_o I$ – сила Ампера, T – сила натяжения троса.

Уравнения Лагранжа после преобразований:

$$\ddot{\theta}_t = Q_{\theta_t}/3l^2m - 2l\dot{\theta}_t/l, \ddot{l} = Q_l/3m + l\dot{\theta}_t^2. \quad (2.19)$$

Таким образом, в соответствии с принятыми допущениями получены упрощённые уравнения движения ТГКА конфигурации «ступица – спицы» (2.1), учитывающие действие электромагнитных сил на систему.

2.2 Модели движения ТГКА с учётом действующих возмущений

Более сложные модели движения ТГКА строятся с использованием уравнений, записанных в неподвижной геоцентрической системе координат, которая принимается за инерциальную. При построении таких математических моделей используются классические положения теоретической механики: законы Ньютона, теорема о движении твёрдого тела относительно центра масс. Построенные ниже системы уравнений движения ТГКА записываются с учётом движения КА относительно своих центров масс, что их отличает от известных работ, посвящённых ТГКА.

Особенностью моделей, записанных в геоцентрической неподвижной системе координат, является запись кинематических уравнений углового движения КА в форме уравнений Эйлера – Пуассона, где интегрируемыми переменными

системы обыкновенных дифференциальных уравнений являются компоненты матрицы перехода от геоцентрической неподвижной к связанной с КА системам координат. При моделировании движения ТГКА с использованием построенных ниже моделей в геоцентрической неподвижной системе координат не имеют места многие допущения, которые были приняты при построении упрощённых моделей движения ТГКА, а именно, КА рассматриваются, как правило, как твёрдые тела конечных размеров; тросы рассматриваются как растяжимые односторонние механические связи (при растяжении используется закон Гука), то есть допускается их ослабление; учитывается взаимное влияние угловых движений КА и тросов; рассматривается пространственное движение системы; оценивается влияние ошибок в начальных условиях движения (включая ошибки, возникающие при разделении КА) на процесс формирования ТГКА; оценивается качество работы системы стабилизации КА и управляющих механизмов выпуска тросов; при моделировании углового движения КА учитывается их малая статическая и динамическая асимметрия. Для конфигурации ТГКА «ступица – спицы» при ее формировании с помощью электромагнитных сил моделируется процесс формирования системы на орбитах с ненулевым наклоном.

2.2.1 Модель движения ТГКА многоугольной конфигурации в геоцентрической неподвижной системе координат

Для описания модели движения ТГКА необходимо задать уравнения движения центров масс:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 &= \mathbf{G}_1 + \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_n + \mathbf{F}_1 \\ m_k \ddot{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{G}_2 + \mathbf{T}_k - \mathbf{T}_{k-1} + \mathbf{F}_k \quad (k = 2, \dots, n-1) \\ m_n \ddot{\mathbf{R}}_n &= \mathbf{G}_n + \mathbf{T}_n - \mathbf{T}_1 + \mathbf{F}_n \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $\mathbf{R}_k$ ($k=1, \dots, n$) – радиус-векторы центров масс КА, $\mathbf{F}_k$ – реактивные силы, $\mathbf{G}_k = -\mu m_k \mathbf{R}_k / R_k^3$ – гравитационные силы, μ – гравитационная постоянная, $\mathbf{T}_k$ – силы натяжения тросов, приложенные к k -й точке и направленные к следующей точке.

Динамические уравнения Эйлера для КА имеют вид

$$\dot{\omega}_k = J_k^{-1}(\mathbf{M}_k - \omega_k \times J_k \omega_k), k = 1, \dots, n \quad (2.21)$$

где ω_k , J_k и $\mathbf{M}_k$ – векторы угловых скоростей, тензоры инерции и векторы моментов, действующих на k -й КА. Векторные уравнения проецируются на оси главных связанных систем координат КА $c_k x_k y_k z_k$

Моменты $\mathbf{M}_k$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{T}_1 - \mathbf{r}'_1 \times \mathbf{T}_4 + \mathbf{M}_1^{(F)}, \\ \mathbf{M}_k &= \mathbf{r}_k \times \mathbf{T}_k - \mathbf{r}'_k \times \mathbf{T}_{k-1} + \mathbf{M}_k^{(F)} (k = 2, \dots, n-1), \\ \mathbf{M}_n &= \mathbf{r}_n \times \mathbf{T}_n - \mathbf{r}'_n \times \mathbf{T}_1 + \mathbf{M}_n^{(F)}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $\mathbf{r}_k$ и $\mathbf{r}'_k$ – радиус-вектора точек крепления тросов относительно центров масс КА (рисунок 2.6), $\mathbf{M}_k^{(F)}$ ($k = 1, \dots, n$) – моменты от реактивных сил, если линии их действия не проходят через центр масс КА. В динамических уравнениях (2.20) гравитационные и аэродинамические моменты не учитываются.

Положение связанных систем координат $c_k x_k y_k z_k$ относительно геоцентрической неподвижной системы координат OXYZ определяется с помощью кинематических уравнений Эйлера–Пуассона

$$\dot{\mathbf{e}}_{xk} = \omega_k \times \mathbf{e}_{xk}, \dot{\mathbf{e}}_{yk} = \omega_y \times \mathbf{e}_{yk}, \dot{\mathbf{e}}_{zk} = \omega_k \times \mathbf{e}_{zk} \quad (2.23)$$

где $\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}$ ($k = 1, \dots, n$) – орты главных связанных систем координат.

Запись кинематических уравнений в форме (2.23) позволяет с одной стороны избежать вычисления поправок в кинематических уравнениях, когда, например, положение КА определяется относительно подвижной системы координат, а с другой стороны при численных расчётах использовать одни и те же алгоритмы матричных вычислений для всех КА, например, при определении их положения относительно направлений тросов. Кроме того, уравнения (2.23) не имеют особенностей, свойственных кинематическим уравнениям, записанным с использованием углов Эйлера.

Зная матрицу перехода $E_k = (\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk})$ от системы координат OXYZ к связанным системам координат каждого КА $c_k x_k y_k z_k$, нетрудно определить углы между векторами $\mathbf{r}_k$ и $\mathbf{r}'_k$ (рисунок 2.6) и направлениями тросов.

$$\alpha_k = \arccos\left(\frac{\Delta \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{r}_k}{r_k \Delta r_k}\right), k = 1, \dots, n$$

$$\alpha'_k = \pi - \arccos\left(\frac{\Delta \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{r}'_k}{r'_k \Delta r_{k-1}}\right), k = 2, \dots, n,$$

$$\alpha'_1 = \pi - \arccos\left(\frac{\Delta \mathbf{r}_4 \cdot \mathbf{r}'_1}{r'_1 \Delta r_4}\right)$$
(2.24)

где $\Delta \mathbf{r}_k = \mathbf{R}_{k+1} + \mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{R}_k - \mathbf{r}'_k (k = 1, \dots, n-1), \Delta \mathbf{r}_n = \mathbf{R}_1 + \mathbf{r}_1 - \mathbf{R}_n - \mathbf{r}'_n$,
 причем угол между векторами $\mathbf{r}_k$ и $\mathbf{r}'_k$ равен $\pi - \psi_n$

Для определения нерастянутых длин тросов L_k , выпущенных из механизмов управления, используются динамические уравнения [45, 65]

$$m_{in} \ddot{L}_k = T_k - U_k, \quad (2.25)$$

где U_k – управляющие силы, тормозящие тросы; m_{in} – параметр, учитывающий инерционность механизмов управления.

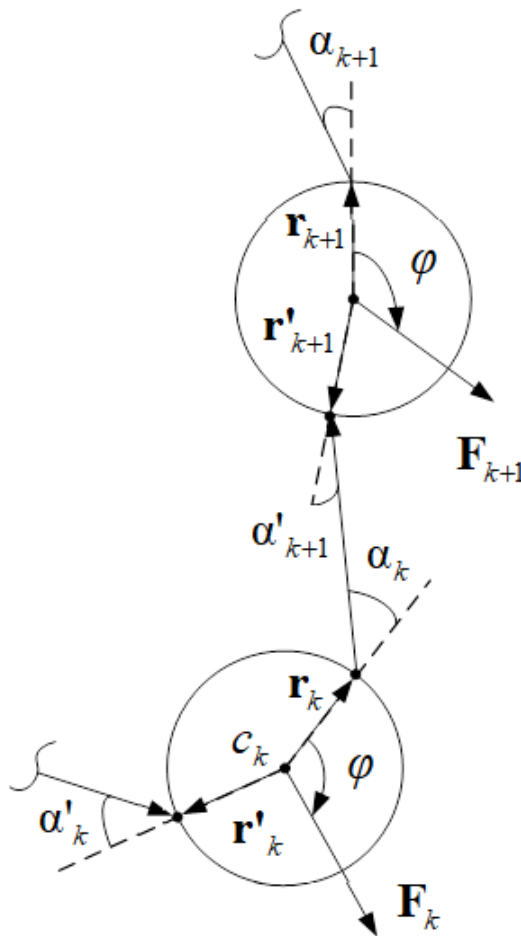


Рисунок 2.6 – Положения КА как твердых тел относительно тросов

Управляющие силы определяются следующим образом

$$U_k = K_l(L_k - l) + K_v(\dot{L}_k - \dot{l}) \quad (2.26)$$

где, K_l, K_v – коэффициенты обратной связи, $l, \dot{l}$ – номинальные значения длины и скорости тросов. Так как управляющие механизмы работают только на торможение, поэтому если $\dot{L}_k \leq 0$ или $T_k \leq 0$, то $\dot{L}_k = \ddot{L}_k = 0$.

Силы натяжения тросов T_k определяются по закону Гука и с учётом односторонности механических связей между КА.

$$T_k = T_k \Delta r_k / \Delta r_k, \quad (2.27)$$

$$T_k = \begin{cases} C \frac{\Delta r_k - L_k}{L_k}, & \text{if } \Delta r_k - L_k \geq 0 \\ 0, & \text{if } \Delta r_k - L_k < 0 \end{cases}$$

где $k = 1, \dots, n$, $C = ES$, где E – модуль упругости Юнга, S – площадь поперечного сечения тросов.

Система уравнений (2.20), (2.21), (2.23), (2.25) с учётом (2.22), (2.26), (2.27) описывает пространственное движение ТГКА в геоцентрической системе координат $OXYZ$ и используется для оценки реализуемости номинального управления при действии возмущений. Следует отметить, что все перечисленные уравнения связаны между собой и интегрируются совместно, т.е. движения центров масс и относительно центров масс как КА, так и всей системы, не разделяются. При этом учитывается взаимное влияние продольных колебаний тросов и угловых колебаний КА вокруг центров масс, переменность направлений действия реактивных сил F_k , связанная с движениями КА относительно своих центров масс, изменение орбиты центра масс системы.

2.2.2 Модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в геоцентрической неподвижной системе координат в случае использования для её развёртывания реактивных сил

Проверка возможности реализации номинальных программ формирования ТГКА производится с использованием более сложных моделей движения системы, учитывающей растяжимость и односторонность механических связей между КА,

работу системы регулирования с учётом инерционности механизмов управления, возможный пространственный характер движения ТГКА при наличии возмущений, связанных с начальными условиями движения и асимметрией КА.

Прежде всего рассмотрим построение математической модели движения ТГКА конфигурации «ступица – спицы» для анализа процесса её развёртывания с применением реактивных двигателей.

Уравнения движения центров масс центрального КА и концевых КА записываются в геоцентрической системе координат $OXYZ$, где плоскость OXY совпадает с плоскостью экватора, а ось OX направлена в точку весеннего равноденствия:

$$m_c \ddot{\mathbf{R}}_c = \mathbf{G}_c + \sum_{k=1}^3 \mathbf{T}_{ck}, \quad (2.28)$$

$$m_c \ddot{\mathbf{R}}_k = \mathbf{G}_k + \mathbf{T}_{kc} + \mathbf{F}_k, \quad (k = 1, 2, 3),$$

где $\mathbf{T}_{ck} = -\mathbf{T}_{kc}$ – силы натяжения тросов, $\mathbf{R}_c, \mathbf{R}_k$, – радиус-вектора центров масс КА и спутников, $\mathbf{F}_k$ — реактивные силы малой тяги, $\mathbf{G}_c = -\mu m_c \mathbf{R}_c / R_c^3$, $\mathbf{G}_k = -\mu m_k \mathbf{R}_k / R_k^3$ – гравитационные силы, μ — гравитационная постоянная.

Силы натяжения тросов соответствуют односторонней механической связи между КА и спутниками, и определяются по формулам (2.28).

Векторы $\Delta \mathbf{r}_k (k = 1, 2, 3)$ определяются выражениями:

$$\Delta \mathbf{r}_k = (\mathbf{R}_k + \mathbf{r}_k) - (\mathbf{R}_c + \mathbf{r}_{ck}) \quad (2.29)$$

где векторы $\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_{ck}$ — определяют положение точек крепления тросов к КА и спутникам относительно их центров масс. На рисунке 2.7 в качестве примера показано, как определяется вектор $\Delta \mathbf{r}_1$.

Векторы тяг двигателей $\mathbf{F}_k (k = 1, 2, 3)$ составляют постоянные углы $\varphi_k = \varphi$ (рисунок 2.2) с осями $c_k x_k$ связанных систем координат спутников (лежат в плоскостях $c_k x_k y_k$). При отсутствии возмущений (номинальный случай) плоскости $c_k x_k y_k$ совпадают с плоскостью вращения всей системы относительно своего центра масс.

Процесс выпуска троса моделируется с помощью динамических уравнений (2.25) [66].

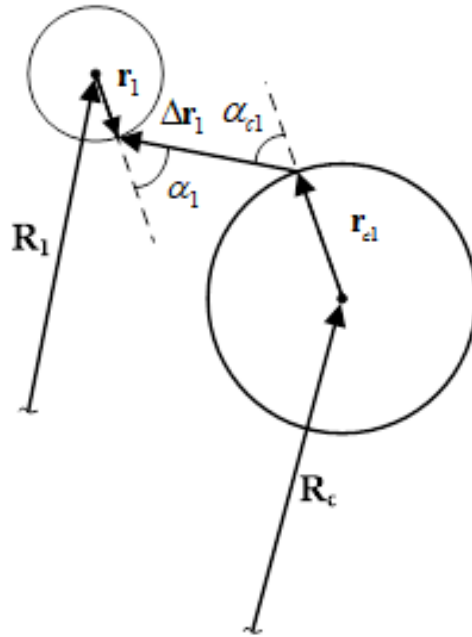


Рисунок 2.7 –Определение углов ориентации КА и спутников.

Силы торможения в механизмах управления определяются с использованием принципа обратной связи (2.26). Такой принцип управления выпуском троса использовался ранее при проведении реального тросового эксперимента на орбите YES2 [67]. Предполагается, что механизмы выпуска троса осуществляют только торможение троса, поэтому если $T_{kc} - U_k \leq 0$ или $T_{kc} \leq 0$, то выпуск троса прекращается $\dot{L}_k = \ddot{L}_k = 0$.

Динамические уравнения Эйлера для КА и спутников записываются в традиционной форме:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_c &= J_c^{-1}(\mathbf{M}_c - \omega_c \times J_c \omega_c), \\ \dot{\omega}_k &= J_k^{-1}(\mathbf{M}_k - \omega_k \times J_k \omega_k),\end{aligned}\tag{2.30}$$

где ω_c, ω_k и J_c, J_k — векторы угловых скоростей и тензоры инерции КА и k -ого спутника, $\mathbf{M}_c, \mathbf{M}_k$ — векторы моментов, действующих на КА и спутники. Так как предполагается, что эллипсоиды инерции КА и спутников близки к сфере и рассматривается движение ТГКА на высоких орбитах, то гравитационные и аэродинамические моменты не учитываются. Тензоры инерции J_c, J_k здесь определяются в главных связанных системах координат.

Кинематические уравнения используются в форме уравнений Эйлера–Пуассона (2.23).

Аналогично записываются кинематические уравнения для концевых КА.

Моменты $\mathbf{M}_c, \mathbf{M}_k$ в главных связанных системах координат определяются следующим образом:

$$\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_\theta + \sum_{k=1}^3 \mathbf{r}_{ck} \times \mathbf{T}_{ck}, \mathbf{M}_k = \mathbf{r}_k \times \mathbf{T}_{kc} + \mathbf{M}_{Fk} \quad (2.31)$$

где $\mathbf{M}_{Fk}$ — моменты от сил тяги $\mathbf{F}_k (k = 1, 2, 3)$, если линии их действия не проходят через центры масс спутников; $\mathbf{M}_\theta$ — управляющий момент, приложенный к КА для согласования угловых скоростей вращения КА и тросов. Момент $\mathbf{M}_\theta$ определяется по формуле $M_\theta = k_\theta(\dot{\theta} - \dot{\theta}_t)$ и его вектор перпендикулярен плоскости связанной с КА системы координат $c_c x_c y_c$ (рисунок 2.2). В номинальном случае плоскость $c_c x_c y_c$ совпадает с плоскостью вращения системы до ее разделения с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_0$.

Проекции единичных векторов $\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}$ на оси неподвижной системы координат $OXYZ$ являются компонентами матриц E_k перехода от системы координат $OXYZ$ к связанным системам координат каждого спутника (аналогично для КА):

$$E_k = (\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}) \quad (2.32)$$

При интегрировании уравнений (2.31) должны с заданной погрешностью выполняться условия ортогональности векторов $\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}$ и $|\mathbf{e}_{xk}| = |\mathbf{e}_{yk}| = |\mathbf{e}_{zk}| = 1$. Для этого используется алгоритм коррекции, основанный на минимизации корректирующих добавок при изменении значений компонент векторов $\mathbf{e}_{xk}, \mathbf{e}_{yk}, \mathbf{e}_{zk}$ [68].

Для контроля колебаний спутников относительно тросов и колебаний тросов относительно направлений векторов $\mathbf{r}_{ck}$ (рисунок 2.6) осуществляется вычисление углов:

$$\alpha_k = \pi - \arccos\left(\frac{\Delta \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{e}_{xk}}{\Delta r_k}\right) \quad (2.33)$$

$$\alpha_{ck} = \arccos \left(\frac{\Delta r_k \cdot r_{ck}}{\Delta r_k r_{ck}} \right), (k = 1, 2, 3)$$

В общем случае при наличии возмущений амплитуды колебаний пространственных углов (2.33) должны быть ограничены относительно своих невозмущённых значений $\alpha_k = \alpha_{ck} = 0$.

Система уравнений (2.29), (2.32)–(2.33) описывает пространственное движение ТГКА с учётом растяжимости тросов (они считаются невесомыми), работы механизмов выпуска тросов и движения спутников и КА относительно своих центров масс, и может быть проинтегрирована при соответствующем задании начальных условий (начальная задача). При интегрировании системы (2.28), (2.30)–(2.31) в основном используются матричные вычисления.

2.2.3 Модель движения ТГКА конфигурации «ступица - спицы» в геоцентрической неподвижной системе координат в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил

Математическая модель движения ТГКА конфигурации «ступица – спицы» в геоцентрической неподвижной системе координат, описывающая движение в процессе её развёртывания и использующая при этом электромагнитные силы, отличается от описанных выше аналогичных моделей тем, что проводящий ток трос рассматривается как совокупность или множество материальных точек, связанных между собой последовательно с помощью безмассовых упругих односторонних механических связей. Это позволяет при моделировании процесса развёртывания ТГКА учесть массу тросов и изменение их формы (которая отлична от прямолинейной) под действием распределённой нагрузки от электромагнитных сил.

Теоретические основы применения проводящих ток тросов для управления движением КТС детально разработаны во многих известных публикациях в высокорейтинговых журналах, например, [51–53]. Основные положения теории применения ЭДКТС были подтверждены посредством проведения многочисленных экспериментов на орбите различными странами мира [54–64]. С помощью энергоустановок одного из КА (как правило большей массы), который

играет роль анода, на концах троса генерируется разность потенциалов между КА [1], причём другой КА малой массы играет роль катода. В конечном итоге возникает электрический контур, который замыкается через ионосферу Земли, имеющей в своём составе свободные электроны [1,69]. Чаще всего используются изолированные проводящие ток тросы, которые не взаимодействуют ионосферной плазмой по своей длине. Здесь рассматривается именно этот случай. Таким образом, в рассматриваемой варианте использования проводящих тросов при управлении движением ТГКА конфигурации «ступица – спицы» центральный КА играет роль анода, малые концевые спутники – катоды.

Используемая ниже модель магнитного поля Земли – прямой диполь, это когда магнитный полюса расположены на оси вращения Земли. На самом деле ось магнитного поля Земли составляет примерно 11 град с осью вращения Земли, что соответствует модели магнитного поля «наклонный диполь». Здесь необходимо отметить, что эффект от применения модели «наклонный диполь» аналогичен соответствующему эффекту от изменения наклона орбиты.

Уравнения, описывающие движение центров масс центрального КА, малых спутников и множества материальных точек, моделирующих движения тросов, имеют вид:

$$m_s \ddot{\mathbf{R}}_s = \mathbf{G}_s - \sum_{i=1}^3 \mathbf{T}_1^{(i)} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{F}_0^{(i)}, \quad (2.34)$$

где $\mathbf{R}_1^{(i)}, \dots, \mathbf{R}_n^{(i)}, i = \overline{1,3}$ – радиус-векторы материальных точек, на которые разбивается трос, и концевых КА (n); $\mathbf{G}_s$, $\mathbf{G}_k^{(i)}$ – гравитационные силы, $\mathbf{T}_k^{(i)}$ – сила натяжения троса, приложенная к k -й точке i -ого троса, $\mathbf{F}_k^{(i)}$ – сила Ампера, приложенная к k -й точке i -ого троса, $\mathbf{F}_0^{(i)}$ – составляющая силы Ампера, приложенной к первому участку i -ого троса и действующая на центральный КА. В системе (2.34) концевые спутники рассматриваются как материальные точки.

Схема сил, действующих на ТГКА, приводится на рисунке 2.8.

Силы натяжения тросов определяются следующим образом:

$$\mathbf{T}_k^{(i)} = T_k^{(i)} \Delta \mathbf{r}_k^{(i)} / \Delta r_k^{(i)}, \quad (2.35)$$

$$T_k^{(i)} = \begin{cases} c \frac{\Delta r_k^{(i)} - L_k^{(i)}}{L_k^{(i)}}, & \text{if } \Delta r_k^{(i)} - L_k^{(i)} \geq 0 \\ 0, & \text{if } \Delta r_k^{(i)} - L_k^{(i)} < 0 \end{cases},$$

где $\Delta \mathbf{r}_k^{(i)} = \mathbf{R}_{k-1}^{(i)} - \Delta \mathbf{R}_k^{(i)}$ – радиус-векторы, соединяющие точки крепления тросов, $L_k^{(i)}$ – нерастянутые длины участков тросов, $\mathbf{R}_0^{(i)}$ – радиус-векторы точек крепления тросов к центральному КА (центральный КА – твёрдое тело), $c = ES$, E – модуль Юнга, S – площадь поперечного сечения троса. Выражения (2.35) соответствуют односторонней механической связи между точками троса и точками его крепления к центральному КА, причём для описания растяжения тросов используется закон Гука.

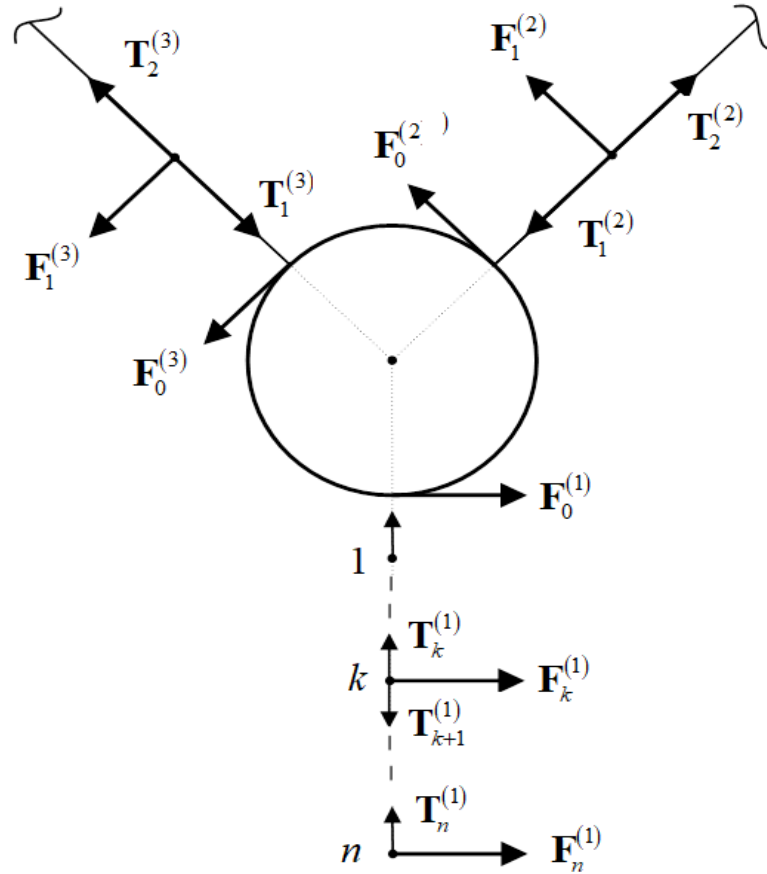


Рисунок 2.8 – ТГКА как распределённая система: схема действующих сил

Силы Ампера $\mathbf{F}_k^{(i)}$, действующие на k -й участок i -го троса, вычисляются как [69]

$$\Delta \mathbf{F}_k^{(i)} = I(\Delta \mathbf{r}_k^{(i)} \times \mathbf{B}_k^{(i)}) \quad (2.36)$$

где $\mathbf{B}_k^{(i)}$ – вектор магнитной индукции.

Модель магнитного поля Земли (прямой диполь) [1]:

$$\mathbf{B}_k^{(i)} = B_0 \left[\mathbf{e} - 3 \left(\mathbf{e} \mathbf{e}_k^{(i)} \right) \mathbf{e}_k^{(i)} \right] \quad (2.37)$$

где $B_0 = \mu_m / r_c^3$, $\mu_m = 8 \cdot 10^6 \text{ Тл} \cdot \text{км}^3$ – магнитный момент земного диполя, $\mathbf{e}_k^{(i)} = \mathbf{r}_k^{(i)} / r_k^{(i)}$, $\mathbf{e}$ – единичный вектор оси вращения Земли, $(\mathbf{e} \mathbf{e}_k^{(i)})$ – скалярное произведение. Здесь вектор $\mathbf{B}_k^{(i)}$ определяется в середине отрезка троса, т.е. $\mathbf{r}_k^{(i)} = (\mathbf{R}_{k-1}^{(i)} + \Delta \mathbf{R}_k^{(i)}) / 2$.

Силы ΔF_k распределяются по точкам следующим образом:

$$\mathbf{F}_0^{(i)} = \frac{\Delta \mathbf{F}_1^{(i)}}{2}, \mathbf{F}_n^{(i)} = \frac{\Delta \mathbf{F}_n^{(i)}}{2}, \mathbf{F}_k^{(i)} = \frac{(\Delta \mathbf{F}_k^{(i)} + \Delta \mathbf{F}_{k+1}^{(i)})}{2}, k = \overline{1, n-1} \quad (2.38)$$

Процесс выпуска тросов моделируется с помощью динамических уравнений [66]:

$$m_{in} \ddot{L}_1^{(i)} = T_1^{(i)} - U^{(i)} \quad (2.39)$$

где коэффициент m_{in} учитывает инерционность механизмов управления, $U^{(i)}$ – управляющие силы, $L_1^{(i)}$ – недеформированная длина первого участка троса, считая от центрального КА.

Силы торможения в механизмах управления определяются с использованием принципа обратной связи:

$$U^{(i)} = K_l (L_1^{(i)} - l_1^{(i)}) + K_v (\dot{L}_1^{(i)} - \dot{l}) \quad (2.40)$$

где K_l, K_v – коэффициенты обратной связи, а номинальные значения $l_1, \dot{l}$ находятся интегрированием системы уравнений (2.12), причём номинальная длина на первом участке тросов определяется с учётом суммы длин недеформированных участков тросов, выпущенных до этого: $l_1^{(i)} = l - l_{n-1}^{(i)}$. Аналогичный принцип управления выпуском троса применялся ранее при проведении реального тросового эксперимента на орбите YES2 [67]. В этом эксперименте управляющие механизмы

осуществляли только торможение троса, поэтому если $L_1^{(i)} \leq 0$ или $T_1^{(i)} \leq 0$, то выпуск i -го троса прекращается: $\dot{L}_1^{(i)} = \dot{T}_1^{(i)} = 0$.

Использование уравнений движения (2.34), (2.39) предполагает применения некоторого алгоритма введения новых точек тросов, когда недеформированная длина первого участка троса, считая от центрального КА, становится больше l_{end}/N , где N – количество отрезков, на которые разбивается полная длина троса (является параметром модели). Здесь применяется алгоритм добавления новой точки, описанный в [44]. Основные принципы этого алгоритма: 1) положение новой точки определяется из условия равенства сил натяжения с обеих сторон, причём величина этих сил натяжения должна быть равна силе натяжения на этом же участке до введения новой точки; 2) по положению новой точки находятся составляющие её скорости относительно центрального КА по известной относительной скорости второй точки через соответствующие пропорции; 3) проводится коррекция составляющих скоростей центрального КА на основании закона сохранения количества движения системы. Для сохранения вида уравнения движения (2.34), (2.39) номера точек тросов изменяются.

Динамические уравнения вращательного движения КА записываются в традиционной форме:

$$\dot{\omega}_s = J_s^{-1}(\mathbf{M}_s - \omega_s \times J_s \omega_s) \quad (2.41)$$

где ω_s и J_s – вектор угловой скорости и тензор инерции центрального КА, $\mathbf{M}_s$ – векторная сумма моментов, действующих на КА. Уравнения (2.41) проецируются на оси связанной с КА прямоугольной системы координат $sxuz$, где s – центр масс КА, ось sx проходит через точку крепления первого троса ($i = 1$), плоскость sxu в невозмущенном случае в момент отделения спутников совпадает с орбитальной плоскостью.

Векторная сумма моментов:

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{M}^{(u)} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{r}_s^{(i)} \times (\mathbf{T}_1^{(i)} + \mathbf{F}_0^{(i)}) \quad (2.42)$$

где $\mathbf{r}_s^{(i)}$ – радиус-векторы точек крепления тросов относительно центра масс КА, $\mathbf{M}^{(u)}$ – управляющий момент системы стабилизации движения КА.

Предполагается, что эллипсоид инерции центрального КА близок к сфере и движение системы рассматривается на достаточно высоких орбитах. Поэтому гравитационные и аэродинамические моменты не учитываются.

Управляющий момент $\mathbf{M}^{(u)}$ системы стабилизации движения КА определяется в соответствии с отклонениями от номинальных значений переменных $\theta_t, \dot{\theta}_t$, рассчитанной по простым уравнениям движения ТГКА (2.20). Компоненты момента $\mathbf{M}^{(u)}$ в связанной с КА системе координат $sxuz$ имеют вид

$$M_{x,y}^{(u)} = k_{\omega} \omega_{x,y}, M_z^{(u)} = k_z (\omega_z - \dot{\theta}_t) + k_{\theta} (\theta - \theta_t) \quad (2.43)$$

где $\omega_{x,y,z}$ – проекции угловой скорости КА на оси связанной системы координат, $k_{\omega}, k_z, k_{\theta}$ – коэффициенты обратной связи. При этом угол θ определяется интегрированием $\theta = \int_0^t \omega_z dt$. Таким образом, предполагается, что система стабилизации КА для своей работы использует стандартные датчики угловых скоростей (ДУС) и интегратор.

Проекции единичных векторов $\mathbf{e}_{x,y,z}$ на оси неподвижной системы координат $OXYZ$ являются компонентами матрицы перехода от системы координат $OXYZ$ к связанной системе координат $sxuz$. Следовательно, зная координаты точек крепления тросов в системе координат $sxuz$ (проекций векторов $\mathbf{r}_s^{(i)}$), нетрудно вычислить координаты точек крепления тросов в системе координат $OXYZ$ (векторов $\mathbf{R}_0^{(i)}$) и определить силы натяжения тросов с учётом углового движения центрального КА. При численном интегрировании уравнений (2.10) осуществляется контроль за выполнением условий ортогональности векторов $\mathbf{e}_{x,y,z}$ и $|\mathbf{e}_{x,y,z}| = 1$. При необходимости используется оптимальный алгоритм коррекции компонент векторов $\mathbf{e}_{x,y,z}$ [68].

Система (2.34), (2.39), (2.41), (2.30) при задании всех коэффициентов обратной связи, входящих в выражения (2.40), (2.43), представляет собой замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая может быть проинтегрирована численным методом при заданных начальных условиях.

В системе уравнений (2.34), (2.39), (2.41), (2.30) не имеют места многие допущения, которые были приняты при построении простой модели движения ТГКА, а именно: центральный КА рассматривается как твёрдое тело конечных размеров с малой динамической асимметрией; учитывается растяжимость и масса тросов, которые под действием распределённой нагрузки от сил Ампера деформируются (не прямолинейны); центр масс системы перемещается по возмущённой орбите, изменение параметров которой нетрудно вычислить; вектор магнитной индукции определяется в каждой точке троса в соответствии с принятой моделью магнитного поля Земли (2.37); учитывается взаимное влияние движений центрального КА и тросов; рассматривается пространственное движение системы; оценивается влияние ошибок в начальных условиях движения (включая ошибки, возникающие при разделении КА и спутников) на процесс формирования ТГКА; оценивается качество работы системы стабилизации центрального КА и управляющих механизмов выпуска тросов; моделируется процесс формирования ТГКА на орбитах с ненулевым наклоном. В построенной модели движения ТГКА концевые спутники рассматриваются как материальные точки, так как предлагаемая схема управления не накладывает жёстких ограничений на угловые движения спутников.

2.3 Основные результаты и выводы по второй главе

1. С помощью уравнений Лагранжа построены упрощённые математические модели движения ТГКА следующих конфигураций: многоугольной, «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания реактивных двигателей и «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил. Данные модели будут использованы далее для построения номинальных программ управления.

2. Построены математические модели ТГКА, учитывающие движение КА относительно своих центров масс как твердых тел конечных размеров, следующих конфигураций: многоугольной, «ступица - спицы» в случае использования для ее

развёртывания реактивных двигателей и «ступица - спицы» в случае использования для её развёртывания электромагнитных сил.

3 УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЁРТЫВАНИЕМ МНОГОУГОЛЬНОЙ ТГКА

3.1 Номинальное управление

Управление развёртыванием ТГКА происходит за счёт двигателей малой тяги, расположенных на каждом КА и механизмов выпуска тросов, работающих только на их торможение. При работе двигателей, сила тяги и её направление, определенное относительно направления тросов в номинальном случае, постоянны. Используется релейная программа изменения тяг двигателей. Процесс развёртывания ТГКА осуществляется в 3 этапа: два активных этапа и средний – пассивный. На первом этапе двигатели малой тяги включаются сразу после разделения КА. Это необходимо для компенсации падения угловой скорости вращения за счёт увеличения момента инерции системы. На втором (пассивном) этапе ($F_k = 0$) с помощью управляющих механизмов регулируется сила натяжения тросов так, чтобы по окончании выпуска тросов выполнялись следующие условия: $l \rightarrow l_{end}, \dot{l} \rightarrow 0$ с учётом ограничений $l < l_{end}, \dot{l} > 0$ (управляющие механизмы работают только на торможение). На последнем этапе двигатели вновь включаются для доведения угловой скорости вращения системы до заданной величины.

Для выполнения условий пассивного этапа развёртывания ТГКА был разработан закон изменения натяжения тросов

$$T(n) = m[l\dot{\theta}^2 + k_l(l - l_{end}) + k_v\dot{l}]/nf(n), \quad (3.1)$$

где k_l, k_v – коэффициенты, которые выбираются исходя из выполнения конечных граничных условий, приведенных выше для $l, \dot{l}$.

Подставляя (3.11) в первое уравнение системы (2.9), получим линейное уравнение

$$\ddot{l} + k_v\dot{l} + k_l(l - l_{end}) = 0 \text{ или } \Delta\ddot{l} + k_v\Delta\dot{l} + k_l\Delta l = 0 \quad (3.2)$$

где $\Delta l = l - l_{end}, \Delta\dot{l} = \dot{l}, \Delta\ddot{l} = \ddot{l}$.

Решение уравнения (3.23.2) зависит от его характеристических чисел

$$\lambda_{1,2} = -k_v/2 \pm (k_v^2/4 - k_l)^{0.5} \quad (3.3)$$

Если $k_v > 0$ и $k_v^2/4 - k_l > 0$, то переходный процесс по переменным $\Delta l, \Delta \dot{l}$ будет аperiodическим и асимптотически устойчивым, т.е. $\Delta l \rightarrow 0, \Delta \dot{l} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, причем если $l(0) < l_{end}, \dot{l}(0) > 0$, то эти неравенства будут выполняться в каждый момент времени. Таким образом, если управляющую силу в механизмах выпуска тросов задать в виде (3.11) с учётом соответствующего выбора значений коэффициентов k_l, k_v , то фактически будет иметь место терминальный метод управления при формировании ТГКА в виде многоугольника при соблюдении приведённых выше ограничений.

Чередование активных и пассивных участков при развёртывании ТГКА зависит от моментов времени $t_i (i = 1, 2, 3)$, которые являются параметрами программы управления. Тогда

$$F(t) = \begin{cases} F_n & \text{if } t < t_1 \\ 0 & \text{if } t_1 \leq t \leq t_2 \\ F_n & \text{if } t_2 < t < t_3 \\ 0 & \text{if } t \geq t_3 \end{cases} \quad (3.4)$$

где F_n – номинальная величина реактивных сил, а момент времени t_3 соответствует достижению угловой скорости вращения системы $\dot{\theta}_{end}$ заданного значения.

Из множества параметров, от которых зависит номинальная программа, выделяются основные, выбором которых можно обеспечить выполнение приведённых выше условий и ограничений. Это следующие параметры: угол φ , определяющий направление реактивных сил $F_k (k = 1, 2, \dots, n)$ (величину сил будем считать заданной); время окончания первого активного характерного участка движения системы t_1 ; коэффициент k_v , определяющий силу торможения тросов; относительная скорость разделения КА и спутников V_r ; начальная угловая скорость вращения системы до разделения системы ω_0 . Выбор параметров осуществляется последовательно по участкам и ключевыми являются первые два участка, на которых задаются параметры $\varphi, t_1, k_v, V_r, \omega_0$ так, чтобы выполнялись граничные условия $l(t_{end}) = l_{end}, V_{end} = 0$ и приведённые выше ограничения.

В качестве численного примера рассматривается развёртывание ТГКА в виде многоугольников, имеющих пять и семь вершин. Параметры системы приведены в таблице ниже.

Таблица 3.2 – Исходные данные моделирования вращения

Обозначение	Название	Величина
H	Начальная высота	500000 м
m	Масса КА	20 кг
F_n	Сила тяги	6Н
ω_{θ_0}	Начальная угловая скорость всей системы	0.1 с^{-1}
φ	Угол	95°
k_l	Коэффициенты обратной связи	0.15 кг с^{-2}
k_v		15 кг с^{-1}
t_1	Моменты времени, определяющие программу изменения силы	150 с
t_2		800с
t_3		950 с
r	Радиус описанной вокруг многоугольников окружности	500 м

На начальном участке развёртывания системы имеется небольшой промежуток времени (в приведённых примерах 10-15 сек), на котором сила натяжения, определенная по формуле (3.1), отрицательна. На этом участке предполагается, что выпуск тросов осуществляется с постоянной силой натяжения, т.е. учитывается ограничение $T \geq T_{min}$. В данном случае полагается $T_{min} = 0.01H$. Было установлено, что для различных многоугольников можно использовать одни и те же параметры программы развёртывания ТГКА ($t_1, t_2, t_3, \varphi, F_n, k_l, k_v, T_{min}$), причём это справедливо также для $n = 4$ и $n = 6$. Характерные зависимости, соответствующие пяти- и семиугольникам, для номинальных программ формирования ТГКА приводятся на рисунке 3.1, а-г (сплошная линия – $n = 5$, штриховая линия – $n = 7$). На рисунке 3.1 и далее при построении графиков $\tau = \Omega t$ – безразмерное время, где Ω – угловая скорость движения центра масс ТГКА,

соответствующая начальной круговой орбиты. Здесь необходимо отметить, что, как следует из рисунка 3.1,с, на пассивном участке движения системы $t_1 \leq t \leq t_2$, когда $\Delta l \rightarrow 0$, $\Delta \dot{l} \rightarrow 0$ угловая скорость $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_{lim}$, где $\dot{\theta}_{lim}$ – некоторая постоянная величина. Так как с увеличением числа вершин (т.е. КА) масса всей системы увеличивается, то очевидно, что конечная угловая скорость вращения системы $\dot{\theta}_{end}$, будет меньше (рисунок 3.1,с). Однако это не является принципиальным, так как увеличивая время t_3 , т.е. длительность последнего активного участка, всегда можно обеспечить требуемую угловую скорость вращения ТГКА.

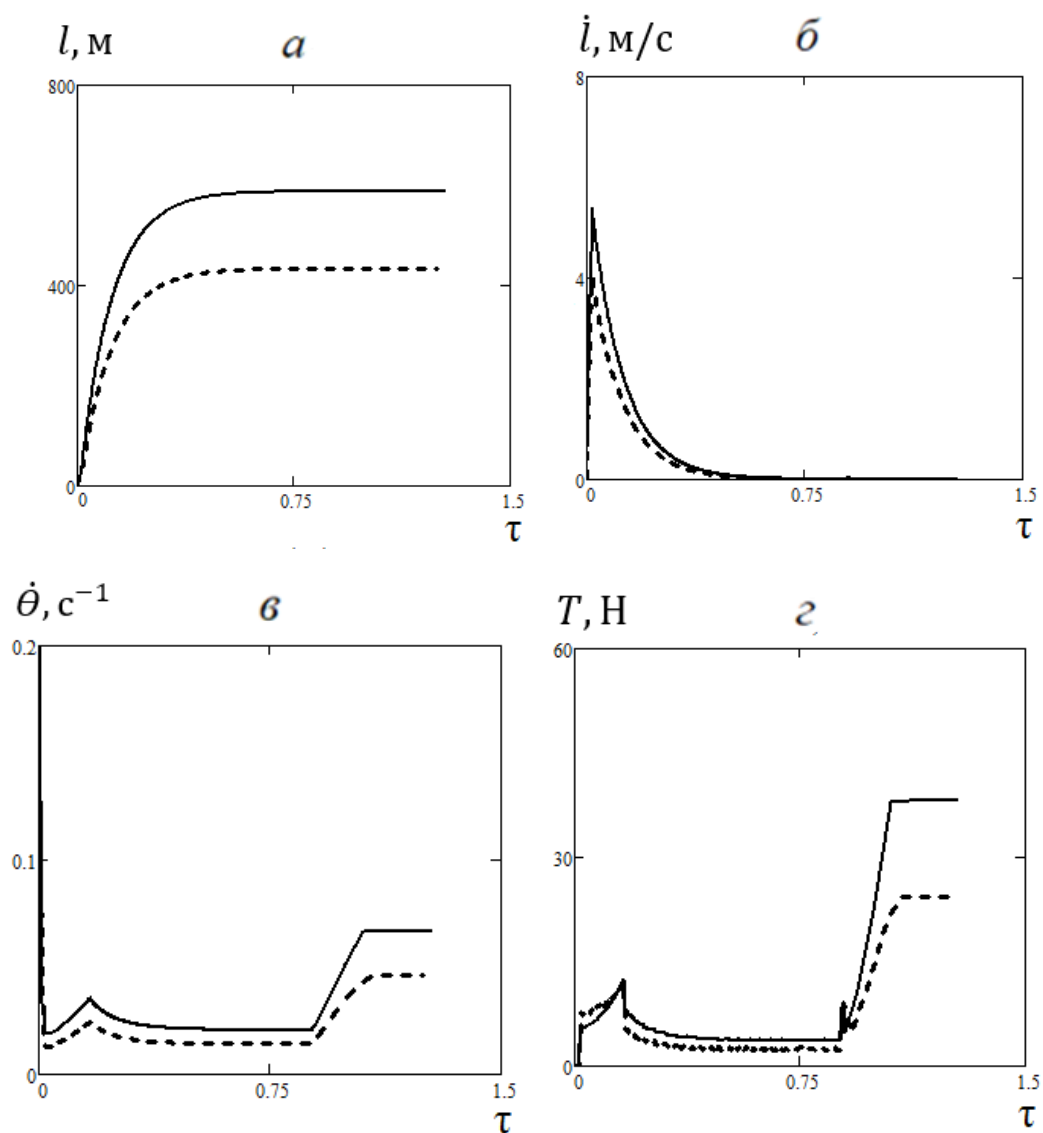


Рисунок 3.1 – Номинальные характеристики движения ТГКА в процессе её развёртывания

3.2 Моделирование движения многоугольной ТГКА в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений

Моделирование процесса формирования ТГКА осуществлялось для многоугольников, содержащих от четырёх до семи вершин включительно.

При проведении моделирования с использованием системы уравнений (2.2120), (2.22), (2.24), (2.26) были приняты исходные данные, указанные в таблице 3.2. Коэффициенты обратной связи K_l , K_v были выбраны в соответствии с работой [45].

Таблица 3.3 – Исходные данные для моделирования движения ТГКА в геоцентрической неподвижной системе координат

Обозначение	Название	Величина
H	Начальная высота	500000 м
D	Диаметр КА	0.4 м
C	Жёсткость троса	7070 Н
m_{in}	Коэффициент инерционности механизмов управления	0.2 кг
k_l	Коэффициенты обратной связи	0.15 мс^{-2}
k_v		7.8 мс^{-1}
p_l	Линейная плотность троса	0.2 кг/км

Результаты моделирования показали, что при отсутствии дополнительных возмущений, т.е. когда КА – идеальные однородные сферы, система до разделения КА вращается в плоскости орбиты центра масс с номинальной угловой скоростью $\dot{\theta}_0 = 0.1 \text{ с}^{-1}$, массы КА одинаковы, во всех рассмотренных случаях многоугольники сохраняли симметричную конфигурацию и угловое движение КА относительно центров масс было ограничено (углы α_k и α'_k совершали малые колебания относительно своих невозмущенных значений $\alpha_k = \alpha'_k = 0$) в процессе всего времени развёртывания ТГКА.

После этого была проведена оценка влияния на процесс формирования ТГКА возмущений, приводящих к сложному пространственному движению всей системы и отдельных КА. Для этого были введены следующие возмущения:

- начальная угловая скорость вращения системы до разделения КА $\omega_{x0} = \pm 0.1c^{-1}, \omega_{y0} = \pm 0.1c^{-1}$;
- неравные массы КА $m_k = m(1 \pm 0,05)$;
- динамическая асимметрия при задании моментов инерции КА ($J_{yk} - J_{xk})/J_{zk} = \pm 0.1$;
- смещение положения центра масс в связанной с КА системе координат $\Delta y_k = \pm 0.1D, \Delta z_k = \pm 0.1D$.

Проведённые численные расчёты показали структурную устойчивость (сохранение в процессе развёртывания правильной геометрической конфигурации ТГКА) при приведённом уровне возмущений многоугольников с пятью- шестью- и семью- вершинами, причём колебания углов α_k, α'_k также оставались ограниченными.

В качестве примера на рисунках 3.2 и 3.3 приводятся некоторые характеристики возмущённого движения ТГКА при её формировании для $n = 6$. На рисунке 3.2, а, б показаны переходные процессы для отклонений $\Delta l = L_1 - l$, $\Delta \dot{l} = \dot{L}_1 - \dot{l}$, для первого троса (для других тросов переходные процессы аналогичны). На рисунке 3.2, в показано как изменяется угловая скорость для того же троса $\dot{\theta}_t$ (штриховая линия) по сравнению номинальной угловой скоростью всей системы $\dot{\theta}$, определенной по уравнениям (2.9). На рисунке 3.2, г приводится сравнение номинальной силы натяжения троса (сплошная жирная линия) с силой натяжения, определенной с использованием более сложной математической модели в соответствии с (2.27). Когда действие реактивных сил прекращается $t \geq t_3$, как следует из рисунка 3.2, г имеют место упругие колебания силы натяжения троса.

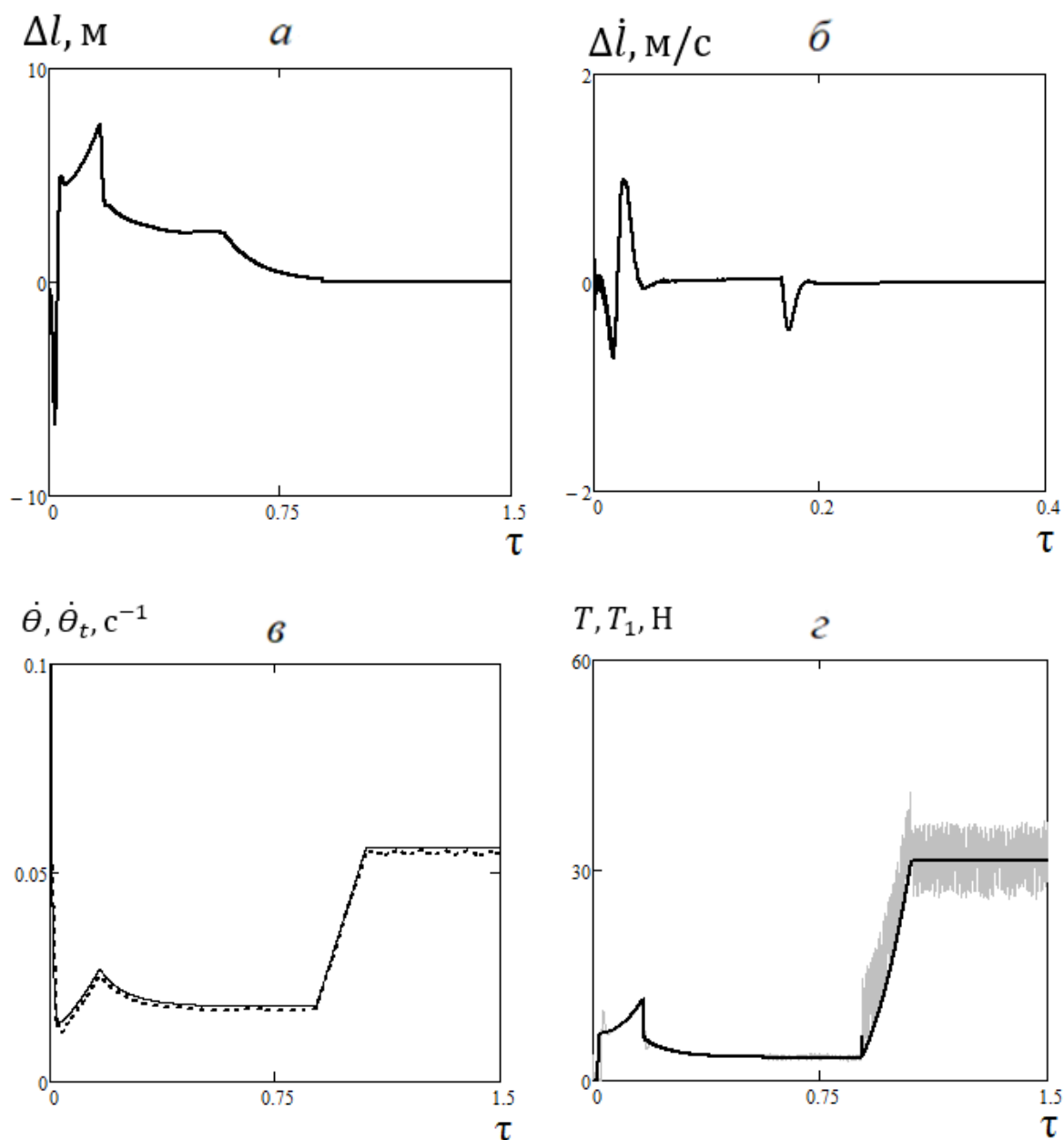


Рисунок 3.2 – Примеры зависимостей, характеризующих возмущённое движение ТГКА (шестиугольник)

На рисунке 3.3 показаны как изменяются характеристики углового движения первого КА: характерных углов α_1 , α'_1 (рисунок 2.5) и угловой скорости ω_{z1} , которая в номинальной случае должна совпадать с $\dot{\theta}$, определенной в соответствии с уравнениями (2.9). Рисунок 3.3, *а, в, д* соответствуют случаю, когда дополнительная стабилизация углового движения КА не производится, а рисунок 3.3, *б, г, е* иллюстрируют случай, когда вводится дополнительное активное управление угловым движением КА с помощью двигателей системы

стабилизации, работающих в соответствии с измерениями угловых скоростей $\omega_{xk,yk,zk}$. Стабилизирующие КА моменты имеют вид

$$M_{x,y,z}^{(k)} = K_{\omega} \omega_{xk,yk,zk} (k = 1, \dots, n), \quad (3.5)$$

где K_{ω} – коэффициент обратной связи (в численном примере $K_{\omega} = -0.01$).

Если без введения моментов (3.5) угловое движение КА из-за наличия начальных возмущений имеет сложный пространственный характер, а угловая скорость ω_{z1} имеет большую амплитуду колебаний относительно $\dot{\theta}$ (рисунок 3.3,а), то после введения управления (3.5) $\omega_{xk,yk} \rightarrow 0$, $\omega_{zk} \rightarrow \dot{\theta}$ (рисунок 3.3,б), т.е. плоскости связанных систем координат c_k, x_k, y_k приближаются к плоскости орбиты центра масс системы. При этом амплитуды колебаний углов α_1, α'_1 относительно своих невозмущенных значений $\alpha_1 = \alpha'_1 = 0$ уменьшаются (рисунок 3.3,в,е).

Движение центров масс всех КА относительно общего центра масс системы (0,0) показано на рисунке 3.4, где рисунок 3.4,а,б соответствуют $n = 6$, а рисунок 3.4,в,г – $n = 7$ (используется более сложная модель движения ТГКА, масштаб по осям в км). Как следует из проведённых численных результатов, центры масс всех КА, если их соединить прямыми, геометрически представляют собой фигуру близкую к правильному многоугольнику в каждый момент времени. Причём это справедливо независимо от того используется дополнительная стабилизация (3.5) или нет.

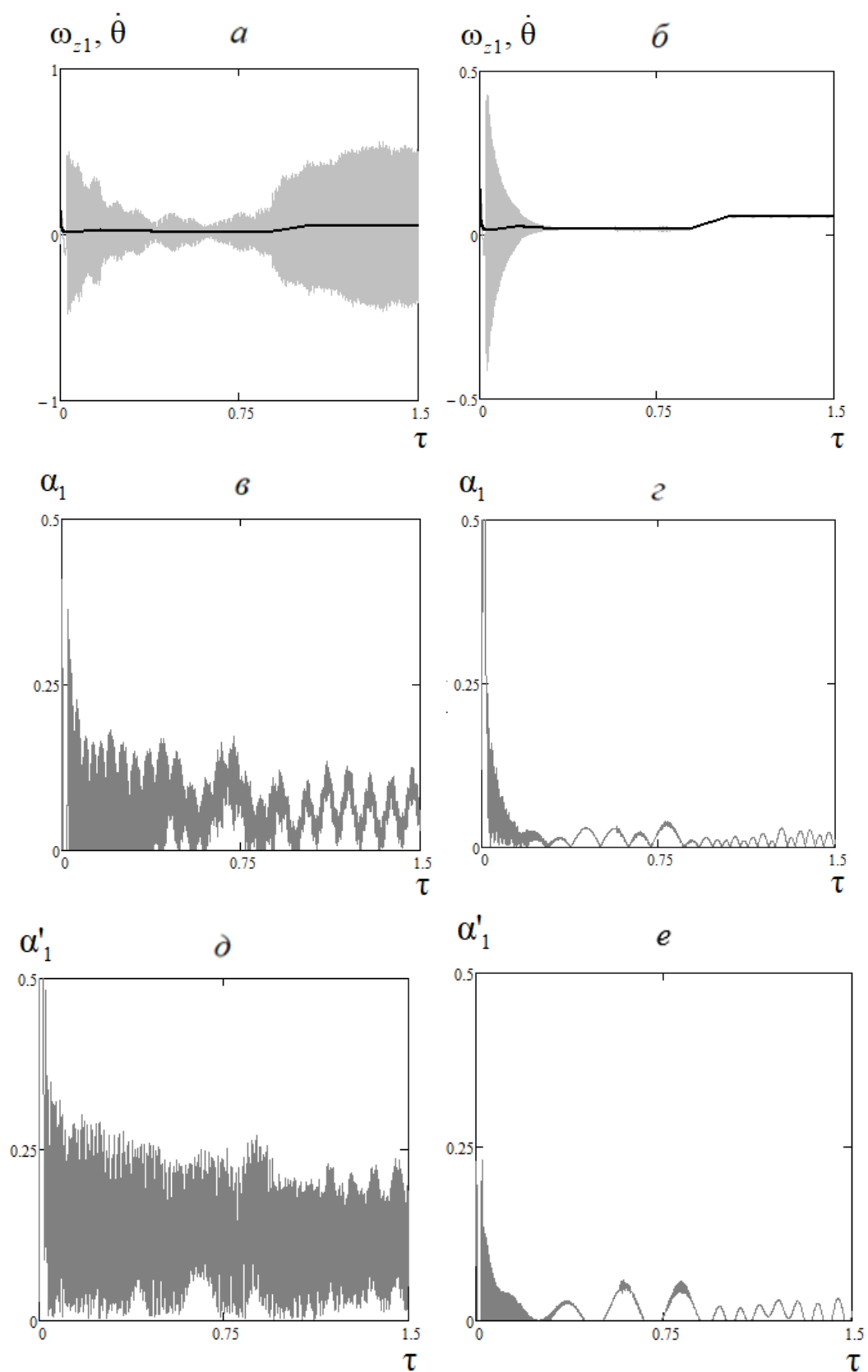


Рисунок 3.3 – Примеры зависимостей, характеризующих возмущённое угловое движение КА

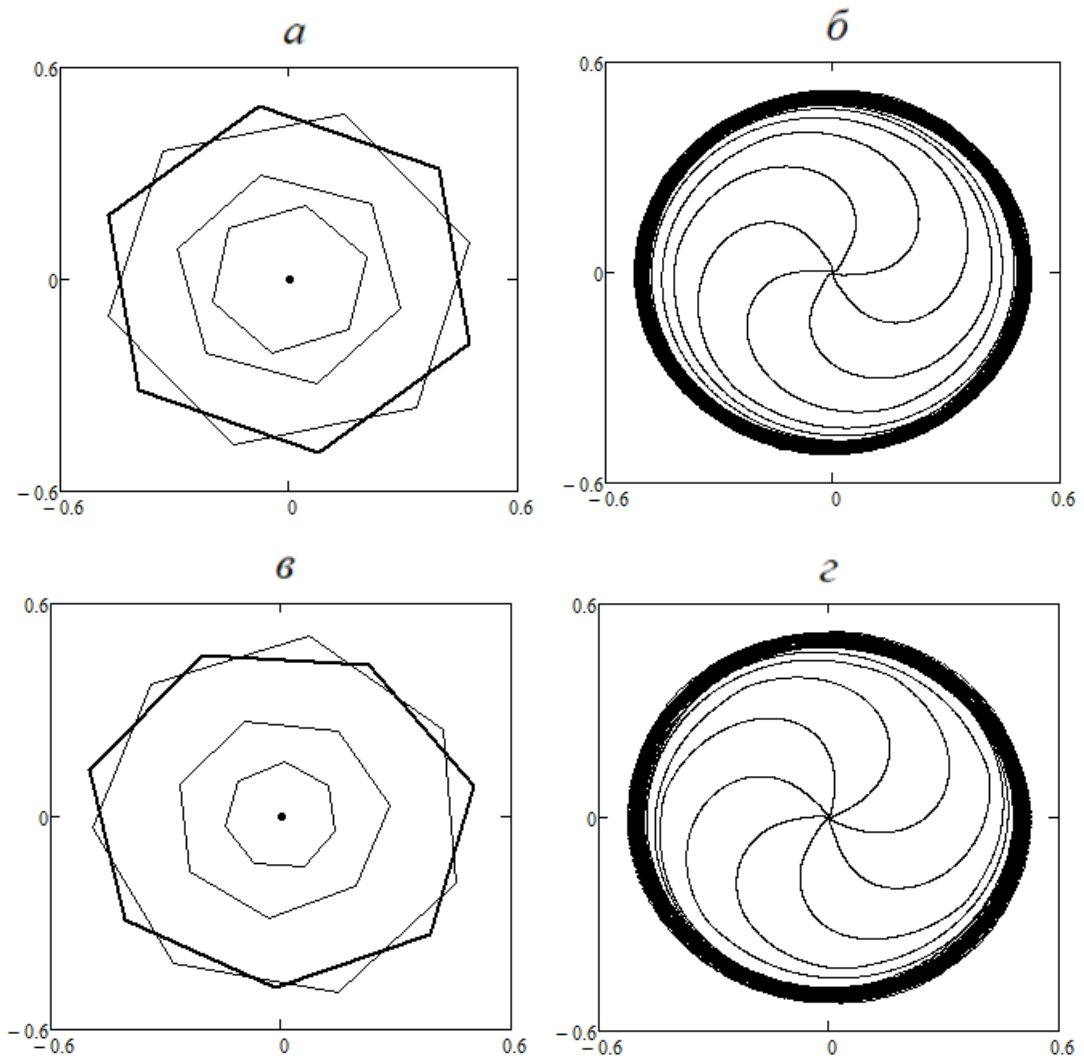


Рисунок 3.4 – Примеры движений ТГКА относительно центра масс (0,0) при их развёртывании (масштаб в км)

Численное моделирование показало, что при заданном уровне возмущений ТГКА в виде четырёхугольника не сохраняла свою геометрическую конфигурацию, хотя процесс регулирования выпуска тросов по скорости и длине (2.27) проходил почти идеально. В этом случае квадрат в процессе развёртывания ТГКА деформировался в ромб (рисунок 3.5, а, б), т.е. данная конфигурация показала худшие свойства структурной устойчивости по сравнению со случаями, когда $n = 5, 6, 7$.

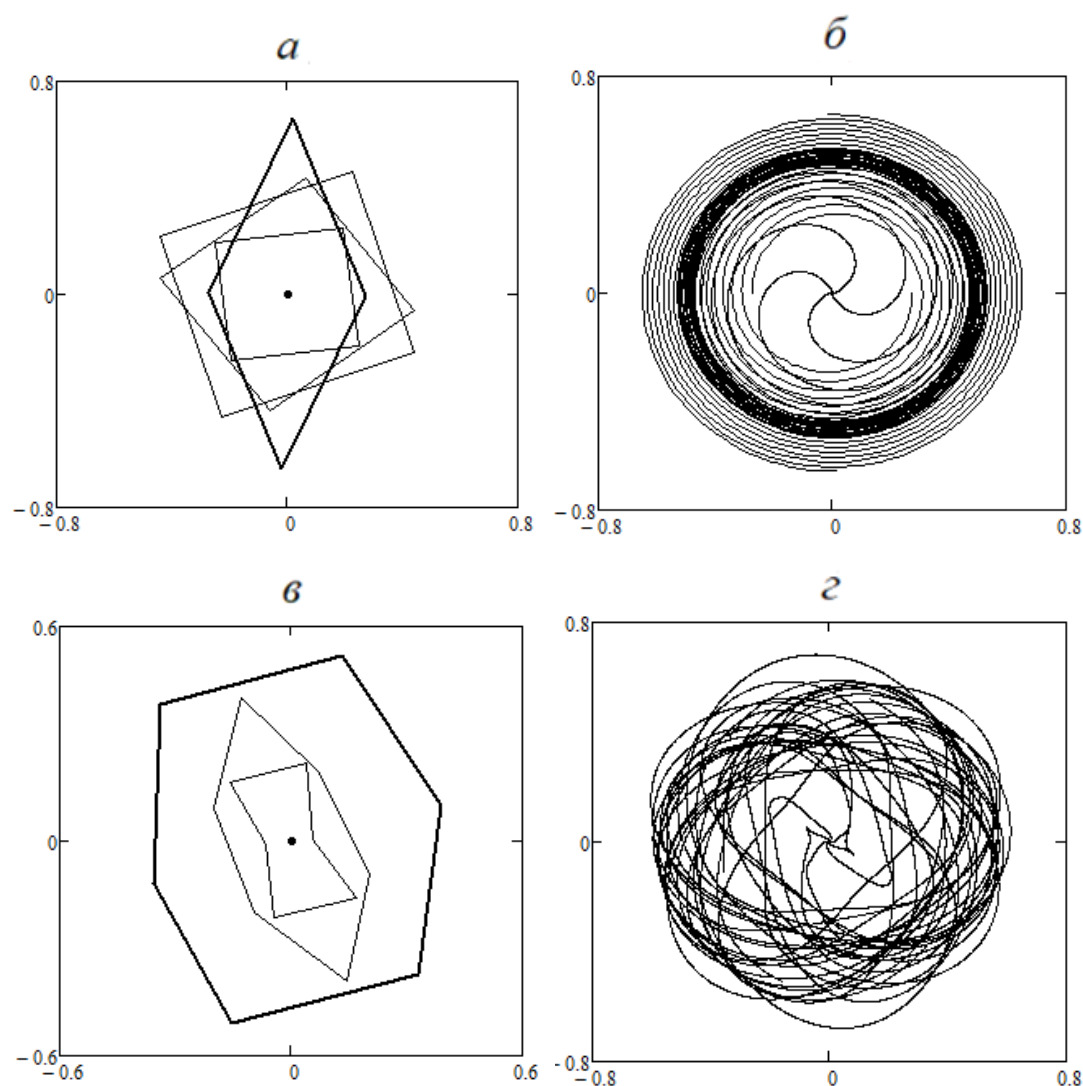


Рисунок 3.5 – Неустойчивые движения ТГКА относительно центра масс (0,0)
(масштаб в км)

Ориентация реактивных сил по отношению к направлениям тросов должна удовлетворять определенным условиям, а именно угол φ должен принадлежать интервалу $\pi/2 < \varphi < (\pi + \psi_n)/2$. Проверка данного положения была также проведена с использованием более полной модели движения ТГКА. Численное моделирование показало, что если $\varphi < \pi/2$ (нарушение верхнего ограничения не рассматривалось, так как в этом случае реактивные силы создают моменты вокруг центра масс системы другого знака), то с уменьшением угла φ качество переходных процессов становилось хуже и в итоге тросы провисали (т.е. не были натянуты), и имело место сложная деформация всех рассматриваемых структур

сразу после разделения КА. В качестве примера на рисунке 3.5,6,г показано, как деформируется шестиугольник в этом случае ($\varphi = 5\pi/12$).

Из-за результатов, полученных выше, конфигурация ТГКА в виде четырёхугольника была исследована дополнительно. Для повышения устойчивости данной конфигурации в более полной модели, учитывающей растяжение тросов, были введены дополнительные механические связи (тросы) и дополнительный груз, расположенный в центре масс системы (рисунок 3.6). В этом случае в своём исходной состоянии структура ТГКА уже включает в себя дополнительный груз.

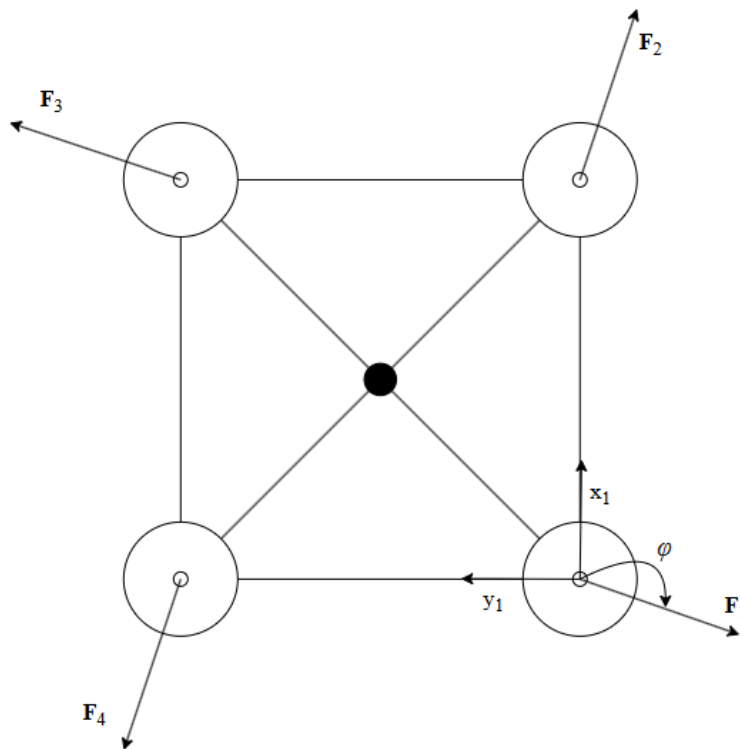


Рисунок 3.6 – Квадратная формация ТГКА с дополнительными связями

В уравнениях движения центров масс (2.2120) были добавлены силы натяжения тросов T_{5k} ($k = 1, \dots, 4$), между центральным грузом (m_5) и соответствующими КА:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 &= \mathbf{G}_1 + \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_4 - \mathbf{T}_{51} + \mathbf{F}_1, \\ m_k \ddot{\mathbf{R}}_k &= \mathbf{G}_2 + \mathbf{T}_k - \mathbf{T}_{k-1} - \mathbf{T}_{5k} + \mathbf{F}_k \quad (k = 2, 3), \\ m_4 \ddot{\mathbf{R}}_4 &= \mathbf{G}_4 + \mathbf{T}_4 - \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_{54} + \mathbf{F}_4, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$m_5 \ddot{\mathbf{R}}_5 = \mathbf{G}_5 + \mathbf{T}_{51} + \mathbf{T}_{52} + \mathbf{T}_{53} + \mathbf{T}_{54}.$$

Моменты $\mathbf{M}_k$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{T}_1 - \mathbf{r}'_1 \times \mathbf{T}_4 - \mathbf{r}_{15} \times \mathbf{T}_{51} + \mathbf{M}_1^{(F)}, \\ \mathbf{M}_k &= \mathbf{r}_k \times \mathbf{T}_k - \mathbf{r}'_k \times \mathbf{T}_{k-1} - \mathbf{r}_{k5} \times \mathbf{T}_{5k} + \mathbf{M}_k^{(F)} (k = 2, 3), \\ \mathbf{M}_4 &= \mathbf{r}_4 \times \mathbf{T}_4 - \mathbf{r}'_4 \times \mathbf{T}_1 - \mathbf{r}_{15} \times \mathbf{T}_{54} + \mathbf{M}_4^{(F)}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

Пространственное движение квадратной формации ТГКА с дополнительными связями в геоцентрической системе координат $OXYZ$ описывается системой уравнений (3.6), (2.21), (2.23), (2.25) с учётом (3.7), (2.26), (2.27). Управления выпуском тросов, которые соединяют концевые спутники с центральным грузом, не требовалось, то есть тросы с концевых КА выходили свободно или небольшим постоянным трением.

В результате моделирования было получено, что введение дополнительных механических связей (тросов) и дополнительного груза, расположенного в центре масс системы, позволило обеспечить структурную устойчивость конфигурации ТГКА «квадрат» при её формировании (рисунок 3.7) при тех же возмущениях, при которых квадрат деформировался в ромб.

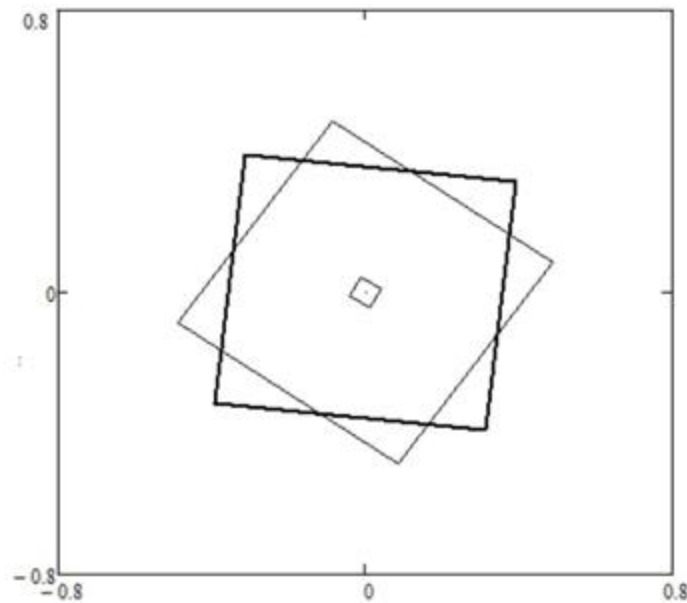


Рисунок 3.7 – Пример движений ТГКА относительно центра масс (0.0) при её развёртывании с использованием дополнительного груза (масштаб в км)

Кроме того, устойчивость квадратной ТГКА была проверена и в плоскости вращения системы, которая перпендикулярна плоскости орбиты.

В начальный момент вся система до её разделения на отдельные КА и груз вращалась в плоскости OYZ геоцентрической системы координат. В процессе развёртывания системы ориентация плоскости квадрата приблизительно сохраняется (с точностью до малых возмущений), так как суммарный вектор внешних моментов от действия реактивных сил ортогонален плоскости квадрата и изменяет только величину кинетического момента ТГКА. Поэтому при перемещении центра масс системы по орбите, близкой к круговой, вектор кинетического момента, который расположен в плоскости орбиты, занимает все возможные положения относительно радиуса-вектора центра масс системы. Отсюда следует, что практически не имеет значения какое из этих положений считать за начальное. Следовательно, рассматриваемый здесь случай начального положения плоскости квадрата можно считать с практической точки зрения общим. Начальная ориентация связанных систем координат в неподвижной системе координат показана на рисунке 3.8.

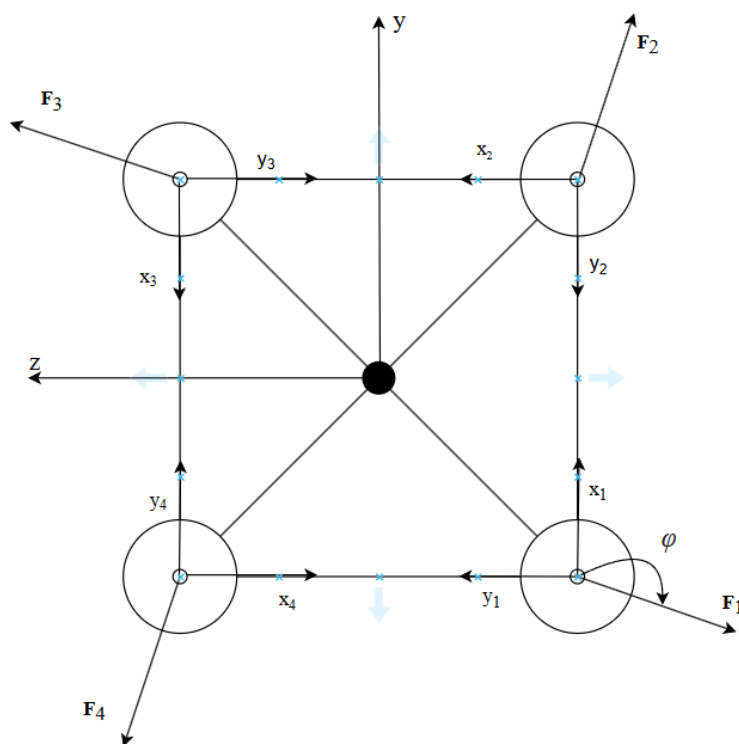


Рисунок 3.8 – Ориентация связанных систем координат КА в геоцентрической системе координат

Численное моделирование показало, что система сохраняет структурную устойчивость и при развёртывании в плоскости OYZ (рисунок 3.9).

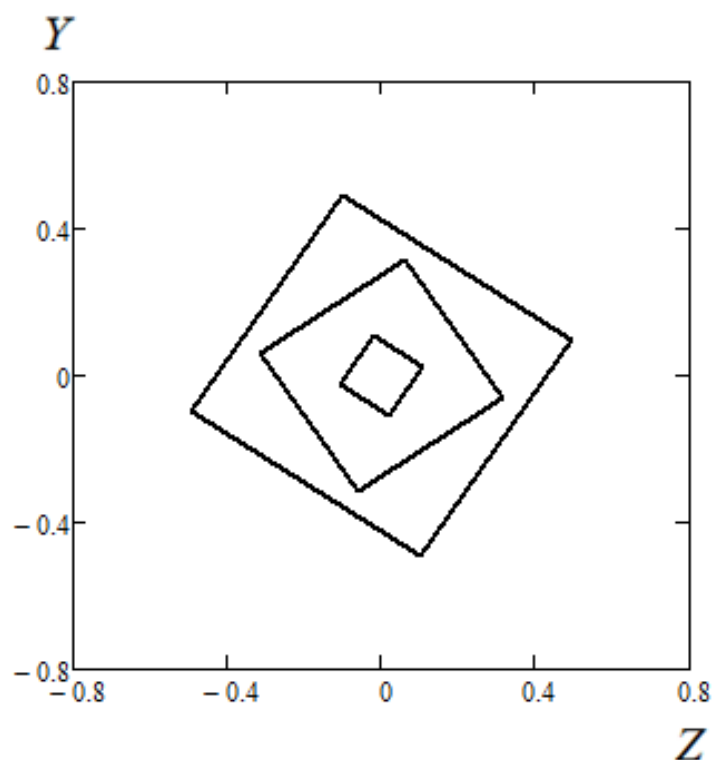


Рисунок 3.9 – Пример движений ТГКА относительно центра масс (0.0) в плоскости OYZ (масштаб в км)

Рисунок 3.10 иллюстрирует, как изменяются проекции плоскости квадрата на плоскость sx_0y_0 орбитальной системы координат, то есть проекции плоскости квадрата вращаются относительно радиус-вектора центра масс системы.

На рисунке 3.11 приводится график, который показывает, как изменяется угол (в град) между вектором кинетического момента системы и осью OX неподвижной геоцентрической системы координат. Максимальная величина этого угла является малой величиной (не превышает 0.1 град).

Результаты, представленные на рисунках 3.10 и 3.11, подтверждают приведённые выше рассуждения о движении плоскости квадрата относительно орбитальной системы координат $sx_0y_0z_0$ и о сохранении ориентации плоскости квадрата в геоцентрической системе координат.

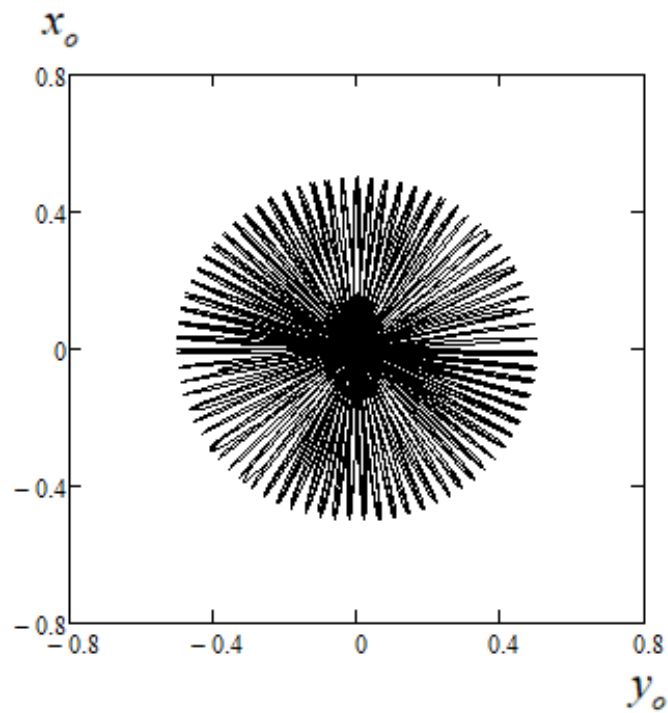


Рисунок 3.10 – Пример движений ТГКА относительно центра масс (0.0) в плоскости $x_o y_o$ (масштаб в км)

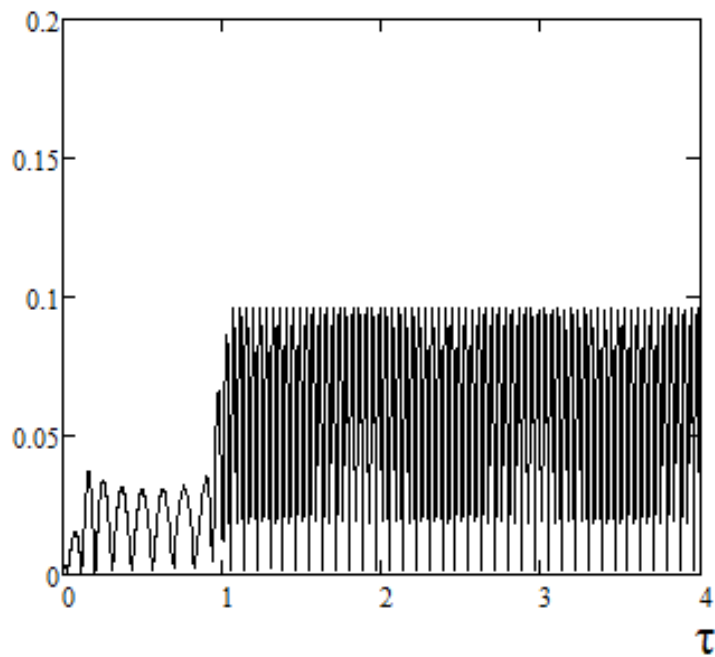


Рисунок 3.11 – Изменение угла между вектором кинетического момента системы и осью OX геоцентрической неподвижной системы координат

Рисунки 3.12 и 3.13 в качестве примера характеризуют поведение троса, который играет роль дополнительной механической связи между центральным

грузом (m_5) и первым концевым КА. На рисунке 3.12 показано как изменяется длина троса r_{15} и величина $l\sqrt{2}/2$ (штриховая линия), которая соответствует номинальному движению ТГКА. На рисунке 3.13 приводится график для силы натяжения троса T_{51} . Если на начальном участке развёртывания ТГКА трос не натянут, то в дальнейшем (при приближении к конечному состоянию системы) сила натяжения стремится к постоянному значению.

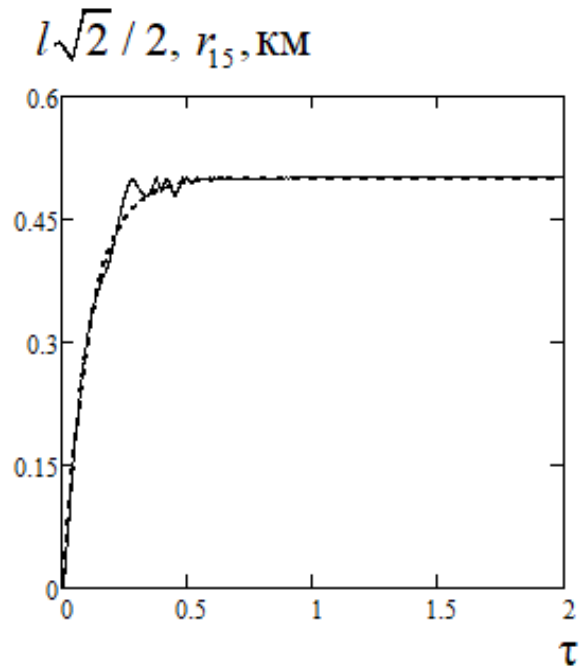


Рисунок 3.12 – Изменение длины дополнительного троса

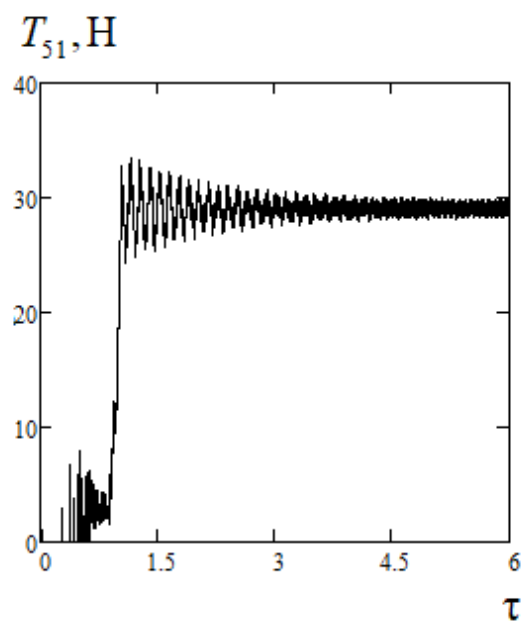


Рисунок 3.13 – Изменение силы натяжения дополнительного троса

Из приведённых численных результатов следует, что введение дополнительных центрального груза и тросов позволило повысить структурную устойчивость ТГКА при действии рассматриваемых возмущений.

3.3 Влияние возмущений на движение квадратной ТГКА

Здесь рассматривается анализ влияния на движение ТГКА квадратной конфигурации (с дополнительными механическими связями) следующих возмущений:

- 1) второй зональной гармоники в разложении гравитационного потенциала Земли;
- 2) аэродинамических сил, действующих при движении ТГКА на сравнительно низких орбитах.

При учёте влияния второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли компоненты ускорения в системе координат $OXYZ$ имеют вид [70]:

$$\begin{aligned} g_x &= -\frac{x\mu}{R^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{a_e}{R} \right)^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi) \right], \\ g_y &= -\frac{y\mu}{R^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{a_e}{R} \right)^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi) \right], \\ g_z &= -\frac{z\mu}{R^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{a_e}{R} \right)^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi) \right], \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $\sin \varphi = z/R$, μ и J_2 – гравитационная постоянная и коэффициент второй зональной гармоники Земли, R – модуль радиус-вектора (соответствующего КА или груза), a_e – экваториальный радиус Земли.

Характеристики движения ТГКА в процессе её развёртывания и дальнейшего движения приводятся на рисунках 3.14 – 3.17. Как показал анализ численных результатов, проведённых для начальной орбиты системы с наклоном $i = 60$ град и эксцентриситетом $e = 0.051$, вторая зональная гармоника практически не влияет на процесс развёртывания ТГКА. Наблюдается только изменение долготы восходящего узла орбиты центра масс системы (рисунок 3.14), что, как известно, характерно и для одиночного КА, то есть имеет место прецессия

плоскости орбиты вокруг оси вращений Земли. Вековое изменение наклона орбиты очень мало (рисунок 3.15). Эксцентриситет орбиты не имеет вековых изменений, и его величина колеблется приблизительно с постоянной амплитудой и частотой относительно некоторого среднего значения (рисунок 3.16). Геометрическая структура ТГКА сохраняется, что иллюстрируется рисунком 3.17, где приводится изменение разности диагоналей квадрата в процессе движения системы.

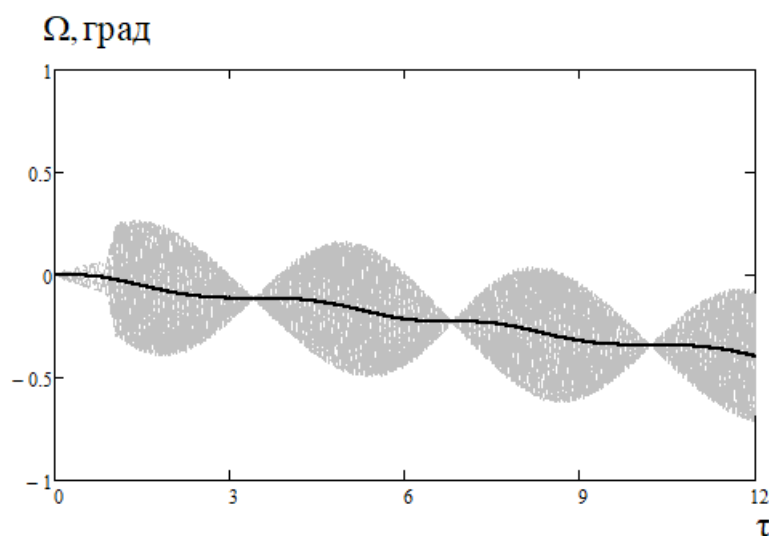


Рисунок 3.14 – Изменение долготы восходящего узла орбиты (жирная линия – для центра масс ТГКА, другие линии – для концевых КА)

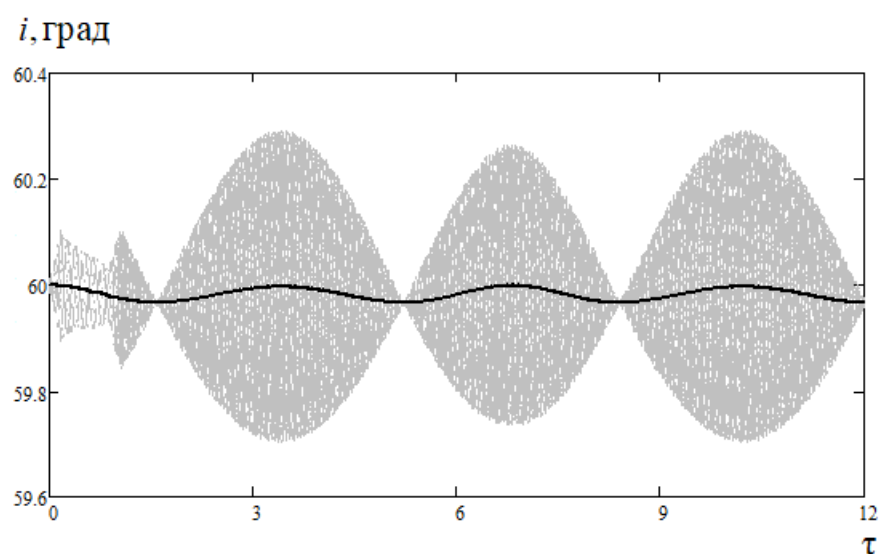


Рисунок 3.15 – Изменение наклона орбиты (жирная линия – для центра масс ТГКА, другие линии – для концевых КА)

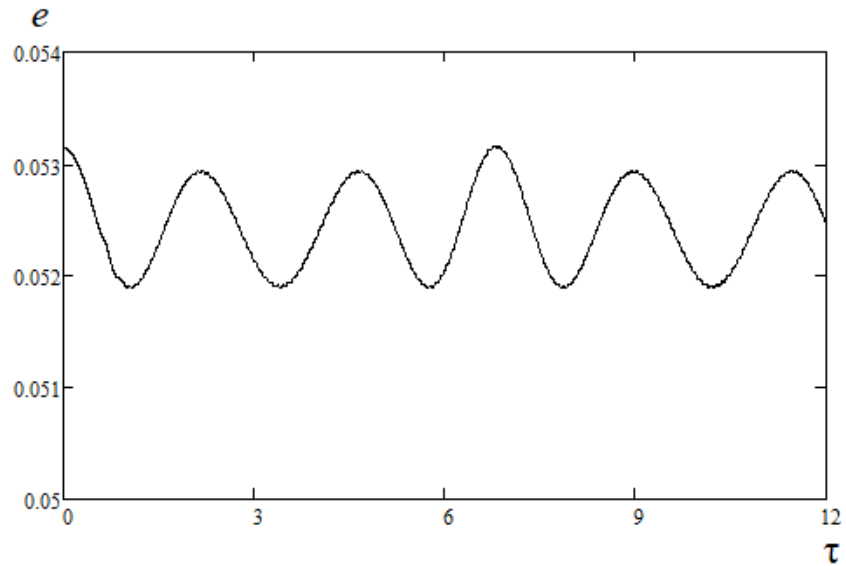


Рисунок 3.16 – Изменение эксцентриситета орбиты центра масс ТГКА

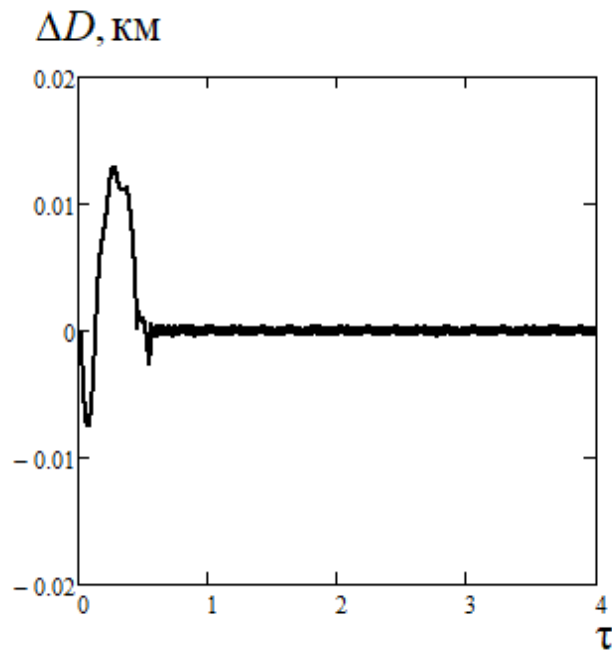


Рисунок 3.17 – Изменение разности диагоналей квадрата, характеризующей сохранение его геометрии

При оценке влияния атмосферы на движение ТГКА использовались параметры, соответствующие стандартной атмосфере ГОСТ 4401-81, ГОСТ 25645.101-83. Аэродинамические силы вычисляются как

$$\mathbf{R}_{ak} = -\frac{1}{2} c_k p_k S_k \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k \quad (3.9)$$

где $k = 1, \dots, 5$, S_k и c_k – характерные площади и коэффициенты аэродинамического сопротивления КА и груза p_k – плотности атмосферы, V_k векторы скоростей относительно атмосферы. При определении аэродинамических сил учитываются только силы лобового сопротивления, то силы направлены противоположно скорости относительно атмосферы.

Абсолютные и относительные скорости КА и груза связаны между собой как

$$V_k = V_{ak} - \Omega_e \times R_k, \quad (3.10)$$

где Ω_e – вектор угловой скорости вращения Земли, V_{ak} – векторы абсолютных скоростей.

Влияние атмосферы на движение ТГКА иллюстрируется рисунками 3.18 и 3.19. Рассматривалась начальная круговая орбита высотой 200 км. Изменение высоты орбиты центра масс системы показано на рис. 3.18, при этом моделирование движения ТГКА происходило до высоты 105 км.

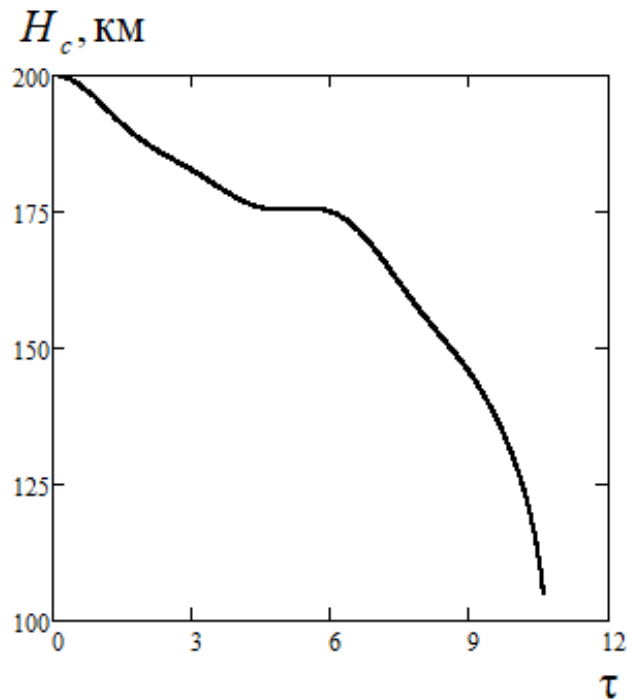


Рисунок 3.18 – Изменение высоты центра масс ТГКА при её развёртывании на низкой орбите (начальная высота 200 км)

Использовались следующие исходные данные: коэффициенты лобового сопротивления $c_k = 2.4$, массы КА и груза $m_1 = 20$ кг, $m_2 = 19.98$ кг, $m_3 = 20.02$ кг,

$m_4 = 20 \text{ кг}$, $m_5 = 5 \text{ кг}$; соответствующие баллистические коэффициенты ($c_k S_k / m_k$) разные 0.046, 0.076, 0.212, 0.377, 0.004. На рисунке 3.19 приводится изменение разности диагоналей квадрата в зависимости от высоты центра масс системы, которая характеризует изменение его геометрической структуры. Из результатов моделирования движения ТГКА следует, что атмосфера практически не влияет на процесс развёртывания ТГКА квадратной конфигурации. При снижении высоты орбиты квадрат начинает деформироваться приблизительно на высоте 110 км и при дальнейшем движении ТГКА уже не сохраняет свою геометрическую структуру.

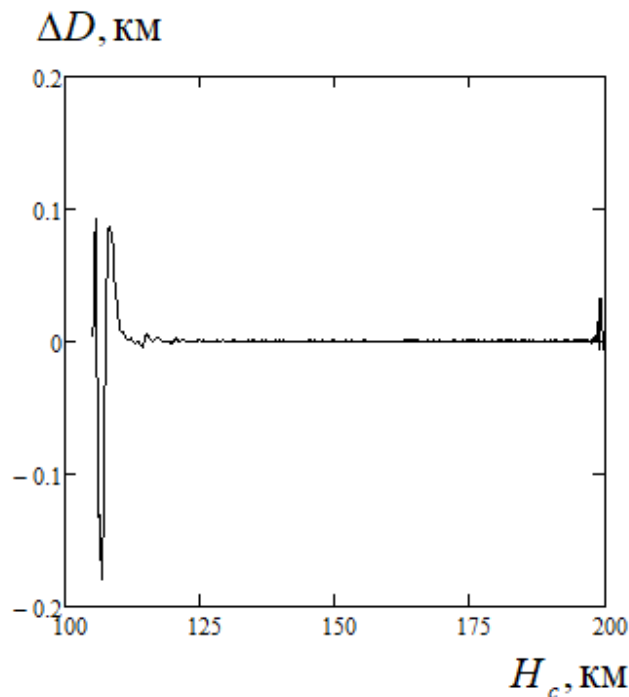


Рисунок 3.19 – Изменение разности диагоналей квадрата, характеризующей его геометрию (начальная высота 200 км)

Здесь следует отметить, что введение дополнительного центрального груза, который повышает структурную устойчивость (сохранение геометрической конфигурации ТГКА при действии возмущений) ТГКА, может быть осуществлено и для других кольцевых конфигураций системы, что требует дополнительного анализа.

3.4 Основные результаты и выводы по третьей главе

1. Разработана номинальное управление развёртыванием многоугольной ТГКА, которое включает: 1) релейную программу изменения реактивных сил, состоящую из двух активных и одного пассивного участков; 2) закон изменения натяжения тросов на пассивном участке (реактивные силы отсутствуют), обеспечивающий асимптотическую устойчивость конечного заданного состояния ТГКА.

2. Проведена проверка структурной устойчивости многоугольной конфигурации ТГКА с учётом введённых возмущений (отличия в начальной скорости, неравные массы КА, динамическая асимметрия при задании моментов инерции КА и другие), в результате которой было получено, что многоугольники с пятью- шестью- и семью- вершинами сохраняли правильную геометрическую конфигурацию в процессе развёртывания, в отличие от квадратной ТГКА, которая деформировалась в ромб.

3. Построена модель движения квадратной ТГКА с дополнительными тросовыми связями, учитывающая растяжение тросов и другие возмущения.

4. Проведены дополнительные исследования для квадратной ТГКА с учётом гравитационных и аэродинамических возмущений, в результате которых было установлено, что введение дополнительных центрального груза и тросов позволило повысить структурную устойчивость системы.

4 УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЁРТЫВАНИЕМ ТГКА КОНФИГУРАЦИИ «СТУПИЦА – СПИЦЫ»

4.1 Номинальное управление развёртыванием ТГКА «ступица-спицы» с использованием реактивных сил

Для создания необходимого вращающего момента относительно центра масс системы используются в данном случае двигатели малой тяги, расположенные на концевых КА (рисунок 2.2).

Номинальная программа изменения тяг двигателей аналогична рассмотренной ранее в разделе 3.1 и состоит из активных и пассивных участков (3.4).

Номинальный закон изменения силы натяжения тросов имеет вид

$$F_c(t) = F_{in} + k_v \dot{l}, \quad (4.1)$$

где $F_{in} = m(l + r)(\dot{\theta} + \dot{\theta}_t)^2 / 4$ — приближенное значение центробежной силы инерции, натягивающей тросы; k_v — коэффициент, определяющий интенсивность торможение троса.

Для согласования угловых скоростей КА и тросов вводится момент:

$$M_\theta = k_\theta (\dot{\theta} - \dot{\theta}_t) \quad (4.2)$$

где $k_\theta < 0$ — коэффициент обратной связи. Момент (4.2) приложен к центральному КА и здесь он вводится формально для обеспечения идеального развёртывания системы в номинальном случае, чтобы в любой момент времени обеспечить симметричную конфигурацию системы.

В таблице 4.1 приводятся исходные данные, принятые при построении номинальной программы управления развёртыванием ТГКА, и пример выбора её параметров, обеспечивающих правильную треугольную конфигурацию системы при длине тросов 1 км, где $\tau = \Omega t$ – безразмерное время.

Изменение характеристик номинального движения ТГКА при её формировании приводится на Рисунок 4.11, где также показан вариант на рисунке 4.1, *д-е* отсутствия управления ориентацией центрального КА ($k_\theta = 0$). В

последнем случае угловая скорость центрального КА $\dot{\theta}$ совершает колебания относительно угловой скорости тросов $\dot{\theta}_t$ (черная кривая, рисунок 4.1, ∂). Соответственно силы натяжения троса (рисунок 4.1, e) колеблются относительно значений, которые определены для $k_\theta \neq 0$ (рисунок 4.1, $г$).

Таблица 4.1 – Исходные данные для моделирования движения ТГКА «ступица – спицы» в случае её развёртывания с использованием реактивных сил

Обозначение	Название	Величина
m_c	Масса КА	200 кг
m	Масса спутников	20 кг
r	Характерный размер КА	2 м
J	Момент инерции	320 кг м ²
ω_0	Начальная угловая скорость	0.1 с ⁻¹
ω_{end}	Конечная угловая скорость	0.1 с ⁻¹
$t_{1,2,3}$	характерные моменты времени	20, 60, 170с
F_0	Сила тяги	2 Н
φ	Угол	$\pi/3$
k_θ	Коэффициент обратной связи	-100 кг м ² /с
k_v		0.202 кг /с
F_{min}	Минимальная величина силы натяжения	0.01Н

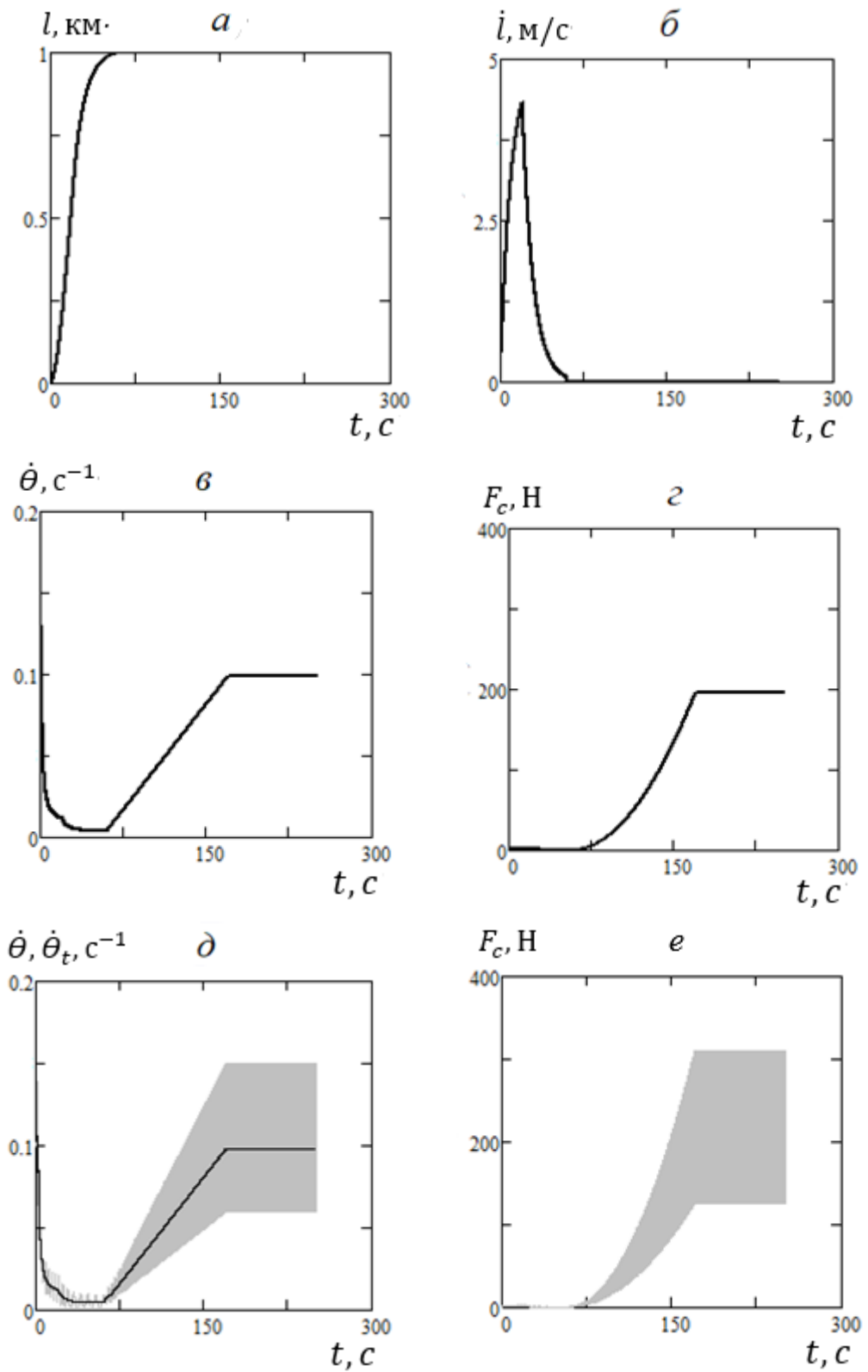


Рисунок 4.1 – Изменение характеристик номинального движения в процессе формирования ТГКА в случае использования для её развёртывания реактивных сил

4.2 Номинальное управление развёртыванием ТГКА «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил

Построим номинальное управление развёртыванием ТГКА с использованием электромагнитных сил (рисунок 2.5). Рассмотрим простое управление силой тока: ток включается сразу после развёртывания и отключается при достижении заданного значения угловой скорости $\dot{\theta}_t$.

Для обеспечения условий асимптотической устойчивости решения системы (2.20), соответствующего граничным условиям тросов $l = l_{end}$ и $\dot{l} = 0$, силу натяжения необходимо задать в виде

$$T = ml\dot{\theta}_t^2 + k_v\dot{l} + k_l(l - l_{end}) \quad (4.3)$$

где k_v, k_l – коэффициенты (аналогичные коэффициентам обратной связи), выбором которых можно обеспечить заданные свойства конечного состояния тросов.

Для определения коэффициентов k_v, k_l используется тот же прием, что был рассмотрен ранее в случае управления движением многоугольной ТГКА. Выражение (4.3) необходимо подставить в (2.20), составить характеристическое уравнение для системы (после подстановки получается линейная система) и определить коэффициенты k_v, k_l из условия $\dot{l} \rightarrow 0, l \rightarrow l_{end}$, причём $\dot{l} > 0$ и $l < l_{end}$ (апериодический переходный процесс).

На рисунке 4.2 приводятся основные характеристики номинального управления формирования ТГКА в зависимости от безразмерного времени $\tau = \Omega t$, где Ω – угловая скорость центра масс системы по круговой орбите. В таблице 4.2 приведены основные параметры для моделирования движения ТГКА.

За положительное направление тока принимается направление от спутников к центральному КА, а угловая скорость ω_0 направлена противоположно направлению отсчёта угла θ_t (рисунок 2.5), т.е. её проекция на ось Cz_0 орбитальной системы координат отрицательна: $\omega_{z0} = -0.1\text{с}^{-1}$. Приведённые численные результаты подтверждают асимптотическую устойчивость конечного состояния ТГКА по переменным $l, \dot{l}$ (рисунок 4.2, а, б), при этом $d^2l/dt^2 \approx 0$. После окончания

выпуска тросов их длина фиксируется, однако ток выключается только тогда, когда угловая скорость $\dot{\theta}_t$ достигает заданного значения. В данном случае $\dot{\theta}_t = -0.04\text{с}^{-1}$ (рисунок 4.2,в). После выключения тока угловая скорость вращения системы и силы натяжения тросов постоянны (рисунок 4.2,з). Особенностью изменения угловой скорости $\dot{\theta}_t$ является быстрое её уменьшение (точнее, её модуля) почти до нуля (рисунок 4.2,д) сразу после разделения центрального КА и спутников. Это объясняется быстрым увеличением момента инерции системы при увеличении длин тросов на этом начальном участке формирования ТГКА. Однако затем в результате действия вращающего момента от сил Ампера угловая скорость вращения системы монотонно увеличивается (по модулю) и в некоторый момент достигает заданного значения (рисунок 4.2, в).

Таблица 4.2 – Исходные данные моделирования вращения

Обозначение	Название	Величина
m_c	Масса КА	500 кг
m	Масса спутников	20 кг
H	Начальная высота круговой экваториальной орбиты	500 км
l_{end}	Конечная длина тросов	1 км
i	Величина тока	6А
ω_0	Начальная угловая скорость	0.1 с^{-1}
V_r	Относительная скорость разделения центрального КА и спутников	1.6 м/с
k_l	Коэффициент обратной связи	$0.5 * 10^{-3} \text{ кг /с}^2$
k_v		0.6 кг /с

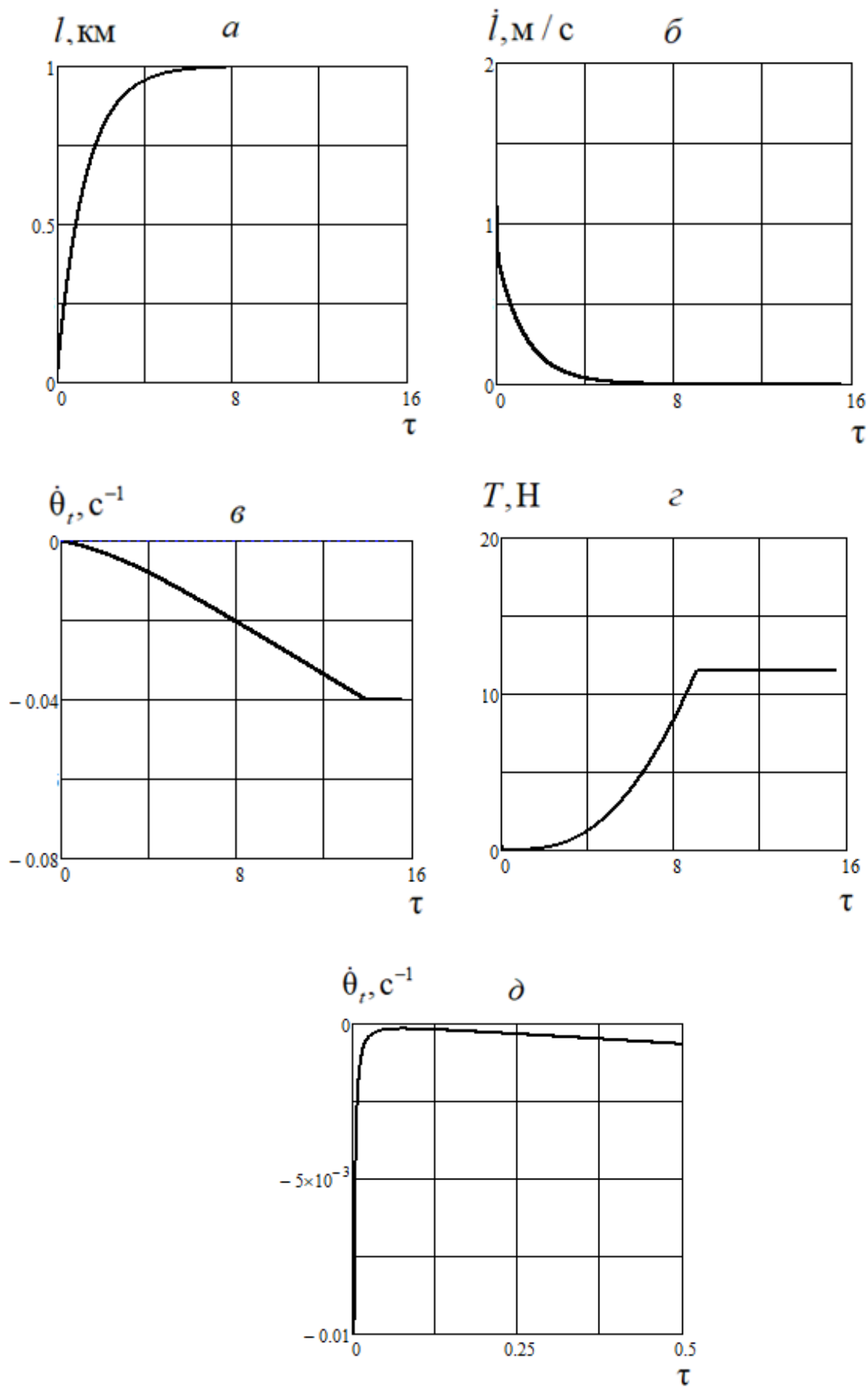


Рисунок 4.2 – Изменение характеристик номинального движения в процессе формирования ТГКА с использованием электромагнитных сил

4.3 Моделирование процесса развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с применением реактивных двигателей в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений

Для учёта возмущений, возникающих в начале движения ТГКА необходимо рассмотреть процесс разделения КА и спутников. Векторы скоростей центров масс, угловых скоростей КА и спутников определяются в соответствии с теоремами механики. Пусть $V_{rk} (k = 1, 2, 3)$ относительные скорости отделения спутников от КА. Используя закон сохранения импульса, определим скорости центра масс КА и спутников V_c, V_k , после их разделения:

$$V_c = V_s - \frac{m}{m_s} \sum_{k=1}^3 V_{rk}, V_k = V_c + V_{rk}, \quad (4.4)$$

где V_s — вектор скорости центра масс системы до разделения, $m_s = m_c + 3m$ — масса всей системы.

Используя теорему об изменении кинетического момента твердого тела при ударном взаимодействии, получаем:

$$\Delta K_k = r_k \times S_k, \Delta K_c = \sum_{k=1}^3 r_{ck} \times S'_k, \quad (4.5)$$

где $\Delta K_c, \Delta K_k$ — приращение моментов импульса КА и спутников, $S_k = m(V_k - V_s) = -S'_k$ — импульсы, действующие на k -ый спутник при его отделении.

Используя приращения моментов импульса (4.4), определяются изменение угловых скоростей КА и спутников после их разделения:

$$\Delta \omega_c = J_c^{-1} \Delta K_c, \Delta \omega_k = J_k^{-1} \Delta K_k \quad (k = 1, 2, 3). \quad (4.6)$$

В номинальном случае линии действия импульсов S_k проходят через центры масс КА и спутников, поэтому $\Delta K_k = \Delta K_c = 0$, и их угловые скорости равны угловой скорости системы до отделения спутников ω_0 . В противоположном случае, когда $\Delta K_k \neq 0, \Delta K_c \neq 0$, имеют место возмущения при разделении КА и спутников, и их угловые скорости изменяются.

В таблице 4.3 показаны исходные данные, принятые для численного моделирования движения тросовой группировки по математической модели (2.24), (2.29), (2.32) в дополнении к данным, представленным в таблице 4.1. Коэффициенты обратной связи K_l, K_v были выбраны в соответствии с работой [71],

где рассматривалось движение тросовой системы, состоящей из двух КА, причем масса малого КА, характеристики троса и механизма управления его выпуском были такими же как в данной работе.

Таблица 4.3 – Данные для численного моделирования движения ТГКА в геоцентрической системе координат

Обозначение	Название	Величина
J_{xc}, J_{yc}, J_{zc}	Осевые моменты инерции КА	320 кг м ²
J_{xk}, J_{yk}, J_{zk}	Центробежные моменты инерции спутников	0.32 кг м ²
H	Начальная высота круговой экваториальной орбиты	500 км
C	Жесткость троса	7070Н
m_{in}	Коэффициент инерционности механизма выпуска троса	0.2 кг
r_k	Характерный размер спутников	0.2 м
k_l	Коэффициент обратной связи	0.2 кг с ⁻²
k_v		7.8 кг с ⁻¹
p_l	Линейная плотность троса	0.2 кг/км

При численном анализе движения ТГКА с использованием модели (2.24), (2.29), (2.32) сначала анализировался случай, который был наиболее близок к номинальному движению системы, то есть спутники рассматривались как материальные точки. В этом случае совпадение характеристик движения ТГКА, определенных по упрощенной модели, с характеристиками движения, вычисленными в геоцентрической системе координат, было почти идеальным. После этого было рассмотрено движение с учётом следующих введённых возмущений (рисунок 4.3): вектор ω_0 не перпендикулярен орбитальной плоскости и имеет составляющие $\omega_{x0} = 0.05\text{с}^{-1}$, $\omega_{y0} = -0.05\text{с}^{-1}$, $\omega_{z0} = 0.1\text{с}^{-1}$ в связанной с КА системе координат (пространственное движение), центр масс центрального

КА смещён относительно связанной оси $c_c x_c$ на $0.1r$ (статическая асимметрия КА), учитывается динамическая асимметрия вида $(J_{zc} - J_{yc})/J_{xc} = 0.1$.

Наличие статической и динамической асимметрии центрального КА приводит к изменению угловых скоростей КА после отделения спутников в соответствии с (4.6). Характерные зависимости для этого случая приведены на рисунке 4.3, где на рисунке 4.3, а-г штриховыми линиями показаны характеристики номинального движения, сплошными – возмущённого движения. На рисунке 4.3 (д) представлены траектории спутников относительно центра масс всей системы (0,0). На рисунке 4.4 показаны колебания угла α_{c1} (рисунок 2.6) между направлением первого троса и продольной осью центрального КА, которые ограничены и после развёртывания ТГКА амплитуда этих колебаний почти постоянна. Аналогично изменяются углы α_{c2}, α_{c3} , которые соответствуют другим тросам.

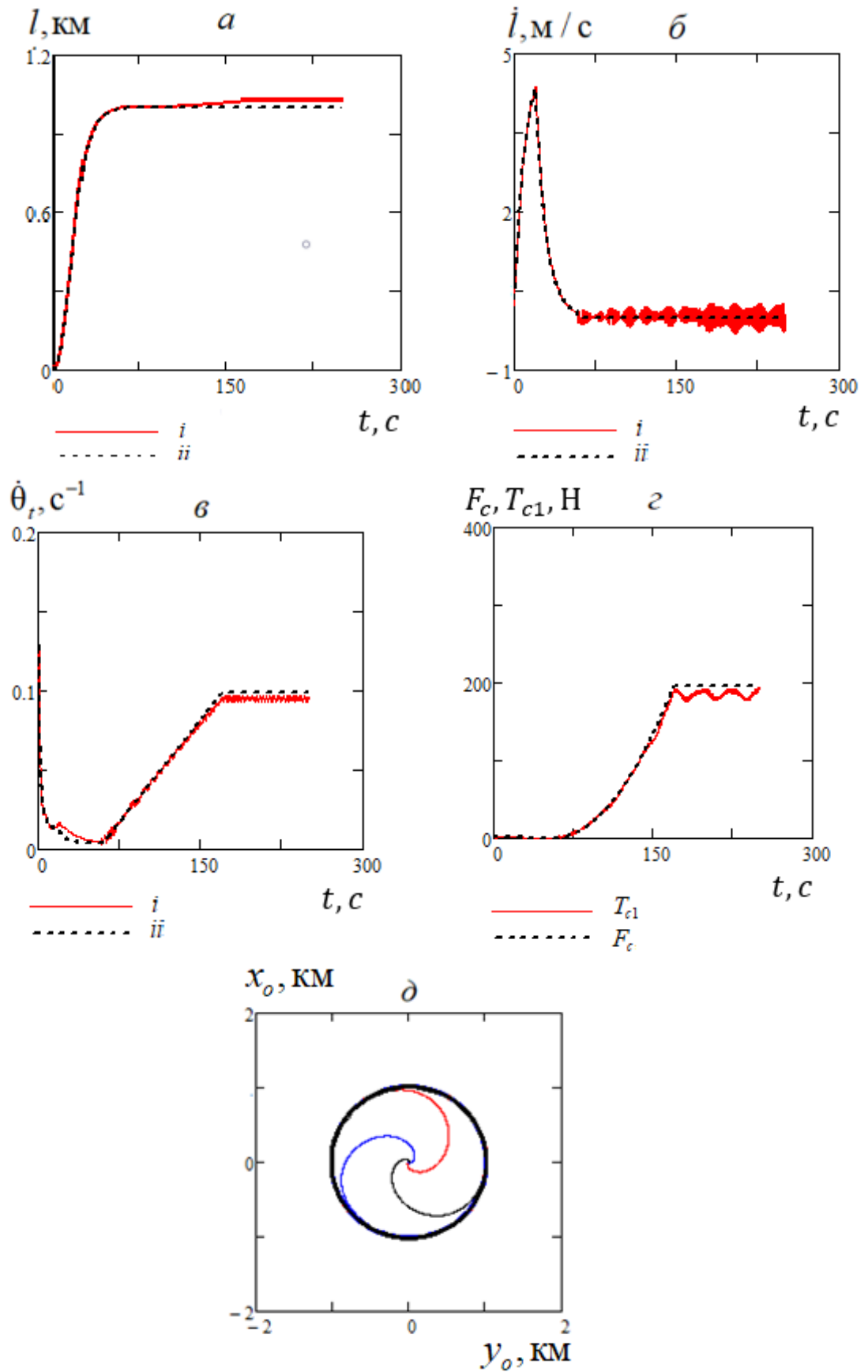


Рисунок 4.3 – Изменение характеристик движения ТГКА в процессе её формирования (концевые спутники – материальные точки): (*i*) возмущённое движение; (*ii*) номинальное движение.

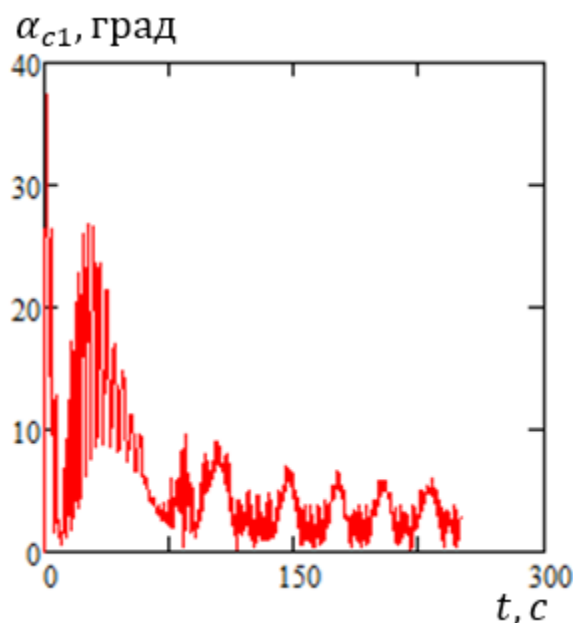


Рисунок 4.4 – Угол между направлением первого троса и продольной осью центрального КА

Если рассматривать концевые спутники как твёрдые тела, то реализация движения ТГКА, близкого к номинальному, усложняется. Как показали результаты моделирования движения ТГКА с использованием всех уравнений системы (2.24), (2.29), (2.32), угловое движение спутников относительно направлений тросов оказывается неустойчивым. Это в свою очередь ведёт к тому, что ориентация реактивных двигателей относительно направлений троса нарушается (заданный угол φ не реализуется) и формирование системы заданной конфигурации не происходит. Для устранения рассматриваемой неустойчивости движения ТГКА можно использовать простой вариант управления угловым движением спутников, когда стабилизация их колебаний относительно направлений тросов осуществляется по показаниям датчиков угловых скоростей (ДУС) с помощью использования стандартных малых реактивных двигателей системы ориентации и стабилизации движения КА. Принципиально управляющие моменты системы стабилизации движения спутников в этом случае можно задать в виде:

$$M_{x,y,z}^{(k)} = K_{\omega} \omega_{xk,yk,zk} \quad (4.7)$$

где $K_{\omega} < 0$ — коэффициент обратной связи, $\omega_{xk,yk,zk}$ — угловые скорости, определенные в связанных осях спутников.

После введения стабилизации угловых скоростей спутников ($K_\omega = -0.1 \text{ кг м}^2/\text{с}$) формирование заданной конфигурации ТГКА осуществляется успешно, и результаты мало отличаются от случая, когда спутники рассматривались как материальные точки. Результаты моделирования движения ТГКА для этого случая с использованием уравнений (2.24), (2.29), (2.32), показаны на рисунке 4.5. Графики для длин тросов и их скоростей на рисунке 4.5 не приводятся, так как они практически не отличаются от зависимостей, представленных на рисунке 4.3,а-б.

Из рисунка 4.5,в и рисунка 4.5,г следует ограниченность колебаний КА и спутников как твёрдых тел относительно направлений тросов, причём углы, определяющие ориентацию спутников относительно тросов, вследствие введения стабилизации вида (4.7) стремятся к нулю (для примера на рисунке 4.5,в показан угол α_1 , соответствующий первому спутнику). На рисунке 4.5,д,е показано, как изменяются управляющие моменты, приложенные к КА и первому спутнику, и обеспечивающие успешное формирование ТГКА заданной конфигурации. Если при моделировании движения системы отказаться от стабилизации движения КА ($M_\theta = 0$), то это накладывает очень жесткие ограничения на величину возмущений. Если в плоском случае развёртывание ТГКА оказывается успешным (угловая скорость вращения КА $\dot{\theta}$ совершает ограниченные колебания относительно угловых скоростей вращения тросов $\dot{\theta}_t$), то в пространственном случае (для данных, соответствующих рисунку 4.5) процесс формирования ТГКА оказывается неустойчивым.

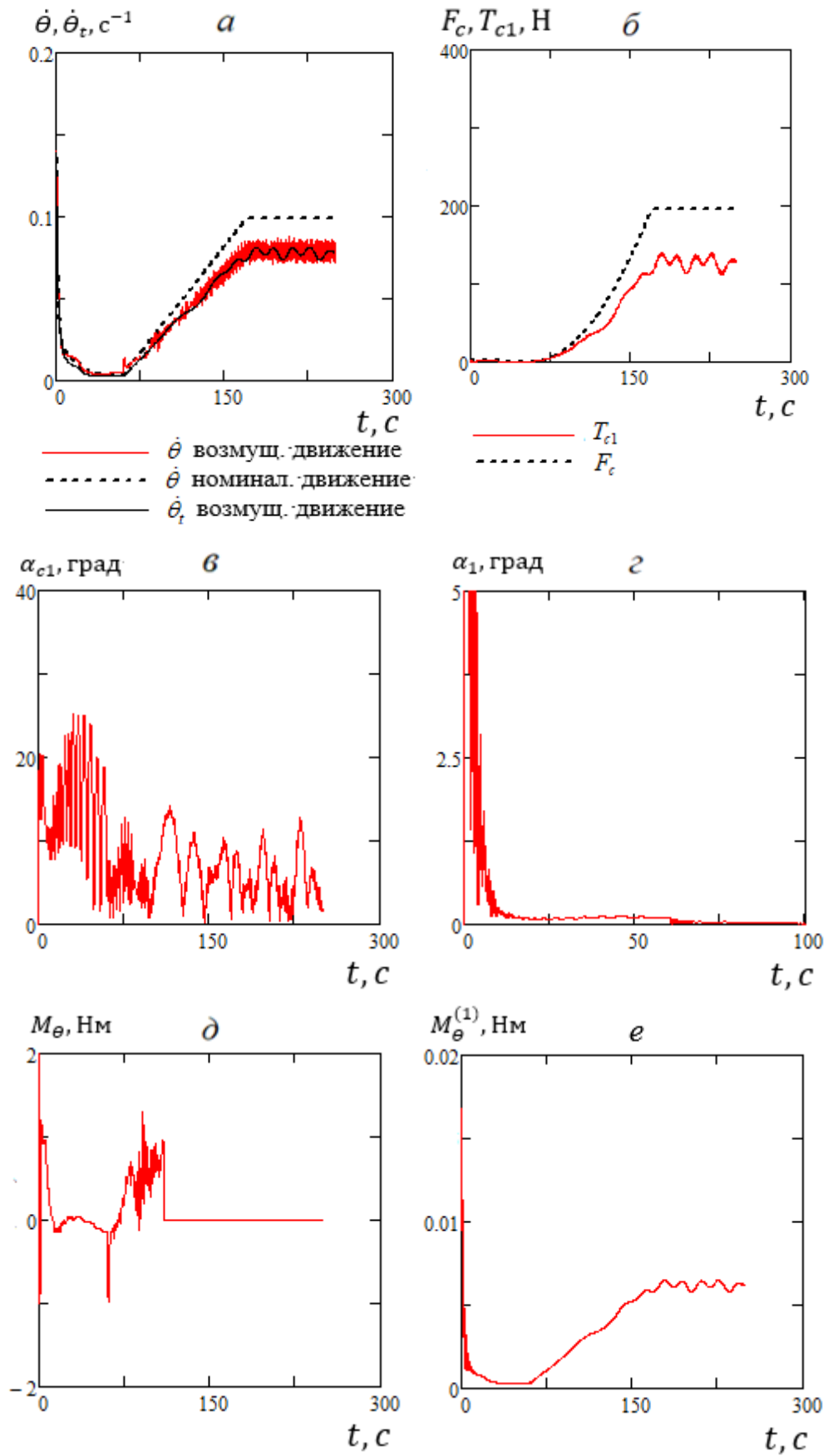


Рисунок 4.5 – Изменение характеристик движения ТГКА в процессе её формирования (спутники – твердые тела)

4.4 Моделирование процесса развёртывания ТГКА «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил в геоцентрической неподвижной системе координат при действии возмущений

Процесс разделения КА и спутников, учитываемый при анализе модели с действующими возмущениями аналогичен рассмотренному ранее в подразделе 4.3.

При моделировании возмущённого движения ТГКА использовалась система уравнений, записанная в геоцентрической неподвижной системе координат (2.24), (2.26), (2.41), (2.43). Исходные данные, принятые при моделировании возмущённого движения системы, приводятся в таблице 4.4. Они дополняют данные, взятые при построении номинального движения ТГКА.

Предполагается, что начальные угловые скорости твёрдого тела до разделения КА и спутников отличны от номинального случая ($\omega_{x0} = \omega_{y0} = 0, \omega_{z0} = -0.1\text{с}^{-1}$), и равны $\omega_{x0} = 0.05\text{с}^{-1}$, $\omega_{y0} = -0.05\text{с}^{-1}$, $\omega_{z0} = -0.1\text{с}^{-1}$. Здесь необходимо отметить, что увеличение числа отрезков, на которые разбиваются тросы, по сравнению с $N = 10$, практически не приводило к изменению результатов моделирования, что и обусловило такую дискретизацию тросов. Величины коэффициентов обратной связи K_l , K_v были выбраны исходя из результатов работы [44], где рассматривалась аналогичная задача управления выпуском троса с малым по массе грузом, правда тросовая система состояла из двух КА и её развёртывание осуществлялось в вертикальное положение.

Результаты моделирования движения ТГКА для экваториальной орбиты представлены на рисунке 4.6 и рисунке 4.7, из которых следует, что предлагаемый метод управления при развёртывании ТГКА конфигурации «ступица – спицы» обеспечивает согласованное изменение угловых скоростей вращения в плоскости орбиты центрального КА (ω_z) и тросов (ω_t), которые близки к номинальной угловой скорости ($\dot{\theta}_t$) (на рисунке 4.6,а и рисунке 4.6,б это жирная линия, на рисунке 4.5,б для примера показана угловая скорость первого троса). При формировании ТГКА в конечном итоге после окончания развёртывания системы углы между тросами должны составлять в идеальном случае 120 град. На рисунке

4.6,в и рисунке 4.6,г показано в качестве примера как изменяются углы между тросами 2, 3 (θ_{23}) и 1, 3 (θ_{13}) в процессе развёртывания системы. После того, как происходит выключение тока ($\tau = 9$) при достижении конечной угловой скорости вращения системы (-0.04с^{-1}) углы между тросами колеблются относительно значения 120 град с почти постоянной амплитудой (приблизительно 13 град).

Таблица 4.4 – Данные для численного моделирования ТГКА при её развёртывании с использованием электромагнитных сил

Обозначение	Название	Величина
C	Жёсткость троса	$45 \cdot 10^4 \text{Н}$
p_l	Линейная плотность троса	2.8 кг/км
N	Количество отрезков, на которые разбиваются тросы	10
k_l	Коэффициент обратной связи	0.2 кг /с^2
k_v		7.8 кг /с
k_θ		-10^2 Нм
k_ω		$-10^3 \text{ кг м}^2/\text{с}$
k_z		$-5 * 10^3 \text{ кг м}^2/\text{с}$
D_s	Диаметр центрального КА	2 м
J_x	Моменты инерции	200 кг м^2
J_y		210 кг м^2
J_z		190 кг м^2
Δy_s	Смещения центра масс КА относительно центра сферы	0.05 м
Δz_s		-0.05 м
D_t	Диаметр троса (алюминий с изоляцией)	1.2 мм

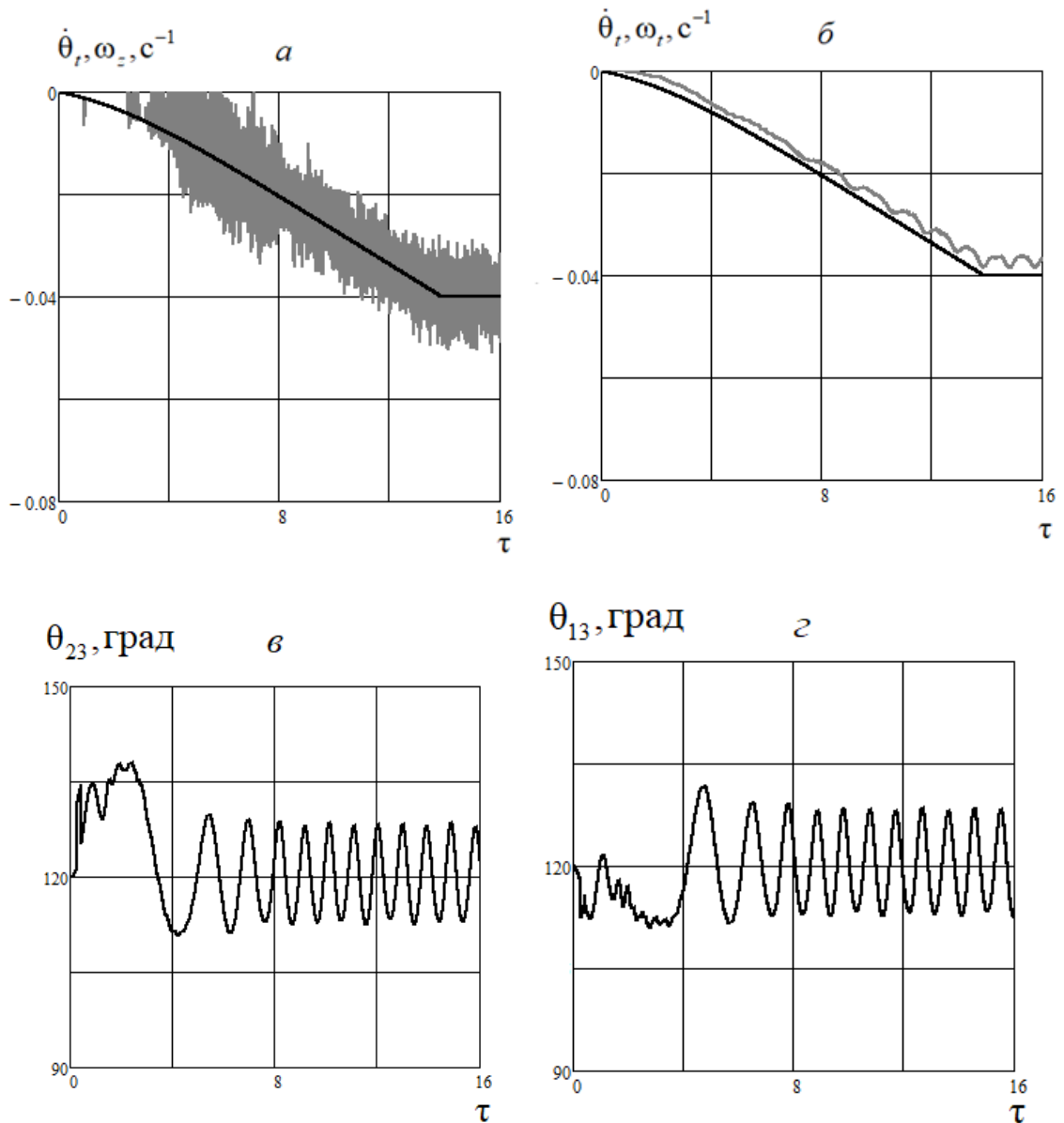


Рисунок 4.6 – Результаты моделирования возмущённого движения ТГКА на экваториальной орбите

На рисунке 4.7 показано, как изменяется форма тросов в процессе развёртывания ТГКА. Если на начальном этапе формирования системы под действием распределённой нагрузки тросы имеют заметный изгиб, то по мере увеличения угловой скорости вращения системы в результате действия центробежных сил инерции они постепенно выпрямляются и в конечном итоге их форма близка к прямой линии (при $\tau > 9$). Здесь можно отметить, что существует некоторая асимметрия при формировании ТГКА с точки зрения направления её вращения, если движение системы рассматривать в подвижной орбитальной

системе координат $cx_oy_oz_o$. Это связано с влиянием силы Кориолиса. Если сила Кориолиса, действующая на спутники и на любой участок троса, при развёртывании системы создаёт момент, противоположный по знаку с направлением заданного вращения системы, то сразу после разделения КА и спутников (когда относительная скорость выпуска тросов ещё велика) тросы могут вращаться в направлении, противоположном заданному (относительно вертикали). Данного эффекта можно избежать, если направление тока будет отрицательным (от КА к спутникам). Тогда знаки моментов от сил Ампера и сил Кориолиса будут совпадать, и описанный эффект исчезнет. Поэтому в данном случае знак заданной угловой скорости вращения системы относительно оси cz_o выбран отрицательным $\omega_z < 0$.

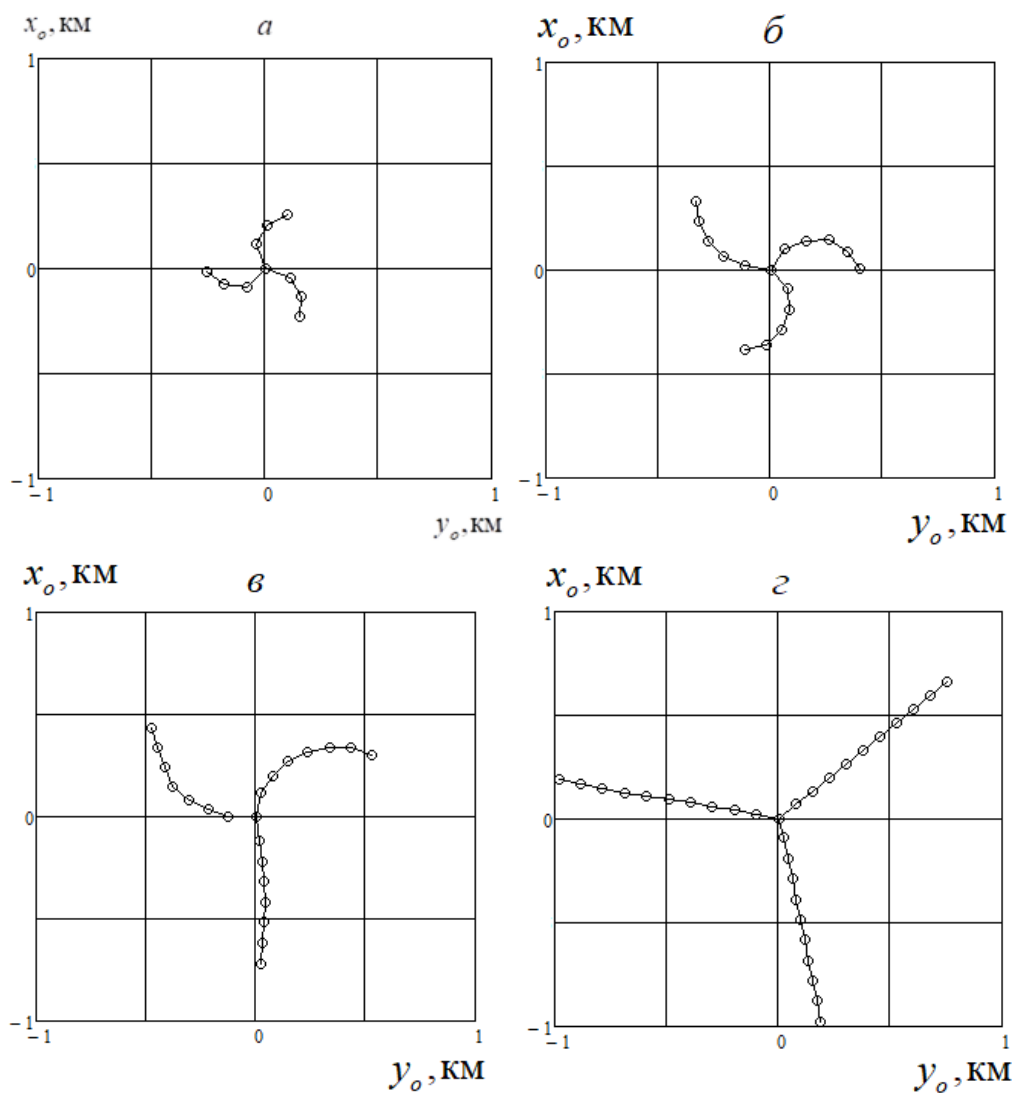


Рисунок 4.7 – Изменение формы тросов в процессе формирования ТГКА

Для уменьшения амплитуды колебаний углов $\theta_{13}, \theta_{12}, \theta_{23}$ между тросами предлагается ввести дополнительное управление величиной тока на заключительном этапе развёртывания системы, когда $l_{1,2,3} / l_{end} > 0.8$. Управление предлагается осуществлять в соответствии текущей угловой скоростью тросов, которая определяется по относительному движению крайних точек тросов, фактически по относительному движению центров масс центрального КА и спутников. Оценка угловой скорости тросов осуществляется следующим образом

$$\omega_t^{(i)} = \Delta r^{(i)} \times \Delta V^{(i)} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4.8)$$

где $\Delta r^{(i)} = R_n^{(i)} - R_s^{(i)}$, $\Delta V^{(i)} = \dot{R}_n^{(i)} - \dot{R}_s^{(i)}$.

Управляющая добавка к величине тока определяется как

$$\Delta I^{(i)} = K_I \left[(\omega_t^{(i)})_{z_0} - \dot{\theta}_t \right] \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4.9)$$

где $(\omega_t^{(i)})_{z_0}$ – проекции угловых скоростей (4.8) на ось cz_0 орбитальной системы координат, K_I – коэффициент обратной связи, $\dot{\theta}_t$ – номинальное значение угловой скорости вращения тросов.

Результаты моделирования процесса развёртывания ТГКА с управлением (4.9) представлены на рисунке 4.8 ($K_I = -10^3 \text{ А с}$). Введение управления величиной тока приводит к уменьшению амплитуды колебаний углов $\theta_{13}, \theta_{12}, \theta_{23}$ (рисунок 4.8, в, г), которые приближаются к величине 120 град. С другой стороны, существенно уменьшаются в этом случае ошибки регулирования по угловым скоростям ω_z, ω_t , что иллюстрируется на рисунке 4.8, а, б. На рисунке 4.8, д для примера показано, как изменяется управление (4.9) для первого троса.

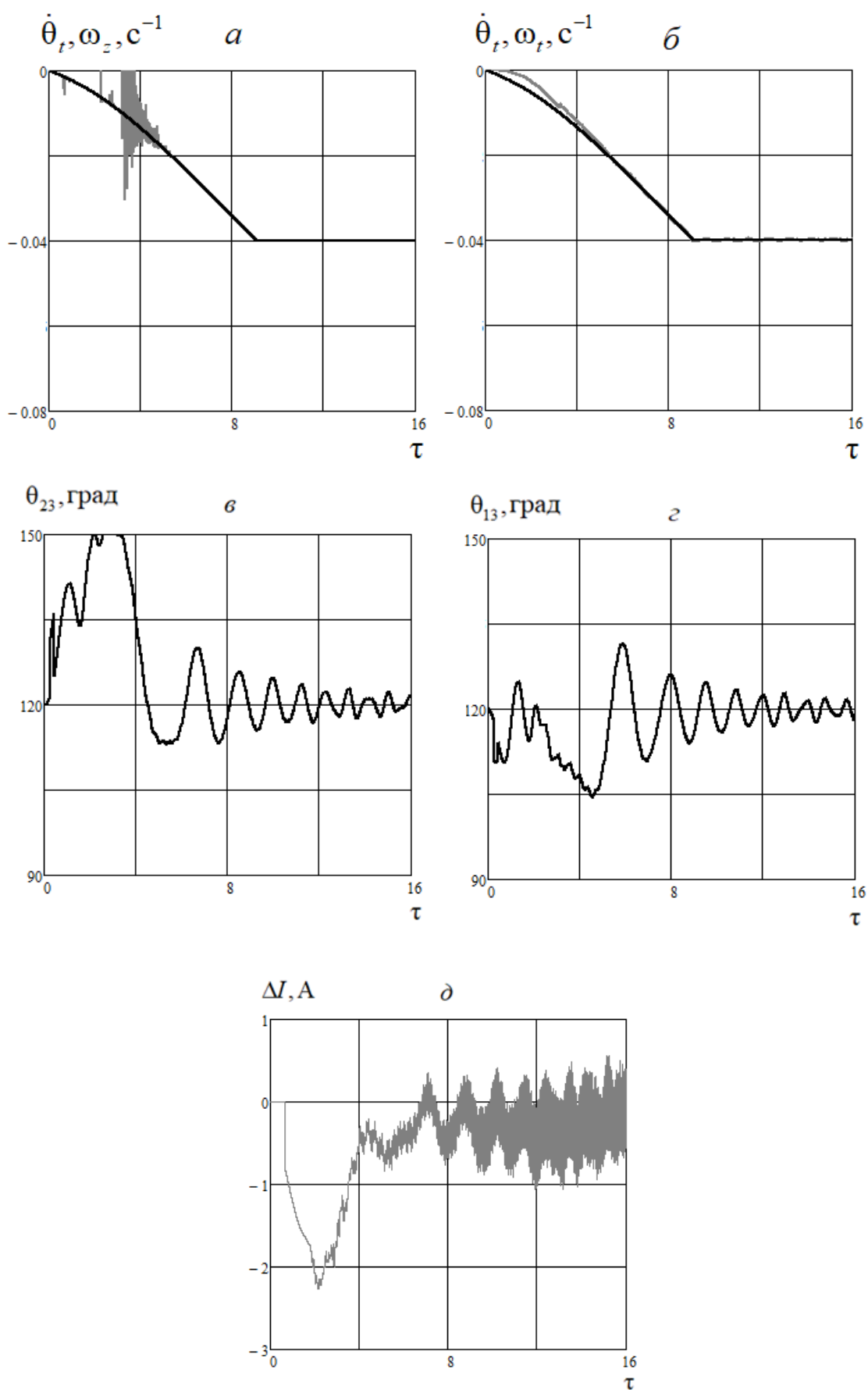


Рисунок 4.8 – Результаты моделирования возмущённого движения ТГКА на экваториальной орбите

Развёртывание ТГКА на экваториальной орбите (или на орбитах с малым наклоном при использовании модели магнитного поля Земли – наклонного диполя) фактически характеризует движение системы, близкое к плоскому. На орбитах с малым наклоном использованием электромагнитных сил для управления движением космических систем является наиболее эффективным, так как это приводит к наибольшей величине электромагнитных сил, действующих на проводящий ток трос в магнитном поле Земли [1]. Это связано с тем, что вектор магнитной индукции ортогонален (или почти ортогонален) любому участку троса. Из этого следует, что модуль векторного произведения (2.38), а значит величина результирующей силы Ампера близка к максимальной.

Так как на орбите с ненулевым наклоном сила Ампера (2.38) имеет составляющую, перпендикулярную плоскости орбиты, то при развёртывании ТГКА всегда реализуется пространственный случай движения системы, даже когда начальное состояние системы невозмущённое. Известно [1], что для орбит с ненулевым наклоном для сохранения той же эффективности использования сил Ампера необходимо увеличить величину тока приблизительно в $1/\cos i_o$ раз, где i_o - наклонение орбиты. На рисунке 4.9 приводятся зависимости, характеризующие процесс развёртывания системы на орбите с наклоном 30 град. Номинальная величина тока по модулю увеличилась и составила -11.5 А (ранее было -10 А). Такое увеличение величины тока для рассматриваемой задачи оказалось чрезмерным, так как конечная величина угловой скорости вращения системы стала больше, около -0.045 с^{-1} (ранее было -0.04 с^{-1}). Алгоритм стабилизации угловой скорости вращения тросов с использованием управления (4.9) сохранил свою эффективность (рисунок 4.9,в). Однако ошибки регулирования по угловым скоростям ω_z, ω_t в этом случае увеличились (рисунок 4.9,а,б). Это связано со сложным пространственным характером движения ТГКА, когда тросы совершают также колебания вне плоскости орбиты центра масс системы. На рисунке 4.9, г,д приводятся зависимости от времени отклонений спутников относительно орбитальной плоскости в процессе развёртывания системы $\Delta z_{1,2,3}$. Амплитуды этих

колебаний одинаковы для всех спутников, а по окончании выпуска тросов почти постоянны (рисунок 4.9,д). Максимальные отклонения спутников от плоскости орбиты составляют приблизительно 0.38 км. Фазы колебаний $\Delta z_{1,2,3}$ различаются, что нетрудно заметить на рисунке 4.9,з.

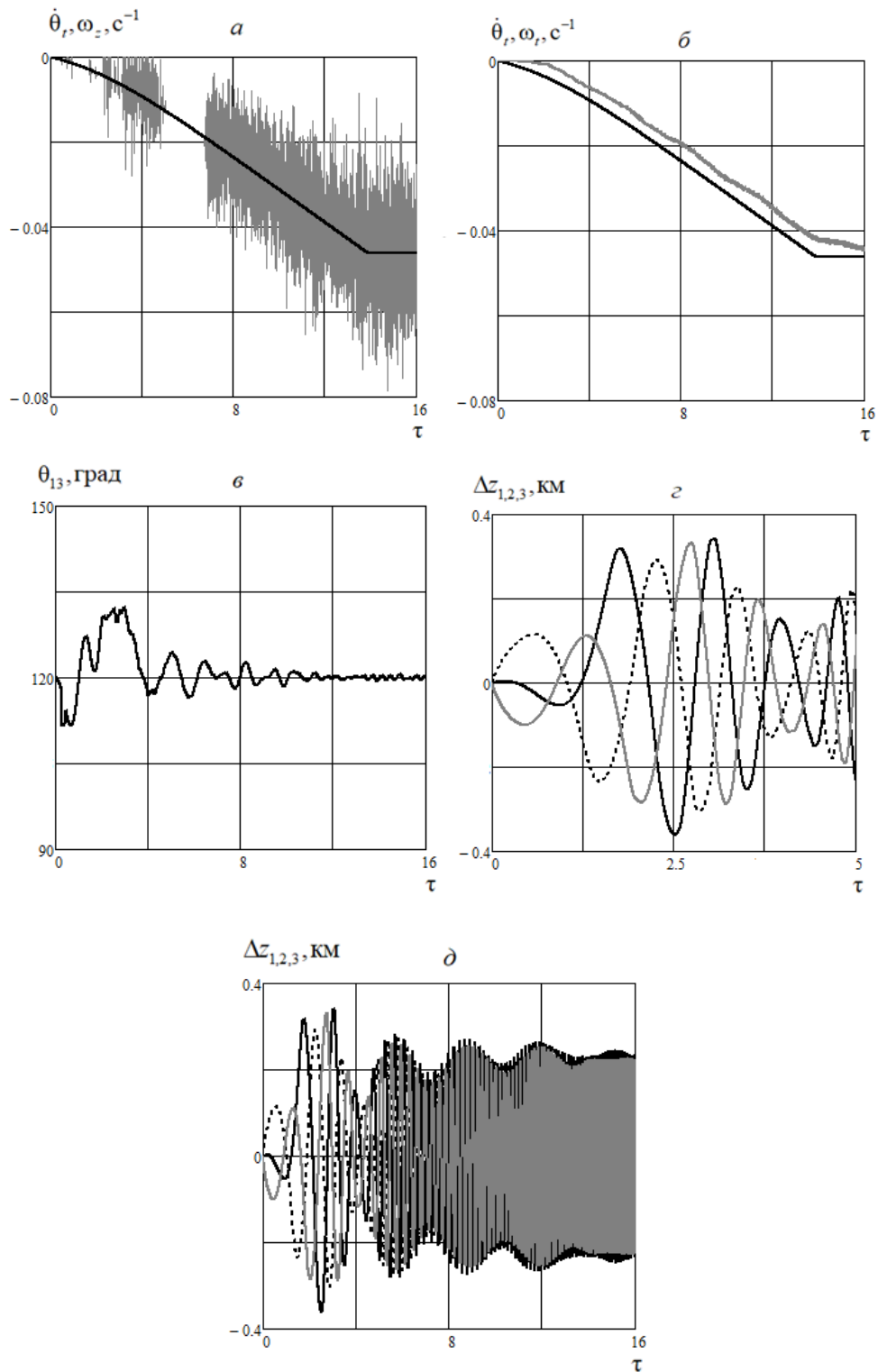


Рисунок 4.9 – Результаты моделирования возмущённого движения ТГКА на орбите с наклонением 30 град

4.5 Основные результаты и выводы по четвертой главе

1. Построено номинальное управление для развёртывания ТГКА конфигурации «ступица-спицы» с использованием реактивных сил, состоящая из двух активных и одного пассивного участков.

2. Построено номинальное управление для развёртывания ТГКА конфигурации «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил.

3. Проведён численный анализ движения ТГКА конфигурации «ступица-спицы» с использованием реактивных сил в двух случаях: близкий к номинальному, где спутники рассматривались как материальные точки и с учётом введённых возмущений. Для устранения неустойчивости системы при наличии возмущений был рассмотрен вариант использования стандартных малых реактивных двигателей системы ориентации и стабилизации движения КА, применение которого оказалось успешным.

4. Проведён численный анализ движения ТГКА конфигурации «ступица-спицы» с использованием электромагнитных сил с учётом возмущений на экваториальной орбите и на орбите с наклоном в 30 град. В качестве способа стабилизации системы было предложено использовать дополнительное управления величиной тока на заключительном этапе развёртывания системы. Данный метод позволил уменьшить амплитуды колебаний углов $\theta_{13}, \theta_{12}, \theta_{23}$ между тросами, но это немного увеличило ошибки регулирования по угловым скоростям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы:

1. Проведён анализ работ, посвящённых следующим видам конфигураций ТГКА: линейной, кольцевой, «ступица-спицы» и пространственной, в результате которого сделан вывод о недостаточности исследований методов управления не линейных ТГКА с числом КА от четырёх и больше, в том числе с учётом движения КА относительно своих центров масс.

2. Разработаны математическая модель и номинальное управление при развёртывании ТГКА кольцевых конфигураций в виде правильных многоугольников. Управление универсально и применяется для всех многоугольников с числом вершин от четырёх до семи.

3. Разработаны математические модели и номинальное управление при развёртывании ТГКА конфигурации «ступица – спицы» с использованием реактивных и электромагнитных сил.

4. Разработаны математические модели движения ТГКА в виде правильных многоугольников для проверки возможности реализации предлагаемого номинального управления с учётом растяжимости тросов, движения КА относительно своих центров масс и других возмущений.

5. Разработаны математические модели движения ТГКА «ступица – спицы» для проверки возможности реализации предлагаемого номинального управления при использовании в процессе её формирования двигателей малой тяги и электромагнитных сил с учётом действующих возмущений.

6. Разработаны дополнительные способы стабилизации движения ТГКА рассматриваемых конфигураций в процессе их развёртывания: введение центрального груза для квадратной ТГКА, алгоритмов стабилизации для центрального КА и концевых КА конфигурации «ступица – спицы» с помощью реактивных двигателей, алгоритма стабилизации с помощью изменение величины тока при использовании для управления ТГКА электромагнитных сил.

7. Проведено численное моделирование управляемого движения ТГКА рассматриваемых конфигураций при их развёртывании с учётом действующих

возмущений, подтверждающее возможность использования разработанных номинальных законов и программ управления.

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

ТГКА – тросовая группировка космических аппаратов

КА – космический аппарат

КТС – космическая тросовая система

ЭДКТС – электродинамическая космическая тросовая система;

$OX_eY_eZ_e$ – геоцентрическая неподвижная система координат (ГСК);

$OXYZ$ – геоцентрическая неподвижная орбитальная система координат (связана с начальным положением плоскости орбиты);

$OX_oY_oZ_o$ – геоцентрическая подвижная орбитальная система координат;

$sx_oy_oz_o$ – подвижная орбитальная система координат (s – центр масс системы), оси систем координат $OX_oY_oZ_o$ и $sx_oy_oz_o$ параллельны;

$c_kx_ky_kz_k$ – система координат, связанная с центром масс k -го спутника;

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{Q}$ – векторы обобщенных координат, обобщенных скоростей и обобщенных сил;

l – номинальная длина тросов;

θ – угол ориентации ТГКА относительно вертикали;

T_c – кинетическая энергия;

$\mathbf{r}_k$ – радиусы-вектора вершин k -го спутника относительно его геометрического центра.

φ_n – центральный угол многоугольной замкнутой конфигурации ТГКА;

φ – угол, определяющий направления действия реактивных сил;

J – момент инерции КА относительно своего центра масс;

m – масса спутников;

F – сила Ампера;

$\mathbf{R}_k$ – радиус-векторы центров масс КА;

$\mathbf{F}_k$ – реактивные силы;

$\mathbf{G}_k$ – гравитационные силы;

μ – гравитационная постоянная Земли;

$\mathbf{T}_k$ – силы натяжения тросов, приложенные к k -й точке;

$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орты главных связанных систем координат КА;

U_k – управляющие силы, тормозящие тросы;

$\boldsymbol{\omega}_k$ – векторы угловых скоростей;

J_k – тензоры инерции;

$\mathbf{M}_k$ – векторы моментов;

E_k – матрицы перехода от системы координат $OXYZ$ к связанным системам координат каждого КА $c_k x_k y_k z_k$;

$k_l, k_v, k_\omega, k_z, k_\theta$ – коэффициенты обратной связи;

E – модуль упругость Юнга;

S – площадь поперечного сечения тросов;

$\tau = \Omega_o t$ – безразмерное время;

Ω_o – угловая скорость движения центра масс ТГКА по орбите.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белецкий, В. В. Динамика космических тросовых систем [Текст] / В. В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 336 с.
2. A review of space tether in new applications/ P. Huang, F. Zhang, L. Chen [et al.] // Nonlinear Dynamics, 2018. – № 94. – P. 1-19.
3. Волошенюк, О. Л. Космические тросовые системы – перспективное направление космической техники и технологии/О.Л. Волошенюк, А. В. Пироженко, Д. А. Храмов // Институт технічної механіки Національної академії наук України та Державного космічного агентства України, Дніпропетровськ. Космічна наука і технологія, 2011. – Т. 17. – № 2. – С. 32-44.
4. Заболотнов, Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы в вертикальное положение с малым грузом [Текст] / Ю.М. Заболотнов // Прикладная математика и механика, 2015. – Т.79. – №1. – С.37-47.
5. Заболотнов, Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы, состоящей из двух малых космических аппаратов [Текст] / Ю.М. Заболотнов // Космические исследования, 2017. – Т.55. – №3. – С.236-246.
6. Bainum, P.M. Attitude Stability and Damping of a Tethered Orbiting Interferometer Satellite System / P.M. Bainum, R.E. Harkness, W. Stuiver // J. Astronautical Sciences, 1972. – Vol. 19. – № 5.
7. Breakwell, J.V. Dynamics of a Flexible Space Array / J.V. Breakwell, G.B. Andeen // J. Spacecraft and Rockets, 1977. – Vol. 14. – № 9. PP. – 556-561.
8. Осипов, В. Г. Космические тросовые системы: история и перспективы. [Текст] / В. Г. Осипов, Н. Л. Шошунов // Земля и Вселенная, 1998. – Т. 4. – С. 19.
9. Kruijff, M. Qualification and in-flight demonstration of a European tether deployment and momentum transfer system on YES2/ M. Kruijff, J. Erik // Acta Astronautica, 2008. – Vol. 64. – PP. 882-905

10. Spiliotopoulos, I. Development and Flight Results of a PC104/QNX-Based On-Board Computer and Software for the YES2 Tether Experiment/ I. Spiliotopoulos, M. Mirmont, M. Kruijff // Proceedings of the 4S Symposium Small Satellites Systems and Services, 2008. – id. 26.
11. Воеводин, П.С. Анализ динамики и разработка методов стабилизации движения радиальных электродинамических космических тросовых систем: специальность 05.07.09 «Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / П.С. Воеводин : Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева. - Самара, 2020. - 129 с.
12. Zhong, R. Dynamics of Nanosatellite Deorbit by Bare Electrodynamic Tether in Low Earth Orbit/ R. Zhong, Z.H. Zhu // J. Spacecraft and Rockets, 2013. – Vol. 50. – № 3. – PP.691-700.
13. Review of KITE – Electrodynamic Tether Experiment on the H-II Transfer Vehicle/ Y. Ohkawa, S. Kawamoto, T. Okumura [et al.] // Acta Astronautica, 2020. – Vol. 177. – PP. 750-758.
14. JAXA's Tether Technologies Rocket Experiment (T-REX) Launched. - Текст : электронный // On orbit. – URL: [http://spaceref.com/onorbit/jaxas-tether-technologies-rocket-experiment-\(t-rex\)-launched.html](http://spaceref.com/onorbit/jaxas-tether-technologies-rocket-experiment-(t-rex)-launched.html) (дата обращения: 16.04.2025).
15. TEPCE (Tether Electrodynamics Propulsion CubeSat Experiment). - Текст : электронный // eoPortal Directory – URL: <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/t/tepce> (дата обращения: 16.04.2024).
16. TEPCE 1, 2. - Текст: электронный// Gunter's Space Page. – URL: https://space.skyrocket.de/doc_sdat/tepce.htm (дата обращения: 16.04.2025).
17. Pizarro-Chong, A. Dynamics of multi-tethered satellite formations containing a parent body/ A. Pizarro-Chong, A.K. Misra // Acta Astronaut, 2008. – Vol. 63. – PP. 1188–1202.

18. Kumar, K.D.. Rotating formation flying of three satellites using tethers / K.D. Kumar, T. Yasaka // J. Spacecr, 2004. – Vol. 41. – № 6. PP. 973–985.
19. Kim, M. Control of a rotating variable-length tethered system / M. Kim, C.D. Hall // J. Guid. Control Dyn, 2004. – Vol. 27. – № 5. PP. 849–858.
20. Williams, P. Optimal deployment/retrieval of a tethered formation spinning in the orbital plane / P. Williams // J. Spacecr, 2006. – Vol. 43. – № 3. – PP. 638–650.
21. Su, B. Robust control of triangular tethered satellite formation with unmeasured velocities / B. Su, F. Zhang, P. Huang // Acta Astronaut, 2021. – Vol. 186. – PP. 190–202.
22. Huang, B. Stable spinning deployment of space triangle tethered formation system using event-triggered sliding mode control / B. Huang, F. Zhang, P. Huang // Advances in Space Research, 2022. – Vol. 70. – №5. – PP.1222-1233.
23. Razzaghi, P. Study of the Triple-Mass Tethered Satellite System under Aerodynamic Drag and J2 Perturbations / P. Razzaghi, N. Assadian // Adv. Space Res, 2015. – Vol. 56(10). – PP. 2141–2150.
24. Заболотнов, Ю. М. Метод формирования тросовой группировки микроспутников в виде правильного треугольника с учётом их движения относительно центров масс [Текст] / Ю. М. Заболотнов, Ш. Чэнь // Известия РАН. Теория системы и управления. – 2023. – № 2. – С. 44-59.
25. Cai, Z. Deployment and retrieval of a rotating triangular tethered satellite formation near libration points / Z. Cai, X. Li, Z. Wu // Acta Astronaut, 2014. – Vol. 98. – PP. 37–49.
26. Cai, Z. Nonlinear dynamics of a rotating triangular tethered satellite formation near libration points / Z. Cai, X. Li, H. Zhou // Aerosp. Sci. Technol, 2015. – Vol. 42. – PP. 384–391.
27. Zhao, J. Nonlinear dynamics and simulation of multi-tethered satellite formations in Halo orbits / J. Zhao, Z.Cai // Acta Astronautica, 2008. – V. 63. – PP. 673-681.
28. Чэнь, Ш. Робастное управление при формировании вращающейся тросовой группировки микроспутников конфигурации «ступица-спицы» с использованием неравенства Гамильтона-Якоби [Текст] / Ш. Чэнь, Ю. М.

- Заболотнов // Космические аппараты и технологии. – 2022. – Т. 6. – № 4. – С 235-245.
29. Deployment strategies for planar multi-tethered satellite formation / G. Zhai, F. Su, J. Zhang [et al.] // Aerospace Science and Technology, 2017. – Vol. 71. – PP. 475-484.
 30. Dynamics and control during spinning deployment for hub-and-spoke configured multi-tethered satellite formation / F. Su, G. Zhai, J. Zhang [et al.] // Acta Aeronaut. Astronaut. Sinica, 2016. – Vol. 37. – №. 9. – PP. 2809-2819.
 31. Deployment/retraction of the rotating Hub-Spoke Tethered Formation System / P. Huang, Y. Zhao, F. Zhang [et al.] // Aerospace Science and Technology, 2017. – V. 69. – PP. 495-503.
 32. Misra, A. K. Dynamics of tethered satellites in a hub-spoke / A. K. Misra, A. Pizzaro-Chong // Advances in the Astronautical Sciences, 2004. – Vol. 117. – PP. 219-229.
 33. Avanzini, G. Effects of eccentricity of the reference orbit on multi-tethered satellite formations/ G. Avanzini, M. Fedi // Acta Astronautica, 2014. – V. 94. – PP. 338-350.
 34. Bekey, I. Tethers open new space options / I. Bekey // Astronautics and Aeronautics, 1983. – V. 21. – PP. 32-40.
 35. Young, K. A. Contamination-Free Ultrahigh Precision Formation Flying Method for Micro-, Nano-, and Pico-Satellites with Nanometer Accuracy / K. A. Young // Space Technology and Applications International Forum. STAIF, 2006. – PP.1213-1223.
 36. A Contamination-Free Ultrahigh Precision Formation Flight Method Based on Intracavity Photon Thrusters and Tethers: Photon Tether Formation Flight (PTFF) // 2006. NASA. Institute for Advanced Concepts: Final Report. Program 07605-003-041. 72 pp.
 37. Dynamics of multi-tethered pyramidal satellite formation / D. Alary, K. Andreev, P. Boyko [et al.] // Acta Astronautica, 2015. – Vol. 117. – PP. 222-230.

38. Yarotsky, D. Three-dimensional multi-tethered satellite formation with the elements moving along Lissajous curves / D. Yarotsky, V. Sidorenko, D. Pritykin // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2016. – Vol. 125 (3). – PP. 309-322.
39. Williams, P. Optimal control of a spinning double-pyramid Earth-pointing tethered formation / P. Williams // *Acta Astronautica*, 2009. – Vol. 64. – PP. 1191-1223.
40. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями / А.П. Алпатов, В.В. Белецкий, В.И. Драновский [и др.]. – Москва–Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика". Институт компьютерных исследований, 2007. – 560 с.
41. Dynamics of Tethered Space Systems. / A.P Alpatov, V.V. Beletsky, V. I. Dranovskii [et al.]. – Boca Raton - London - New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010. – 237 p.
42. Aslanov, V.S. Dynamics of the Tethered Satellite Systems/ V.S. Aslanov, A.S. Ledkov // Woodhead Publishing Limited (Elsevier) Cambridge. UK, 2012. – 350 p.
43. Zabolotnov, Yu. M. Introduction to the dynamics and control of the motion of space tether systems [Текст] / Yu. M. Zabolotnov. – Beijing: Science Press, 2013. – 140 p.
44. Заболотнов, Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы в вертикальное положение с малым грузом / Ю.М. Заболотнов // *Прикладная математика и механика*, 2015. – Т. 79. – № 1. – С. 37-47.
45. Заболотнов, Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы, состоящей из двух малых космических аппаратов / Ю.М. Заболотнов // *Космические исследования*, 2017. – Т. 55. – № 3. – С. 236-246.
46. Levin, E. M. Dynamic analysis of space tether missions [Текст] / E. M. Levin. San Diego, CA: Univelt, 2007. – 454 p.
47. Заболотнов, Ю.М. Анализ динамики и управление при развёртывании кольцевой тросовой группировки космических аппаратов / Ю.М. Заболотнов,

- А.А. Назарова, Чанцин Ван // Известия РАН. Механика твердого тела, 2023. – № 4. – С. 110-124.
48. Динамика формирования тросовой группировки космических аппаратов в виде треугольного «созвездия»/ Ю.М. Заболотнов, А.А. Назарова, Чанцин Ван, Айджюнь Ли // Космические исследования, 2022. – Т. 60. – № 5. – С. 413-425.
 49. Заболотнов, Ю.М. Метод формирования треугольной вращающейся тросовой группировки космических аппаратов с использованием электромагнитных сил/ Ю.М. Заболотнов, А.А. Назарова // Известия РАН. Теория и системы управления, 2022. – №4. – С. 160-176.
 50. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин Н.Н. – М.: Высшая школа, 1990. – 607 с.
 51. Grossi, M. Future of Tethers in Space/M. Grossi // Proceedings of 4th International Conference on Tethers in Space, Science and Technology, Science and Technology Corporation, Hampton, VA, 1995. – PP. 11–23.
 52. Uphoff, C. The Terminator Tether: An Efficient Mechanism for End-of-Life Deorbit of Constellation Spacecraft / C. Uphoff, R.L. Forward, R.P. Hoyt; edited by J.C. Van-Der-Ha //Mission Design & Implementation of Satellite Constellations, Kluwer Academic Publishers, Toulouse, France, 1998. – p. 347–365.
 53. Satellite De-orbiting by Means of Electrodynamic Tethers, Part I: General Concepts and Requirements, & Part II: System Configuration and Performance / L. Iess, C. Bruno, C. Ulivieri [et al.] // Acta Astronautica, 2002. – Vol. 50. – No. 7. – PP. 399–416.
 54. Zhong, R. Dynamics of Nanosatellite Deorbit by Bare Electrodynamic Tether in Low Earth Orbit / R. Zhong, Z.H. Zhu // J. of Spacecraft and Rockets, 2013. – Vol. 50. – № 3. – P. 691–700.
 55. Sanmartin, J.R. An Anodeless Tether Generator: Proceedings of Workshop on Physics of Charged Bodies in Space Plasmas / J.R Sanmartin, E. Ahedo and M.

- Martinez-Sanchez; edited by M. Dobrowolny and E. Sindoni // Editrice Compositori, Bologna, Italy, 1992. – PP. 201–208.
56. Sanmartin, J.R. The Orbital-Motion-Limited Regime of Cylindrical Langmuir Probes / J.R. Sanmartin, R.D. Estes//Physics of Plasmas, 1999. – Vol. 6. – No. 1. – PP. 395–405.
 57. Sanmartin, J. R. Efficiency of Electrodynamic Tether Thrusters / J.R. Sanmartin, R.D. Estes, E.C. Lorenzini and S.A. Elaskar // Journal of Spacecraft and Rockets, 2006. – Vol. 43. – No. 3. – PP. 659–666.
 58. Sanmartin, J.R. Electrodynamic Tether Applications and Constraints / J.R. Sanmartin, E.C. Lorenzini, M. Martinez-Sanchez // Journal of Spacecraft and Rockets, 2010. – Vol. 47. – No. 3. – PP. 442–456.
 59. Bombardelli, C. Space Debris Removal with Bare Electrodynamic Tethers/C. Bombardelli, J. Herrera-Montojo, A. Iturri-Torrea, and J. Pelaez // Advances in the Astronautical Sciences, 2010. – Vol. 136. – Pt. III. – PP. 2523–2533.
 60. Chen, X. Bare-tether cathodic contact through thermionic emission by low-work function materials/X. Chen, J.R. Sanmartin // Physics of Plasmas, 2012. – Vol. 19. – PP.1–8
 61. Lorenzini, E.C. Tethers in Space Handbook / E.C. Lorenzini, M.L. Cosmo. – 3rd edition. – Smithsonian Astrophysical Observatory, 1997. – 241 p.
 62. Iñarrea, M. Attitude stabilization of electrodynamic tethers in elliptic orbits by time delay feedback control / M. Iñarrea, V. Lanchares, A.I. Pascual, J.P. Salas // ActaAstronautica, 2014 .– Vol. 96. – PP.280–295.
 63. Corsi, J. Stability and control of electrodynamic tethers for de-orbiting applications (Conference Paper) / J. Corsi, L. Less//Acta Astronautica, 2001. – Vol. 48. – Issue 5-12. – PP. 491-501.
 64. Review of KITE – Electrodynamic Tether Experiment on HTV-6/ Y. Ohkawa, S. Kawamoto, T. Okumura, K. Iki [et. al] // The Sixth International Conference on Tethers in Space, Department of Bioengineering and Aerospace Engineering Universidad Carlos III de Madrid, Spain – 2019.

65. Ван, Ч. Анализ динамики формирования тросовой группировки из трех наноспутников с учётом их движения вокруг центров масс / Ч. Ван, Ю.М. Заболотнов // ПММ, 2021. – Т. 85. – № 1. – С. 21–43.
66. Заболотнов, Ю.М. Движение спускаемой капсулы относительно центра масс при развёртывании орбитальной тросовой системы / Ю.М. Заболотнов, О.Н. Наумов // Космические исследования, 2012. – Т.50. – Вып.2. – С.177-187
67. Kruijff, M. Tethers in Space / M. Kruijff. – Netherlands: Delta-Utec Space Research, 2011. – 423 p
68. Шилов, А.А. Оптимальная коррекция матрицы направляющих косинусов при расчетах вращения твердого тела / А.А Шилов// Ученые записки ЦАГИ, 1977. Т. 8. – № 5. – С. 137–139.
69. Воеводин, П.С. К задаче о стабилизации движения низкоорбитальной электродинамической тросовой системы / П.С. Воеводин, Ю.М. Заболотнов // Известия РАН. Теория и системы управления, 2019. – № 2. – С. 125–140.
70. Основы теории полета космических аппаратов // Под. ред. Нариманова Г.С. и Тихонравова М.К. – М.: Машиностроение, 1972. – 608 с.
71. Dong, Z. Motion modeling and deployment control of a long tethered spacecraft system with an atmospheric sounder / Z. Dong, Y.M. Zabolotnov, C. Wang // Engineering Letters, 2018. – 26(4). – PP. 478-488.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Акт о внедрении результатов диссертационного исследования в учебный процесс

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
/Гаврилов А.В.
« 22 » 09 2025г.



АКТ

о внедрении (использовании) результатов научно-исследовательской работы
(диссертационного исследования) в учебный процесс

Результаты научно-исследовательской работы (диссертационного исследования) по теме «Управление развёртыванием многоэлементных тросовых группировок космических аппаратов», выполненной(ого) на кафедре (в научно-исследовательском подразделении) программных систем, внедрены (использованы) в учебный(ом) процесс(е) на кафедре (в научно-исследовательском подразделении) программных систем на основании решения кафедры/факультета (протокол №2 от «23» сентября 2025 г.).

Указанные результаты включены в курс Вычислительная математика, направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Заведующий кафедрой

« 22 » 09 2025г. /Востокин С.В.

Руководитель проекта
(Соискатель ученой степени)

« 22 » 09 2025г. /Назарова А.А.

Начальник методического отдела
учебно-методического управления
к.т.н., доцент

« 22 » 09 2025г. /Вдовин Р.А.

Начальник отдела сопровождения
научных исследований
к.т.н., доцент

« 22 » 09 2025г. /Родионов Л.В.