

Пупков Максим Владимирович

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ПЕРЕЛЕТОВ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
ИЗ ОКРЕСТНОСТИ СОЛНЕЧНО-ЗЕМНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ
К СБЛИЖАЮЩИМСЯ С ЗЕМЛЕЙ АСТЕРОИДАМ**

2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (Самарский университет) на кафедре динамики полета и систем управления.

Научный руководитель:

Старинова Ольга Леонардовна, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой динамики полета и систем управления Самарского университета.

Официальные оппоненты:

Ивашкин Вячеслав Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»;

Самохин Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории № 38 федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук.

Ведущая организация:

Акционерное общество «Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина», г. Химки.

Защита состоится 1 декабря 2026 года в 10:00 на заседании диссертационного совета 24.2.379.03, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» и на сайте:

https://ssau.ru/storage/pages/7009/file_6a8e978107a392.60336831.pdf

Автореферат разослан _____ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.т.н., доцент

А.В. Крамлих

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации рассматриваются вопросы проектирования низкоэнергетических баллистических схем перелетов космического аппарата (КА) к астероидам, сближающимся с Землей, в частности к потенциально опасным астероидам (ПОА). В предлагаемых схемах КА начинает движение к ПОА с ограниченной орбиты в окрестности солнечно-земной точки либрации L_1 или L_2 , а после пролета астероида возвращается на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации. В текущем исследовании рассматриваются только точки либрации системы Солнце-Земля.

Актуальность темы исследования. Точки либрации представляют огромный научный интерес для космических миссий. Начиная с 1978 г на ограниченные орбиты (т.е. орбиты, близкие к периодическим орбитам относительно точек либрации, на которых КА может находиться длительное время) было выведено свыше десяти КА, причем вблизи точки L_1 в большинстве своем функционируют аппараты для наблюдения Солнца, а около точки L_2 размещаются космические обсерватории и телескопы. В диссертации предлагается разместить на ограниченной орбите вокруг точки либрации L_2 КА, целью которого будет последовательное изучение нескольких сближающихся с Землей астероидов. Проведенный анализ показал, что только в период с июня 2028 г по апрель 2029 г три таких объекта пройдут вблизи точки либрации L_2 . Использование одного КА для исследования нескольких астероидов существенно повысит научную эффективность миссии. Однако в настоящее время не разработаны методики проектирования низкоэнергетических траекторий перелетов с возвращением на ограниченную орбиту в окрестности исходной точки либрации, а также методика оперативной оценки возможности пролета около небесного тела при ограничении на потребный расход топлива. Поэтому рассматриваемая в диссертации проблема является актуальной.

Степень разработанности. Вопросы движения КА по орбитам в окрестностях точек либрации занимались И.С. Ильин, М.Л. Лидов, А.П. Маркеев, В.В. Сазонов, О.Л. Старинова, А.Г. Тучин, Н.А. Эйсмонт, J. Cobos, D.W. Dunham, R.W. Farquhar, G. Gomez, H. Hechler, K.C. Howell, W.S. Koon и др. Исследования в области применения орбит вблизи точек либрации для осуществления перелетов КА к астероидам проводили С.А. Аксенов, С.А. Бобер, Н.А. Эйсмонт, D.W. Dunham, E. Fantino, R.W. Farquhar, K.C. Howell, E. Marin, A. Mereta, Y. Wang и др. В большинстве работ точки либрации рассматриваются для проектирования миссий достижения астероидов исключительно в дальнем космосе. Проблема построения низкоэнергетических траекторий перелетов КА с орбиты, связанной с точкой либрации L_1 или L_2 , к ПОА с последующим возвращением на орбиту в окрестности исходной точки либрации с ограничением на суммарную характеристическую скорость маневра в этих исследованиях не рассматривалась.

Цель работы состоит в разработке методик проектирования низкоэнергетических перелетов КА с ограниченной орбиты около точки либрации L_1 или L_2 системы Солнце-Земля к ПОА, при выполнении которых сближение аппарата с небесным телом осуществляется в пределах грависферы влияния Земли, а также обеспечивается возвращение КА в окрестность исходной точки либрации.

Грависфера влияния Земли (рис. 1) – сфера радиуса 2.5 млн км с центром в центре масс Земли. Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Исследование особенностей движения КА по ограниченным орбитам в окрестности точки

либрации L_1 или L_2 и анализ движения ПОА вблизи этих орбит.

2. Разработка методики оперативного приближенного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

3. Разработка методики формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

4. Разработка методики проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

5. Выбор управляющего воздействия по разработанным методикам и проведение моделирования траекторий перелетов к ПОА для КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L_2 .

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследований**: методы небесной механики, численное интегрирование систем дифференциальных уравнений движения КА, численные методы решения алгебраических уравнений.

Объектом исследования является управляемое движение центра масс КА вблизи точек либрации L_1 и L_2 .

Предметом исследования являются методики формирования программного управления движением центра масс КА для обеспечения сближения с ПОА в пределах грависферы влияния Земли с последующим возвращением на ограниченную орбиту в окрестности исходной точки либрации.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Предложена и обоснована методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

2. Предложена и обоснована методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

3. Предложена и обоснована методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и

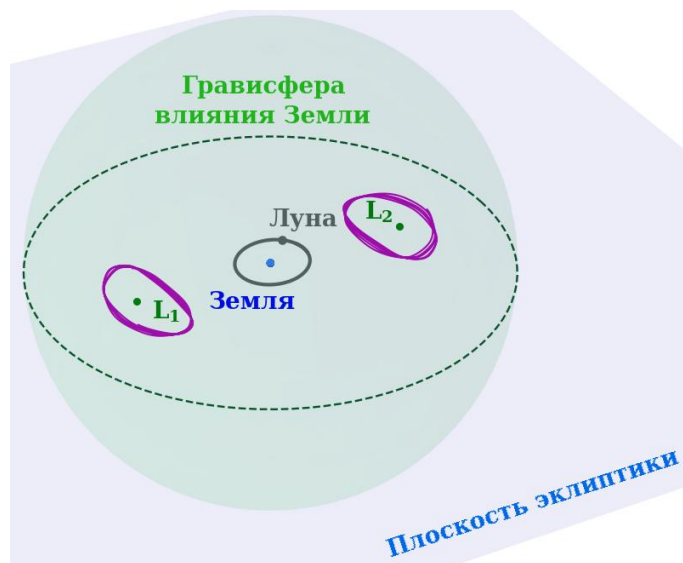


Рис. 1 – Грависфера влияния Земли

формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

Достоверность результатов обеспечивается обоснованностью принятых допущений в математической модели движения КА, корректным применением методов небесной механики и согласованностью полученных результатов с известными результатами работ в области исследования движения КА по орбитам вокруг точек либрации.

Теоретическая значимость. Разработаны методики проектирования низкоэнергетических схем перелетов КА из окрестности точки либрации L_1 или L_2 к ПОА, в которых сближение аппарата с небесным телом осуществляется в пределах грависферы влияния Земли, с последующим возвращением аппарата на ограниченную орбиту.

Практическая значимость. Разработанные методики формирования программного управления движением центра масс КА и проектирования траекторий перелетов к ПОА могут быть использованы для проектирования будущих космических миссий.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра.

2. Методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации.

3. Методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА.

4. Результаты моделирования траекторий перелетов КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L_2 , к ПОА, рассчитанных по разработанным методикам.

Личный вклад автора. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно.

Соответствие паспорту специальности. Полученные результаты соответствуют следующему пункту паспорта специальности 2.5.16. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов: п. 5 «Создание методов анализа и проектирования траекторий одиночных летательных аппаратов, а также группы ЛА».

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования были доложены на более чем двадцати всероссийских и международных конференциях: Академические чтения по космонавтике (2022 – 2025), Конференция молодых ученых ИКИ РАН (2023 – 2025), Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра (2023), Семинар ИКИ РАН «Механика, управление и информатика» имени П.Е. Эльясберга (2023), Всероссийский семинар по управлению движением и навигации летательных аппаратов (2024), IAA Planetary Defense Conference (2021, 2023, 2025), The Global Space Exploration Conference (2021, 2025), International Symposium on Space Flight Dynamics (2022), International Conference on Space Operations (2023, 2025), Moscow Solar System Symposium (2024, 2025), Asia-Pacific Regional IAU Meeting (2026).

Основные публикации. Результаты диссертационного исследования опубликованы в трех

статьях [1-3], входящих в издания, рекомендованные ВАК России и индексируемые в базах Scopus и Web of Science.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 121 наименования. Объем диссертации составляет 141 страницу. Диссертация содержит 82 рисунка, 19 таблиц и одно приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении представлена и обоснована актуальность темы исследования; показана степень ее разработанности; сформулированы цель и задачи работы; приведены методы исследований, объект и предмет диссертационного исследования; показана научная новизна работы; описаны достоверность полученных результатов, теоретическая и практическая значимости; приведены положения, выносимые на защиту; представлены сведения о личном вкладе автора, о соответствии паспорту специальности, об апробации работы, об основных публикациях, а также о структуре и объеме диссертации.

В первой главе приведены результаты анализа космических миссий около точек либрации и показана роль ПОА в контексте проблемы астероидно-кометной опасности: представлены теоретические сведения о динамике движения тел в окрестностях точек либрации; рассмотрены ключевые с точки зрения баллистического проектирования траекторий космические миссии около точек либрации L_1 и L_2 ; приведена информация о функционирующих в настоящее время КА около коллинеарных точек либрации; описана проблема астероидно-кометной опасности; рассмотрены космические миссии к ПОА; приведена информация о предстоящих сближениях ПОА с Землей; приведены результаты анализа источников, посвященных возможностям использования ограниченных орбит около точек либрации L_1 и L_2 систем Солнце-Земля и Земля-Луна с целью перевода КА с них на необходимые орбиты сближения.

Среди всех космических миссий к астероидам только пять было осуществлено к ПОА и только КА Chang'e-2 достиг ПОА Таутатис в 2012 г в момент его тесного сближения с Землей. Наблюдения КА Chang'e-2 дали принципиально новую информацию о морфологических особенностях данного ПОА. Однако КА покинул исходную орбиту около точки либрации L_2 системы Солнце-Земля, и его итоговая гелиоцентрическая орбита обеспечит следующее сближение КА Chang'e-2 с Землей только в 2027 г.

Анализ источников (работы С.А. Аксенова, С.А. Бобера, Н.А. Эйсмонта, D.W. Dunham, E. Fantino, R.W. Farquhar, K.C. Howell, E. Marin, A. Mereta, Y. Wang) показал, что в них предлагаются подходы к проектированию схем перелетов к астероидам, в которых встреча КА с выбранным небесным телом происходит за пределами грависферы влияния Земли. Как и в случае с миссией Chang'e-2, точки либрации в данных работах выступают лишь в роли отправных позиций, с которых КА переходят на целевые гелиоцентрические орбиты. Продолжительности таких единичных миссий могут достигать нескольких лет, а большое расстояние между аппаратом и Землей может накладывать дополнительные требования к бортовой аппаратуре КА.

Анализ траекторий движения ПОА показал, что три из них – 2001 WN₅, 1997 XF₁₁ и Апофис – будут пролетать мимо точек либрации L_1 и L_2 во время своих очередных тесных сближений с Землей в 2028 и 2029 гг. (рис. 2). Данный факт порождает принципиально новую задачу – проектирование низкоэнергетических траекторий перелетов КА, изначально находящегося на

ограниченной орбите около точки либрации L_1 или L_2 , к ПОА с последующим возвращением, причем движение происходит в пределах грависферы влияния Земли, и на суммарную характеристическую скорость маневра наложены ограничения.

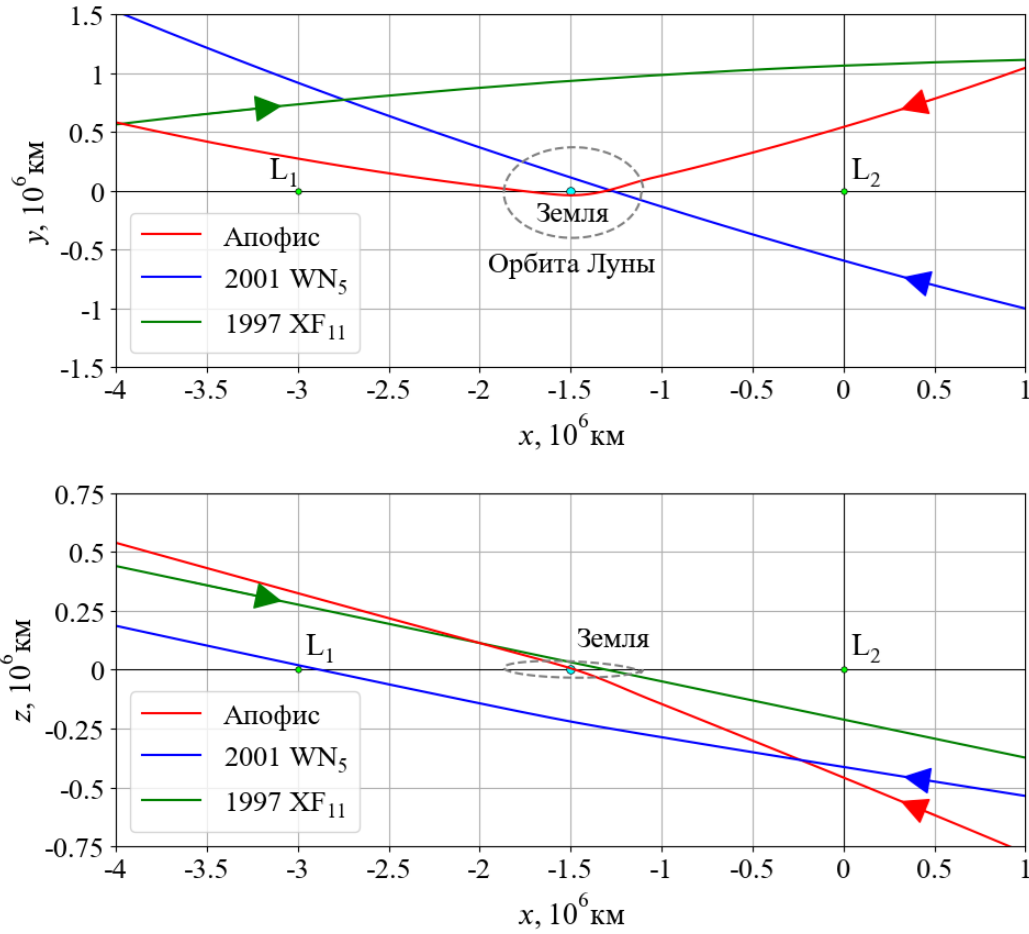


Рис. 2 – Участки траекторий ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁ около Земли

Во второй главе приведена постановка задачи диссертационного исследования и обоснован используемый математический инструментарий: описана разработанная методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты; представлена методологическая основа разработки методик проектирования траекторий перелетов КА с орбит вокруг точек либрации к ПОА; описана математическая модель движения КА; смоделированы и проанализированы ограниченные орбиты, выбранные в качестве исходных.

В данной главе представлено описание двух различных подходов к проектированию траекторий перелетов к ПОА, главное отличие которых связано с тем, что при использовании первого подхода аппарат не сходит с ограниченной орбиты, она только изменяется, а при использовании второго – аппарат покидает ограниченную орбиту по одной из траекторий неустойчивого инвариантного многообразия и затем возвращается по траектории устойчивого.

В обоих случаях задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т.е. времени приложения, величины и направления импульсов ΔV_i , чтобы выполнялись условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists t_f > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}(t_f) - \mathbf{r}_A(t_f)| < d, \\ \exists t_m > t_f: \forall t > t_m \mathbf{r}(t) \in M, \\ \forall t \mathbf{r}(t) \in S, \\ \sum_i^p |\Delta V_i| < v, \end{array} \right. \quad (1)$$

где t_0 , t_f и t_m – моменты приложения первого импульса, сближения КА с ПОА и завершения маневра соответственно; $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_A$ – радиус-векторы центров масс КА и ПОА в единой системе координат; d_{min} – минимальное расстояние для безопасного пролета; d – требуемое расстояние сближения; M – множество координат, соответствующих заданной окрестности исходной точки либрации; S – множество координат внутри грависферы влияния Земли; p – количество импульсов; v – допустимое значение требуемой суммарной характеристической скорости.

Разработка двух методик проектирования траекторий перелетов КА к ПОА, соответствующих описанным выше подходам, и является основной задачей текущего диссертационного исследования. Методологическая основа разработки методик заключается в том, что в качестве исходных орбит выбраны не искусственно сгенерированные орбиты, а орбиты действующих в настоящий момент аппаратов: Спектр-Рентген-Гамма (СРГ), James Webb Space Telescope (JWST) и Euclid. Для однозначности названия орбит, в отличие от КА, будем выделять кавычками: орбиты «СРГ», «JWST», «Euclid» и КА СРГ, JWST, Euclid. В качестве целевых объектов выбраны ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁. Основным ограничением является значение требуемой суммарной характеристической скорости v .

В рамках первого предлагаемого подхода не во всех случаях возможно изменить исходную орбиту таким образом, чтобы обеспечить сближение КА с ПОА, ввиду того что период движения КА по ограниченной орбите составляет около 180 суток независимо от типа орбиты. Для оперативного анализа возможности выполнения такого маневра в условиях ограничения на суммарную характеристическую скорость была разработана следующая методика. Вводится фазовый угол α (рис. 3) – угол в плоскости эклиптики между проекцией радиус-вектора объекта на эту плоскость и осью OX вращающейся системы координат, связанной с точкой либрации L_2 , начало которой находится в точке L_2 , ось OX лежит на прямой, проходящей через центры масс Солнца и Земли, и направлена в сторону Земли, ось OZ перпендикулярна плоскости эклиптики и направлена к ее северному полюсу, ось OY дополняет систему до правой тройки векторов. Тогда для обеспечения минимального расстояния пролета КА около ПОА должно выполняться условие:

$$\alpha(t_f) = \alpha_A(t_f), \quad (2)$$

где α и α_A – фазовые углы КА и ПОА соответственно.

Классический метод фазирования орбиты, реализуемый для сближения КА, в данном случае неприменим. Тем не менее, если разница фазовых углов α и α_A небольшая, то она может быть скомпенсирована на участке траектории, соединяющем исходную и новую ограниченные орбиты. Также для обеспечения минимального расстояния пролета КА около ПОА должно выполняться и условие равенства их координат z во вращающейся системе координат (индекс r):

$$z_r(t_f) = z_{rA}(t_f). \quad (3)$$

Таким образом, предлагаемая методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА заключается в сравнении с граничными значениями двух параметров: $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ – разницы фазовых углов α и α_A в момент $t_{xr=xrA}$ равенства координат x_r и x_{rA} ; $\min |\Delta z_r|$ – минимального значения разницы координат z_r и z_{rA} . Сами граничные значения этих двух

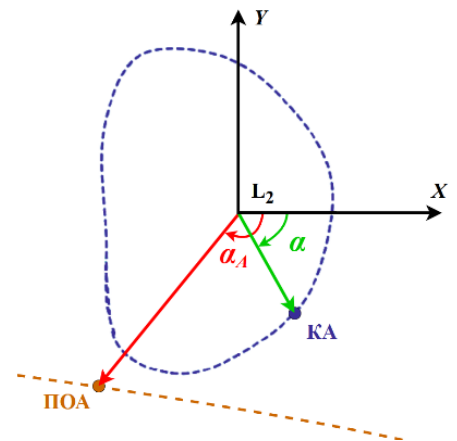


Рис. 3 – Фазовые углы α и α_A

параметров были определены в результате проведения численных расчетов траекторий перелетов КА к ПОА по соответствующей разработанной методике.

Задача расчета траекторий перелетов КА (рассматриваемого в качестве материальной точки) к ПОА решалась численно в импульсной постановке без учета ограничений на допустимые направления приложения импульсов, а также без учета ошибок их исполнения в эфемеридной модели движения методом Рунге–Кутты 8-го порядка с переменным шагом (от 1 до 36000 с) в программном комплексе с открытым исходным кодом NASA General Mission Analysis Tool, предназначенном для проектирования космических миссий. Данный программный комплекс позволяет использовать встроенный каталог эфемерид JPL DE405 основных небесных тел Солнечной системы, а также импортировать аналогичные каталоги для астероидов и комет. Части кода, отвечающие за интегрирование систем дифференциальных уравнений движения КА и за расчет траекторий перелетов по предлагаемым методикам, написаны автором самостоятельно.

Геоцентрическое (индекс g) и гелиоцентрическое (индекс h) движения КА моделировались в соответствующих эклиптических системах координат J2000.0 (выбор системы зависит от того, находится ли КА внутри сферы действия Земли – $R = 929$ тыс. км – или нет) согласно уравнениям:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_g = -\frac{\mu_E}{|\mathbf{r}_g|^3} \mathbf{r}_g + \sum_{i=1}^n \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_{gi} - \mathbf{r}_g}{|\mathbf{r}_{gi} - \mathbf{r}_g|^3} - \frac{\mathbf{r}_{gi}}{|\mathbf{r}_{gi}|^3} \right), \\ \dot{\mathbf{r}}_g = \mathbf{V}_g, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{r}}_h = -\frac{\mu_S}{|\mathbf{r}_h|^3} \mathbf{r}_h + \sum_{j=1}^m \mu_j \left(\frac{\mathbf{r}_{hj} - \mathbf{r}_h}{|\mathbf{r}_{hj} - \mathbf{r}_h|^3} - \frac{\mathbf{r}_{hj}}{|\mathbf{r}_{hj}|^3} \right), \\ \dot{\mathbf{r}}_h = \mathbf{V}_h, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{r}_g$, $\mathbf{r}_h$ и $\mathbf{V}_g$, $\mathbf{V}_h$ – радиус-вектор и вектор скорости центра масс КА; μ_E , μ_S – гравитационные параметры Земли и Солнца соответственно; $n = 9$ – количество дополнительно учитываемых в геоцентрическом движении небесных тел: Солнце, Луна и все планеты Солнечной системы, кроме Земли; μ_i и $\mathbf{r}_{gi}$ – гравитационный параметр и радиус-вектор центра масс i -го небесного тела; $m = 9$ – количество дополнительно учитываемых в гелиоцентрическом движении небесных тел: Луна и все планеты Солнечной системы; μ_j и $\mathbf{r}_{hj}$ – гравитационный параметр и радиус-вектор центра масс j -го небесного тела.

Рассогласования радиус-вектора и вектора скорости КА при интегрировании ограниченных орбит около точек либрации L_1 и L_2 таким образом на год вперед и назад составляют $|\delta \mathbf{r}| = 0.4$ км и $|\delta \mathbf{V}| = 0.2$ мм/с соответственно, что указывает на высокую точность интегрирования.

Анализ результатов моделирования орбит КА СРГ, JWST и Euclid представлен на рис. 4. Кружками показаны положения аппаратов на орбитах (представлено несколько витков, соответствующих 2028 и 2029 гг.) в моменты сближений ПОА Апофис (11.04.29), 2001 WN₅ (24.06.28) и 1997 XF₁₁ (27.10.28) с точкой либрации L_2 . Данные показывают, что все три ПОА пролетают не только рядом с точкой L_2 , но и в относительной близости от всех трех КА.

В третьей главе приведено описание разработанной методики формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации; показаны результаты расчета траекторий перелетов КА с орбит «СРГ», «JWST» и «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁; показаны границы применимости разработанной методики проектирования схем перелетов.

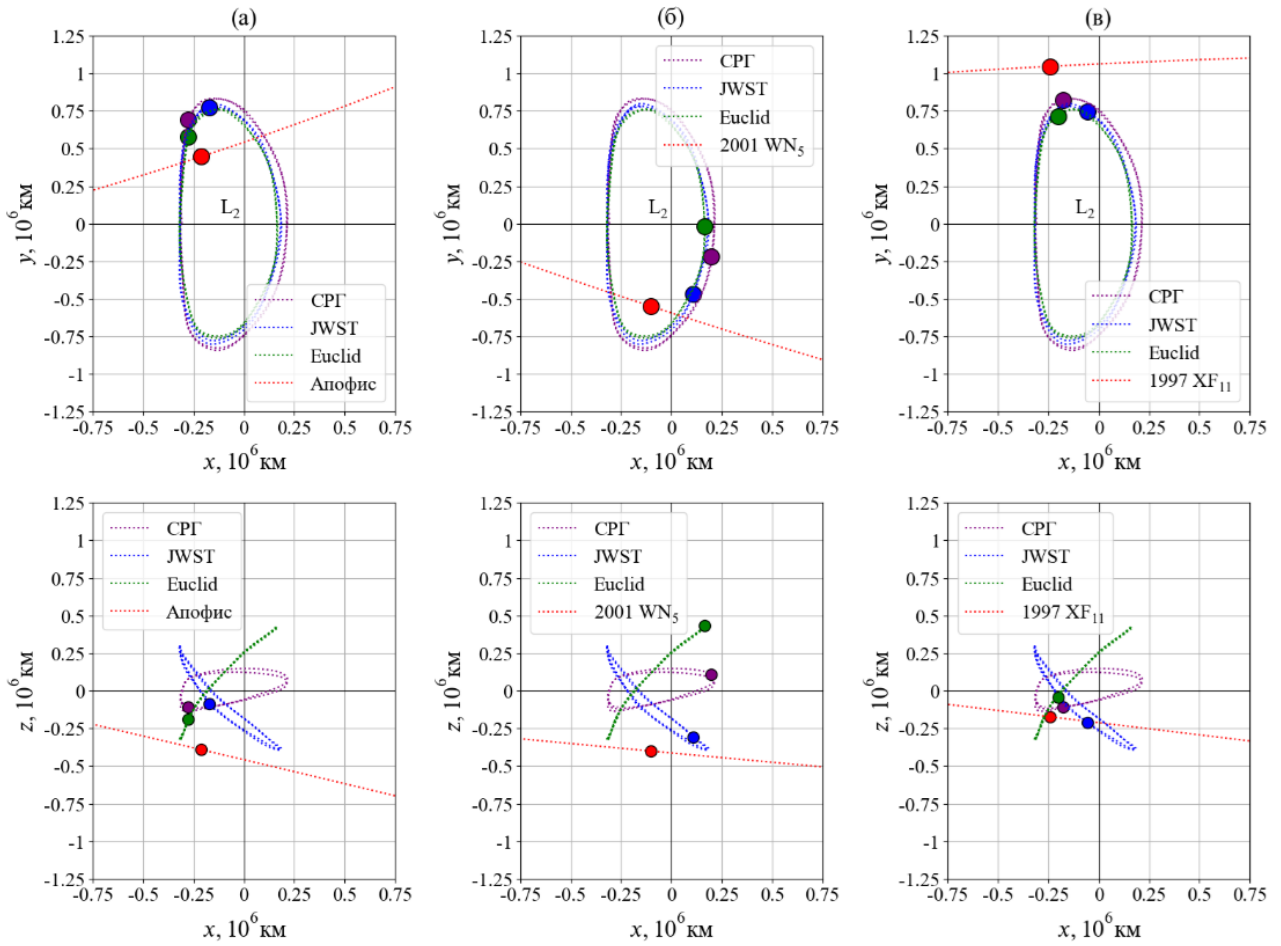


Рис. 4 – Орбиты и положения КА CPГ, JWST и Euclid в моменты пролетов ПОА:

а) Апофис – 11 апреля 2029 г; б) 2001 WN₅ – 24 июня 2028 г; в) 1997 XF₁₁ – 27 октября 2028 г

В рамках данной методики задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т.е. времени приложения t_0 , величины и направления одного импульса ΔV_r , чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{cases} \exists t_1 > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}_r(t_1) - \mathbf{r}_{rA}(t_1)| < d, \\ \forall t \mathbf{r}_r(t) \in M, \\ |\Delta V_r| < v, \end{cases} \quad (6)$$

где t_1 – момент сближения КА с ПОА; $\mathbf{r}_r$ и $\mathbf{r}_{rA}$ – радиус-векторы центров масс КА и ПОА во вращающейся системе координат.

Для фиксированного момента времени t_0 рассчитываются три составляющие импульса ΔV_r : ΔV_{xr} , ΔV_{yr} и ΔV_{zr} таким образом, чтобы в момент времени t_1 обеспечивалось равенство всех трех координат КА и ПОА, т.е. имеем двухточечную трехпараметрическую краевую задачу. Решение всех краевых задач проводилось методом Ньютона с точностями выхода:

$$\begin{cases} |x_r(t_1) - x_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \\ |y_r(t_1) - y_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \\ |z_r(t_1) - z_{rA}(t_1)| < \varepsilon, \end{cases} \quad (7)$$

где $\varepsilon = 1$ км – принятая допустимая точность.

Для того чтобы новая орбита тоже была ограниченной, необходимо определить такие координаты точки встречи $x_{rA}(t_{1fin})$, $y_{rA}(t_{1fin})$, $z_{rA}(t_{1fin})$ и соответствующее этой точке время встречи t_{1fin} КА с ПОА, которые принадлежат траектории устойчивого многообразия. Это может быть

сделано численно путем решения серии краевых задач для различных моментов времени t_1 при фиксированном моменте времени t_0 . В свою очередь, от выбора момента времени t_0 зависит величина перелетного импульса и геометрические размеры новой орбиты около точки либрации.

Очевидно, что для момента времени t_0 должно выполняться условие:

$$\alpha(t_0) < \alpha(t_1) = \alpha_A(t_1). \quad (8)$$

Следовательно, самая поздняя дата приложения импульса t_{0max} однозначно определяется минимальным значением фазового угла ПОА α_{Amin} в момент его пролета в окрестности точки либрации.

Таким образом, предлагаемая методика проектирования траекторий перелетов КА к ПОА состоит в следующем:

1. Расчет момента времени t_{0max} ;
2. Фиксирование момента $t_0 < t_{0max}$;
3. Решение серии краевых задач с целью определения момента встречи КА с ПОА t_{1fin} и необходимого импульса ΔV_r .

Блок-схема методики изменения существующей ограниченной орбиты для обеспечения сближения КА с ПОА с учетом интегрированной методики оперативного анализа возможности выполнения такого маневра приведена на рис. 5.

Применение методики проектирования новой ограниченной орбиты подробно рассматривается на примере расчета траектории перелета КА с орбиты «СРГ» к астероиду Апофис (рис. 6 и табл. 1). Из таблицы видно, что в течение 24 дней t_0 удовлетворяется требование по заданному ограничению величины характеристической скорости ($|\Delta V_r| < 200$ м/с). На рис. 6 вместе с частью исходной орбиты «СРГ» и траекторией движения Апофиса показаны три орбиты из рассчитанных – для даты минимального значения импульса (3 марта) и для двух крайних дат приложения импульса (19 февраля и 14 марта), обеспечивающих удовлетворение ограничения по суммарной характеристической скорости: «СРГ_{03.03}», «СРГ_{19.02}», «СРГ_{14.03}».

Отметим, что во всех случаях сближение КА с ПОА происходит 11 апреля 2029 г с относительной скоростью около 6 км/с. Из рис. 6 видно, что целевые орбиты имеют разные амплитуды вдоль каждой из трех осей, а координаты точек сближения КА с ПОА во всех случаях отличаются – чем раньше прикладывается перелетный импульс, тем позже по времени происходит сближение аппарата с астероидом.

В диссертации разработанная методика проектирования ограниченных орбит применяется для расчета девяти траекторий сближения (три исходные орбиты и три ПОА). Во всех случаях методика оказалась применима (табл. 2), но в двух случаях ограничение на максимальную

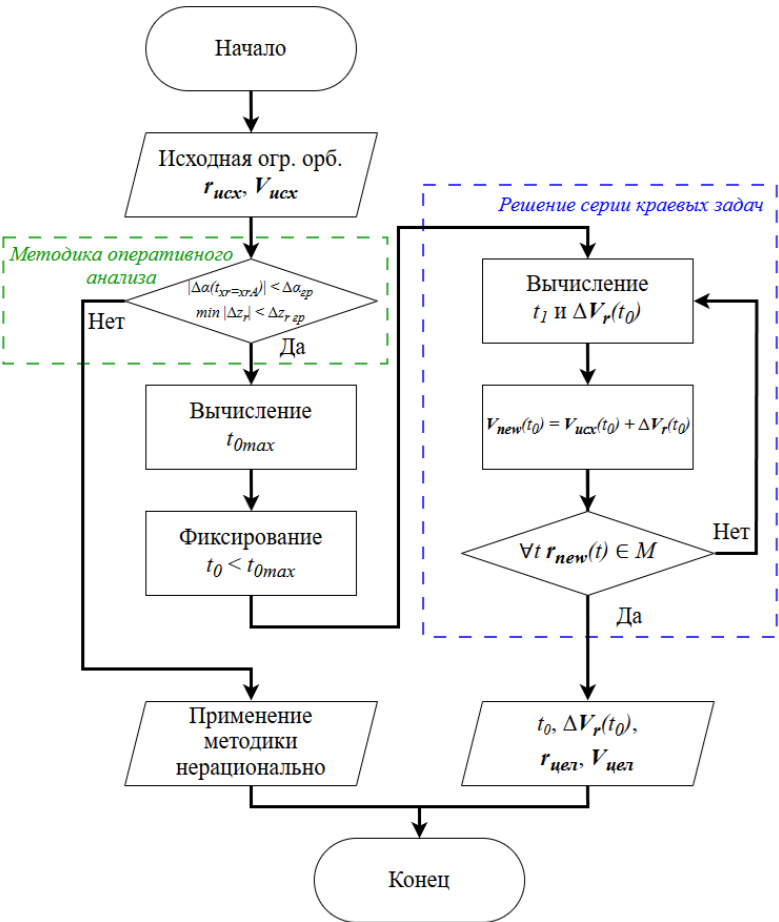


Рис. 5 – Блок-схема методики проектирования одноимпульсного перелета

суммарную характеристическую скорость не удовлетворилось (выделены серым цветом).

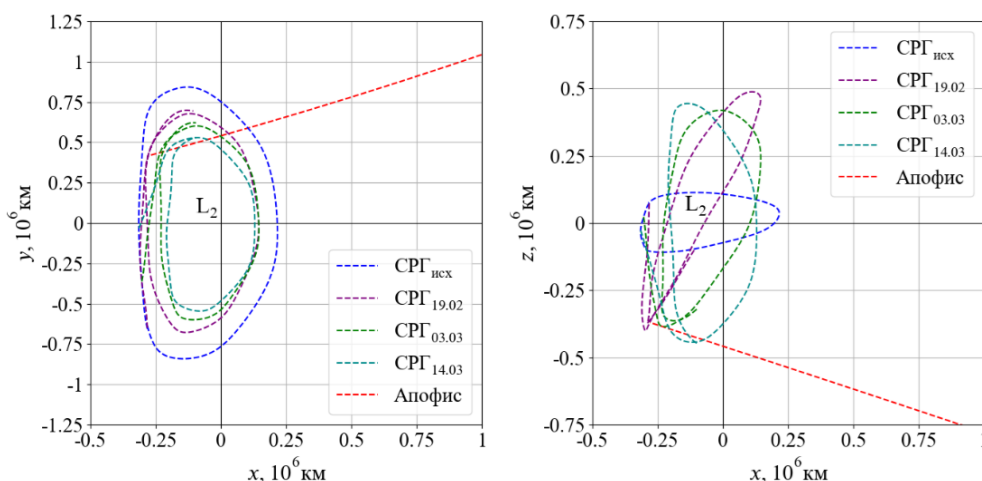


Рис. 6 – Исходная орбита «СРГ» и три целевые орбиты, обеспечивающие сближение аппарата с Апофисом

Табл. 1 – Даты приложения и величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом ПОА Апофис

t_0 , дата	$ \Delta V_r $, м/с
19.02.2029	196.8
03.03.2029	175.2 (мин.)
14.03.2029	196.3

В результате проведения вычислений были определены граничные значения параметров $|\Delta\alpha(t_{xr=xrA})|$ и $\min |\Delta z_r|$ (представлены на рис. 7), необходимые для оперативного анализа возможности пролета. На рис. 7 выделено три характерные области: зеленая – методика применима, ограничение на суммарные затраты характеристической скорости удовлетворяется; синяя – методика применима, но суммарные затраты характеристической скорости превышают ограничение; белая – применение методики нерационально, т.к. либо суммарные затраты характеристической скорости будут большими, либо искомой орбиты и вовсе не существует.

Табл. 2 – Минимальные величины импульсов, необходимых для достижения аппаратом ПОА

Исходная орбита	ПОА	$ \Delta V_r \min $, м/с
«СРГ»	Апофис	175.2
	2001 WN ₅	230.0
	1997 XF ₁₁	91.6
«JWST»	Апофис	197.5
	2001 WN ₅	65.7
	1997 XF ₁₁	113.7
«Euclid»	Апофис	105.4
	2001 WN ₅	360.6
	1997 XF ₁₁	145.1

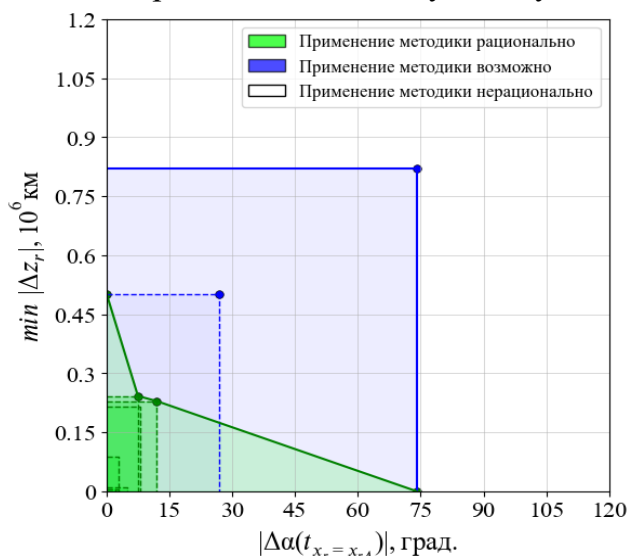


Рис. 7 – Границы применимости методики проектирования одноимпульсного перелета

В четвертой главе описана разработанная методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации; показаны результаты расчета траекторий перелетов КА с орбит «СРГ», «JWST» и «Euclid» к ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁; приведено заключение о применимости разработанной методики.

В рамках данной методики задача заключается в нахождении такого управляющего воздействия, т.е. времени приложения, величины и направления одного или нескольких импульсов ΔV_{ri} , чтобы выполнялись следующие условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists t_{fin} > t_0: d_{min} < |\mathbf{r}_r(t_{fin}) - \mathbf{r}_{rA}(t_{fin})| < d, \\ \exists t_{m1} > t_0: \mathbf{r}_r(t) \notin M, \\ \exists t_{m2} > t_{fin}: \forall t > t_{m2} \mathbf{r}_r(t) \in M, \\ \forall t \mathbf{r}_r(t) \in S, \\ \sum_i^p |\Delta V_{r_i}| < v, \end{array} \right. \quad (9)$$

где t_{fin} – момент сближения КА с ПОА; t_{m1} и t_{m2} – некоторые моменты времени.

Для решения задачи в такой постановке может потребоваться определить от одного до трех импульсов, моменты приложения которых $t_0 < t_{fin} < t_1 < t_2$:

1. $\Delta V_r(t_0)$ – импульс, переводящий КА на траекторию неустойчивого многообразия и обеспечивающий сближение с ПОА. Если полученная траектория является частью гомоклинической или такой гетероклинической, при движении по которой КА не перейдет на орбиту вокруг противоположной точки либрации, то больше импульсов не потребуется;

2. $\Delta V_r(t_1)$ – импульс, переводящий КА на траекторию устойчивого многообразия, связанного с орбитой около точки либрации L_1 или L_2 . Если полученная траектория связана с инвариантным многообразием исходной точки либрации, то больше импульсов не потребуется;

3. $\Delta V_r(t_2)$ – потребуется в случае, если после приложения импульса $\Delta V_r(t_1)$ КА движется к противоположной точке либрации, и необходим для перевода КА на гетероклиническую траекторию, при движении по которой аппарат вернется в окрестность исходной точки либрации.

Блок-схема данной методики представлена на рис. 8.

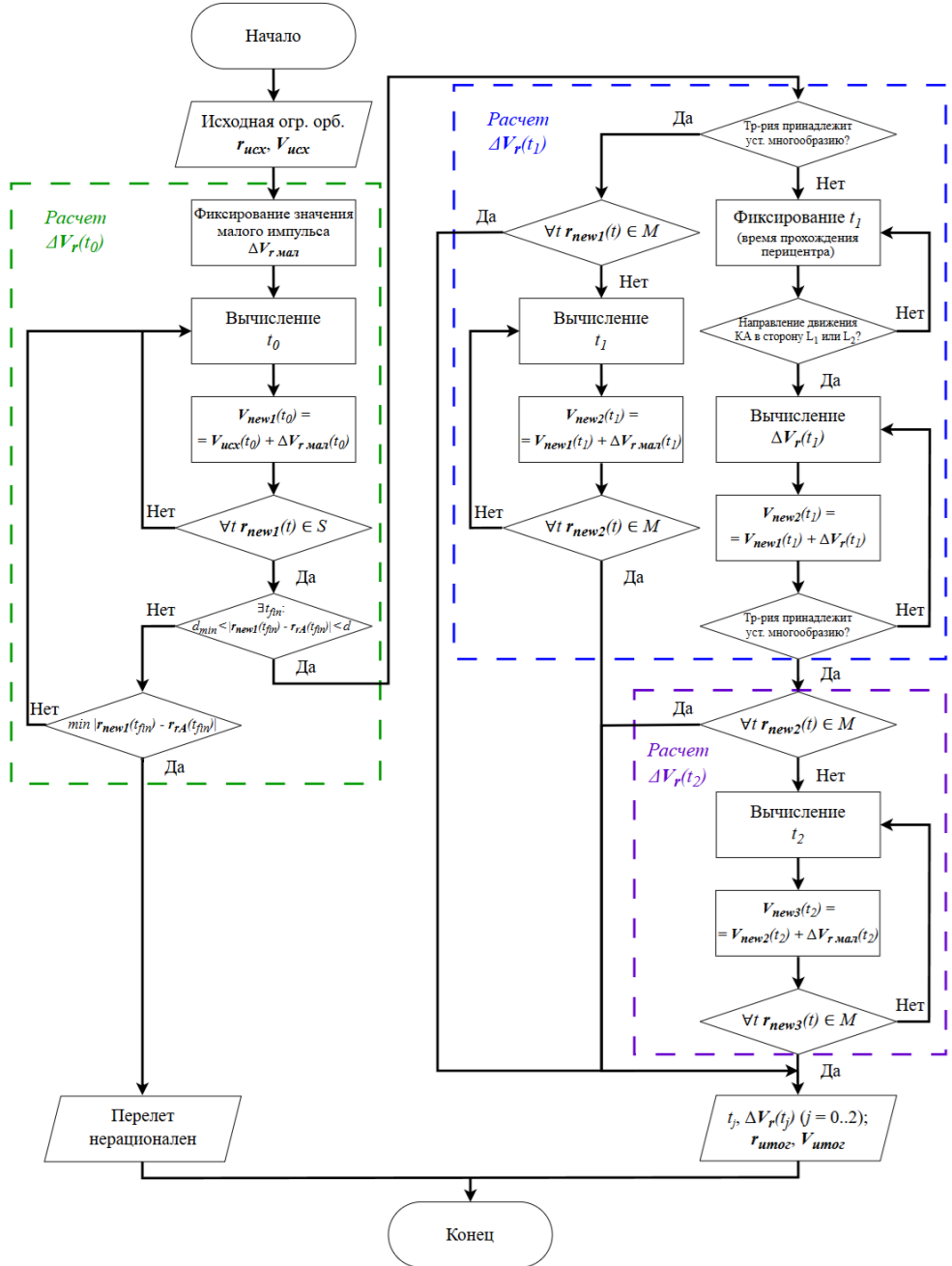


Рис. 8 – Блок-схема методики проектирования многоимпульсного перелета

Применение данной методики проектирования схем перелетов рассматривается на примере расчета траектории перелета КА с орбиты «СРГ» к астероиду Апофис. Для уменьшения времени вычислений определяется момент времени t_{0min} , начиная с которого следует строить трубку неустойчивого многообразия (рис. 9). Было выявлено, что при выбранной величине малого импульса $|\Delta V_r(t_0)| = 1$ м/с момент времени t_{0min} должен наступить чуть более чем за год до момента сближения Апофиса с Землей. Поскольку все три рассматриваемых в работе небесных тела сблизятся с Землей в течение одного года (с июня 2028 г по апрель 2029 г), то в качестве момента времени t_{0min} для всех рассматриваемых в работе случаев была принята дата 1 марта 2027 г.

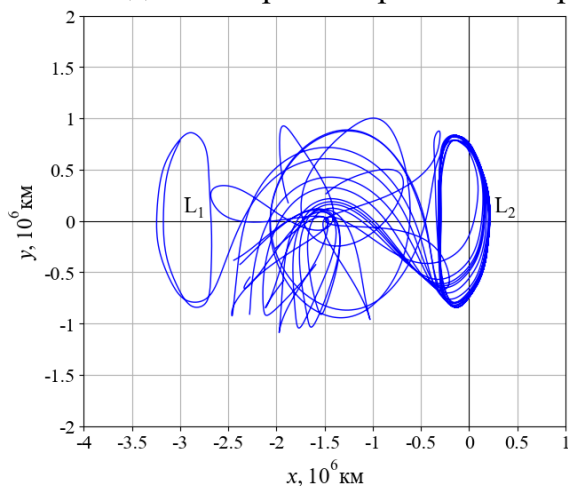


Рис. 9 – Траектории неустойчивого многообразия, при движении по которым КА остается в пределах грависферы влияния Земли

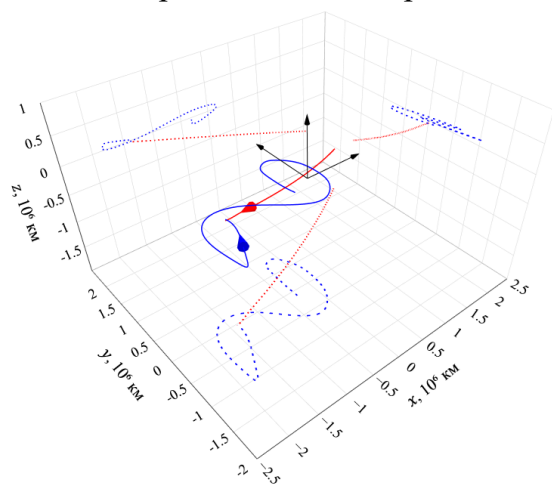


Рис. 10 – Траектория перелета КА с орбиты «СРГ» (синим) к ПОА Апофис (красным)

Среди рассчитанных для моментов времени $t_0 > t_{0min}$ траекторий неустойчивого многообразия, связанного с орбитой «СРГ», численно была определена такая, которая обеспечивает пролет КА мимо Апофиса на минимальном расстоянии (рис. 10).

Отметим, что после сближения с Апофисом и после прохождения перигея орбиты КА будет двигаться в сторону точки либрации L_1 , поэтому для возвращения аппарата в окрестность исходной точки либрации L_2 потребуется еще два импульса ($p = 3$): $\Delta V_r(t_1)$ – для перевода КА на траекторию устойчивого многообразия, связанного с орбитой около точки либрации L_1 ; $\Delta V_r(t_2)$ – для перевода КА на гетероклиническую траекторию с целью достижения ограниченной орбиты в окрестности точки либрации L_2 .

$\Delta V_r(t_1)$ прикладывается к КА в перигее орбиты, величина импульса определяется численно. Величина второго импульса фиксирована ($|\Delta V_r(t_2)| = 1$ м/с), момент времени его приложения t_2 определяется численно аналогично алгоритму расчета момента времени t_0 . Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к Апофису показана на рис. 11.

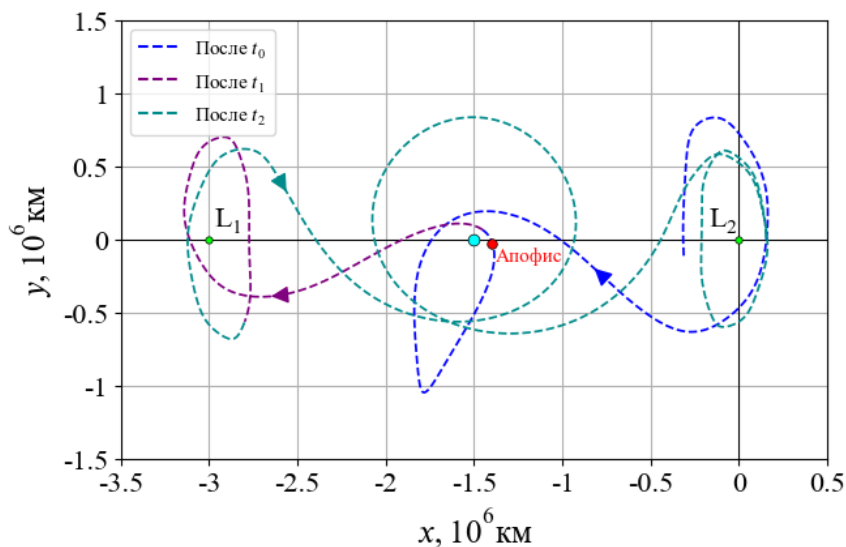


Рис. 11 – Полная схема перелета КА с орбиты «СРГ» к Апофису

Будем считать выполнение маневра рациональным, если значение минимального расстояния между КА и ПОА $\min |\Delta r_{КА-ПОА}(t_{fin})|$ уменьшилось по сравнению со значением без выполнения маневра. Результаты расчета для девяти рассмотренных случаев представлены в табл. 3. Во всех случаях разработанная методика проектирования траекторий перелетов КА к ПОА с последующим возвращением аппарата на ограниченную орбиту около исходной точки либрации оказалась применима, затраты характеристической скорости составляют менее 55 м/с.

Табл. 3 – Суммарные величины импульсов, необходимых для пролета КА около ПОА Апофис, 2001 WN₅ и 1997 XF₁₁

Исходная орбита	ПОА	p	$ \Delta V_{r\text{ сум}} $, м/с	$ \Delta r_{КА-ПОА}(t_{fin}) $, тыс. км
«СРГ»	Апофис	3	7.66	16.9
	2001 WN ₅	2	7.79	31.7
	1997 XF ₁₁	2	13.44	60.0
«JWST»	Апофис	3	2.17	61.8
	2001 WN ₅	2	16.55	9.8
	1997 XF ₁₁	2	32.22	208.9
«Euclid»	Апофис	3	54.68	33.3
	2001 WN ₅	2	8.20	94.4
	1997 XF ₁₁	2	15.92	211.6

Таким образом, данная методика является более универсальной по сравнению с рассмотренной в третьей главе методикой. К недостаткам можно отнести большую продолжительность миссии подобного типа, а также относительно большое расстояние пролета КА мимо ПОА, которое, однако, может быть минимизировано за счет приложения дополнительного импульса.

В заключении приведены основные результаты диссертационной работы:

1. Разработана методика оперативного анализа возможности пролета КА около ПОА без ухода с ограниченной орбиты в окрестности исходной точки либрации при ограничении на суммарную характеристическую скорость маневра. Данная методика может быть применима для выявления целевых астероидов, мимо которых может пролететь КА, не покидая окрестность точки либрации и не затрачивая топлива больше заданного на единичный маневр.

2. Разработана методика формирования программного управления движением центра масс КА с целью изменения существующей ограниченной орбиты так, чтобы сближение с ПОА обеспечивалось на новой ограниченной орбите в окрестности исходной точки либрации. Данная методика может быть применена в случае необходимости оперативного перелета к ПОА.

3. Разработана методика проектирования траектории перелета КА к ПОА в пределах грависферы влияния Земли со сходом с существующей ограниченной орбиты и с возвращением на ограниченную орбиту вокруг исходной точки либрации с использованием траекторий, входящих в устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, и формирования требуемого программного управления движением центра масс КА. Данная методика может быть применена в случае наличия относительно большого запаса времени для осуществления перелета КА к ПОА с последующим возвращением аппарата в окрестность исходной точки либрации с целью ожидания другого ПОА. Кроме того, данная методика может быть применена на завершающем этапе миссии в случае наличия малого запаса топлива на борту КА.

4. Проведено моделирование траекторий перелетов КА, функционирующих в настоящий момент в окрестности точки либрации L₂, к ПОА, рассчитанных по разработанным методикам. Результаты моделирования показывают, что каждый из функционирующих в данный момент КА около точки либрации L₂ может быть переведен на траектории сближения с ПОА. При этом суммарные затраты характеристической скорости на осуществление переходов такого типа могут находиться в пределах 200 м/с.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, входящих в перечень ВАК

1. Пупков, М. В. Методики изменения гало-орбиты космического аппарата с целью сближения с астероидами / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова [и др.] // Космические исследования. – 2025. – Т. 63, № 2. – С. 179-189.
2. Pupkov, M. V. Construction of transfer trajectories of the spacecraft to asteroids passing near Sun-Earth libration points / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // Solar System Research. – 2025. – Vol. 59, № 5. – 8 p.
3. Designing halo orbits passing through the trajectories of near-Earth asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // Solar System Research. – 2026. – Vol. 60, № 2. – 10 p.

Прочие публикации

4. An approach to study near-Earth asteroids by an operating spacecraft after the completion of its main mission / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, K. S. Fedyaev [et al.] // Global Space Exploration Conference (GLEX 2021). – 2021. – 4 p.
5. Пупков, М. В. Изучение неустойчивого многообразия орбиты космической обсерватории «Спектр-Рентген-Гамма» с целью решения практических задач / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова [et al.] // Фундаментальные и прикладные космические исследования: сборник трудов XXI Конференции молодых ученых. – Москва: ИКИ РАН, 2024. – С. 116-122.
6. Пупков, М. В. Анализ возможных схем перелета к астероидам, сближающимся с Землей, из окрестности солнечно-земной точки либрации / М. В. Пупков, Н. А. Эйсмонт, О. Л. Старинова // Управление движением и навигация летательных аппаратов: сборник трудов XXVII Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Самарский университет, 2024. – С. 38-43.
7. The concept of ballistic missions to redirect spacecraft from libration points to near-Earth asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, O. L. Starinova [et al.] // Global Space Exploration Conference (GLEX 2025). – 2025. – 4 p.
8. Investigation of the possibilities of using a spacecraft located in the vicinity of the libration point to observe potentially hazardous asteroids / M. V. Pupkov, N. A. Eismont, V. A. Zubko [et al.] // Integrated approaches to systems engineering, intelligent technology, and innovation in space exploration: proceedings of the XLVI, XLVII Academic Space Conference, dedicated to the memory of Academician S.P. Korolev and other outstanding Russian scientists – pioneers of space exploration, “Korolev Academic Space Conference” (Volume 1); editors V. I. Mayorova, A. I. Komkin. – 2026. – P 167-174.